

Décima ayudantía

Lenguajes libres de contexto

Teresa Becerril Torres
terebece1508@ciencias.unam.mx

11 de abril de 2023

Gramática libre de contexto

Una gramática libre de contexto (CFG) es una gramática $G = (\Sigma, \Delta, S, R)$ tal que:

- $\Sigma = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ es un conjunto finito de símbolos terminales.
- $\Delta = \{X_1, X_2, \dots, X_k\}$ es un conjunto finito de símbolos no-terminales.
- $S \in \Delta$ es el símbolo inicial.
- $R \subseteq \Delta \times (\Delta \cup \Sigma)^*$ son las producciones de la gramática, de la forma:

$$X \rightarrow \gamma$$

Donde $X \in \delta$ y $\gamma \in (\Delta \cup \Sigma)^*$

Ejemplo 1

Definamos una gramática $G = (\Sigma, \Delta, S, R)$, donde $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\Delta = \{E, I\}$, E es el símbolo inicial y las reglas R están dadas por:

$$E \rightarrow I \mid aEa \mid bEb$$

$$I \rightarrow c$$

Ejemplo 1

Mostrar que abacaba es parte del lenguaje:

	Cadena	Var	Regla	De
(i)	c	I	$I \rightarrow c$	-
(ii)	c	E	$E \rightarrow I$	(i)
(iii)	aca	E	$E \rightarrow aEa$	(ii)
(iv)	aca	E	$E \rightarrow aEa$	(iii)
(v)	bacab	E	$E \rightarrow bEb$	(iv)
(vi)	abacaba	E	$E \rightarrow aEa$	(v)

Derivación por la izquierda:

$$E \Rightarrow_{lm} aEa \Rightarrow_{lm} abEba \Rightarrow_{lm} abaEaba \Rightarrow_{lm} abalaba \Rightarrow_{lm} abacaba$$

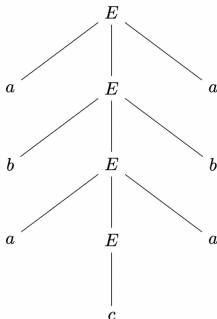
Ejemplo 1

Lenguaje de la gramática

El lenguaje producido por la gramática es:

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid w = xcx^R \text{ con } x \in \text{Sigma}^*\}$$

Árbol sintáctico:



Ejemplo 2

Definamos una gramática $G = (\Sigma, \Delta, S, R)$, donde $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Delta = \{S, U, V, T\}$, S es el símbolo inicial y las reglas R están dadas por:

$$S \rightarrow U \mid V$$

$$U \rightarrow T0U \mid T0T$$

$$V \rightarrow T1V \mid T1T$$

$$T \rightarrow 0T1T \mid 1T0T \mid \varepsilon$$

Ejemplo 2

Mostrar que 0110100 es parte del lenguaje:

	Cadena	Var	Regla	De
(i)	ε	T	$T \rightarrow \varepsilon$	-
(ii)	10	T	$T \rightarrow 1T0T$	(i), (i)
(iii)	1010	T	$T \rightarrow 1T0T$	(i), (ii)
(iv)	011010	T	$T \rightarrow 0T1T$	(i), (iii)
(v)	0110100	U	$U \rightarrow T0T$	(iv), (i)
(vi)	0110100	S	$S \rightarrow U$	(v)

Ejemplo 2

Derivación por la izquierda:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_{lm} U \Rightarrow_{lm} T0T \Rightarrow_{lm} 0T1T0T \Rightarrow_{lm} 0\varepsilon1T0T \Rightarrow_{lm} 01T0T \\ &\Rightarrow_{lm} 011T0T0T \Rightarrow_{lm} 011\varepsilon0T0T \Rightarrow_{lm} 0110T0T \\ &\Rightarrow_{lm} 01101T0T0T \Rightarrow_{lm} 01101\varepsilon0T0T \Rightarrow_{lm} 011010T0T \\ &\Rightarrow_{lm} 011010\varepsilon0T \Rightarrow_{lm} 0110100T \Rightarrow_{lm} 0110100\varepsilon \Rightarrow_{lm} 0110100 \end{aligned}$$

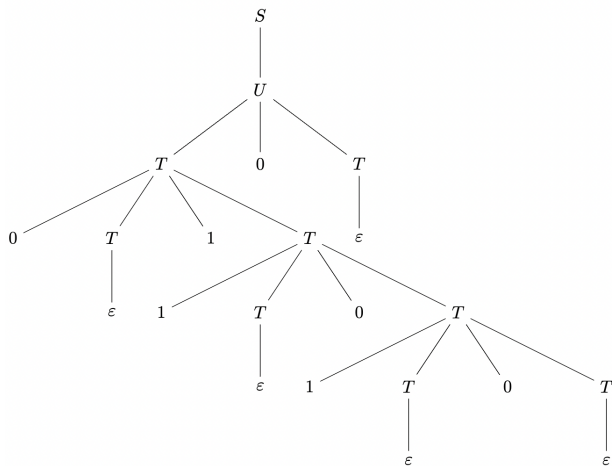
Lenguaje de la gramática

El lenguaje producido por la gramática es:

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid w = (a + b)^*\}$$

Ejemplo 2

Árbol sintáctico:



Ejemplo 3

Definamos una gramática $G = (\Sigma, \Delta, S, R)$, donde $\Sigma = \{a, b\}$, $\Delta = \{S, Y\}$, S es el símbolo inicial y las reglas R están dadas por:

$$S \rightarrow bSa \mid aY \mid Yb$$

$$Y \rightarrow bY \mid aY \mid \varepsilon$$

Ejemplo 3

Mostrar que bbbaa es parte del lenguaje:

	Cadena	Var	Regla	De
(i)	ε	Y	$Y \rightarrow \varepsilon$	-
(ii)	b	Y	$S \rightarrow Yb$	(i)
(iii)	bba	S	$S \rightarrow bSa$	(ii)
(iv)	bbbaaa	S	$S \rightarrow bSa$	(iii)

Derivación por la izquierda:

$$S \Rightarrow_{lm} bSa \Rightarrow_{lm} bbSaa \Rightarrow_{lm} bbYbaa \Rightarrow_{lm} bb\varepsilon baa \Rightarrow_{lm} bbbaa$$

Ejemplo 3

Lenguaje de la gramática

El lenguaje producido por la gramática es:

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid w = b^n x a^n \text{ con } x \in \text{Sigma}^+\}$$

Árbol sintáctico:

