



Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

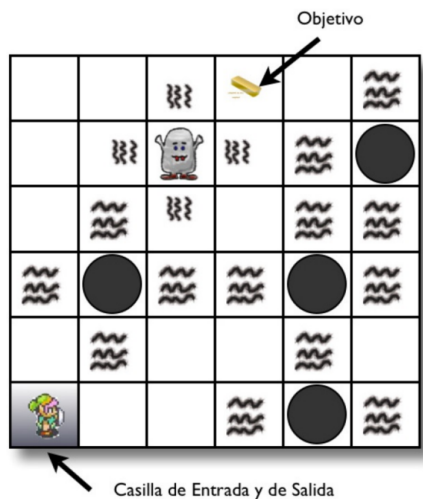
Estructuras Discretas

Proyecto 1

Castañón Maldonado Carlos Emilio



El Juego de Wumpus



Leyenda



Elementos que podemos encontrar:

- Aventurero
- Wumpus
- Tesoro
- Pozos
- Existencia de viento
- Existencia de hedor
- Existencia de hedor y viento

El objetivo del juego es que el Aventurero recorra el tablero para buscar el tesoro y salir sin ser devorado por el Wumpus ni caer en algún pozo. Además dispone de una flecha para matar al Wumpus, cabe resaltar que tendremos una casilla como la casilla Inicial.

Las condiciones del juego son las siguientes:

El Aventurero no conoce el tablero, es decir, no sabe donde están los elementos que lo conforman. Solo es capaz de percibir lo que hay en la casilla donde se encuentra parado, teniendo las siguientes posibilidades:

1. Puede percibir hedor, en tal caso, el Wumpus está en una de las casillas adyacentes.
2. Puede percibir viento, en tal caso, hay un pozo en alguna de las casillas adyacentes.
3. Puede percibir viento y hedor en la misma casilla, en tal caso hay un pozo en una casilla adyacente y, también, el Wumpus está en alguna casilla adyacente.
4. Puede percibir un grito después de lanzar su flecha, indicando que el Wumpus ha muerto.

El Aventurero podrá realizar las siguientes acciones:

1. Moverse en dirección Norte, Sur, Este y Oeste, pero nunca en diagonal ni más de una casilla.
2. Disparar en las direcciones de movimiento una flecha para matar al Wumpus cuando quiera. El alcance de la flecha es de toda la fila o columna.
3. Tomar el tesoro, con lo cual se habrá alcanzado el objetivo.
4. Morirá devorado si cae en la casilla del Wumpus, estando este vivo.
5. Morirá al caer por un pozo si cae en una casilla de este tipo.
6. El Wumpus morirá si el aventurero dispara la flecha estando en la misma columna o fila que el aventurero.

Representación en Lógica de Predicados

Para representar formalmente el conocimiento dado en las reglas de la sección anterior utilizaremos el lenguaje de la lógica de predicados.

Un primer punto que se tiene que resolver, es la forma en la que se representará el tablero.

Para lo cual se propone, enumerar las casillas de forma matricial, como se muestra en el tablero a nuestra derecha.

Notemos entonces que cada casilla de nuestro tablero la podemos representar como: $c(x, y)$.

Notemos también que el movimiento del aventurero estará determinado por:

$Mov(y) :=$ El aventurero se mueve en dirección y .

$(m, 0)$	$(m, 1)$			$(m, n - 1)$	(m, n)
$(m - 1, 0)$					$(m - 1, n)$
$(1, 0)$					$(1, n)$
$(0, 0)$	$(0, 1)$			$(0, n - 1)$	$(0, n)$

En cuanto a todos los demás predicados que se utilizaran para traducir las reglas del juego tenemos:

- $A(z) :=$ El aventurero está en la casilla z
- $W(z) :=$ En la casilla z está Wumpus
- $T(z) :=$ En la casilla z está el tesoro
- $P(z) :=$ En la casilla z hay un pozo
- $V(z) :=$ En la casilla z hay viento
- $H(z) :=$ En la casilla z hay hedor
- $R(x) :=$ x escucha un ruido
- $F(x) :=$ x disparó su flecha
- $M(x) :=$ x está muerto
- $G(x) :=$ x gana el juego

De tal manera que las reglas se traducen de la siguiente manera:

- **Regla 1:**
Si el aventurero percibe hedor en la casilla actual, entonces Wumpus está en una de las casillas adyacentes.
 $\forall x \forall y (A(c(x, y)) \wedge H(c(x, y)) \rightarrow W(c(x - 1, y)) \vee W(c(x + 1, y)) \vee W(c(x, y + 1)) \vee W(c(x, y - 1)))$
- **Regla 2:**
Si el aventurero percibe viento en la casilla actual, entonces hay un pozo en alguna de las casillas adyacentes.
Ejercicio 1 (1 pt) Traduce la regla 2 a lógica de predicados.
 $\forall x \forall y (A(c(x, y)) \wedge V(c(x, y)) \rightarrow (P(c(x - 1, y)) \vee P(c(x + 1, y)) \vee P(c(x, y + 1)) \vee P(c(x, y - 1))))$
- **Regla 3:**
Si el aventurero percibe viento y hedor en la casilla actual, entonces hay un pozo en alguna de las casillas adyacentes y hay una casilla adyacente donde esta el Wumpus. Además no pueden ser las mismas, ya que el Wumpus no podría estar en un pozo.
Ejercicio 2 (1 pt) Traduce la regla 3 a lógica de predicados.
 $\forall x \forall y ((A(c(x, y)) \wedge V(c(x, y)) \wedge H(c(x, y))) \rightarrow (\exists z \exists w ((P(z) \wedge ((x + 1 = z \wedge y = w) \vee (x - 1 = z \wedge y = w) \vee (x = z \wedge y + 1 = w) \vee (x = z \wedge y - 1 = w))) \wedge W(w) \wedge \neg(P(w) \vee W(z)))))$
- **Regla 4:**
Si en la casilla actual esta el tesoro, entonces el aventurero gana.
Ejercicio 3 (1 pt) Traduce la regla 4 a lógica de predicados.
 $\forall x \forall y ((A(c(x, y)) \wedge T(c(x, y))) \rightarrow G(A))$
- **Regla 5:** Si en la casilla actual está el Wumpus o hay un pozo, entonces se termina el juego y el aventurero está muerto.
Ejercicio 4 (1 pt) Traduce la regla 5 a lógica de predicados.
 $\forall x \forall y ((A(c(x, y)) \wedge (W(c(x, y)) \vee P(c(x, y)))) \rightarrow (M(A) \wedge \neg G(A)))$

- **Regla 6:**
Movimiento al Norte.
 $\forall x \forall y (A(c(x, y)) \wedge \text{Mov}(\text{norte}) \rightarrow A(c(x + 1, y)))$
- **Regla 7:**
Movimiento al Sur.
 $\forall x \forall y (A(c(x, y)) \wedge \text{Mov}(\text{sur}) \rightarrow A(c(x - 1, y)))$
- **Regla 8:**
Movimiento al Este.
Ejercicio 5 (1 pt) Traduce la regla 8 a lógica de predicados.
 $\forall x \forall y (A(c(x, y)) \wedge \text{Mov}(\text{este}) \rightarrow A(c(x, y + 1)))$
- **Regla 9:**
Movimiento al Oeste.
Ejercicio 5 (1 pt) Traduce la regla 9 a lógica de predicados.
 $\forall x \forall y (A(c(x, y)) \wedge \text{Mov}(\text{oeste}) \rightarrow A(c(x, y - 1)))$

Deducciones

Dada la siguiente figura, se puede observar que el aventurero ya ha visitado cuatro casillas y no ha tenido ninguna percepción de hedor o viento, y tampoco se ha encontrado con un pozo o Wumpus. La información obtenida por el Aventurero se puede representar de la siguiente manera:

- En la casilla (0,0) no hay Hedor, ni Viento, tampoco está el Wumpus y tampoco hay un pozo.
 $\neg H(c(0,0)) \wedge \neg V(c(0,0)) \wedge \neg W(c(0,0)) \wedge \neg P(c(0,0))$
- Y lo mismo para las casillas (1,0) y (1,1).
- En el caso de la casilla (0,1), también se cumple el predicado $A(c(0,1))$ ya que de acuerdo con el tablero, actualmente el aventurero se encuentra en esta casilla.
 $A(c(0,1)) \wedge \neg H(c(0,0)) \wedge \neg V(c(0,0)) \wedge \neg W(c(0,0)) \wedge \neg P(c(0,0))$

?	?	?	?	?	?
?	?	?	?	?	?
?	?	?	?	?	?
?	?	?	?	?	?
		?	?	?	?
			?	?	?

