Problema de optimización: Buscamos encontrar el mejor resultado ya sea un máximo o un mínimo.

- Si buscamos un mínimo → Problemas de minimización
- Si buscamos un máximo → Problemas de maximización

Un posible acercamiento a este tipo de problemas pueden ser aquellos que resolvíamos en nuestros cursos de mate aplicadas (para compu) o cálculo (para mate)

Ej. Utiliza el criterio de segunda derivada para calcular los máximos y mínimos locales de la sig función.

1. $f(x) = x^3 - 3x + 2$

Comenzamos por encontrar la primera y la segunda derivada de la función dada:

$$f(x)=x^3-3x+2$$
$$f'(x)=3x^2-3$$
$$f''(x)=6x$$

Ahora encontremos los **puntos críticos** X^* a través de la solución (o soluciones) de la ecuación $f'(x)=0$, es decir $3x^2-3=0$. Las soluciones de esta ecuación son $x_1=1, x_2=-1$.

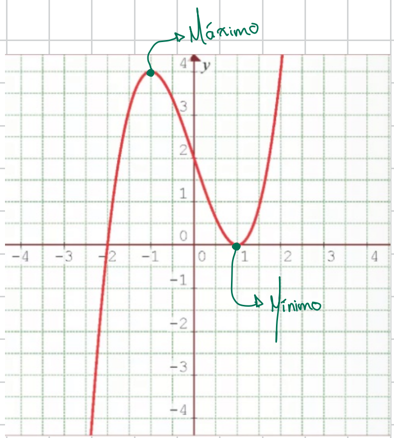
Finalmente se evalúa $f''(x)$ en los puntos críticos X^* y determinar si $f''(x^*)>0$ o $f''(x^*)<0$

Tenemos entonces que

$$f''(x_1)=6x_1=6(1)=6>0$$
$$f''(x_2)=6x_2=6(-1)=-6<0$$

Entonces por el **criterio de la segunda** derivada, la función $f(x)$ tiene un **mínimo local** en $x=1$ y un **máximo local** en $x=-1$. Los valores correspondientes de la función son:

$$f(1)=(1)^3-3(1)+2=0$$
$$f(-1)=(-1)^3-3(-1)+2=4$$



Si bien podemos tener este tipo de problemas como un claro ejemplo de que es un mínimo o un máximo, también tenemos problemas más interesantes. Por "interesantes" me refiero a problemas que pueden ser aplicados a situaciones reales.

En cursos como Gráficos y Juegos, Teoría de gráficas, Teoría de redes, análisis de algoritmos o complejidad lidiamos mucho con este tipo de problemas:

- Encontrar la ruta más corta entre 2 puntos
- Encontrar la cantidad mínima de colores necesarios para colorear todos los vértices de una gráfica de tal forma que dos vértices adyacentes no tengan el mismo color asignado.
- En una mochila con capacidad K, queremos guardar n objetos de un total de m, cada uno de ellos con un peso diferente y una ganancia a para c/u de tal forma que se maximice la ganancia pero sin "romper" la mochila

Todos estos problemas son particularmente difíciles y todos comparten una característica muy importante: en todos buscamos obtener el resultado óptimo, ya sea minimizando algo como la distancia de un recorrido o el número de colores, o bien, maximizando la ganancia obtenida por transportar algunos objetos.

Problema de Minimización

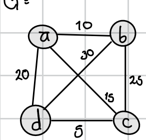
Problema del agente viajero (TSP)

Def: Dado un conjunto de n ciudades, donde las ciudades están conectadas por rutas (aereas, terrestres, etc). Y cada ruta tiene un costo o distancia asignados

Objetivo: Encontrar la ruta más corta (menos costosa) tal que visite cada ciudad exactamente 1 vez y comience y termine en el mismo punto.

Este es un problema de minimización ya que buscamos reducir el costo de la ruta elegida, ya sea recorrer menor distancia, ahorrar en costos de traslado, entre otros.

Ej G:



La ruta a→b→c→d→a es una solución válida para G, pero, ¿será la ruta más óptima? (Ie, aquella que minimiza el costo)

Problema de Maximización

Problema de la mochila (knapsack problem)

Def: Dado un conjunto de n elementos, cada uno con un valor v y un peso w; así como una mochila con capacidad W

Objetivo: Elegir un subconjunto de los elementos de tal manera que la suma de los v_i sea máxima y la suma de los pesos w_i no rebase la capacidad de la mochila.

Planteado de esta forma este resulta ser un problema de maximización puesto que buscamos obtener la mayor suma de valores que será nuestra ganancia.

Sin embargo, este problema contiene varias restricciones y si cambiamos un poco alguna de ellas podremos obtener un problema de minimización. Por ejemplo, si preferimos transportar a todos los objetos utilizando la menor cantidad de mochilas. Aquí tendríamos una variante que se transforma a problema de minimización.

En resumen: cuando nos enfrentamos a este tipo de problemas debemos de tener muy en cuenta cual es el objetivo de la optimizacion

Minimización vs. Maximización

Minimización

- El objetivo es encontrar los valores de las variables que minimizan a la funcion objetivo
- La funcion objetivo generalmente representa algun costo, pérdida o reducción.
- Ej. minimizar el costo total, la distancia, el tiempo

Maximización

- Buscamos encontrar los valores para las variables que nos llevan a maximizar una funcion objetivo.
- La func. objetivo suele representar alguna ganancia o beneficio.
- Maximizar la ganancia, la eficiencia, etc.