Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

PROYECTO 2: RESERVA MÍNIMA Y RESERVA DE GASTOS

CÁLCULO ACTUARIAL II

Alumnos:

Mayra Paola González Gamino

José Luis Somohano Leal

Carlos Daniel Campos Tzompantzi

Roberto García Castillo

Septiembre 2021

Índice

1. Introducción

En el presente trabajo se expone el desarrollo de un ejercicio que ejemplifica los temas de Reserva Mínima (Método de Zillmer) y Reserva de Gastos de Administración. En primer lugar, se dan las características de un contrato de seguro respecto al asegurado, suma asegurada, primas, esquema de gastos, etc. con la finalidad de llevar la teoría de Reserva Mínima y Reserva de Gastos de Administración a un ejemplo numérico.

Se ha decidido usar el entorno de Visual Basic for Applications para llevar a cabo los cálculos necesarios, donde previamente se han programado macros para calcular de una forma más ágil los valores de los seguros, anualidades y reservas que se vayan necesitando durante el desarrollo del proyecto. Cabe mencionar que dichos valores actuariales son calculados a partir de la tabla de mortalidad proporcionada.

En el archivo de Excel llamado **Reservas Modificadas** se muestran un conjunto de hojas que están colocadas de forma secuencial para la realización de los cálculos. En cada una de las hojas se puede ver qué valor se busca calcular y mediante los siguientes botones que se muestran es posible mostrar en la hoja dichos valores.

Los valores que se muestran en cada hoja son referenciados para cálculos futuros, por lo que no es posible calcular el desglose de la tabla de una reserva sin antes haber calculado cada uno de los componentes, aun así esto ha sido validado con macros para que el usuario cometa el menor número de errores posibles.

Adicionalmente, en el mismo archivo de Excel se pueden encontrar gráficos para hacer la comparación de las distintas reservas calculadas

Los conceptos planteados en este trabajo aparecen en las circulares S-10.1.7.1 y S-10.1.7 cuyo primer acercamiento fue en las sesiones de clase en la materia de Cálculo Actuarial II y posteriormente se desarrolla con los datos del ejercicio.

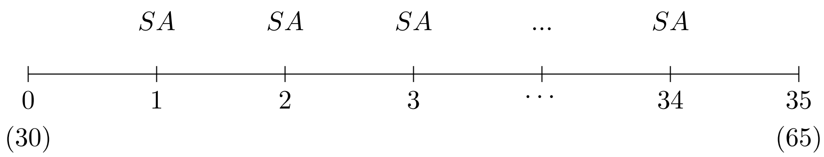
Ejercicio 6

- Ramses tiene 30 años y contrata un seguro temporal 35 años que paga una suma asegurada de MXN 1'500,000.00 al final del año de muerte. El pago de primas se realiza de forma anual durante los primeros 20 años de forma anticipada.

- Considera una tasa de interés técnico del 5.5 % y los siguientes recargos adicionales: Gastos de Administración 25 % de la prima de tarifa, Margen de seguridad 10 % de la prima de tarifa y Gastos de Adquisición 20 % de la prima de tarifa el primer año, y 5 % de la prima de tarifa del segundo año en adelante.

2. Prima Neta Única (PNU)

Definimos a la Prima Neta Única como el valor presente actuarial de las obligaciones de la aseguradora, lo cual no es otra cosa más que el valor del seguro. Este puede ser de varios tipos: vitalicio, temporal, vitalicio diferido, temporal diferido, dotal puro y dotal mixto.



Para el caso que estamos desarrollando, se utiliza un seguro temporal 35 años con una suma asegurada de MXN 1'500,000.00 para un hombre de edad 30, por lo cual la Prima Neta Única se define como:

$$PNU = 1,500,000\ A^{1}_{30:\overline{35}|}$$

Para poder realizar dicho cálculo disponemos de una tabla de mortalidad con los valores correspondientes a q_x desde la edad 12 a la edad 100, tanto para hombres como para mujeres. Además conocemos la tasa de interés, lo único que resta por realizar es la siguiente suma:

$$PNU = 1,500,000 \sum_{k=1}^{35} \mathrm{v}^k \ {}_{k-1}p_{30} \ \ q_{30+k-1}$$

Para este punto fue necesario programar una función en VBA cuyo nombre es **Seguro_Temporal** y sus argumentos son **(edad, SA, temporalidad)**. Al calcular la Prima Neta Única se obtuvo un valor de $\$114,364.42$.

3. Prima Neta Nivelada (PNN)

La Prima Neta Nivelada se define como el pago que realiza el asegurado debido a la transferencia de riesgo, este es pagado de forma periódica ya que por lo general el valor del seguro suele ser muy alto para ser pagado en una sola exhibición. El conjunto de pagos de la Prima Neta Nivelada deberán ser equivalentes al costo del seguro, la temporalidad del pago de primas puede ser de varios tipos.

El ejercicio nos dice que el pago de primas será realizado de forma anual durante los primeros 20 años de forma anticipada. Considerando la Prima Neta Única calculada previamente, tenemos que la PNN es

$$PNN = \frac{PNU}{\ddot{a}_{30:\overline{20}|}}$$

El valor de la anualidad contingente se obtiene de la siguiente manera:

$$\ddot{a}_{30:\overline{20}|} = \sum_{k=0}^{19} \mathrm{v}^k \; {}_kp_{30}$$

Se programó una función en VBA llamada **Anualidad_Anticipada(Edad, R,Temporalidad)**, donde R hace referencia al valor de la renta. Introduciendo los argumentos correspondientes obtenemos un valor de la anulaidad de \$12.34291, por lo que

$$PNN = \frac{114,364.42}{12.3429} = \$9,265.5911$$

4. Prima de Tarifa (π)

La Prima de Tarifa es el monto de dinero que el asegurado paga a la aseguradora por la transferencia de riesgo, en dicho monto además de considerar las obligaciones futuras de la compáñía de seguros también se toman en cuenta los gastos en los que incurre con respecto a la póliza.
Se ha considerado el modelo mexicano para la estructura de los gastos, el cuál se conforma de la siguiente manera:

$$\begin{array}{ccccccc}
\gamma\pi & \gamma\pi & \gamma\pi & \gamma\pi & \gamma\pi & \gamma\pi & \ldots \\
\beta\pi & \beta\pi & \beta\pi & \beta\pi & \beta\pi & \beta\pi & \ldots \\
\alpha\pi & \alpha\pi & \alpha\pi & \alpha\pi & \alpha\pi & \alpha\pi & \ldots \\
\hline
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\
(x) & & & & & &
\end{array}$$

Este esquema considera principalmente los siguientes gastos:

- **Gastos de administración** (α): gastos de promoción y marketing, gastos de inmuebles, flotilla de autos, impuestos, empleados, etc.
- **Gastos de adquisicón (β):** pago de comisiones a los agentes de venta y a los brokers.
- **Gastos de margen de seguridad(γ):** margen de utilidad para la compañía.

Para este ejercicio tenemos $\alpha = 25\,\%$, $\beta_0 = 20\,\%$ para el primer año y $\beta = 5\,\%$ a partir del segundo año en adelante; $\gamma = 10\,\%$. Todos los gastos son dados como porcentajes de la Prima de Tarifa π y estos gastos tienen una temporalidad de 20 años, misma temporalidad que el pago de primas. Así, planteamos el siguiente esquema:

$$\begin{array}{ccccccccc}
0.10\pi & 0.10\pi & 0.10\pi & 0.10\pi & 0.10\pi & 0.10\pi & \cdots & 0.10\pi & \\
0.20\pi & 0.05\pi & 0.05\pi & 0.05\pi & 0.05\pi & 0.05\pi & \ldots & 0.05\pi & \\
0.25\pi & 0.25\pi & 0.25\pi & 0.25\pi & 0.25\pi & 0.25\pi & \ldots & 0.25\pi & \\
\hline
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \cdots & 19 & 20 \\
(30) & & & & & & & &
\end{array}$$

Hacemos uso del principio de equivalencia para hallar el valor de la Prima de Tarifa como:

$$\pi \; \ddot{a}_{30:\overline{20}|} = PNU + 0.25\pi \; \ddot{a}_{30:\overline{20}|} + 0.05\pi \; \ddot{a}_{30:\overline{20}|} + 0.10\pi \; \ddot{a}_{30:\overline{20}|} + 0.15\pi$$

Dividiendo ambos lados por la anualidad contingente obtenemos:

$$\pi = PNN + 0.25\pi + 0.05\pi + 0.10\pi + \frac{0.15\pi}{\ddot{a}_{30:\overline{20}|}}$$

Lo anterior se puede escribir de la siguiente forma:

$$\left(0.6 - \frac{0.15}{\ddot{a}_{30:\overline{20}|}}\right)\pi = PNN \qquad \Longleftrightarrow \qquad \pi = \frac{PNN}{0.6 - \frac{0.15}{\ddot{a}_{30:\overline{20}|}}}$$

