UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Estructuras Discretas

Tarea 6

PRESENTA

Castañon Maldonado Carlos Emilio
Bazán Rojas Karina Ivonne

PROFESORA

Araceli Liliana Reyes Cabello

AYUDANTES

Rafael Reyes Sánchez
Ricardo Rubén Gónzalez García
Javier Enríquez Mendoza
José Eliseo Ortíz Montaño

Estructuras Discretas

Tarea Semanal 6

1 En los siguientes enunciados, identifica las proposiciones atómicas asignándoles variables proposicionales y formaliza los enunciados por medio de una fórmula lógica.

El pasado mes en la tienda de la esquina ocurrió un robo.

a) Solamente Plutarco y Quelónico estuvieron en la tienda el día del robo y sólo uno de ellos es culpable.
p: Plutarco estuvo en la tienda el día del robo.
q: Quelónico estuvo en la tienda el día del robo.
x: Plutarco es culpable.
z: Quelónico es culpable.
$(p \wedge q) \wedge ((x \wedge \neg z) \vee (\neg x \wedge z))$

b) Plutarco, Quelónico y Rufino estuvieron en la tienda juntos, si hay al menos dos culpables, entonces Plutarco es uno de ellos.
p: Plutarco estuvo en la tienda.
q: Quelónico estuvo en la tienda.
r: Rufino estuvo en la tienda.
c: Hay al menos dos culpables.
x: Plutarco es culpable.
y: Quelónico es culpable.
z: Rufino es culpable.
$(p \wedge (q \wedge r)) \wedge c \rightarrow ((x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge \neg y \wedge z)))$

c) Plutarco, Quelónico y Rufino estuvieron en la tienda y hay exactamente dos culpables.
p: Plutarco estuvo en la tienda
q: Quelónico estuvo en la tienda.
r: Rufino estuvo en la tienda.
x: Plutarco es culpable.
y: Quelónico es culpable.
z: Rufino es culpable.
$(p \wedge (q \wedge r)) \wedge ((x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge \neg y \wedge z) \vee (\neg x \wedge y \wedge z))$

2 Considera las siguientes fórmulas proposicionales:

- $\neg p \land (q \lor p) \lor \neg q$
- $r \land \neg q \leftrightarrow \neg r \land q$
- $r \leftrightarrow p \lor q \lor r$
- $u \land w \land r \land s \leftrightarrow \neg p \to \neg q \to \neg p \to q \to p \lor p \lor q \lor r$

Realiza lo siguiente para cada una de ellas:

a) Restaura todos los paréntesis

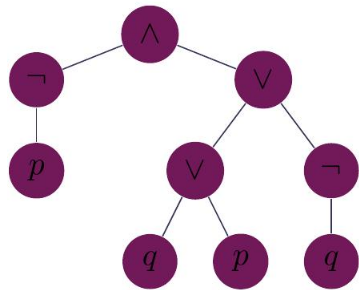
- $((\neg p) \land ((q \lor p) \lor (\neg q)))$
- $((r \land (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg r) \land q))$
- $(r \leftrightarrow ((p \lor q) \lor r))$
- $((((u \land w) \land r) \land s) \leftrightarrow ((\neg p) \to ((\neg q) \to ((\neg p) \to (q \to (((p \lor p) \lor q) \lor r))))))$

