Creatividad matemática: análisis, síntesis y horosis

Carlos Cardona

Profesor titular de la Escuela de Ciencias Humanas en la Universidad del Rosario. Estudió el pregrado de Licenciatura de Ciencias de la Educación en la Universidad Pedagógica Nacional, y el de Filosofía en la Universidad del Rosario. Culminó estudios de maestría también en la Universidad Pedagógica y de doctorado en Filosofía en la Universidad Nacional de Colombia. Sus investigaciones se han centrado en la relación entre la lógica, la matemática, y la física, con la filosofía.

carlos.cardona@urosario.edu.co

Los volúmenes *Filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas* (en adelante *Filosofía sintética*) y *Modelos en haces para el pensamiento matemático* (en adelante *Modelos en haces*) son la expresión más depurada de dos periodos en la contribución de Fernando Zalamea a la filosofía de las matemáticas. Cada volumen está motivado por un objetivo y conducido por un derrotero distinto. No obstante, los dos se complementan para ofrecer una novedosa y rica visión original de la creatividad matemática. Formularé por separado tanto el propósito como el derrotero de cada uno de los volúmenes y finalmente me detendré en la riqueza que supone la integración de los dos.

El libro *Filosofía sintética* pretende, por un lado, proponer un fuerte llamado de atención a la filosofía de las matemáticas de tradición analítica y, por otro, ofrecer el esbozo de una filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas. El llamado de atención se fundamenta en dos razones principales. En primer lugar, el hecho de desconocer los aspectos propios de la lógica del descubrimiento para favorecer los asuntos que tienen que ver con la lógica de la fundamentación ha llevado a tales pensadores a idealizar e imponer estructuras rígidas que ocultan la dinámica real de la creación matemática. Usualmente estas estructuras están atadas a la importancia cardinal que suele darse a la teoría de conjuntos y a la lógica clásica. En segundo lugar, la mayoría de los representantes de dicha tradición ha ignorado en sus propuestas los desarrollos más recientes de las *matemáticas contemporáneas* (desde 1950 hasta nuestros días). Para salvar la laguna mencionada, *Filosofía sintética* hace un barrido excepcional de los desarrollos más importantes de la actividad matemática en la segunda mitad del siglo XX. En este ejercicio, el autor procura emular lo que el filósofo francés Albert Lautman, también crítico de la tradición analítica, había hecho a propósito de la matemática moderna (desde 1820 —Galois— hasta 1950). Dicho barrido se lleva a cabo teniendo en mente tres orientaciones: primero, un enfoque que, inspirado en pasajes de la fenomenología husserliana, subraya la naturaleza *eidal* del ejercicio matemático, es decir, el movimiento de ascenso hacia ciertos *eidos*, formas globales, ampliamente estructurales; segundo, un enfoque dirigido a lo *quidital*, es decir el movimiento de descenso hacia lo local, lo particular. Este descenso hacia “lo que es” no es un descenso desprovisto del interés matemático por lo abstracto; por el contrario, dicho ejercicio activa la imaginación y la creatividad matemática y da origen a múltiples reajustes de lo *eidal*. Por último, se denomina *arqueal* a las exploraciones orientadas a establecer invariantes en el tránsito de lo global a lo local y viceversa.

Por su parte, *Modelos de haces* ofrece un ejercicio que pretende valerse de las categorías más finas de la matemática contemporánea para imponer una normatividad filosófica que nos permita ver la creatividad matemática desde una perspectiva novedosa. En otras palabras, se trata de pedir a la matemática (o las matemáticas) que construya(n) las categorías con las que ella(s) puede(n) revisar filosóficamente su propia creatividad y devenir. Entre estas nuevas herramientas conviene mencionar los haces y las fibras topológicas, los modelos de Kripke, los topos de Grothendieck y, finalmente, las superficies de Riemann. Los haces y las fibras permiten estudiar y visualizar el *aspecto fenomenológico de la creatividad matemática*, a saber, los tránsitos entre lo que *Filosofía sintética* denomina *eidal* y *quidital*. Los modelos de Kripke ofrecen la herramienta para estudiar los *fenómenos históricos de la creatividad matemática*, es decir, ayudan a desentrañar la dinámica de la creatividad matemática en diversos árboles de posibilidades desplegados temporalmente. Los topos de Grothendieck, por su parte, hacen posible ensamblar los pares de haces-fibras en su despliegue temporal para ascender a una forma de aprehensión de la totalidad matemática. Este movimiento es la puerta de entrada a los *aspectos metafísicos de la creatividad matemática*. Las superficies de Riemann aportan la herramienta para estudiar cómo los productos de la creatividad matemática se despliegan en diferentes rangos de asimilación cultural. Una revisión completa de todas las superficies de Riemann, así concebidas y construidas, da pie para tener una visión panorámica de la influencia de la creatividad matemática en un *espíritu de la época* (*Zeitgeist*) particular.