El cálculo del valor de π se realizó por medio de la macro **PrimaDeTarifa** en la cual utilizamos la variable PNN obtenida en el punto anterior y la anualidad temporal 20 años para una persona de edad 30, la cuál calculamos por medio de la función **Anualidad_Anticipada(Edad, R, Temporalidad)** explicada algunas secciones atrás. Sustituyendo dichos valores obtenemos:

$$\pi = \frac{9,265.5911}{0.6 - \frac{0.15}{12.3429}} = \$15,761.9018$$

5. Reserva Matemática

Se define como el ahorro que tiene que hacer la compañía aseguradora para cubrir sus obligaciones futuras del pago de beneficios. En este caso, la reserva no incluye los gastos en los que incurre la aseguradora, únicamente considera la cobertura que brinda y el pago de la Prima Neta Nivelada PNN que realiza el asegurado.

Para realizar el cálculo de la reserva matemática haremos uso del método iterativo, en el cuál comenzamos con una semilla inicial

$${}_0V_{30} = 0$$

Con base en dicho valor podremos calcular el valor de la reserva en los próximos años. Para el ejercicio que se está desarrollando la temporalidad del pago de primas es menor a la duración del seguro, por lo que el valor de la reserva se deberá calcular dependiendo si existe o no el pago de prima:

Para $1 \leq t \leq 20$

$${}_tV_{30} = \frac{({}_{t-1}V_{30} + PNN)(1+0.055) - 1,500,000q_{30+t-1}}{p_{30+t-1}}$$

Para $20 < t \leq 35$

$${}_tV_{30} = \frac{({}_{t-1}V_{30})(1+0.055) - 1,500,000q_{30+t-1}}{p_{30+t-1}}$$

Realizamos el cálculo de la reserva matemática para cada uno de los años por medio de una macro llamada **ReservaMatematica_ I** . Los valores de la reserva para diferentes tiempos t se ven reflejados en la tabla de la hoja llamada $R.Matemtica$.

6. Reserva Mínima

El modelo de la reserva mínima fue desarrollado por August Zillmer y es una alternativa que, a comparación del método ATPC, no necesariamente la cantidad que se va a tomar prestada de la reserva en el primer año será la prima de ahorro (PAH_1), y aquella parte tomada como préstamo será devengada en el futuro con pagos de monto C cada periodo mientras exista pago de primas, hasta el punto en que la reserva mínima sea igual a la reserva matemática, en ese caso la deuda habrá sido amortizada. La bondad que tiene este método es que la cantidad que estaremos considerando meter en la reserva del primer año es $PAH_1 - PA_1$.

Los supuestos que tiene este modelo son:

- Es utilizado para seguros de vida o de sobrevivencia.
- Se va a considerar un esquema de gastos decrecientes para los recargos de adquisición o pago de comisiones.
- La prima es calculada utilizando el principio de equivalencia y pagada por m años.

El procedimiento actuarial se encuentra en la **Circular S-10.1.7.1** de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF).

6.1. Gasto Nivelado (β^N)

En el esquema de gastos que hemos considerado ocurre que los gastos de adquisición β son decrecientes, esto se hace con la finalidad de incentivar al broker a vender los productos de la aseguradora pero puede poner a la compañía aseguradora en una posición desfavorable en cuanto al valor de la reserva en los primeros años del contrato. Entonces lo que se plantea es calcular un gasto de adquisición nivelado β^N por todo el plazo en el que existe pago de primas.

Los gastos de adquisición decrecientes, que a partir de ahora denotaremos por β^{NT}, considerados en el ejercicio son los siguientes:

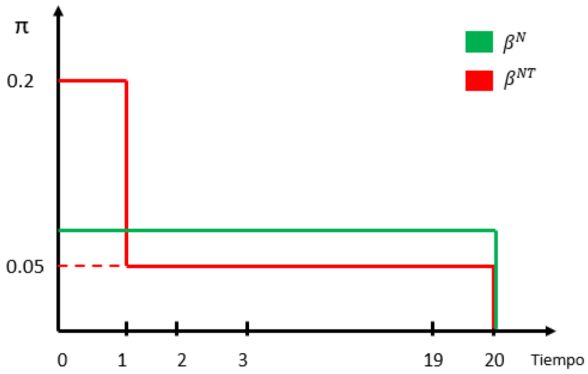
Año	1	2	3	$\cdots$	19	20
% π	20 %	5 %	5 %	$\cdots$	5 %	5 %

Para poder distribuir los gastos de adquisición de manera uniforme planteamos una ecuación de valor entre los gastos nivelados y los gastos decrecientes del contrato de seguros original, es decir:

$$\sum_{k=0}^{19} \beta^N \pi \ \mathrm{v}^k {}_k p_{30} = \sum_{k=0}^{19} \beta^{NT} \pi \ \mathrm{v}^k {}_k p_{30}$$

donde β^N hace referencia a los gastos de adquisición nivelados y β^{NT} representa los gastos de adquisición decrecientes del contrato de seguro.