b) Muestra su esquema así como él o los rangos respectivos

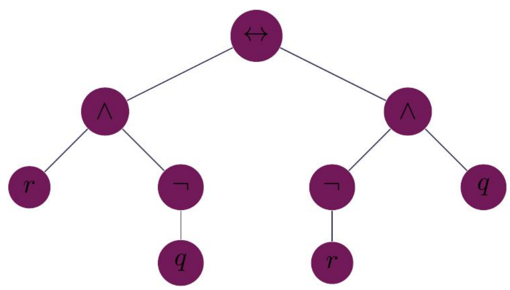
- $((\neg p) \land ((q \lor p) \lor (\neg q)))$
  Esquema: $A \land B$
  Rango del operador $\land$:
  Rango izquierdo: $A = \neg p$
  Rango derecho: $B = ((q \lor p) \lor (\neg q))$
- $((r \land (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg r) \land q))$
  Esquema: $A \leftrightarrow B$
  Rango del operador $\leftrightarrow$:
  Rango izquierdo: $A = (r \land (\neg q))$
  Rango derecho: $B = ((\neg r) \land q)$
- $(r \leftrightarrow ((p \lor q) \lor r))$
  Esquema: $A \leftrightarrow B$
  Rango del operador $\leftrightarrow$:
  Rango izquierdo: $A = r$
  Rango derecho: $B = ((p \lor q) \lor r)$
- $((((u \land w) \land r) \land s) \leftrightarrow ((\neg p) \to ((\neg q) \to ((\neg p) \to (q \to (((p \lor p) \lor q) \lor r))))))$
  Esquema: $A \leftrightarrow B$
  Rango del operador $\leftrightarrow$:
  Rango izquierdo: $A = (((u \land w) \land r) \land s)$
  Rango derecho: $B = ((\neg p) \to ((\neg q) \to ((\neg p) \to (q \to (((p \lor p) \lor q) \lor r)))))$

c) Genera el árbol de sintaxis (abstracta)

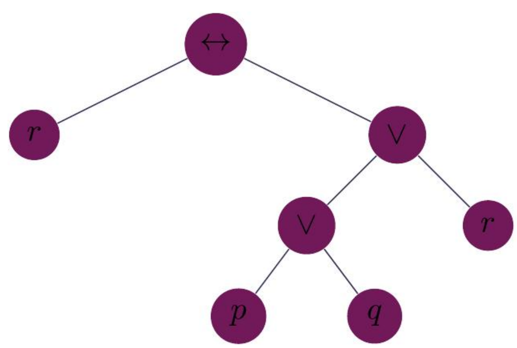
- $((\neg p) \land ((q \lor p) \lor (\neg q)))$



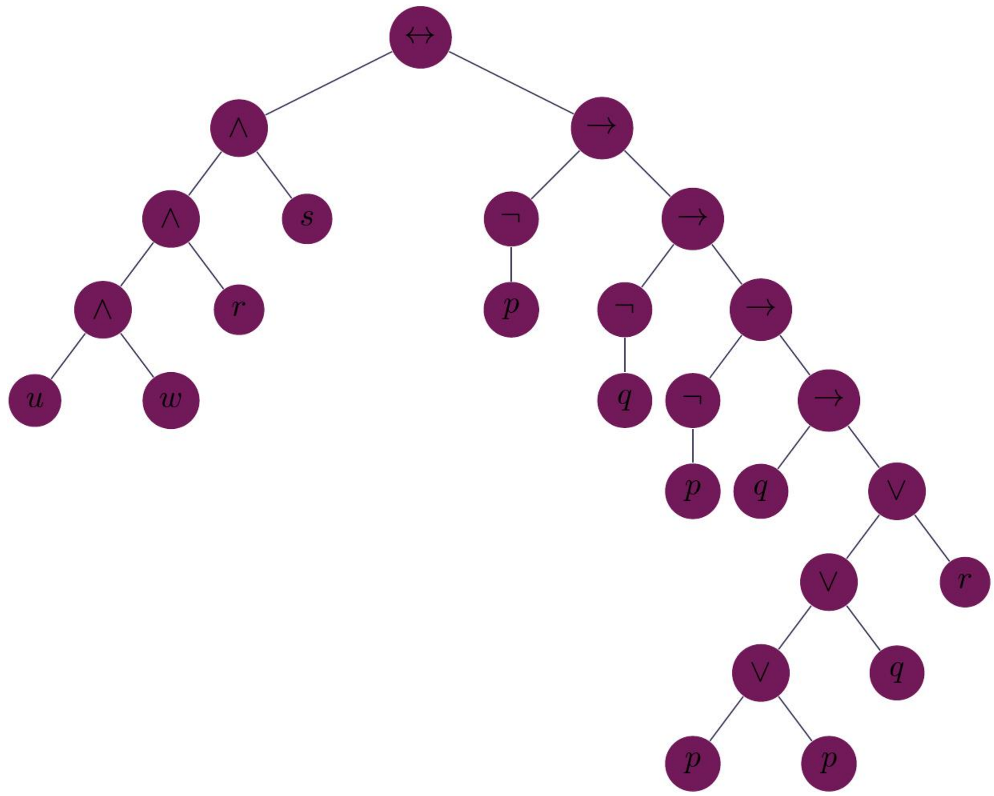
- $((r \land (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg r) \land q))$



