Mediciones cuánticas libres de interacciones

Héctor Miguel Mejía Díaz

- Breve resumen del trabajo de Avshalom C. Elitzur y Lev Vaidman
https://link.springer.com/article/10.1007/BF00736012

- ¿Es posible obtener conocimiento sobre la existencia de un objeto en un determinado lugar, usando mediciones libres de interacciones, sin tener información previa sobre el objeto?

Dispositivo experimental

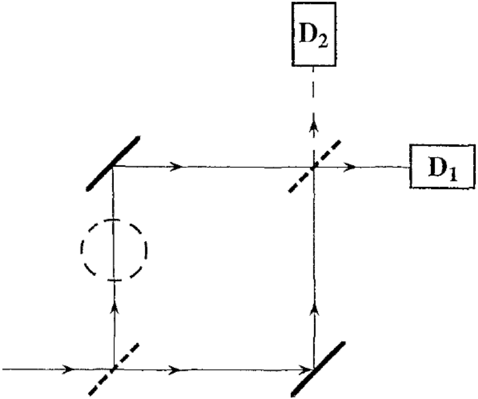


Fig. 1. Mach–Zehnder type particle interferometer. Detector D_2 clicks only if one of the arms of the interferometer is blocked by an object.

Condiciones experimentales

- Una partícula incide en el divisor de haz. El coeficiente de transmisión es $1/2$.
- Los haces transmitido y reflejado son a su vez reflejados tal que se juntan nuevamente en otro divisor de haz.
- Dos detectores, D_1 y D_2 colectan los haces finales.
- Es posible hacer un arreglo experimental tal que D_2 sólo detecte un haz si hay algo bloqueando la salida del divisor original.

Descripción matemática

- Los estados $|d\rangle$ y $|a\rangle$ designan a un fotón moviéndose a la derecha y hacia arriba, respectivamente.

Descripción matemática

- Los estados $|d\rangle$ y $|a\rangle$ designan a un fotón moviéndose a la derecha y hacia arriba, respectivamente.
- Cada reflexión cambia la fase del fotón en $\pi/2$.

Descripción matemática

- Los estados $|d\rangle$ y $|a\rangle$ designan a un fotón moviéndose a la derecha y hacia arriba, respectivamente.
- Cada reflexión cambia la fase del fotón en $\pi/2$.
- La operación de los divisores queda definida como

$$|d\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|d\rangle + i|a\rangle\big)$$
$$|a\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|a\rangle + i|d\rangle\big)$$

Descripción matemática

- Los estados $|d\rangle$ y $|a\rangle$ designan a un fotón moviéndose a la derecha y hacia arriba, respectivamente.
- Cada reflexión cambia la fase del fotón en $\pi/2$.
- La operación de los divisores queda definida como

$$|d\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|d\rangle + i|a\rangle\big)$$
$$|a\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|a\rangle + i|d\rangle\big)$$

- La operación de los espejos es

$$|d\rangle \longrightarrow i|a\rangle$$
$$|a\rangle \longrightarrow i|d\rangle$$

En ausencia de un bomba

$$|d\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|d\rangle + i|a\rangle\big) \quad \text{Divisor}$$

En ausencia de un bomba

$$|d\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|d\rangle + i|a\rangle\big) \quad \text{Divisor}$$

$$\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(i|a\rangle - |d\rangle\big) \quad \text{Espejos}$$

En ausencia de un bomba

$$|d\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|d\rangle + i|a\rangle\big) \quad \text{Divisor}$$

$$\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(i|a\rangle - |d\rangle\big) \quad \text{Espejos}$$

$$\longrightarrow \frac{1}{2}\big(i|a\rangle - |d\rangle\big) - \frac{1}{2}\big(|d\rangle + i|a\rangle\big) \quad \text{Divisor}$$