La siguiente imagen ilustra el efecto que se busca conseguir con los gastos de adquisición nivelados β^{NT}



Despejando el porcentaje de gastos de adquisición nivelado β^N obtenemos:

$$\Longrightarrow \qquad \beta^N = \frac{\sum_{k=0}^{19} \beta^{NT} \ \mathrm{v}^k \ {}_kp_{30}}{\sum_{k=0}^{19} \mathrm{v}^k \ {}_kp_{30}}$$

Sustituyendo los valores de los gastos de adquisición decrecientes β^{NT} en la ecuación anterior llegamos a:

$$\beta^N = \frac{0.15 + \sum_{k=0}^{19} (0.05)(1.055)^{-k} \ {}_kp_{30}}{\sum_{k=0}^{19} (1.055)^{-k} {}_kp_{30}} = \frac{(0.15) + (0.05)\ddot{a}_{30:\overline{20}|}}{\ddot{a}_{30:\overline{20}|}}$$

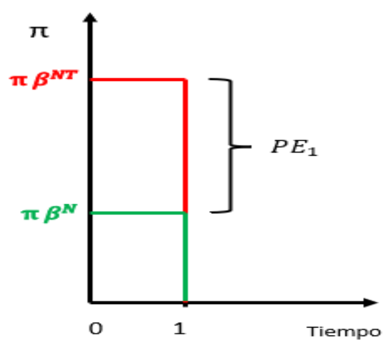
Se calculó dicho valor desde el programador, pues ya se tenía definida la función **Anualidad_Anticipada** únicamente se escribieron los argumentos adecuados, que son $(30, 1, 20)$. Finalmente se sustituyó dicho valor en la última igualdad y encontramos que el porcentaje de gastos nivelados es del $6.2153\,\%$.

6.2. Pérdida Esperada del año 1 (PE_1)

La pérdida esperada del primer año es la diferencia entre el gasto de adquisición que la compañía estima pagar en el primer año de vigencia al broker de seguros y el gasto de adquisición nivelado, es decir:

$$PE_1 = \beta^{NT}\pi - \beta^N\pi$$

En otras palabras, podemos decir que la pérdida esperada del primer año PE_1 es aquel exceso de pago que se estaría haciendo por haberle ofrecido al broker un esquema de gastos de adquisición decreciente.



Sustituyendo los valores correspondientes tenemos que:

$$PE_1 = [0.20 - 0.062153](15, 761.9017) = 2, 172.7353$$

6.3. Prima de Ahorro (PAH_1)

La Prima de Ahorro hace referencia a la cantidad máxima que la compañía de seguros podría tomar prestada de la reserva en el primer año, y se calcula como la diferencia entre la Prima Neta Nivelada (PNN) y el Costo de Siniestralidad del primer año (CS_1), esto es:

$$PAH_1 = PNN - CS_1$$

Donde el Costo de Siniestralidad CS_1 para el caso particular de seguros de muerte está definido como

$$CS_1 = SA(1+i)^{-1}q_{30}$$

Ahora, sustituyendo dichos valores con los datos proporcionados por el ejercicio y los obtenidos anteriormente, tenemos lo siguiente:

$$PAH_1 = 9,265.5911 - \left[\frac{1,500,000}{1.055}\right](0.0017444) = 6,785.3671$$

6.4. Pérdida Amortizable (PA_1)

Después de haber calculado la Pérdida Esperada del primer año y la Prima de Ahorro, procedemos a determinar la Pérdida Amortizable (PA_1) como la Pérdida Esperada, siempre y cuando no resulte superior a la Prima de Ahorro, es decir

$$PA_1 = min(PE_1, PAH_1)$$

Puesto que si la pérdida esperada PE_1 es mayor a la prima de ahorro PAH_1, la aseguradora tendría que reponer directamente la diferencia. En general, podemos decir que la Pérdida Amortizable PA_1 es la cantidad de dinero que vamos a tomar prestada de la reserva el primer año y a partir del siguiente se empezará a devengar.

