

Tercera ayudantía

Lenguajes y gramáticas

Teresa Becerril Torres
terebece1508@ciencias.unam.mx

9 de febrero de 2023

Lenguajes

Un *lenguaje* es un conjunto sobre un alfabeto Σ , es decir, $L \subseteq \Sigma$.

Ejemplo 1:

Sea $\Sigma = \{0, 1\}$ y $L = \{ww^R \mid w = a_1a_2\dots a_k, a_i \in \Sigma, k > 0\}$. L es el conjunto de palíndromos formados con ceros y unos. Algunos palíndromos de este lenguaje son:

- $w_1 = 0110$
- $w_2 = 11000011$
- $w_3 = 101101$
- $w_4 = 10101100110101$
- $w_5 = 001110011100$

Operaciones sobre lenguajes

Ejemplo 2:

Sea $\Sigma = \{b, e, g, p\}$, $L_1 = \{b, e, p, bp, pgb\}$ y $L_2 = \{g, e, p, gp, pbe\}$.

- Unión:

$$L_1 \cup L_2 = \{b, e, g, p, bp, gp, pgb, pbe\}$$

- Intersección:

$$L_1 \cap L_2 = \{e, p\}$$

Operaciones sobre lenguajes

- Concatenación:

$$L_1 \cdot L_2 = \{bg, be, bp, bgp, bpbe, eg, ee, ep, egp, epbe, pg, pe, pp, pgp, ppbe, bpg, bpe, bpp, bpgp, bppbe, pgbg, pgbe, pgbp, pgbgp, pgbpbe\}$$

- Reverso:

$$L_1^R = \{b, e, p, pb, bgp\}$$

$$L_2^R = \{g, e, p, pg, ebp\}$$

Operaciones sobre lenguajes

Ejemplo 3:

Sea $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $L_1 = \{ad, bc\}$ y $L_2 = \{cd, ba\}$.

- Potencia (Base):

$$L_1^0 = \{\epsilon\}$$

$$L_2^0 = \{\epsilon\}$$

- Potencia:

$$L_1^3 = \{adadad, adadbc, adbcad, adbcbc, \\ bcadad, bcadbc, bcbcad, bcbbcb\}$$

$$L_2^3 = \{cdcdcd, cdcdba, cdbacd, cdbaba, \\ bacdcd, bacdba, babacd, bababa\}$$

Cardinalidad de la concatenación

La cardinalidad de la concatenación de dos lenguajes es menor o igual que el producto de las cardinalidades de cada uno de ellos. Se denota la cardinalidad del lenguaje L como $|L|$.

Ejemplo 4:

Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$, $L_1 = \{a, ab\}$ y $L_2 = \{c, bc\}$.

$$L_1 \cdot L_2 = \{ac, abc, abbc\}$$

La cardinalidad de los lenguajes es:

$$|L_1| = 2 \qquad |L_2| = 2 \qquad |L_1 \cdot L_2| = 3 < 4 = |L_1| \times |L_2|$$

Expresiones regulares

Sea Σ un alfabeto finito. Las *expresión regular* (ER) sobre Σ se definen de la siguiente manera:

- I. \emptyset es una ER .
- II. a es una ER , $\forall a \in \Sigma$.
- III. ϵ es una ER .
- IV. Si R y S son ER , entonces:
 - a) $(R \cdot S)$ es una ER . (Concatenación)
 - b) $(R + S)$ es una ER . (Unión)
 - c) (R^*) es una ER . (Lenguaje)
- V. Sólo las expresiones formadas con estas reglas son expresiones regulares.

Expresiones regulares

Ejemplo 5:

Sea $\Sigma = \{0, 1\}$, el lenguaje $L = (\{00\} \cup \{01\})$ expresa el conjunto de cadenas que resultan de concatenar 00 y 01 un número arbitrario de veces:

$$L = \{\epsilon, 00, 01, 0000, 0001, 0100, 0101, \dots\}$$

La expresión regular para este lenguaje es:

$$L = (0(0 + 1))^*$$

Ejercicio 1

Encuentre expresiones regulares para cada uno de los siguientes lenguajes. Debe considerar que $\Sigma = \{0, 1\}$.

- $L = \{001, 011, 101, 111\}$

$$(0 + 1)(0 + 1)1$$

- $L = \{w \mid w \text{ comienza con un } 1 \text{ y termina con un } 0\}$

$$1(0 + 1)^*0$$

- $L = \{w \mid w \text{ tiene una longitud } \geq 3 \text{ y su tercer símbolo es un } 0\}$

$$(0 + 1)(0 + 1)0(0 + 1)^*$$

Ejercicio 1

- $L = \{w \mid w \text{ comienza con } 0 \text{ y tiene una longitud impar} \}$

$$0((0+1)(0+1))^*$$

- $L = \{w \mid w \text{ comienza con } 1 \text{ y no tiene dos ceros consecutivos}\}$

$$1((01)^* + (1+10)^*)$$

- $L = \{w \mid w \text{ termina en } 011\}$

$$(0+1)^*011$$