- $(r \leftrightarrow ((p \lor q) \lor r))$



- $((((u \wedge w) \wedge r) \wedge s) \leftrightarrow ((\neg p) \rightarrow ((\neg q) \rightarrow ((\neg p) \rightarrow (q \rightarrow (((p \vee p) \vee q) \vee r))))))$



d) Dá dos estados tales que uno evalúe la fórmula a Verdadero y el otro a Falso

1) - $((\neg p) \wedge ((q \vee p) \vee (\neg q)))$
     Evaluación de la formula que da Verdadero
     $p = 0 \;\; q = 1$
     $((\neg 0) \wedge ((1 \vee 0) \vee (\neg 1)))$
     $(1 \wedge (1 \vee 0))$
     $(1 \wedge 1) = 1 =$ Verdadero
     Evaluación de la formula que da Falso
     $p = 1 \;\; q = 1$
     $((\neg 1) \wedge ((1 \vee 1) \vee (\neg 1)))$
     $(0 \wedge (1 \vee 0))$
     $(0 \wedge 1) = 0 =$ Falso
   - $((r \wedge (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg r) \wedge q))$
     Evaluación de la formula que da Verdadero
     $r = 1 \;\; q = 1$
     $((1 \wedge (\neg 1)) \leftrightarrow ((\neg 1) \wedge 1))$
     $((1 \wedge 0) \leftrightarrow (0 \wedge 1))$
     $(0 \leftrightarrow 0) = 1 =$ Verdadero

Evaluación de la formula que da Falso
$r = 0 \;\; q = 1$
$((0 \wedge (\neg 1)) \leftrightarrow ((\neg 0) \wedge 1))$
$((0 \wedge 0) \leftrightarrow (1 \wedge 1))$
$(0 \leftrightarrow 1) = 0 =$ Falso

- $(r \leftrightarrow ((p \vee q) \vee r))$
  Evaluación de la formula que da Verdadero
  $p = 1 \;\; r = 1 \;\; q = 0$
  $(1 \leftrightarrow ((1 \vee 0) \vee 1))$
  $(1 \leftrightarrow (1 \vee 1))$
  $(1 \leftrightarrow 1) = 1 =$ Verdadero
  Evaluación de la formula que da Falso
  $p = 1 \;\; r = 0 \;\; q = 0$
  $(0 \leftrightarrow ((p \vee q) \vee 0))$
  $(0 \leftrightarrow (1 \vee 1))$
  $(0 \leftrightarrow 1) = 0 =$ Falso
- $((((u \wedge w) \wedge r) \wedge s) \leftrightarrow ((\neg p) \rightarrow ((\neg q) \rightarrow ((\neg p) \rightarrow (q \rightarrow (((p \vee p) \vee q) \vee r))))))$
  Evaluación de la formula que da Verdadero
  $p = 0 \;\; r = 1 \;\; q = 0 \;\; u = 1 \;\; w = 1 \;\; s = 1$
  $((((1 \wedge 1) \wedge 1) \wedge 1) \leftrightarrow ((\neg 0) \rightarrow ((\neg 0) \rightarrow ((\neg 0) \rightarrow (0 \rightarrow (((0 \vee 0) \vee 0) \vee 1))))))$
  $(((1 \wedge 1) \wedge 1) \leftrightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (0 \rightarrow ((0 \vee 0) \vee 1))))))$
  $((1 \wedge 1) \leftrightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (0 \rightarrow (0 \vee 1))))))$
  $(1 \leftrightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (0 \rightarrow 1)))))$
  $(1 \leftrightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 1))))$
  $(1 \leftrightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 1)))$
  $(1 \leftrightarrow (1 \rightarrow 1))$
  $(1 \leftrightarrow 1) = 1 =$ Verdadero
  Evaluación de la formula que da Falso
  $p = 0 \;\; r = 1 \;\; q = 0 \;\; u = 0 \;\; w = 1 \;\; s = 1$
  $((((0 \wedge 1) \wedge 1) \wedge 1) \leftrightarrow ((\neg 0) \rightarrow ((\neg 0) \rightarrow ((\neg 0) \rightarrow (0 \rightarrow (((0 \vee 0) \vee 0) \vee 1))))))$
  $(((0 \wedge 1) \wedge 1) \leftrightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (0 \rightarrow ((0 \vee 0) \vee 1))))))$
  $((0 \wedge 1) \leftrightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (0 \rightarrow (0 \vee 1))))))$
  $(0 \leftrightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (0 \rightarrow 1)))))$
  $(0 \leftrightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 1))))$
  $(0 \leftrightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 1)))$
  $(0 \leftrightarrow (1 \rightarrow 1))$
  $(0 \leftrightarrow 1) = 0 =$ Falso