Con los resultados anteriores se obtuvo que la Pérdida Amortizable PA_1 corresponde a la Pérdida Esperada PE_1, esto quiere decir que lo que se va a tomar prestado de la reserva en el primer año es $\$2,172.7353$

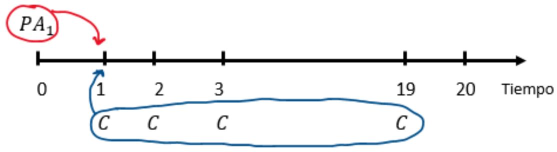
6.5. Amortización de la deuda

El balance de la deuda no es otra cosa más la cantidad de dinero que aún se debe. Al inicio del contrato se decidió tomar una cantidad de la reserva para designarla a los altos gastos de adquisición del primer año. Esta cantidad es un faltante en la reserva y esta deuda se tiene que ir amortizando durante el periodo de pago de primas.

Para calcularla, lo primero que debemos hacer es ubicarnos un año después del inicio del contrato para que en ese punto del tiempo se pueda comparar la Pérdida Amortizable (PA_1) con los pagos que se irán haciendo para amortizar la deuda. La amortización de la deuda se hace con pagos de monto C en cada periodo que existe pago de primas, esto es

$$PA_1 \ \frac{1}{{}_1E_{30}} = \sum_{k=0}^{18} C \ \mathrm{v}^k \ {}_kp_{31} = C \ \ddot{a}_{31:\overline{19}|}$$

El siguiente diagrama ilustra la ecuación anterior



Al despejar el valor de C obtenemos

$$C = \frac{PA_1}{\text{v } p_{30}} \left[\frac{1}{\ddot{a}_{31:\overline{19}|}} \right]$$

Así que, al sustituir por los valores previamente calculados tenemos que

$$C = \left[\frac{2,172.73}{(1.055)^{-1}(0.9982)} \right] \frac{1}{\ddot{a}_{31:\overline{19}|}}$$

Para realizar las cuentas en VBA, se calculó la anualidad utilizando **Anualidad_Temporal(31,1,19)** y una vez obtenido ese valor se procedió a calcular el valor de C, el cual resultó ser \$191.5499

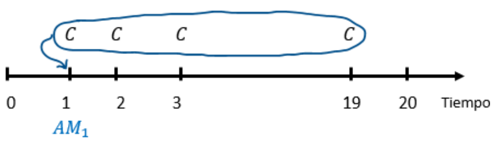
6.6. Anualidad de Amortización (AM_t)

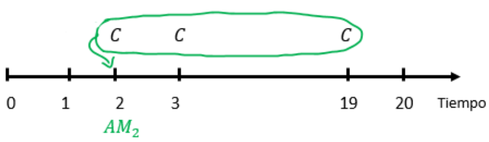
La Anualidad de Amortización implica un proceso por el cual la compañía repondrá de forma gradual el préstamo que tomó de la reserva en el primer año para poder ofrecer un esquema de gastos de adquisición decreciente al broker. Este proceso tiene como objeto que, mediante el pago de primas de forma periódica, se reponga el monto tomado de la reserva, al cual llamamos Pérdida Amortizable.

Debemos considerar que existen diversas formas en que se puede reponer a la reserva matemática de la Pérdida Amortizable, la variante sería la velocidad con que se hace dicha reposición aunque como tal no existe alguna forma que permita afirmar la existencia de un único proceso que sea el correcto o el más preciso de todos. En esta ocasión calcularemos dicha anualidad como:

$$AM_t = C\ \ddot{a}_{30+t:\overline{20-t}|} = (191.5499)\ \ddot{a}_{30+t:\overline{20-t}|}$$

La forma más fácil de entender la Anualidad de Amortización AM_t es pensarla como el balance de la deuda a tiempo t, y se podrá calcular siempre y cuando exista pago de primas puesto que en ese periodo de tiempo es cuando se trata de devengar la deuda.





Con los valores obtenidos en cada iteración se realizó una tabla ubicada en la hoja *R. Mínima*, exactamete en la columna J que lleva por nombre *Anualidad de Amortización*.

6.7. Reserva en el primer año $\left({}_{\frac{k}{365}}V_x^{min}\right)$

La reserva matemática mínima exacta en el primer año de vigencia de la póliza se va a calcular como la fracción del costo de siniestralidad no devengada más la diferencia entre la Prima de Ahorro y la Pérdida Amortizable, por lo que queda de la siguiente manera:

$$ {}_{\frac{k}{365}}V_{30}^{min} = \frac{SA \text{ v } q_{30} \left(\frac{365-k}{365}\right) + (PAH_1 - PA_1)(1+i)^{\frac{k}{365}}}{{}_{\frac{k}{365}}p_{30}} $$

donde k representa los días.

Se puede notar que conforme pasan los días, el porcentaje del costo de siniestralidad se va haciendo más pequeño, por lo que al final del año únicamente nos quedamos con el ahorro correspondiente al primer año. Para el ejercicio haremos uso del supuesto de distribución uniforme de muertes (DUM) por lo que la reserva queda expresada de la siguiente manera:

$$ {}_{\frac{k}{365}}V_{30}^{min} = \frac{SAVq_{30}\left(\frac{365-k}{365}\right) + (PAH_1 - PA_1)(1+i)^{\frac{k}{365}}}{1 - \left(\frac{k}{365}\right)q_{30}} $$

Lo único que varía en la ecuación anterior es el valor de k, ya que todas las demás constantes son valores que ya se encuentran en la hoja de cálculo llamada *R. Mínima*, así que para calcular la reserva para cierto día k del primer año se usó macros en VBA y el resulto aparece en la celda Q5.

Reserva año 1	
Día	Reserva
365	$ 4,874.83

Inserte el día para hacer el cálculo

6.8. Reserva al año t $({}_tV_x^{min})$

Es la cantidad de dinero que la compañía conserva después de restar a la reserva matemática lo correspondiente a la anualidad de amortización dependiendo del año t que estemos evaluando, pues para el año 20 en adelante ya no se considera dicha anualidad, en estos cálculos consideramos únicamente años póliza para el valor de t.

Para realizar el cálculo de la reserva mínima en años póliza haremos uso de la tabla de la hoja de $R.Minima$ en la cuál tenemos los valores de reserva matemática ${}_tV_x$ y anualidad de amortización AM_t y podremos calcular el valor de al reserva al año t de la siguiente forma:

Si $t < 20$

$$ {}_tV_{30}^{min} = {}_tV_{30} - AM_t $$

Si $20 \leq t$

$$ {}_tV_{30}^{min} = {}_tV_{30} $$

La idea que se persigue con la reserva mínima a tiempo t es que con cada pago de monto C que hace la aseguradora pueda lograr que el valor de la reserva mínima sea igual al valor de la reserva matemática después de 20 años, tiempo en que se termina el periodo de pago de primas y también se termina de dar los pagos de monto C, haciendo así que la anualidad de amortización AM_t sea igual a cero. Recordemos que la diferencia que existe entre la reserva mínima y la reserva matemática se debe a que la aseguradora tomó un préstamo de la reserva matemática en el primer año del contrato.

La siguiente imagen muestra la convergencia que se busca de la reserva mínima a la reserva matemática, esto se logra cuando el valor de la anualidad de amortización AM_t es cero.

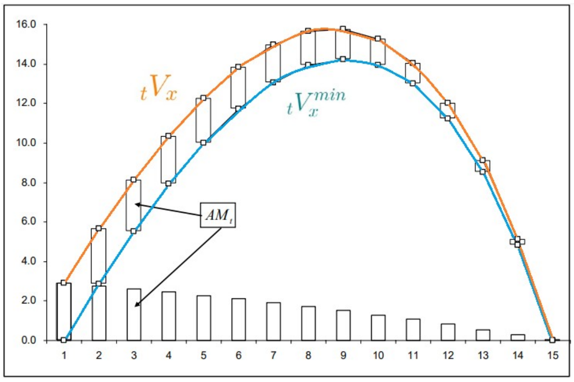


Figura 3: Imagen sacada de AMIS

6.9. Reserva exacta $\left({}_{t+\frac{k}{365}}V_x^{min}\right)$

Esta reserva es muy similar a la anterior en el sentido de que nos permite conocer el valor de la reserva mínima, pero la diferencia radica en que se puede determinar el valor de la reserva mínima para cualquier fracción de año, y no solo para años completos. Se obtiene utilizando el método de interpolación lineal.

A la hora de realizar el cálculo, es importante considerar si se continúan pagando primas o no, por lo cual vamos a definir a la reserva exacta de la siguiente manera:

Si $t \leq 20$

$$ {}_{t+\frac{k}{365}}V_{30}^{min} = \left({}_tV_{30}^{min} + PNN + C\right)\left[1 - \frac{k}{365}\right] \; + \; {}_{t+1}V_{30}^{min}\left[\frac{k}{365}\right] $$

Si $t > 20$

$$ {}_{t+\frac{k}{365}}V_{30}^{min} = {}_tV_{30}^{min}\left[1 - \frac{k}{365}\right] \; + \; {}_{t+1}V_{30}^{min}\left[\frac{k}{365}\right] $$

donde k representa los días, es decir, $0 < k < 365$. El valor de la reserva exacta se realizó mediante la programación de una macro en VBA y dicho valor aparece en la celda R17.

