

Séptima ayudantía

Lenguajes regulares

Teresa Becerril Torres
terebece1508@ciencias.unam.mx

23 de febrero de 2023

Lenguajes Regulares

Un lenguaje regular L es la denotación de una expresión regular R . Esto es $L = [[R]]$. Cuando conocemos la expresión regular lo denotamos como $L(R)$.

- i. $[[\emptyset]]$ es un lenguaje regular.
- ii. $[[\varepsilon]]$ es un lenguaje regular.
- iii. $[[a]]$ es un lenguaje regular, $\forall a \in \Sigma$.
- iv. Sean R_1 y R_2 regex de los lenguajes L_1 y L_2 respectivamente, entonces:
 - a) $L_1 \cup L_2 = [[R_1]] \cup [[R_2]] = [[R_1 + R_2]]$ es un lenguaje regular.
 - b) $L_1 \cdot L_2 = [[R_1]] \cdot [[R_2]] = [[R_1 \cdot R_2]]$ es un lenguaje regular.
 - c) $L_1^* = [[R_1^*]] = [[R_1]]^*$ es un lenguaje regular.

Gramáticas Regulares

Una gramática $G = (\Sigma, \Delta, S, R)$ es **regular** si cada regla de producción es de la forma $X \rightarrow aY$ ó $X \rightarrow \varepsilon$, donde $X, Y \in \Delta$ y $a \in \Sigma$.

- Σ es un alfabeto de símbolos terminales.
- Δ es un alfabeto de símbolos no terminales.
- S es el símbolo inicial, $S \in \Delta$.
- R son las reglas de producción.

Ejercicio 5

Demostrar que los lenguajes regulares son cerrados bajo la unión.
Esto es $L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_n$ es regular.

Base:

$\exists r_1, r_2$ regex tal que:

$$L_1 \cup L_2 = [[r_1]] \cup [[r_2]] = [[r_1 + r_2]]$$

Por definición tenemos que $r_1 + r_2$ es una regex y $[[r_1 + r_2]]$ es un lenguaje regular, por lo tanto $L_1 \cup L_2$ es regular.

Hipótesis de Inducción:

Supongamos que $L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_n$ es regular y $\exists r$ regex tal que $L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_n = [[r]]$.

Ejercicio 5

Paso inductivo:

Por demostrar que $L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_n \cup L_{n+1}$ es regular.

$\exists r'$ regex tal que $L_{n+1} = [[r']]$ entonces:

$$\begin{aligned} L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_n \cup L_{n+1} &= (L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_n) \cup L_{n+1} \\ &= [[r]] \cup [[r']] \quad (\text{Hip. Int.}) \\ &= [[r + r']] \end{aligned}$$

Por definición tenemos que $r + r'$ es una regex y $[[r + r']]$ es un lenguaje regular, por lo tanto $L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_n \cup L_{n+1}$ es regular.

Por lo tanto los lenguajes regulares son cerrados bajo la unión.