UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Estructuras Discretas

Tarea 8

PRESENTA

Castañon Maldonado Carlos Emilio
Bazán Rojas Karina Ivonne

PROFESORA

Araceli Liliana Reyes Cabello

AYUDANTES

Rafael Reyes Sánchez
Ricardo Rubén Gónzalez García
Javier Enríquez Mendoza
José Eliseo Ortíz Montaño

Estructuras Discretas

Tarea Semanal 8

1 **Para cada una de las siguientes fórmulas, clasifica todas las presencias de variables en libres o ligadas. Además da el alcance de cada cuantificador.**

a) $\neg R(f(x,x), w, g(x)) \wedge \forall x \exists y T(x, y, g(z))$

$$\neg R(\overset{(1)}{f(x,x)}, \overset{(2)}{w}, \overset{(3)}{g(x)}) \wedge \underbrace{\forall \overset{(4)}{x}\ \exists \overset{(5)}{y}\ \underbrace{T(\overset{(6)}{x}, \overset{(7)}{y}, \overset{(8)}{g(z)})}_{\text{alcance de y}}}_{\text{alcance de x}}$$

Las presencias (4), (5), (6) y (7) son variables ligadas.
Las presencias (1), (2), (3) y (8) son variables libres.

b) $\forall w T(w, x, g(y)) \to \neg \exists z R(x, (f(w,y)))$

$$\forall \overset{(1)}{w}\ \underbrace{T(\overset{(2)}{w}, \overset{(3)}{x}, \overset{(4)}{g(y)})}_{\text{alcance de w}} \to \neg \exists \overset{(5)}{z}\ \underbrace{R(\overset{(6)}{x}, \overset{(7)}{(f(w,y))})}_{\text{alcance de z}}$$

Las presencias (1), (2) y (5) son variables ligadas.
Las presencias (3), (4), (6) y (7) son variables libres.

c) $\exists y(C(x, f(y,z)) \wedge D(y) \wedge \forall x I(z, r(y)))$

$$\exists \overset{(1)}{y}\ \underbrace{(C(\overset{(2)}{x}, \overset{(3)}{f(y,z)}) \wedge D(\overset{(4)}{y}) \wedge \forall \overset{(5)}{x}\ \underbrace{I(\overset{(6)}{z}, \overset{(7)}{r(y)}))}_{\text{alcance de x}}}_{\text{alcance de y}}$$

Las presencias (1), (3), (4), (5) y (7) son variables ligadas.
Las presencias (2) y (6) son variables libres.

d) $\forall x \exists z I(z, r(x)) \to C(z, y) \wedge D(y)$

$$\forall \overset{(1)}{x}\ \underbrace{\exists \overset{(2)}{z}\ \underbrace{I(\overset{(3)}{z}, \overset{(4)}{r(x)})}_{\text{alcance de z}}}_{\text{alcance de x}} \to C(\overset{(5)}{z}, \overset{(6)}{y}) \wedge D(\overset{(7)}{y})$$

Las presencias (1), (2), (3) y (4) son variables ligadas.
Las presencias (5), (6) y (7) son variables libres.

2 **Considera los siguientes predicados:**

- $S(x)$ x es un estudiante
- $P(x)$ x es un maestro
- $Q(x,y)$ x le hace una pregunta a y

En donde el dominio consiste de toda la comunidad de la Facultad de Ciencias. Traduce los siguientes enunciados a cuantificaciones:

a) Algún estudiante no le ha hecho preguntas a ningún profesor.
$\exists x(S(x) \wedge \forall y(P(y) \to \neg Q(x,y))$

b) Hay un profesor a quien ningún estudiante le ha hecho nunca ninguna pregunta.
$\exists x(P(x) \wedge \forall y(S(y) \to \neg Q(y,x)))$

c) Un estudiante le ha hecho preguntas a todos los profesores.
$\exists y(S(y) \wedge \forall x(P(x) \to Q(y,x)))$

d) Hay un profesor que le ha hecho preguntas a cada uno de los profesores.
$\exists x(P(x) \wedge \forall y(P(y) \to Q(x,y)))$

e) Hay un estudiante al que ningún profesor le ha hecho preguntas.
$\exists x(S(x) \wedge \forall y(P(y) \to \neg Q(y,x)))$

3 **Transforma las siguientes fórmulas mediante equivalencias lógicas, de manera que las negaciones sólo figuren frente a predicados.**

a) $\forall x \exists y \neg \forall z \exists w(P(x,w) \vee Q(z,y)) \to \neg \exists v \forall u \neg R(u,v)$

- $\forall x \exists y \exists z \neg \exists w(P(x,w) \vee Q(z,y)) \to \neg \exists v \forall u \neg R(u,v)$
- $\forall x \exists y \exists z \forall w \neg(P(x,w) \vee Q(z,y)) \to \neg \exists v \forall u \neg R(u,v)$
- $\forall x \exists y \exists z \forall w(\neg P(x,w) \wedge \neg Q(z,y)) \to \forall v \neg \forall u \neg R(u,v)$
- $\forall x \exists y \exists z \forall w(\neg P(x,w) \wedge \neg Q(z,y)) \to \forall v \exists u \neg\neg R(u,v)$
- $\forall x \exists y \exists z \forall w(\neg P(x,w) \wedge \neg Q(z,y)) \to \forall v \exists u R(u,v)$

b) $\neg \forall x \exists y \neg \forall w \exists z(P(x,y) \vee \neg Q(x) \to \exists w \neg T(a,w))$

- $\exists x \neg \exists y \neg \forall w \exists z(P(x,y) \vee \neg Q(x) \to \exists w \neg T(a,w))$
- $\exists x \forall y \neg\neg \forall w \exists z(P(x,y) \vee \neg Q(x) \to \exists w \neg T(a,w))$
- $\exists x \forall y \forall w \exists z(P(x,y) \vee \neg Q(x) \to \exists w \neg T(a,w))$

4 **El micromundo de figuras, consta de una cuadrícula de cualquier tamaño donde en cada cuadro puede haber figuras que son círculos, cuadrados o triángulos, las cuales pueden ser pequeñas, medianas o grandes. También se tienen las relaciones dadas por la posición: sur, norte, este, oeste.**
Los predicados para las figuras son: $T(x)$, $C(x)$ y $S(x)$ para triángulo, círculo y cuadrado.
Para tamaño tenemos $P(x)$, $M(x)$ y $G(x)$ para pequeño, mediano y grande.
Para la posición tenemos $Z(x, y)$, $N(x, y)$, $E(x, y)$ y $O(x, y)$ para sur, norte, éste y oeste.

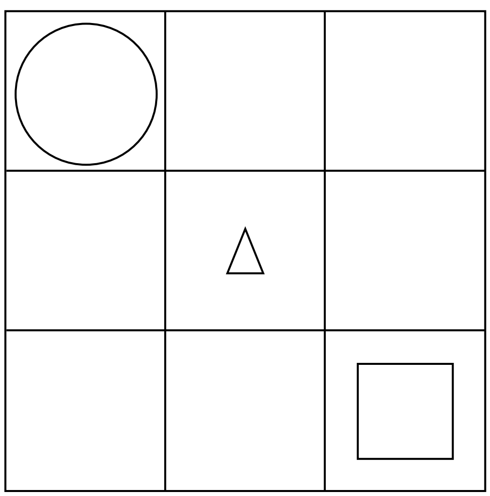
Por ejemplo $N(x, y)$ significa x está al norte de y.

Para cada fórmula da dos micromundos de figuras, uno donde la fórmula sea verdadera y otro donde sea falsa.

a) $\neg\forall x(C(x) \to G(x)) \wedge \exists z(P(z) \wedge \neg\exists y(T(y) \wedge O(y, z)))$

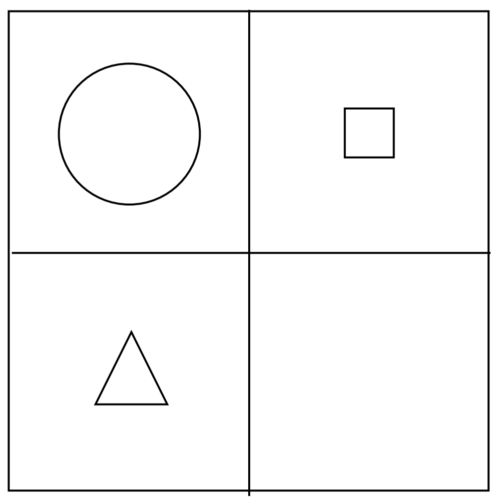
Micromundo Verdadero
Sea una cuadricula de 3×3
Sean las siguientes figuras en las siguientes posiciones:

- Un triángulo pequeño
  En las coordenadas $(2, 2)$.
- Un círculo grande
  En las coordenadas $(1, 1)$.
- Un cuadrado mediano
  En las coordenadas $(3, 3)$.



Micromundo Falso
Sea una cuadricula de 2×2
Sean las siguientes figuras en las siguientes posiciones:

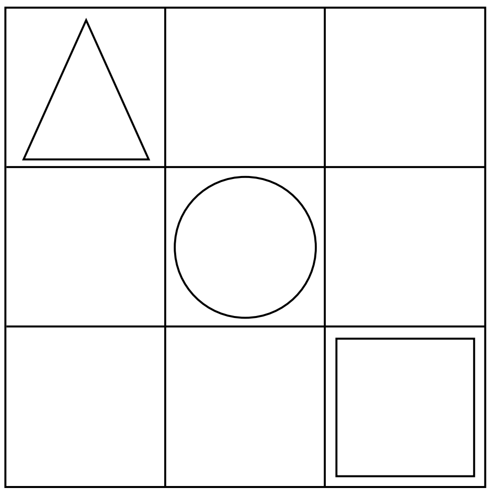
- Un triángulo mediano
  En las coordenadas $(2, 1)$.
- Un círculo grande
  En las coordenadas $(1, 1)$.
- Un cuadrado pequeño
  En las coordenadas $(1, 2)$.



b) $\forall x \forall y (T(x) \land C(y) \land N(x,y) \rightarrow \exists z (S(z) \land Z(z,x) \land Z(y,z)))$

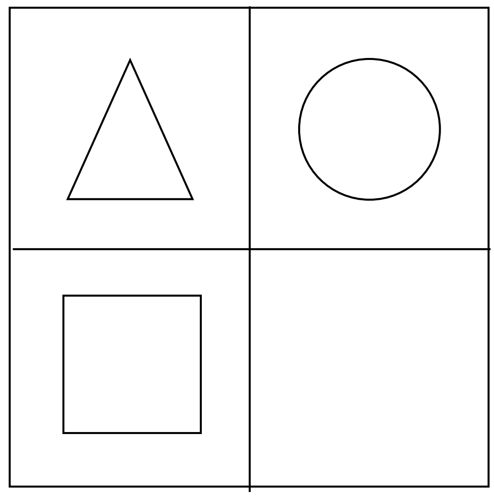
Micromundo Verdadero
Sea una cuadricula de 3×3
Sean las siguientes figuras:

- Un triángulo grande
  En las coordenadas $(1,1)$.
- Un círculo grande
  En las coordenadas $(2,2)$.
- Un cuadrado grande
  En las coordenadas $(3,3)$.



Micromundo Falso
Sea una cuadricula de 2×2
Sean las siguientes figuras:

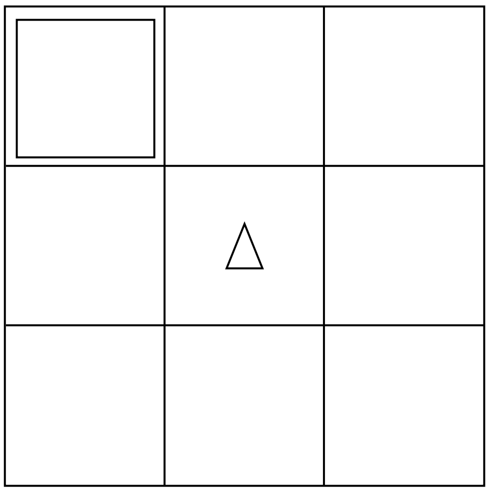
- Un triángulo grande
  En las coordenadas $(1,1)$.
- Un círculo grande
  En las coordenadas $(1,2)$.
- Un cuadrado grande
  En las coordenadas $(2,1)$.



c) $\forall w(G(w) \rightarrow \exists y(P(y) \wedge N(y,w))) \vee \exists x \exists z(T(z) \wedge M(x) \wedge O(z,x))$

Micromundo Verdadero
Sea una cuadricula de 3×3
Sean las siguientes figuras en las siguientes posiciones:

- Un triángulo pequeño
  En las coordenadas $(2,2)$.
- Un cuadrado grande
  En las coordenadas $(1,1)$.



Micromundo Falso
Sea una cuadricula de 2×2
Sean las siguientes figuras en las siguientes posiciones:

- Un triángulo grande
  En las coordenadas $(1,1)$.
- Un círculo pequeño
  En las coordenadas $(2,2)$.