Reserva Exacta		
Día	Año	Reserva
365	17	$ 145,613.67

Inserte día y año para hacer el cálculo

6.10. Reserva media $\left({}_{t+1}V_x^{med}\right)$

La reserva media es calculada para conocer cuánto vale la reserva en promedio para algún año en el que es vigente el contrato del seguro. El pago de primas que se realiza por 20 años implica que se tenga que calcular la reserva media de dos forma distintas, esto es:

Para $t \leq 20$

$$ {}_{t+1}V_{30}^{med} = \frac{{}_tV_{30} + PNN + C + {}_{t+1}V_{30}}{2} $$

Para $t > 20$

$$ {}_{t+1}V_{30}^{med} = \frac{{}_tV_{30} + {}_{t+1}V_{30}}{2} $$

Cabe mencionar que todos los datos para calcular el valor de la reserva ya han sido previamente obtenidos, por lo cual solo es necesario indicar en la hoja *R. Mínima* el valor de t y una macro se encargará de determinar el valor de la reserva y dicho valor aparece en la celda Q11.

Reserva Media	
Año	Reserva
4	$ 28,648.93

Inserte el año para hacer el cálculo

7. Reserva de Gastos de Administración

Para los seguros cuyo periodo de pago de primas es menor al tiempo de cobertura del seguro se deberá generar una reserva de gastos de administración ya que los gastos de admninistración se tienen hasta finalizar el contrato del seguro y por lo tanto se deberán cubrir estos gastos cuando ya no se reciban pagos de prima y de ahí nace la necesidad de crear un ahorro para estos gastos futuros. La reserva de gastos de administración es independiente del esquema de estos gastos, es decir, ya sean nivelados o decrecientes. Para calcular esta reserva es necesario distribuir los recargos de administración que se obtendrán de forma temporal durante todo el periodo de cobertura del seguro.

El procedimiento actuarial se encuentra en la **Circular S-10.1.7** de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF).

7.1. Gasto Nivelado (α^N)

Para lograr distribuir los gastos de administración durante todo el periodo de cobertura calculamos el porcentaje de gastos de administración nivelado, α^N, cuya anualidad con temporalidad igual a la cobertura del seguro es equivalente a los recargos de administración recibidos con el pago de prima. Es decir:

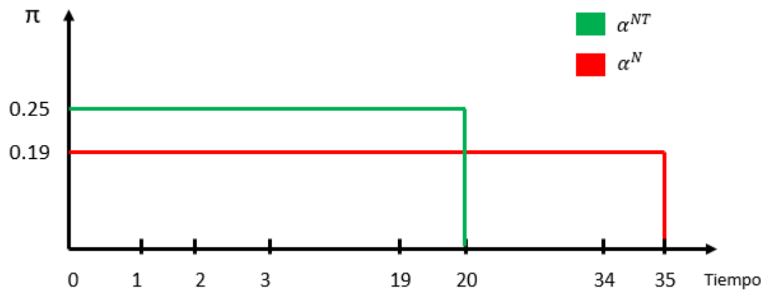
$$ \sum_{k=0}^{34} \alpha^N \ \pi \ \mathrm{v}^k \ {}_kp_{30} = \sum_{k=0}^{19} \alpha^{NT} \ \pi \ \mathrm{v}^k \ {}_kp_{30} $$

donde α^{NT} representa los gastos de administración del contrato del seguro del ejercicio que estamos considerando, es decir, del 25 %.

Despejando el valor de α^N obtenemos:

$$\alpha^N = \frac{\sum_{k=0}^{19} \alpha^{NT} \ \mathrm{v}^k \ {}_kp_{30}}{\sum_{k=0}^{34} \mathrm{v}^k \ {}_kp_{30}} = \frac{0.25 \ \ddot{a}_{30:\overline{20|}}}{\ddot{a}_{30:\overline{35|}}}$$

Para calcular dicho valor se hizo uso de la función llamada **Anualidad_Anticipada(Edad,R,Temporalidad)** que se ha explicado en secciones anteriores y únicamente resta introducir los argumentos correspondientes. Se obtuvo un valor de $\alpha^N = 19.9114\,\%$. El siguiente diagrama ilustra cuál es el efecto que se buscó crear con los gastos de administración



7.2. Reserva de Gastos de Administración $({}_tRG_{30})$

Para el cálculo de la reserva empezamos por definir ${}_0RG_{30} = 0$ y posteriormente calculamos las reservas por método iterativo considerando los dos casos; en el que existe pago de primas y en el que no. Así:

Para $t \leq 20$:

$${}_tRG_{30} = \frac{{}_{t-1}RG_{30} + \pi(\alpha^{NT} - \alpha^N)}{{}_1E_{30+t-1}}$$

Para $t > 20$:

$${}_tRG_{30} = \frac{{}_{t-1}RG_{30} - \pi \ \alpha^N}{{}_1E_{30+t-1}}$$

El valor de la reserva se calculó para todos los años en los que es vigente el contrato de seguro mediante una macro en VBA y el desglose de los valores de la reserva para diferentes tiempos t se muestran en la hoja llamada *R.Gastos*

7.3. Reserva exacta $\left({}_{t+\frac{k}{365}}RG_x\right)$

También es posible calcular la reserva exacta a un dia k por medio de una interpolación lineal parecido a como se hizo con la reserva mínima, donde $0 \leq k \leq 365$:

Para $t \leq 20$:

$${}_{t+\frac{k}{365}}RG_{30} = \left({}_tRG_{30} + \pi(\alpha^{NT} - \alpha^N) \right) \left[1 - \frac{k}{365}\right] + {}_{t+1}RG_{30}\left[\frac{k}{365}\right]$$

Para $t > 20$:

$${}_{t+\frac{k}{365}}RG_{30} = \left({}_tRG_{30} - \pi\ \alpha^N \right) \left[1 - \frac{k}{365}\right] + {}_{t+1}RG_{30}\left[\frac{k}{365}\right]$$

El valor de la reserva exacta se realizó mediante una macro en VBA y dicho valor se encuentra en la celda M11 de la hoja llamada *R.Gastos*

Reserva Exacta		
Día	Año	Reserva
365	14	$ 17,660.71

Inserte el día y año para hacer el cálculo

7.4. Reserva media al año t $\left({}_{t+1}RG_x^{med}\right)$

Al igual que para la reserva mínima, podemos conocer cuál es el valor promedio de la reserva media de los gastos de adminsitración al año $t+1$, la cual se calculará dependiendo si existe pago de primas o no. :

Para $t \leq 20$:

$${}_{t+1}RG_{30}^{med} = \frac{{}_tRG_{30} + \pi(\alpha^{NT} - \alpha^N) + {}_{t+1}RG_{30}}{2}$$

Para $t > 20$:

$${}_{t+1}RG_{30}^{med} = \frac{{}_tRG_{30} - \pi\ \alpha^N + {}_{t+1}RG_{30}}{2}$$

El valor de la reserva media se realizó mediante una macro en VBA y dicho valor se encuentra en la celda L5 de la hoja llamada *R.Gastos*

Reserva Media	
Año	Reserva
3	$ 2,618.47

Inserte el año para hacer el cálculo

8. Resultados

Los resultados generales que se obtuvieron con este ejercicio fueron:

$$PNU = \$114,364.42$$
$$PNN = \$9,265.5911$$
$$PT = \$15,761.9018$$

y los valores utilizados para los cálculos de las reservas fueron:

$$\beta^N = 6.2153\,\%$$
$$PE_1 = \$2172.7353$$
$$PAH_1 = \$6,785.3671$$
$$C = 191.5499$$
$$\alpha^N = 19.9114\,\%$$

9. Conclusión

Cuando una compañía aseguradora ofrece productos en los cuales la temporalidad del pago de primas es menor a la duración de dicho producto, además de considerar un esquema de gastos decrecientes, pueden presentarse situaciones que complican la realización del cálculo de la reserva como la poca exactitud o adaptabilidad del sistema ATP en el cálculo de la reserva modificada e incluso el hecho de no considerar la cobertura de los gastos administrativos que se siguen generando después del último pago de primas que realiza el asegurado. Para solventar adecuadamente estas situaciones podemos optar por el método de Zillmer o de reserva mínima, además de poder calcular una reserva enfocada exclusivamente en los gastos de administración independiente al esquema de dichos gastos.

Dentro del método de Zillmer es importante identificar que, dado su estructura en el primer año y que el primer pago de la anualidad de amortización se realiza al final del mismo, tendremos que la forma en la que se calcula la reserva exacta en alguno de los primeros 365 días será distinta a la forma que tenemos para los años posteriores. En la generación de ambas reservas resulta indispensable el adecuado manejo de la temporalidad a partir de la cual se termina el pago de primas, pues define el comportamiento de la reserva a partir de ese punto.

Finalmente cabe destacar la importancia y utilidad de conocer distintas equivalencias para plantear seguros, anualidades y primas, para poder resolver un ejercicio de forma eficiente considerando que en este caso estamos utilizando un código para obtener las soluciones.