```
altura Vacio = 0
altura (H x) = 1
altura (AB r t1 t2 = 1 + max (altura t1) (altura t2)

nodos Vacio = 0
nodos (H x) = 1
nodos (AB r t1 t2) = 1 + (nodos t1) + (nodos t2)
```

Altura	#Max de nodos
0	0
1	1
2	3
3	7
4	15
...	
n	(2^n) - 1

Una propiedad que se cumple en los árboles binarios

nodos t <= (2^(altura t)) - 1

Casos Base:

a) t = Vacio

nodos Vacio = 0

2^(altura Vacio) - 1 = 2^0 -1 = 1-1 = 0

b) t = H x

nodos (H x) = 1

2^(altura (H x)) - 1 = 2^1 - 1 = 1

Hipotesis Inductiva

Suponemos que la propiedad se cumple para cualquier árbol t

```
nodos t <= (2^(altura t))  -  1
```

Particularmente para t1 y t2

```
nodos t1 <= (2^(altura t1))  -  1
nodos t2 <= (2^(altura t2))  -  1
```

Caso recursivo:

t = AB r t1 t2

```
nodos (AB r t1 t2) = 1 + nodos t1 + nodos t2
                   <= 1 + [(2^(altura t1))-1] + [(2^(altura t2))-1]
                   = 2^(altura t1)  + 2^(altura t2) -1
      -- altura t1 <= max {altura t1, altura t2}
      -- altura t2 <= max {altura t1, altura t2}
                   <= 2^ max {altura t1, altura t2} +
                        2^max {altura t1, altura t2} - 1
      --  2^n + 2^n = 2(2^n) = 2^(1+n)
                    = 2^(1+max {(altura t1), (altura t2))}  - 1
                    = 2^(altura (AB r t1 t2)) - 1
```

hojas Vacio = 0
hojas (H x) = 1
hojas (Ab r t1 t2) = hojas t1 + hojas t2

Propiedad: Para todo árbol binario t, con
(altura t) > 0

  hojas t <= 2^[(altura t)-1]

Caso Base:
  t = (H x)
  hojas (H x) = 1
   2^[(altura (H x))-1] = 2 ^[1-1] = 1

altura	# máximo de hojas
0	0
1	1
2	2
3	4
4	8
...	
n	2^(n-1)

Hipótesis Inductiva: Suponemos que se cumple para t1 y t2

hojas t1 <= 2^[(altura t1)-1]

hojas t2 <= 2^[(altura t2)-1]

Paso inductivo:

PD hojas (AB r t1 t2) <= 2^[(altura (AB r t1 t2))-1]

hojas (AB r t1 t2) = hojas t1 + hojas t2

<= 2^[(altura t1)-1] + 2^[(altura t2)-1]

<= 2^[max{altura t1,altura t2) -1] + 2^[max{altura t1,altura t2) -1]

= 2^[1+max{altura t1,altura t2) -1] + 2^[max{altura t1,altura t2) -1]

= 2^[max {altura t1, altura t2}]

= 2^[1+ max {altura t1, altura t2} - 1]

=2^[(altura (AB r t1 t2))-1]