UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Tarea Examen 2

ALUMNO

Carlos Emilio Castañon Maldonado

PROFESOR

Javier Enríquez Mendoza

AYUDANTES

Kevin Axel Prestegui Ramos
Karla Denia Salas Jiménez
Ramón Arenas Ayala
Oscar Fernando Millán Pimentel

Lógica Computacional

Tarea Examen 2

1 **(1 pto) Decide si los siguientes argumentos lógicos son correctos o exhibe un contraejemplo mostrando paso a paso la prueba o la construcción del contraejemplo.**

(a) $\exists x(Ax \wedge \neg Bx), \exists x(Bx \wedge \neg Ax) / \therefore \forall x(Ax \vee Bx)$

Premisas: $\exists x(Ax \wedge \neg Bx), \exists x(Bx \wedge \neg Ax)$

Conclusión:$\forall x(Ax \vee Bx)$

Supongamos que nuestro universo de discurso sea $M = \{R, A, V\}$.

A continuación, definimos la extensión de los predicados de la siguiente manera:

$$A(x) : x \text{ es } R$$
$$B(x) : x \text{ es } A$$

Con esta interpretación, la premisa 1 se traduce como, existe un objeto que es R y no es A, esto es verdadero para el objeto R, porque R es R y no es A.

De manera similar, la premisa 2 se traduce como, existe un objeto que es A y no es R, esto es verdadero para el objeto A, porque A es A y no es R.

Ahora consideremos la conclusión, en esta interpretación, la conclusión se traduce como, para todo objeto, ese objeto es R o es A. Pero este no es el caso para el objeto V, porque V no es ni R ni A.

Por lo tanto, podemos concluir que el argumento no es válido.

(b) $\exists x(Ax \to (Bx \vee Cx)), \exists x Ax / \therefore \exists x Bx$

Premisas: $\exists x(Ax \to (Bx \vee Cx)), \exists x Ax$

Conclusión:$\exists x Bx$

Supongamos que nuestro universo de discurso sea $M = \{99\}$.

A continuación, definimos la extensión de los predicados de la siguiente manera:

$$A(x) : x = 99$$
$$B(x) : x \neq 99$$
$$C(x) : x = 99$$

Con esta interpretación, la premisa 99 se traduce como, existe un objeto en M tal que si es igual a 99, entonces es igual a 99 o no es igual a 99.

Dado que el único objeto en M es 99 y 99 es igual a 99, esta premisa es verdadera.

La premisa 2 se traduce como, existe un objeto en M que es igual a 99. Dado que nuestro único objeto en M es 99 y 99 es igual a 99, esta premisa es verdadera.

Sin embargo, la conclusión se traduce como, existe un objeto en M que es diferente de 99. Pero esto no es cierto para nuestro universo de discurso, porque el único objeto en M es 99 y 99 no es diferente de 99.

Por lo tanto, podemos concluir que el argumento no es válido

2 **(1 pto) Realiza las siguientes sustituciones indicando los pasos más importantes, en particular aquellos donde se usa la α-equivalencia:**

$\Big(\forall x(Ruvw \vee Px) \to \exists y\big(Pfy \vee Ryxa\big)\Big)[u, v, w, x, y := fa, gx, y, hu, fa]$

Notemos que x es una *variable de ligado*, a lo que entonces tendremos:

$\Big(\forall x(Ruvw \vee Px) \to \exists y\big(Pfy \vee Ryxa\big)\Big)[u, v, w, x, y := fa, gx, y, hu, fa]$

$\equiv_\alpha \Big(\forall c(Ruvw \vee Pc) \to \exists y\big(Pfy \vee Ryxa\big)\Big)[u, v, w, x, y := fa, gx, y, hu, fa]$

Notemos que y es una *variable de ligado*, a lo que entonces tendremos:

$\Big(\forall c(Ruvw \vee Pc) \to \exists y\big(Pfy \vee Ryxa\big)\Big)[u, v, w, x, y := fa, gx, y, hu, fa]$

$\equiv_\alpha \Big(\forall c(Ruvw \vee Pc) \to \exists d\big(Pfd \vee Rdxa\big)\Big)[u, v, w, x, y := fa, gx, y, hu, fa]$

