Inducción en listas

Demuestra la siguiente propiedad:

$reversa\ (xs + +ys)\ =\ (reversa\ ys)\ + +\ (reversa\ xs)$

Inducción sobre xs
Caso Base:

$$\begin{aligned} xs &= [\,] \\ reversa\ ([\,]\ + +\ ys) &= reversa\ ys \quad \text{Por definición de concatenación} \\ &= reversa\ ys\ + +\ [\,] \quad \text{Por definición de concatenación y reversa} \end{aligned}$$

Hipótesis Inductiva: Suponiendo que se cumple para $xs = zs$
$reversa\ (zs\ + +\ ys)\ =\ reversa\ ys\ + +\ zs$
Paso Inductivo: Demostraremos que se cumple para $xs = (a : zs)$

$$\begin{aligned} reversa\ ((a : zs)\ + +\ ys) &= reversa\ (a : (zs\ + +\ ys)) \quad \text{Por definición de concatenación} \\ &= (reversa(zs\ + +\ ys))\ + +\ a \quad \text{Por definición de concatenación} \\ &= ((reversa\ ys)\ + +\ (reversa\ zs))\ + +\ [a] \quad \text{Por } \textbf{H.I} \\ &= reversa\ ys\ + +\ reversa\ (a : zs) \quad \text{Por definición de concatenación} \end{aligned}$$

$\therefore$ Por el principio de inducción estructural queda demostrada la igualdad:
$reversa\ (xs + +ys)\ =\ (reversa\ ys)\ + +\ (reversa\ xs)$