Ejercicio 6 (1 pt) En la figura puedes ver que si el aventurero se mueve a la derecha percibirá viento.

- a) En palabras describe que se puede deducir posterior a que el aventurero se mueve al Este y percibe viento. Además, considera la información que tienes de las casillas descubiertas.

En la casilla actual donde se encuentra el aventurero (0,2), se cumple el predicado $A(c(0,2))$ ya que es la casilla donde se encuentra actualmente.

En esta casilla podemos también afirmar que hay viento, por lo que se cumple el predicado $V(c(0,2))$.

Por lo tanto, la nueva información deducida se puede expresar de la siguiente manera:

$$A(c(0,2)) \wedge V(c(0,2))$$

Esto indica que el aventurero está en la casilla (0,2) y ha percibido viento en esta misma casilla, lo cual significa que tendremos un **pozo** en una de las dos casillas adyacentes a (0,2), por el diseño del tablero, las casillas adyacentes a (0,2) son (0,3) y (1,2). Por lo tanto, podemos agregar la siguiente deducción:

$$V(c(0,2)) \rightarrow (P(c(0,3)) \vee P(c(1,2)))$$

Esto indica que si hay viento en la casilla (0,2), entonces existe un **pozo** en la casilla (0,3) o en la casilla (1,2).

- b) Indica que reglas te llevaron a esa(s) conclusión(es) y represéntala(s) utilizando lógica de predicados.
Para llegar a la conclusión de que en la casilla (0, 2) hay viento y que hay un **pozo** en la casilla (0, 3) o en la casilla (1, 2), utilizamos las siguientes **reglas y hechos**:

Regla 2: Si el aventurero percibe viento en la casilla actual, entonces hay un pozo en alguna de las casillas adyacentes.

$$\forall x \forall y (A(c(x, y)) \wedge V(c(x, y)) \rightarrow (P(c(x-1, y)) \vee P(c(x+1, y)) \vee P(c(x, y+1)) \vee P(c(x, y-1))))$$

Hecho 1: El aventurero se encuentra en la casilla (0, 2).

$$A(c(0, 2))$$

Hecho 2: Hay viento en la casilla (0, 2).

$$V(c(0, 2))$$

Conclusión: Aplicamos la **Regla 2** para la casilla (0, 2) y deducimos que hay un **pozo** en la casilla (0, 3) o en la casilla (1, 2).




$$P(c(0, 3)) \vee P(c(1, 2))$$

Combinando la regla que hemos empleado junto con los hechos y la conclusión, podemos resumir la información de la siguiente manera:

$$(A(c(0, 2)) \wedge V(c(0, 2))) \rightarrow (P(c(0, 3)) \vee P(c(1, 2)))$$

Esto indica que si el aventurero se encuentra en la casilla (0, 2) y hay viento en esa casilla, entonces podemos deducir que hay un **pozo** en la casilla (0, 3) o en la casilla (1, 2).

Ejercicio 7 (1 pt) Considera la siguiente figura e indica que puedes deducir sobre la celda (0, 4). Representa en lógica de predicados las deducciones que hiciste para llegar a esa conclusión.

?	?	?	?	?	?
?	?	?	?	?	?
?	?	?	?	?	?
?	?	?	?	?	?
				?	?
			?	?	?

(5, 0)	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)
(4, 0)	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)
(3, 0)	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)
(2, 0)	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)
(1, 0)	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)
(0, 0)	(0, 1)	(0, 2)	(0, 3)	(0, 4)	(0, 5)

Basándonos en la información presente y las reglas que hemos establecido, podemos deducir lo siguiente sobre la celda (0, 4):

La celda (0, 4) está adyacente a la celda (0, 3), donde hemos deducido previamente que existía la posibilidad de un pozo debido al viento en la celda (0, 2), lo cual ahora podemos corroborar con el viento de la casilla (1, 3).

Por lo tanto, podemos inferir que hay un pozo en la celda (0, 3) por la **Regla 2**.

En términos lógicos, podemos expresar esta deducción de la siguiente manera:

$$(V(c(0, 2)) \wedge V(c(1, 3))) \rightarrow P(c(0, 3))$$

Ahora, como en la casilla (0,3) hay un pozo por la **Regla 2** sabemos que en sus casillas adyacentes debe haber viento, el cual es el caso de la casilla (0,4) ya que es adyacente a (0,3), con esto en mente podemos deducir que en la casilla (0,4) hay presencia de Viento.