Ahora que resolvimos las variables de ligado, procedemos a realizar las sustituciones correspondientes a:

$$\Big(\forall c(Ruvw \lor Pc) \to \exists d\big(Pfd \lor Rdxa\big)\Big)[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa]$$

$\Big(\forall c(Ruvw \lor Pc) \to \exists d\big(Pfd \lor Rdxa\big)\Big)[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa] \equiv \forall c(Ruvw \lor Pc)[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa] \to \exists d(Pfd \lor Rdxa)[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa]$
$\equiv \forall c(Ruvw[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa] \lor Pc[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa]) \to \exists d(Pfd[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa] \lor Rdxa[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa])$
$\equiv \forall c(Ru[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa]v[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa]w[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa] \lor Pc[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa])$
$\to \exists d(Pfd[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa] \lor Rd[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa]x[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa]a[u,v,w,x,y := fa, gx, y, hu, fa])$
$\equiv \forall c(Rfagxy \lor Pc) \to \exists d(Pfd \lor Rdhua)$

(b) $\forall x(Sx \to (\neg Qyx \lor \exists zRzx)[y := z] \land \forall yQxy)[z := x]$
$\forall x(Sx \to (\neg Qyx \lor \exists zRzx)[y := z] \land \forall yQxy)[z := x]$
$\forall x(Sx \to (\neg Qyx[y := z] \lor \exists zRzx[y := z]) \land \forall yQxy)[z := x]$
$\forall x(Sx \to (\neg Qy[y := z]x[y := z] \lor \exists zRz[y := z]x[y := z]) \land \forall yQxy)[z := x]$
$\forall x(Sx \to (\neg Qzx \lor \exists zRzx) \land \forall yQxy)[z := x]$
Notemos que x es una *variable de ligado*, a lo que entonces tendremos:
$\forall x(Sx \to (\neg Qzx \lor \exists zRzx) \land \forall yQxy)[z := x] \equiv_\alpha \forall c(Sc \to (\neg Qzc \lor \exists zRzc) \land \forall yQcy)[z := x]$
$\equiv \forall c(Sc[z := x] \to (\neg Qzc \lor \exists zRzc)[z := x] \land \forall yQcy[z := x]) \equiv \forall c(Sc \to (\neg Qzc[z := x] \lor \exists zRzc[z := x]) \land \forall yQc[z := x]y[z := x])$
$\equiv \forall c(Sc \to (\neg Qz[z := x]c[z := x] \lor \exists zRzc[z := x]) \land \forall yQcy) \equiv \forall c(Sc \to (\neg Qxc \lor \exists zRzc[z := x]) \land \forall yQcy)$
Notemos que z es una *variable de ligado*, a lo que entonces tendremos:
$\forall c(Sc \to (\neg Qxc \lor \exists zRzc[z := x]) \land \forall yQcy) \equiv_\alpha \forall c(Sc \to (\neg Qxc \lor \exists bRbc[z := x]) \land \forall yQcy)$
$\equiv \forall c(Sc \to (\neg Qxc \lor \exists bRb[z := x]c[z := x]) \land \forall yQcy) \equiv \forall c(Sc \to (\neg Qxc \lor \exists bRbc) \land \forall yQcy)$

(c) $\big(\forall v\exists ySvyz \lor \exists zPfvgyz\big)[w := fu, u := hyz, y := b]$ en donde $f^{(1)}, g^{(1)}$
$\big(\forall v\exists ySvyz \lor \exists zPfvgyz\big)[w := fu, u := hyz, y := b] \equiv \forall v\exists ySvyz[w := fu, u := hyz, y := b] \lor \exists zPfvgyz[w := fu, u := hyz, y := b]$
Notemos que $y - z$ son *variables de ligado*, a lo que entonces tendremos:
$\equiv \forall v\exists ySvyz[w := fu, u := hyz, y := b] \lor \exists zPfvgyz[w := fu, u := hyz, y := b] \equiv_\alpha \forall v\exists dSvdz[w := fu, u := hyz, y := b] \lor \exists ePfvgye[w := fu, u := hyz, y := b]$
$\equiv \forall v\exists dSv[w := fu, u := hyz, y := b]d[w := fu, u := hyz, y := b]z[w := fu, u := hyz, y := b] \lor \exists ePfv[w := fu, u := hyz, y := b]g[w := fu, u := hyz, y := b]y[w := fu, u := hyz, y := b]e[w := fu, u := hyz, y := b]$
$\equiv \forall v\exists dSvdz \lor \exists ePfvgbe$