La increíble cantidad de trabajos matemáticos que se estudian en *Filosofía sintética* y *Modelos en haces* no corresponde a una muestra aleatoria y dispersa; muy al contrario, el autor selecciona aportes que gravitan en torno a una columna vertebral. Dicho espinazo está conformado por las obras de ciertos autores que Fernando Zalamea considera hitos en la construcción y consolidación de la *matemática real*, entendida esta como el engranaje que está presente en el conocimiento matemático que los pensadores encuentran en su trabajo diario efectivo y dejan plasmado en los productos que entregan a la comunidad. La matemática real se opone a la versión santificada e idealizada, desprovista de fricciones y lagunas, que promovió la tradición analítica durante la primera mitad del siglo XX. Las vértebras de dicho espinazo son reducidas en número: se trata de las obras seminales de Galois, Riemann, Poincaré, Cantor, Hilbert, Gödel y Grothendieck. Los demás autores se presentan como enclaves o satélites que gravitan en torno a uno o varios puntos ubicados en el eje vertebral.

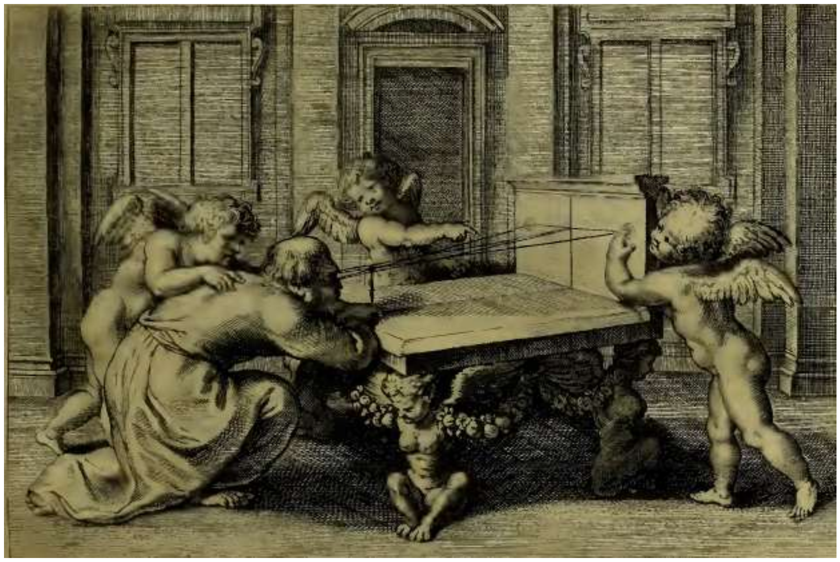
Son claras y, en cierto sentido, justas las razones para señalar que las aproximaciones de la tradición analítica han privilegiado el interés por asuntos filosóficos que devienen de consideraciones atentas a los aspectos puramente lógicos, que dichas aproximaciones han convertido los ejemplos asociados con consideraciones conjuntistas restringidas a lógicas de orden inferior en sus ejemplos preferidos y, con ello, han perdido de vista un arsenal poderoso de formas más complejas de la actividad matemática. Ahora bien, una clara reserva con respecto a los representantes de una tradición no puede convertirse, de suyo, en un argumento que desconozca o descalifique los aportes del concepto central que motivó la emergencia de dicha tradición. Me refiero al concepto de análisis inspirado en la tradición de la geometría clásica y en las pesquisas del filósofo y matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz. La rica oscilación pendular entre lo global y lo local, lo continuo y lo discreto, lo uno y lo múltiple demanda igualmente complementarse con un estudio de la dialéctica entre aspectos analíticos y aspectos sintéticos de la creatividad matemática. En ese orden de ideas, mucho podemos esperar de una aproximación *arqueal* que se beneficie del tránsito y la complementariedad entre lo analítico y lo sintético. Fernando Zalamea ha anunciado que allí se concentra su contribución para un nuevo volumen por venir. Gracias a una sugerencia de su discípulo Roberto Perry, Fernando Zalamea ha acuñado el término *horosis* para referirse a una mediación sistemática entre análisis y síntesis (*Modelos en haces*, nota 440, p. 212). El autor ha anunciado para el futuro próximo la creación de dicha *horosis* como un cálculo intermedio entre análisis y síntesis (*Modelos en haces*, nota 274, p. 122).

El neologismo *horosis* se vale de la raíz griega ὅϱος (*horos*) que significa *límite, borde, frontera*. En este orden de ideas, la *horosis*, en el sentido propuesto por Fernando Zalamea, refiere al estudio de los invariantes que se encuentran en la frontera que puede divisarse en el tránsito de doble vía entre el análisis y la síntesis. Para explicar la manera como entiendo la propuesta de este nuevo cálculo, pretendo apoyarme en los parecidos de familia con un concepto similar usado como herramienta en los estudios de la percepción visual. Después aclaro las vecindades que advierto entre los dos conceptos.