En términos lógicos, podemos expresar esta deducción de la siguiente manera lo que hemos hecho:

$$((V(c(0,2)) \wedge V(c(1,3))) \rightarrow P(c(0,3))) \rightarrow V(c(0,4))$$

O en otras palabras:

$$P(c(0,3)) \rightarrow V(c(0,4))$$

Ejercicio 8 (1 pt) Considera la siguiente figura e indica si puedes saber donde se encuentra el Wumpus. Representa tus deducciones en lógica de predicados indicando las reglas que utilizaste.

?	?	?	?	?	?
?	?	?	?	?	?
?	?	?	?	?	?
		?	?	?	?
				?	?
			?	?	?

(5,0)	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)
(4,0)	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)
(3,0)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)
(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)
(1,0)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)
(0,0)	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)	(0,5)

Al analizar el tablero podemos darnos cuenta que la información que es de nuestro interés es la casilla en la que se encuentra el Aventurero (la cual es la misma en la que esta presente el hedor), información que podemos representar lógicamente como:

$$A(c(2,1)) \wedge H(c(2,1))$$

Con esto, por la **Regla 1** sabemos que el Wumpus se encuentra en alguna de las dos casillas adyacentes a (2,1), las cuales son (3,1) y (2,2) lo cual podemos representar lógicamente como:

$$H(c(2,1)) \rightarrow (W(c(3,1)) \vee W(c(2,2)))$$

Sin embargo notemos que por la **Regla 1** podemos saber que $W(c(2,2))$ es falso ya que no tenemos hedor en la casilla (1,2) la cual ya hemos visitado y por lo tanto no puede existir un Wumpus en la casilla (2,2), lo cual nuevamente por la **Regla 1** nos deja que el Wumpus se encuentra en la casilla (3,1), lo cual podemos representar lógicamente como:

$$(H(c(2,1)) \wedge \neg H(c(1,2))) \rightarrow (W(c(3,1)))$$

Creación de mundos

Ahora el objetivo es crear tableros que cumplan con las condiciones establecidas en cada uno de los siguientes casos:
Ejercicio 9 (1 pt) Considerando las siguientes especificaciones, se deben traducir a la a lógica de predicados y construir un tablero que cumpla con ellas.

- 1) Hay exactamente dos casillas que tienen un pozo.
- 2) Uno de los pozos se encuentra en la misma columna donde esta el Wumpus.
- 3) El Wumpus y el tesoro están en diferente columna.
- 4) Ningún pozo esta en la columna 3.

$$I) \exists x \exists y (P(x) \wedge P(y) \wedge x \neq y \wedge \forall z (P(z) \rightarrow (z = x \vee z = y)))$$

$$II) \exists x \exists y \exists z (W(c(x, y)) \wedge P(c(x, z)) \wedge y \neq z)$$

$$III) \forall x \forall y \forall z \forall w (W(c(x, y)) \wedge T(c(z, w)) \wedge w \neq y)$$

$$IV) \forall x (\neg P(c(x, 3)))$$

(5, 0)	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)
(4, 0)	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)
(3, 0)	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)
(2, 0)	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)
(1, 0)	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)
(0, 0)	(0, 1)	(0, 2)	(0, 3)	(0, 4)	(0, 5)

Ejercicio 10 (1 pt) Considerando las siguientes especificaciones, se deben traducir a español y construir un tablero que cumpla con ellas.

$$1) \exists x_1 \exists y_1 \exists x_2 \exists y_2 (P(c(x_1, y_1)) \wedge P(c(x_2, y_2)) \wedge (x_1 \neq x_2 \vee y_1 \neq y_2))$$

$$2) \neg \exists y (P(c(0, y)))$$

$$3) \exists x \exists y \exists z (P(c(x, y)) \wedge T(c(x, z)))$$

$$4) \forall x \forall y (W(c(x, y)) \rightarrow \neg \exists z P(c(x, z)))$$

I) Existen dos pozos cuyas locaciones no pueden ser las mismas.

II) No existe ninguna casilla en la fila 0 que contenga un pozo.

III) Existe una casilla que contiene un pozo y una casilla que contiene el tesoro en la misma fila que el pozo.

IV) No existen pozos en la fila donde se encuentre el Wumpus.

(5, 0)	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)
(4, 0)	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)
(3, 0)	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)
(2, 0)	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)
(1, 0)	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)
(0, 0)	(0, 1)	(0, 2)	(0, 3)	(0, 4)	(0, 5)