En ausencia de un bomba

$$|d\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|d\rangle + i|a\rangle\big) \quad \text{Divisor}$$

$$\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(i|a\rangle - |d\rangle\big) \quad \text{Espejos}$$

$$\longrightarrow \frac{1}{2}\big(i|a\rangle - |d\rangle\big) - \frac{1}{2}\big(|d\rangle + i|a\rangle\big) \quad \text{Divisor}$$

$$\longrightarrow -|d\rangle \quad \text{Es detectado por } D_1$$

En presencia de la bomba

$$|d\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|d\rangle + i|a\rangle\big) \quad \text{Divisor}$$

En presencia de la bomba

$$|d\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|d\rangle + i|a\rangle\big) \quad \text{Divisor}$$

$$\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(i|a\rangle + i|dispersado\rangle\big) \quad \text{Espejo}$$

En presencia de la bomba

$$
\begin{aligned}
|d\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|d\rangle + i|a\rangle\big) \quad \text{Divisor} \\
&\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(i|a\rangle + i|dispersado\rangle\big) \quad \text{Espejo} \\
&\longrightarrow \frac{1}{2}\big(i|a\rangle - |d\rangle\big) + \frac{i}{\sqrt{2}}|dispersado\rangle \quad \text{Divisor}
\end{aligned}
$$

En presencia de la bomba

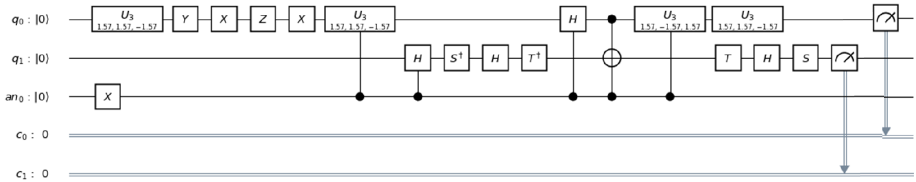
$$
\begin{aligned}
|d\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|d\rangle + i|a\rangle\big) \quad \text{Divisor} \\
&\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\big(i|a\rangle + i|dispersado\rangle\big) \quad \text{Espejo} \\
&\longrightarrow \frac{1}{2}\big(i|a\rangle - |d\rangle\big) + \frac{i}{\sqrt{2}}|dispersado\rangle \quad \text{Divisor}
\end{aligned}
$$

- Entonces, pueden ocurrir tres cosas

$$
\frac{1}{2}\big(i|a\rangle - |d\rangle\big) + \frac{i}{\sqrt{2}}|dispersado\rangle \longrightarrow \begin{cases} |a\rangle, & D_2 \text{ detecta, con prob. } 1/4 \\ |d\rangle, & D_1 \text{ detecta, con prob. } 1/4 \\ |dispersado\rangle, & \emptyset, \text{ con prob. } 1/2 \end{cases}
$$

Implementación del *bomb tester*

- En https://www.preprints.org/manuscript/201902.0232/v1 se propone la siguiente implementación:



- q_0 y q_1 representan el estado del fotón
- an_0 indica la presencia de la bomba

Descripción matemática

- Estado inicial del fotón es $|10\rangle$
- En presencia de la bomba, el estado es $|101\rangle$
- De acuerdo con los autores, el estado final del sistema es

$$-\frac{|00\rangle + |01\rangle}{2}|1\rangle + \frac{|101\rangle}{\sqrt{2}}$$

- Use Pennylane para simular el circuito. Interprete sus resultados de acuerdo con el trabajo de Elitzur-Vaidman.
- *Hints*:
  - La compuerta CCX se implementa como `qml.CCX(wires=[0,1,2])`
  - Se puede usar una compuerta controlada, U como `qml.ControlledQubitUnitary(U.matrix(), control_wires=[0], wires=[1,2])` `qml.ctrl(qml.Hadamard, control=0)(wires=1)`

Las compuertas usadas

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, U3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix}, H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix},$$
$$S^{\dagger} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}, T^{\dagger} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1-i}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, U3^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1+i}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}.$$