

Cuarta ayudantía

Lenguajes y gramáticas

Teresa Becerril Torres
terebece1508@ciencias.unam.mx

14 de febrero de 2023

Ejercicio 2

Describir los lenguajes denotados por las siguientes expresiones regulares:

- $(0 + 1)1(0 + 1)^*$
- $1(0 + 1)(00 + 01 + 10 + 11)^*$
- $(0 + 1)^*00(0 + 1)^*$

Ejercicio 2

Describir los lenguajes denotados por las siguientes expresiones regulares:

- $(0 + 1)1(0 + 1)^*$

$L = \{w \mid w \text{ tiene una longitud } \geq 2 \text{ y su segundo símbolo es un } 1\}$

- $1(0 + 1)(00 + 01 + 10 + 11)^*$

- $(0 + 1)^*00(0 + 1)^*$

Ejercicio 2

Describir los lenguajes denotados por las siguientes expresiones regulares:

- $(0 + 1)1(0 + 1)^*$

$L = \{w \mid w \text{ tiene una longitud } \geq 2 \text{ y su segundo símbolo es un } 1\}$

- $1(0 + 1)(00 + 01 + 10 + 11)^*$

$L = \{w \mid w \text{ comienza con } 1 \text{ y tiene una longitud par}\}$

- $(0 + 1)^*00(0 + 1)^*$

Ejercicio 2

Describir los lenguajes denotados por las siguientes expresiones regulares:

- $(0 + 1)1(0 + 1)^*$

$$L = \{w \mid w \text{ tiene una longitud } \geq 2 \text{ y su segundo símbolo es un } 1\}$$

- $1(0 + 1)(00 + 01 + 10 + 11)^*$

$$L = \{w \mid w \text{ comienza con } 1 \text{ y tiene una longitud par}\}$$

- $(0 + 1)^*00(0 + 1)^*$

$$L = \{w \mid w \text{ tiene al menos dos ceros consecutivos}\}$$

Gramáticas

Una gramática es una 4-tupla $G = (\Sigma, \Delta, S, R)$ donde:

- Σ es un alfabeto terminal.
- Δ es un alfabeto no terminal.
- S es el símbolo inicial, $S \in \Delta$.
- R son las reglas de producción.

Gramáticas

Ejemplo 6:

Definamos una gramática $G = (\Sigma, \Delta, S, R)$, donde $\Sigma = \{a, b\}$, $\Delta = \{S\}$, S es el símbolo inicial y las reglas R están dadas por:

$$S \rightarrow aSba \mid bSab$$

$$S \rightarrow \epsilon \mid a \mid b$$

La cadena $aabbabba$ es derivada de la gramática como:

$$S \Rightarrow_G aSba \Rightarrow_G abSabba \Rightarrow_G aabbabba$$

Por lo tanto $S \Rightarrow_G^* aabbabba$, concluimos que $G \models aabbabba$

Ejercicio 3

Definamos una gramática $G = (\Sigma, \Delta, S, R)$, donde $\Sigma = \{c, f\}$, $\Delta = \{S, C, F, I\}$, S es el símbolo inicial y las reglas R están dadas por:

$$S \rightarrow C \mid F$$

$$C \rightarrow IcI \mid IcC$$

$$F \rightarrow IfI \mid IfF$$

$$I \rightarrow \epsilon \mid cIf \mid fI$$

Obtener la derivación de la cadena $cf f c f f$:

Ejercicio 3

Definamos una gramática $G = (\Sigma, \Delta, S, R)$, donde $\Sigma = \{c, f\}$, $\Delta = \{S, C, F, I\}$, S es el símbolo inicial y las reglas R están dadas por:

$$S \rightarrow C \mid F$$

$$C \rightarrow IcI \mid IcC$$

$$F \rightarrow IfI \mid IfF$$

$$I \rightarrow \epsilon \mid cIf \mid fI$$

Obtener la derivación de la cadena $cf f c f f$:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_G C \Rightarrow_G IcI \Rightarrow_G cIfcI \Rightarrow_G cfIfcI \Rightarrow_G cf\epsilon fcI \\ &\Rightarrow_G cf f cI \Rightarrow_G cf f c f I \Rightarrow_G cf f c f f I \Rightarrow_G cf f c f f \epsilon \Rightarrow_G cf f c f f \end{aligned}$$

Ejercicio 4

Definamos una gramática $G = (\Sigma, \Delta, S, R)$, donde $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $\Delta = \{S, A, C\}$, S es el símbolo inicial y las reglas R están dadas por:

$$S \rightarrow AC$$

$$A \rightarrow aAb \mid ab$$

$$C \rightarrow cCd \mid cd$$

Obtener la derivación de la cadena $aabbcccd$:

Ejercicio 4

Definamos una gramática $G = (\Sigma, \Delta, S, R)$, donde $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $\Delta = \{S, A, C\}$, S es el símbolo inicial y las reglas R están dadas por:

$$S \rightarrow AC$$

$$A \rightarrow aAb \mid ab$$

$$C \rightarrow cCd \mid cd$$

Obtener la derivación de la cadena $aabbccddd$:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_G AC \Rightarrow_G aAbC \Rightarrow_G aabbC \\ &\Rightarrow_G aabbCcd \Rightarrow_G aabbccCdd \Rightarrow_G aabbccddd \end{aligned}$$

Ejercicio 5

Escribir una gramática para el siguiente lenguaje

$$L = (0 + 1)^*00(0 + 1)^*$$

Ejercicio 5

Escribir una gramática para el siguiente lenguaje

$$L = (0 + 1)^*00(0 + 1)^*$$

Definamos una gramática $G = (\Sigma, \Delta, S, R)$, donde $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Delta = \{S, N\}$, S es el símbolo inicial y las reglas R están dadas por:

$$S \rightarrow N00N$$

$$N \rightarrow \epsilon \mid 1N \mid 0N$$

Árboles de derivación

Un árbol de derivación es un árbol $T = (V, E)$ que representa la derivación de una cadena a partir de una gramática, tal que:

- I. Toda $n \in V$ está asociado a un símbolo en $\Sigma \cup \Delta \cup \{\epsilon\}$.
- II. La raíz del árbol está asociado al símbolo inicial S .
- III. Si $X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_n$ es una producción en R , entonces el nodo asociado a X tiene como hijos a $Y_1 Y_2 \dots Y_n$.
- IV. Los símbolos terminales en Σ , o ϵ , son hojas del árbol.

Ejercicio 6

Utilizando la gramática del ejercicio 3 obtener el árbol de derivación de la cadena $fcff$:

$$\begin{array}{c} S \\ | \\ F \end{array}$$

Figura: $S \Rightarrow F$

Ejercicio 6

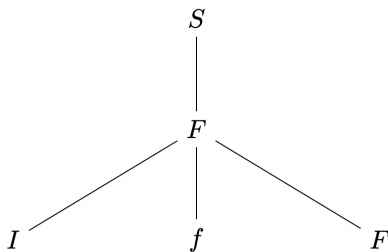


Figura: $F \Rightarrow IfF$

Ejercicio 6

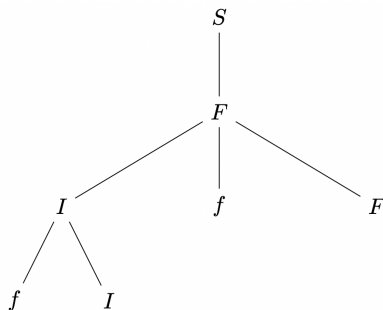


Figura: $I \leftrightarrow F \Rightarrow f I f F$

Ejercicio 6

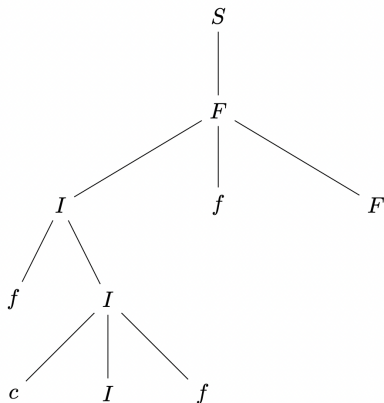


Figura: $fIffF \implies fcIffF$

Ejercicio 6

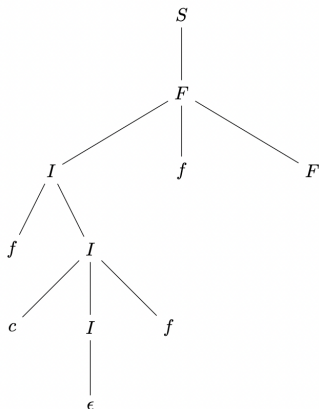


Figura: $fcIffF \Rightarrow fc\epsilon f f F$

Ejercicio 6

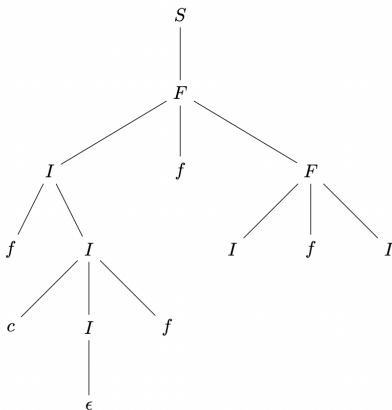


Figura: $fcffF \Rightarrow fcffIfI$

Ejercicio 6

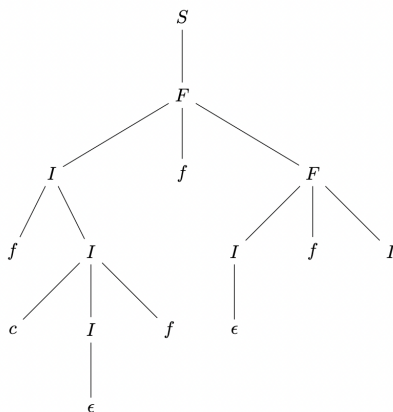


Figura: $fcffIfI \Rightarrow fcff\epsilon fI$

Ejercicio 6

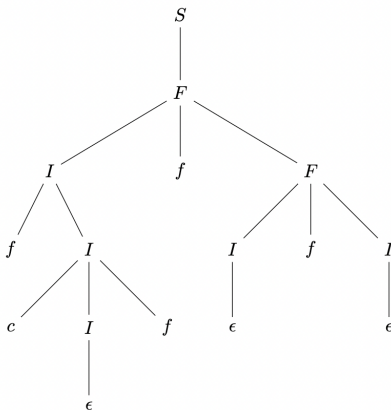


Figura: $f c f f f I \Rightarrow f c f f f \epsilon$

Ejercicio 7

Utilizando la gramática del ejercicio 4 obtener el árbol de derivación de la cadena *abccdd*:

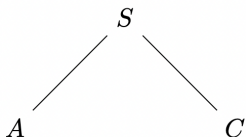


Figura: $S \Rightarrow AC$

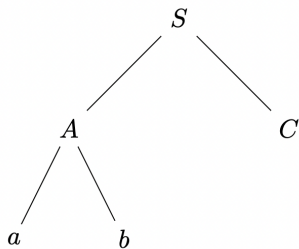


Figura: $AC \Rightarrow abC$

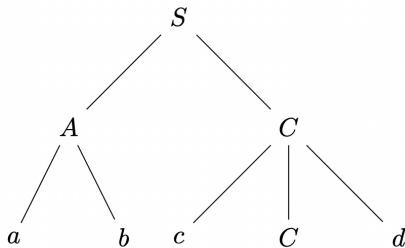


Figura: $abC \Rightarrow abcCd$

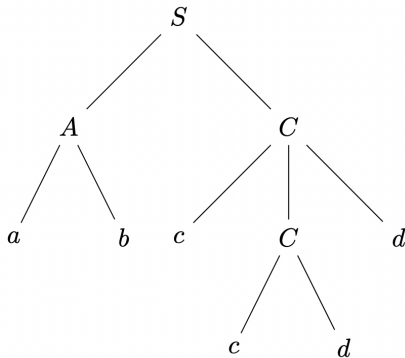


Figura: $abcCd \Rightarrow abccdd$

Referencias

- Viso Gurovich, E. (2015). Introducción a Autómatas y Lenguajes Formales. Facultad de Ciencias, UNAM.