3 (**2 pts**) **Sea $M = \{1, 3, 5, 15\}$ e $\mathcal{I}$ la función de interpretación en M que interpreta los siguientes predicados como se indica:**

- Ex: x es par.
- Mxy: x es múltiplo de y.
- Lxy: x es menor que y.

Verifica si se cumple lo siguiente o en caso contrario da un contraejemplo:

(a) $\models \exists y Ey \vee \forall x \neg Ex$

Procedemos a realizar las $\mathcal{I}$nterpretaciones correspondientes *para verificar si se cumple:*

$\exists y Ey$

$\mathcal{I}_1(y) = 1$
$\mathcal{I}_1(Ey) = F$

$\mathcal{I}_2(y) = 3$
$\mathcal{I}_2(Ey) = F$

$\mathcal{I}_3(y) = 5$
$\mathcal{I}_3(Ey) = F$

$\mathcal{I}_4(y) = 15$
$\mathcal{I}_4(Ey) = F$

Como podemos observar, no hay alguna interpretación que satisfaga a $\exists y Ey$ en nuestro universo de discurso M.

$\forall x \neg Ex$

$\mathcal{I}_1(x) = 1$
$\mathcal{I}_1(\neg Ex) = V$

$\mathcal{I}_2(x) = 3$
$\mathcal{I}_2(\neg Ex) = V$

$\mathcal{I}_3(x) = 5$
$\mathcal{I}_3(\neg Ex) = V$

$\mathcal{I}_4(x) = 15$
$\mathcal{I}_4(\neg Ex) = V$

$\therefore$ El argumento $\forall x \neg Ex$ si se cumple en nuestro universo de discurso M para todas las x.

Teniendo en mente lo anterior y además la propiedad lógica de $\vee$ que nos dice que basta con que un argumento sea verdadero para que toda la expresión lo sea, podemos decir que;

$$\therefore \exists y Ey \vee \forall x \neg Ex \quad \text{Si se cumple.}$$

(b) $\models \forall x \forall y (Lxy \to \neg Lyx)$

Antes de empezar con el presente primero analizáremos el enunciado $Lxy \to \neg Lyx$

Notemos que por las propiedades lógicas de la implicación: $Lxy \to \neg Lyx \equiv \neg Lxy \vee \neg Lyx$

Procedemos a realizar las $\mathcal{I}$nterpretaciones correspondientes *para verificar si se cumple:*

$\neg Lxy$	$\neg Lyx$	$\neg Lxy$	$\neg Lyx$
$\mathcal{I}_1(x) = 1$	$\mathcal{I}_1(x) = 1$	$\mathcal{I}_5(x) = 3$	$\mathcal{I}_5(x) = 3$
$\mathcal{I}_1(y) = 3$	$\mathcal{I}_1(y) = 3$	$\mathcal{I}_5(y) = 15$	$\mathcal{I}_5(y) = 15$
$\mathcal{I}_1(\neg Lxy) = F$	$\mathcal{I}_1(\neg Lyx) = V$	$\mathcal{I}_5(\neg Lxy) = F$	$\mathcal{I}_5(\neg Lyx) = V$
$\mathcal{I}_2(x) = 1$	$\mathcal{I}_2(x) = 1$	$\mathcal{I}_6(x) = 5$	$\mathcal{I}_6(x) = 5$
$\mathcal{I}_2(y) = 5$	$\mathcal{I}_2(y) = 5$	$\mathcal{I}_6(y) = 15$	$\mathcal{I}_6(y) = 15$
$\mathcal{I}_2(\neg Lxy) = F$	$\mathcal{I}_2(\neg Lyx) = V$	$\mathcal{I}_6(\neg Lxy) = F$	$\mathcal{I}_6(\neg Lyx) = V$
$\mathcal{I}_3(x) = 1$	$\mathcal{I}_3(x) = 1$	$\mathcal{I}_7(x) = 3$	$\mathcal{I}_7(x) = 3$
$\mathcal{I}_3(y) = 15$	$\mathcal{I}_3(y) = 15$	$\mathcal{I}_7(y) = 1$	$\mathcal{I}_7(y) = 1$
$\mathcal{I}_3(\neg Lxy) = F$	$\mathcal{I}_3(\neg Lyx) = V$	$\mathcal{I}_7(\neg Lxy) = V$	$\mathcal{I}_7(\neg Lyx) = F$
$\mathcal{I}_4(x) = 3$	$\mathcal{I}_4(x) = 3$	$\mathcal{I}_8(x) = 1$	$\mathcal{I}_8(x) = 1$
$\mathcal{I}_4(y) = 5$	$\mathcal{I}_4(y) = 5$	$\mathcal{I}_8(y) = 1$	$\mathcal{I}_8(y) = 1$
$\mathcal{I}_4(\neg Lxy) = F$	$\mathcal{I}_4(\neg Lyx) = V$	$\mathcal{I}_8(\neg Lxy) = V$	$\mathcal{I}_8(\neg Lyx) = V$

$$\therefore \ \forall x \forall y (Lxy \to \neg Lyx) \ \text{ Si se cumple.}$$

(c) $\models \forall x \exists y Lxy \wedge \forall x \exists y Mxy$

Procedemos a realizar las $\mathcal{I}$nterpretaciones correspondientes *para verificar si se cumple:*

$\forall x \exists y Lxy$	$\forall x \exists y Mxy$
$\mathcal{I}_1(x) = 15$ $\mathcal{I}_1(y) = 5$ $\mathcal{I}_1(Lxy) = F$	$\mathcal{I}_1(x) = 15$ $\mathcal{I}_1(y) = 5$ $\mathcal{I}_1(Mxy) = V$
$\mathcal{I}_2(x) = 5$ $\mathcal{I}_2(y) = 15$ $\mathcal{I}_2(Lxy) = V$	$\mathcal{I}_2(x) = 5$ $\mathcal{I}_2(y) = 15$ $\mathcal{I}_2(Mxy) = F$

Teniendo en mente lo anterior y además la propiedad lógica de $\wedge$ que nos dice que todos los argumentos involucrados con ese conectivo lógico deben ser verdaderos para que toda la expresión lo sea, podemos decir que;

$\therefore$ Hemos encontrado un contraejemplo y por ende el presente no se cumple.

(d) $\models \forall x(Ex \to Mxa) \to \neg \exists x Lxa$ en donde $\mathcal{I}(a) = 1$

Antes de empezar con el presente, primero analizaremos el enunciado $\forall x(Ex \to Mxa)$

Notemos que tenemos a un viejo conocido del inciso **(a)** el cual es Ex, como hemos podido apreciar, esta expresión siempre sera F en nuestro universo de discurso por lo que el enunciado antes mencionado queda de la forma: $\forall x(Ex \to Mxa) \equiv \forall x(\bot \to Mxa)$, ahora, recordando los valores de la tabla de verdad de la implicación tendremos que podemos reducir esto aun mas ya que tenemos que nuestro *antecedente* que es falso y nuestro *consecuente* que sin importar si este da un resultado de F o V, tenemos que la expresión siempre sera verdadera, reduciéndose de esta forma:

$\forall x(\bot \to Mxa) \equiv \top$

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Y por ende nuestra expresión original quedaría como:

$$\top \to \neg \exists x Lxa$$

Ahora, por motivos de tener un procedimiento mas claro, procedemos a cambiar nuestro cuantificador por su equivalente no negado usando:

$$\neg \exists x \varphi \equiv \forall x \neg \varphi$$

A lo que entonces tendremos:

$$\top \to \neg \exists x Lxa \equiv \top \to \forall x \neg Lxa$$

Notemos que ahora tenemos un *antecedente* que es verdadero y un *consecuente* que solo puede tener dos posibles estados, y dependiendo de si este es verdadero o falso, nos dirá si esta cumple (que todos sus casos den verdadero) o en dado caso, exista un contraejemplo que nos muestre un estado de x que no cumple con la proposición $\forall x \neg Lxa$ y por ende nos de falso en la expresión $\top \to \forall x \neg Lxa$.

Procedemos a realizar las $\mathcal{I}$nterpretaciones correspondientes *para verificar si se cumple:*

$\forall x \neg Lxa$	$\forall x \neg Lxa$	$\forall x \neg Lxa$	$\forall x \neg Lxa$
$\mathcal{I}_1(x) = 1$	$\mathcal{I}_2(x) = 3$	$\mathcal{I}_3(x) = 5$	$\mathcal{I}_4(x) = 15$
$\mathcal{I}_1(a) = 1$	$\mathcal{I}_2(a) = 1$	$\mathcal{I}_3(a) = 1$	$\mathcal{I}_4(a) = 1$
$\mathcal{I}_1(\neg Lxa) = V$	$\mathcal{I}_2(\neg Lxa) = V$	$\mathcal{I}_3(\neg Lxa) = V$	$\mathcal{I}_4(\neg Lxa) = V$

$$\therefore \ \forall x(Ex \to Mxa) \to \neg \exists x Lxa, \quad \mathcal{I}(a) = 1, \quad \text{Si se cumple.}$$

4 (**1 pto**) **Decide si los siguientes conjuntos son unificables mediante el algoritmo de Martelli-Montanari, haciendo explícito el proceso de composición de sustituciones para calcular el** `umg` **final en cada caso.**

- $W = \{Paxfgy,\ Pzfzfw\}$ con $P^{(3)}, f^{(1)}, g^{(1)}$.

$$
\begin{array}{rl}
\{Paxfgy = Pzfzfw\} & \\
\{a = z, x = fz, fgy = fw\} & \text{Por Descomposición} \\
\{z = a, x = fz, fgy = fw\} & \text{Por Swap} \\
\{x = fa, fgy = fw\} & \text{Por la Sustitución}[z := a] \\
\{fgy = fw\} & \text{Por la Sustitución}[x := fa] \\
\{gy = w\} & \text{Por Descomposición} \\
\{w = gy\} & \text{Por Swap} \\
\{\} & \text{Por la Sustitución}[w := gy]
\end{array}
$$

Por consiguiente, al realizar la *composición* de nuestras *sustituciones* obtenemos que el **unificador mas general** esta dado por $[z, x, w := a, fa, gy]$.

- $W = \{Qfahzwwhwzzu,\ Qfxwwyuz\}$ con $Q^{(4)}, f^{(3)}, h^{(2)}$.

$$
\begin{array}{rl}
\{Qfahzwwhwzzu = Qfxwwyuz\} & \\
\{Q\Big(f(ah(zw)w)h(wz)zu\Big) = Q\Big(f(xww)yuz\Big)\} & \\
\{fahzww = fxww, hwz = y, z = u, u = z\} & \text{Por Descomposición} \\
\{a = x, hzw = w, w = w, hwz = y, z = u, u = z\} & \text{Por Descomposición} \\
\{x = a, hzw = w, w = w, hwz = y, z = u, u = z\} & \text{Por Swap} \\
\{hzw = w, w = w, hwz = y, z = u, u = z\} & \text{Por la Sustitución}[x := a] \\
\{w = hzw, w = w, hwz = y, z = u, u = z\} & \text{Por Swap}
\end{array}
$$

Observemos como w es parte de hwz además de también y, a lo que podemos decir que estamos ante una sustitución fallida, por ende no ha sido posible encontrar el **unificador mas general**.

5 (**2 pts**) **Transforma las siguientes fórmulas a su forma clausular, indica todas las formas normales necesarias por separado.**

(a) $\forall x \exists y \,(Pgfaxx \to \neg(Qafxz \vee Pxfx)) \to \exists z Qaxfz$

(b) $\forall x \exists y \forall y Pagxy \wedge \neg\,(\forall x Qxfza \vee \forall x Qxfzb)$

(c) $\neg \forall x \,(Pxz \vee \exists z Qxyz) \vee \exists y Pfay$

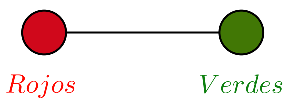
6 (**2 pts**) **Considere la siguiente información:**

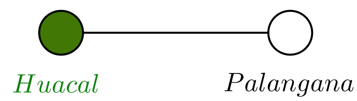
- Cualquier objeto es rojo, verde o azul.
- Los objetos rojos están a la izquierda de los objetos verdes.
- La palangana está a la derecha del huacal.
- El huacal es verde pero la palangana no.

Realice lo siguiente:

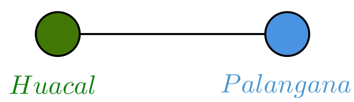
- **Verifique si la palangana es azul de manera informal, es decir argumentando en español.**
  Observemos que en nuestro universo de discurso, tenemos a los objetos palangana y huacal, además de que estos objetos forzosamente tienen el color rojo, verde o azul además de que estos objetos cumplen reglas en cuanto a que objeto puede o no puede estar a lado de otro.

  Con esto en mente visualicemos nuestras reglas que nos hablan sobre que todo objeto rojo se encuentra a la izquierda de los objetos verdes además de las reglas que nos hablan sobre que el huacal es verde (la palangana no es verde) y que la palangana esta a la derecha del huacal.

  Como podemos observar, si la palangana no es verde, entonces tenemos dos colores que podríamos asignarle, estos son el rojo o el azul sin embargo , no podemos asignarle el color rojo a la palangana por que esta se encuentra a la derecha de un objeto verde y como sabemos, para que fuera roja esta tendría que estar a su izquierda (no a su derecha) es por esto que por las reglas descritas, el único color que podemos asignarle a la Palangana es el azul.

- **¿ Qué información implícita, es decir, diferente a las cuatro premisas dadas, utilizó en el argumento informal?**
  La información implícita que utilizamos en la anterior fue el que los objetos verdes están a la derecha de los objetos rojos, el que un objeto rojo no puede estar a la derecha de uno verde y el que un objeto azul no tiene restricciones de espacio.

➢ **¿Puede resolverse este problema en `Prolog`? Justifique su respuesta.**
Debido al paradigma de `Prolog` si, si podemos resolver este problema con el uso de `Prolog`
Para ellos solo debemos de implementar las reglas pertinentes para que el programa nos diga de que color es Palangana.
A continuación, una implementación funcional en `Prolog` de lo anterior.

En un archivo llamado `exam.pl` :

```prolog
% Definimos los colores
color(rojo).
color(verde).
color(azul).

% Definimos la posicion de los objetos
% Conforme si estan a la derecha o a
% la izquierda de otro objeto
posicion(rojo, verde).
posicion(azul, _).
posicion(_, azul).

% Definimos el color del huacal
huacal(verde).

% Definimos el color de la palangana
palangana(X) :- posicion(huacal, X).
```

Compilar con:

```
swipl exam.pl
```

Al ejecutar en terminal:

```
?- palangana(X).
X = azul;
false.
```

Notemos que en el código, fue suficiente el que solo definiéramos nuestros colores como lo seria homologamente $M = \{rojo, verde, azul\}$ y que nuestras premisas quedaran de la forma $posicion(rojo, verde)$. y $huacal(verde)$., notese que estamos aprovechando la cualidad de `Prolog` de identificar solo las relaciones que le mostramos, es decir, `Prolog` sabe que con $posicion(rojo, verde)$. nos referimos a nuestra premisa y no nos estamos refiriendo a $posicion(verde, rojo)$. por lo que no tendremos errores de lógica en ese aspecto, nuestros únicos agregados que no estaban en las premisas son $posicion(\_, azul)$. y $posicion(azul, \_)$. ya que como vimos anteriormente, los objetos azules no tienen limitaciones y pueden estar tanto a la izquierda como a la derecha.

En cuanto al funcionamiento de $palangana(X)$ es bastante simple, ya que solo estamos buscando el color de la palangana que cumple en estar a la derecha de un huacal verde y el caso de *posicion* que lo cumple es el de $posicion(\_, azul)$. , es por esto que `Prolog` sabe que la palangana es azul.

7 (**1 pto**) **Considera el siguiente programa lógico** $\mathbb{P}_1$.

```
odd(s(0)).
odd(s(s(X))) :- odd(X).
```

- **Construya el Árbol SLD (árbol binario) para la siguiente meta:**
  $G_1 =? - odd(s(s(s(s(0))))))$.

  Antes de iniciar el ejercicio, notemos que la funcion del programa descrito es la de determinar si un número es impar.

  La primera cláusula establece que el número 1 (representado por el sucesor de 0, "$s(0)$") es impar.

  La segunda cláusula establece que si un número "X" es impar (lo cual verificamos al llamar a "$odd(X)$"), entonces el número sucesor de su sucesor "$s(s(X))$" también es impar.

  Es entonces que si consultamos el predicado "odd" con un número como argumento (en su forma de sucesor n de 0), este devolverá "$true$" si el número es impar y "$false$" si es par.

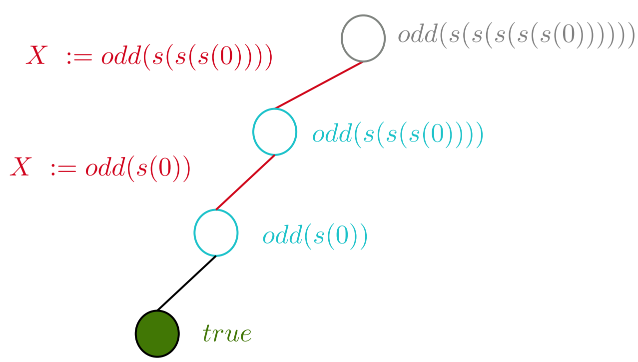
  Ahora, si ejecutamos el presente código junto con la funcion trace, obtendremos:

```
?- odd(s(s(s(s(s(0)))))).
true.

?- trace.
true.

[trace]  ?- odd(s(s(s(s(s(0)))))).
   Call: (10) odd(s(s(s(s(s(0)))))) ? creep
   Call: (11) odd(s(s(s(0)))) ? creep
   Call: (12) odd(s(0)) ? creep
   Exit: (12) odd(s(0)) ? creep
   Exit: (11) odd(s(s(s(0)))) ? creep
   Exit: (10) odd(s(s(s(s(s(0)))))) ? creep
true.
```

Por ende nuestro Árbol SLD será:



8 (**2 pts**) **Verifique la validez del siguiente argumento mediante resolución binaria, donde** $f^{(2)}, g^{(1)}$:

$$\begin{array}{l} Lfxygz \lor \neg Lyz \\ \neg Lfxfcfdaw \\ \hline \therefore \neg Lab \end{array}$$

Observemos que nuestras clausulas serán:

$$\{Lfxygz \lor \neg Lyz, \neg Lfxfcfdaw\}$$

Como primer paso, realizamos la *refutación* correspondiente para que nuestra conclusión $\neg Lab$ pase a formar parte de el conjunto anterior.

$$\{Lfxygz \lor \neg Lyz, \neg Lfxfcfdaw, Lab\}$$

Ahora, procedemos a en listar nuestras clausulas para realizar la resolución binaria:

- $Lfxygz \lor \neg Lyz$
- $\neg Lfxfcfdaw$
- Lab

Proseguimos la resolución binaria con una sustitución de a y b en y y z de $Lfxygz$ en $Lfxygz \lor \neg Lyz$:

- $Lfxagb \quad [y := a, z := b]$

Observemos como al llegar a este caso no podemos proseguir en la realización de la resolución binaria ya que entonces llegaríamos a la realización de la sustitución de $[fcda := a, w := gb]$ entre $\neg Lfxfcfdaw$ y Lab pero, esto fallará al realizar $[fcda := a]$.

Con esto en mente, procedemos a realizar nuestra otra posibilidad :

- $\neg Lfcfdagz \quad [y := fcfda, w := gz]$

Nuevamente seguimos sin poder seguir realizando resolución binaria por que caemos en un caso como el anterior, es por esto que podemos concluir que necesitamos de una sustitución de términos y no basta solo con esto.
Al no poder llegar a la clausula vacía podemos decir que el argumento descrito no es valido.