

# Estructuras Discretas

## Recursión en Listas

Rafael Reyes

Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Ciencias

13 de febrero de 2023

# Preliminares

- Consideramos a la lista que no tiene ningún elemento como, la **lista vacía** y se simboliza sólo con dos corchetes cuadrados [ ].
- El primer elemento de la lista al cual llamamos **cabeza** (o en inglés **head**).
- La lista que se obtiene al quitar el primer elemento a la cual llamamos **cola** (o en inglés **tail**).
- Al último elemento se le llama **último** (o en inglés **last**).
- La lista que se obtiene de eliminar el último elemento se le llama **inicial** (o en inglés **init**).

# Ejemplos

Considere las listas [1,2,3,4], [a,b,c,d,e] y [barco,mar,olas,arena,playa,sol,agua]

## Cabeza de una lista

- cabeza [1,2,3,4] = 1
- cabeza [a,b,c,d,e] = a
- cabeza [barco,mar,olas,arena,playa,sol,agua] = barco

## Ultimo de una lista

- ultimo [1,2,3,4] = 4
- ultimo [a,b,c,d,e] = e
- ultimo [barco,mar,olas,arena,playa,sol,agua] = agua

## Iniciales de una lista

- $\text{iniciales } [1,2,3,4] = [1,2,3]$
- $\text{iniciales } [a,b,c,d,e] = [a,b,c,d]$
- $\text{iniciales } [\text{barco},\text{mar},\text{olas},\text{arena},\text{playa},\text{sol},\text{agua}] = [\text{barco},\text{mar},\text{olas},\text{arena},\text{playa},\text{sol}]$

## Cola de una lista

- $\text{cola } [1,2,3,4] = [2,3,4]$
- $\text{cola } [a,b,c,d,e] = [b,c,d,e]$
- $\text{cola } [\text{barco},\text{mar},\text{olas},\text{arena},\text{playa},\text{sol},\text{agua}] = [\text{mar},\text{olas},\text{arena},\text{playa},\text{sol},\text{agua}]$

# Recursión en listas

## Definición

Una lista de elementos del mismo tipo, se define recursivamente como:

- **Caso Base:** La lista vacía, es una lista y la representamos por  $[]$ .
- **Caso Recursivo** Si  $a$  es un elemento y  $xs$  una lista del mismo tipo de elementos, entonces la inclusión del elemento  $a$  a la lista  $xs$ , es una lista, la cual denotamos por  $a : xs$ .

Donde  $:$  es la función constructora que añade el elemento  $a$  al inicio de la lista  $xs$ , de tal manera que  $a$  es la cabeza de la nueva lista y  $xs$  la cola.

Debemos hacer énfasis en algunos detalles

- El elemento  $a$  siempre debe ser del mismo tipo que los elementos de la lista  $xs$  que estemos considerando.
- La inclusión de un elemento en una lista, siempre coloca al elemento al inicio de la lista.

# Ejemplo

## Lista de frutas

Una lista de frutas se define recursivamente de la siguiente manera:

- 1 Caso Base:** La lista vacía, la cual denotamos por  $[]$ , es una *Lista de frutas*.
- 2 Caso Recursivo:** Si  $f$  es una fruta y  $xs$  es una *lista de frutas* entonces  $f : xs$  es una lista de frutas.

En concreto tenemos que, la lista de frutas [naranja, papaya, pera, manzana] utilizando la función constructora : se representa de la siguiente manera:

naranja:(papaya:(pera:(manzana:[])))

y se construye paso a paso como:

$L_0 = []$  (por regla 1)

$L_1 = \text{manzana} : L_0 = [\text{manzana}]$  (por regla 2)

$L_2 = \text{pera} : L_1 = [\text{pera}, \text{manzana}]$  (por regla 2)

$L_3 = \text{papaya} : L_2 = [\text{papaya}, \text{pera}, \text{manzana}]$  (por regla 2)

$L_4 = \text{naranja} : L_3 = [\text{naranja}, \text{papaya}, \text{pera}, \text{manzana}]$  (por regla 2)

# Ejemplo

## Lista de números

Una lista de números se define de manera recursiva de la siguiente forma:

- 1 Caso Base:** La lista vacía, la cual denotamos por  $[]$ , es una *lista de números*.
- 2 Caso Recursivo:** Si  $x$  es un número y  $xs$  es una *lista de números*; entonces  $x : xs$ ; es una lista de números.

De manera similar a la lista de frutas, la lista  $[12,3,6,7,3] = 12:(3:(6:(7:(3:[])))$ , se construye de la siguiente forma:

$$L_0 = [] \text{ (por regla 1)}$$

$$L_1 = 3 : L_0 = 3 : [] \text{ (por regla 2)}$$

$$L_2 = 7 : L_1 = 7 : (3 : []) \text{ (por regla 2)}$$

$$L_3 = 6 : L_2 = 6 : (7 : (3 : [])) \text{ (por regla 2)}$$

$$L_4 = 3 : L_3 = 3 : (6 : (7 : (3 : []))) \text{ (por regla 2)}$$

$$L_5 = 12 : L_4 = 12 : (3 : (6 : (7 : (3 : [])))) \text{ (por regla 2)}$$



# Funciones sobre listas

Consideremos algunas de las funciones básicas sobre listas y cómo definirlas.

- La función que obtiene el **último** elemento de una lista, devuelve el último elemento de una lista.

**Caso Base:**

**Caso Recursivo:**

# Funciones sobre listas

Consideremos algunas de las funciones básicas sobre listas y cómo definirlas.

- La función que obtiene el **último** elemento de una lista, devuelve el último elemento de una lista.

**Caso Base:**

$$\text{ultimo } [x] = x$$

**Caso Recursivo:**

$$\text{ultimo } (x : xs) = \text{ultimo } xs$$

# Ejemplo

Considere la lista  $[1,2,3,4,5,6]$  y obtenga el resultado de la función ultimo sobre dicha lista

$$\begin{aligned}\text{ultimo } 1 : [2,3,4,5,6] &= \text{ultimo } [2,3,4,5,6] = \text{ultimo } 2 : [3,4,5,6] \\ &= \text{ultimo } [3,4,5,6] = \text{ultimo } 3 : [4,5,6] \\ &= \text{ultimo } [4,5,6] = \text{ultimo } 4 : [5,6] \\ &= \text{ultimo } [5,6] = \text{ultimo } 5 : [6] \\ &= \text{ultimo } [6] \\ &= 6\end{aligned}$$