e) Realiza las siguientes sustituciones y elimina los paréntesis innecesarios.

1) $(p \leftrightarrow q \rightarrow \neg(p \wedge r))[p; q \;:=\; p \vee q; s][p; q \;:= p; \neg s]$

$$(p \leftrightarrow q \rightarrow \neg(p \wedge r))[p; q \;:=\; p \vee q; s] = ((p \vee q) \leftrightarrow s \rightarrow \neg((p \vee q) \wedge r)) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow ((p \vee q) \leftrightarrow s \rightarrow \neg((p \vee q) \wedge r))[p; q \;:= p; \neg s] = (p \vee (\neg s)) \leftrightarrow s \rightarrow \neg((p \vee (\neg s)) \wedge r))$$

Eliminando los paréntesis nos queda: $(p \vee \neg s) \leftrightarrow s \rightarrow \neg((p \vee \neg s) \wedge r))$

2) $(p \wedge \neg(q \rightarrow p \rightarrow s)[p; q \ := \ q \wedge s; p \leftrightarrow q])[s \ := \ \neg p]$

$\neg(q \rightarrow p \rightarrow s)[p; q \ := \ q \wedge s; p \leftrightarrow q] = \neg((p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \wedge s) \rightarrow s) \Longrightarrow$

$\Longrightarrow (p \wedge \neg((p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \wedge s) \rightarrow s))[s \ := \ \neg p] = (p \wedge \neg((p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \wedge (\neg p)) \rightarrow (\neg p)))$

Eliminando los paréntesis nos queda: $(p \wedge \neg((p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \wedge \neg p) \rightarrow \neg p))$

3) $((p \rightarrow q) \wedge p[p; q \ := \ s \vee q; \neg p] \rightarrow \neg q)[s \ := \ \neg p]$

$p[p; q \ := \ s \vee q; \neg p] = (s \vee q) \Longrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (s \vee q) \rightarrow \neg q)[s \ := \ \neg p] = ((p \rightarrow q) \wedge ((\neg p) \vee q) \rightarrow \neg q)$

Eliminando los paréntesis nos queda: $((p \rightarrow q) \wedge (\neg p \vee q) \rightarrow \neg q)$

4) $((q \wedge r)[q; p \ := \ \neg p; s] \rightarrow (r \wedge \neg(r \leftrightarrow p)))[r; p \ := \ \neg r; s \wedge p]$

$(q \wedge r)[q; p \ := \ \neg p; s] = ((\neg p) \wedge r) \Longrightarrow$

$\Longrightarrow ((\neg p) \wedge r) \rightarrow (r \wedge \neg(r \leftrightarrow p)))[r; p \ := \ \neg r; s \wedge p] = ((\neg(s \wedge p)) \wedge (\neg r)) \rightarrow ((\neg r) \wedge \neg((\neg r) \leftrightarrow (s \wedge p))))$

Eliminando los paréntesis nos queda: $((\neg(s \wedge p)) \wedge \neg r) \rightarrow (\neg r \wedge \neg(\neg r \leftrightarrow (s \wedge p)))$