En los estudios acerca la percepción visual, en muchos casos, resulta de gran utilidad remitirse a ciertos lugares geométricos bautizados con el término *horópteros*. El vocablo *horóptero* fue acuñado en el siglo XVI por el científico jesuita Franciscus Aguilonius para referirse al lugar geométrico de todos los puntos que se observan de manera singular, a pesar de que se contemplan con dos ojos que consiguen que sus ejes converjan en un punto dado de antemano[1]. La idea es sencilla: cuando los dos ejes ópticos convergen en un punto dado, el ojo izquierdo consigue una copia instantánea del horizonte; el ojo derecho otra copia instantánea del mismo horizonte. Las dos copias difieren levemente, lo que tendría que conducir a una contemplación doble de los objetos. No obstante, además del punto de convergencia de los dos ejes, ciertos puntos del horizonte provocan una percepción de un único objeto que integra la imagen izquierda con la derecha. El lugar geométrico que reúne todos esos puntos configura el *horóptero* relativo al punto fijo en el que convergen los dos ejes. Es fácil notar que el punto de convergencia pertenece al horóptero en mención, mientras que los puntos que no se encuentren en el horóptero serán vistos de manera doble. La palabra *horóptero* articula las raíces griegas *ὅϱος*, límite, y *ὀπτήϱ*, que mira. Así entonces, el término alude a la contemplación singular del borde dual. Ptolomeo fue el primero en señalar la importancia de estudiar tales lugares y ofreció una solución parcial e inadecuada. El

1 F. Aguilonius. *Opticorum libri sex.* Amberes: ex. Officina Plantiniana, 1613, libro II.

siguiente hermoso grabado es una de las bellas viñetas que Aguilonius usaba para abrir los libros que componen su obra. El dibujo, que decora el comienzo del libro IV, puede interpretarse como una presentación de la parte del horóptero investigada por Ptolomeo.



Horóptero de Ptolomeo[2].

Los ejercicios preliminares de horosis adelantados por Fernando Zalamea siguen un protocolo como el que describo a continuación. Primero, como punto de convergencia se fija inicialmente la obra completa que se somete a estudio y se justifica la elección a partir del impacto de la obra ya reconocido en *Filosofía sintética* y *Modelos en haces*. En principio, se trata de los hitos mencionados como columna vertebral –la obra de Galois, por ejemplo–. Segundo, se ofrece al detalle la perspectiva sintética del horizonte; es decir, la manera como los aportes de Galois, a manera de ejemplo, se incorporan o se leen en el marco de las estructuras contemporáneas de la matemática. Se trata de presentar la lógica de la justificación a la luz de la normatividad que hizo posible que los trabajos de Galois se leyeran bajo la óptica de la comunidad que heredó sus trabajos y supo acomodarlos en una nueva visión. Tercero, se ofrece al detalle la perspectiva analítica del horizonte. Se dirige la atención sobre los papeles originales del autor –*v. gr.* Galois– para desentrañar las claves seminales de la creación matemática. Se busca entonces presentar la lógica del descubrimiento resaltando las obstrucciones y los continuos movimientos *eidal* y *quidital*. Cuarto, se advierte que muchos aspectos de la perspectiva sintética difieren con respecto a los que ofrece la perspectiva analítica, debido a que nada obliga que el autor –*v. gr.* Galois– tuviera en mente todos los detalles que la comunidad muchas décadas después decanta y reformula como contribución profunda. Dadas las diferencias, se procede a identificar las zonas en la frontera (ὅϱος) que pueden percibirse de manera similar tanto por el enfoque sintético como por el analítico. Se trata, entonces, de aprehender el lugar geométrico que reúne todos esos puntos que se dejan contemplar de manera singular, a pesar del acercamiento dual en el borde. Describir un horóptero de la creatividad matemática (el resultado final que surge de la horósis) es ofrecer una visión integrada de aquellos aspectos que se dejan contemplar de manera similar tanto desde la perspectiva sintética como de la perspectiva analítica cuando en forma conjunta se fija la atención en un punto común —la obra de un autor capital—. Quinto, se puede examinar, a manera de obstrucciones, los puntos de las vecindades del horóptero para ubicarlos en modelos de Kripe que permitan seguir diversas posibilidades, algunas de ellas truncadas en el horizonte histórico. Sexto, también se puede divisar las superficies de Riemann que son atravesadas por el horóptero de la creatividad matemática para estudiar la expansión de las ideas en el entorno más amplio de la cultura. Este ejercicio, llevado a profundidad, conduce a una visión más robusta de la creatividad matemática, visión desde la cual es posible enfrentar interrogantes históricos, filosóficos y metodológicos. Quedamos, pues, a la espera de ese tercer volumen.

Bibliografía

AGUILONIUS, **Franciscus.**
Opticorum libri sex. Amberes: ex. Officina Plantiniana, 1613, libro ii.

HELD, **Julius S.**
"Rubens and Aguilonius: New Points of Contact". En: *The Art Bulletin*. Vol. 61, n.º 2 (1979). [257]