Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Organización y Arquitectura de Computadoras

Tarea 03

Arriaga Santana Estela Monserrat
Castañon Maldonado Carlos Emilio
Fernández Blancas Melissa Lizbeth

1 **Demuestra que** $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$

x	y	z	$x \cdot y$	$y \cdot z$	$(x \cdot y) \cdot z$	$x \cdot (y \cdot z)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1

Como en la tabla de verdad la equivalencia da el mismo resultado, concluimos que la igualdad queda demostrada

2 **Demuestra si la siguiente igualdad es valida** $x(\bar{x} + y) = xy$

Demostración: Usando los postulados vistos en clase:

$$\begin{aligned} x(\bar{x} + y) &= x\bar{x} + xy \quad \text{P4a} \\ &= 0 + xy \quad \text{P5b} \\ &= xy \quad \text{P2a} \end{aligned}$$

3 **Demuestra si la siguiente igualdad es valida** $(x + y)(\bar{x} + z)(y + z) = (x + y)(\bar{x} + z)$

$F(x, y, z) = (x + y)(\bar{x} + z)(y + z)$

x	y	z	$\bar{x}$	$x + y$	$\bar{x} + z$	$y + z$	F
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1

$F(x, y, z) = (x + y)(\bar{x} + z)$

x	y	z	$\bar{x}$	$x + y$	$\bar{x} + z$	F
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1

Como podemos observar en ambas tablas de verdad llegamos al mismo resultado.
$\therefore$ La igualdad de las expresiones queda demostrada.

4 **Demuestra si la siguiente igualdad es valida** $\overline{x \cdot y} = \overline{x} \cdot \overline{y}$

x	y	$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{x} \cdot \overline{y}$	$x \cdot y$	$\overline{x \cdot y}$
0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0

Como en la tabla de verdad no llegamos al mismo resultado, podemos concluir que la igualdad no es válida

5 Verifica la siguiente igualdad usando los postulados de Huntington.

$$F(x,y,z) = x + x(\bar{x}+y) + \bar{x}y = x + y$$

$$\begin{aligned} x + x(\bar{x}+y) + \bar{x}y &= x + xy + \bar{x}y \quad \text{Teorema 5} \\ &= x + yx + y\bar{x} \quad \text{P3b} \\ &= x + y(x+\bar{x}) \quad \text{P4a} \\ &= x + y(1) \quad \text{P5a} \\ &= x + y \quad \text{P2b} \end{aligned}$$

$\therefore$ La igualdad $F(x,y,z) = x + x(\bar{x}+y) + \bar{x}y = x + y$ se cumple.

6 Obtén los maxitérminos y mintérminos de la siguiente función.

$$F(x,y,z) = \bar{x}\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}\cdot x + \bar{z}\cdot x + z\cdot x + y\cdot\bar{y} + \bar{z}$$

Como podemos observar, esta funcion contiene varias expresiones que pueden ser simplificadas por lo que vamos a proceder con la minimización de la funcion mediante álgebra booleana para posteriormente poder obtener los maxitérminos y mintérminos de una manera mas sencilla.

$$\begin{aligned} F(x,y,z) &= \bar{x}\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}\cdot x + \bar{z}\cdot x + z\cdot x + \bar{z} \quad \text{P5b} \\ &= \bar{x}\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}\cdot x + z\cdot x + \bar{z}\cdot x + \bar{z} \quad \text{P3a} \\ &= \bar{x}\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}\cdot x + z\cdot x + \bar{z} \quad \text{T3a} \\ &= \bar{y}\cdot\bar{z}\cdot\bar{x}\cdot x + z\cdot x + \bar{z} \quad \text{P3b} \\ &= \bar{y}\cdot\bar{z} + z\cdot x + \bar{z} \quad \text{P5b} \\ &= \bar{y}\cdot\bar{z} + \bar{z} + z\cdot x \quad \text{P3a} \\ &= \bar{z} + z\cdot x \quad \text{T3a} \\ &= (\bar{z}+z)\cdot(\bar{z}+x) \quad \text{P4b} \\ &= (1)\cdot(\bar{z}+x) \quad \text{P5a} \\ &= \bar{z} + x \quad \text{P2b} \end{aligned}$$

Como podemos apreciar hemos llegado a que nuestra funcion puede simplificarse a solo $\bar{z} + x$ sin embargo nuestra funcion funciona en base a (x, y, z) por lo que la ultima expresión minimizada que contempla a las 3 variables, tendremos que es $\bar{y}\cdot\bar{z} + \bar{z} + z\cdot x$ a lo que procedemos a obtener los maxitérminos y mintérminos:

$F(x,y,z) = \bar{y}\cdot\bar{z} + \bar{z} + z\cdot x$

x	y	z	$\bar{y}$	$\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	zx	F
0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1	1

Mintérminos
$fm = \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz$

Maxitérminos
$FM = (x+y+\bar{z})(x+\bar{y}+\bar{z})$

$F(x,y,z) = \bar{z} + x$

x	z	$\bar{z}$	F
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1

Mintérminos
$fm = \bar{x}\bar{z} + x\bar{z} + xz$

Maxitérminos
$FM = x + \bar{z}$

7 Simplifica la siguiente función usando su tabla de verdad asociada.

$$F(x,y,z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}z + xyz$$

x	y	z	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$	xy	$\bar{x}\bar{y}$	yz	$\bar{y}\bar{z}$	xyz	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	F
0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1

Mintérminos
$fm = \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + xyz$

Maxitérminos
$FM = \bar{x} + \bar{y} + z$

Notamos que la expresión de nuestra tabla de verdad queda radicalmente simplificada mediante Maxitérminos por lo que procedemos a realizar su tabla de verdad para verificar el que $FM = \bar{x} + \bar{y} + z$ es la expresión simplificada de nuestra funcion original.

x	y	z	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x} + \bar{y} + z$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1

$$\therefore F(x,y,z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}z + xyz = \bar{x} + \bar{y} + z$$

8 Expande la siguiente función y da su maxitérminos.

$$F(x,y,z) = (x + \bar{x}z) \cdot (\bar{y} + \bar{z}) \cdot z$$

$$\begin{aligned} F(x,y,z) &= (x + \bar{x}z) \cdot (\bar{y} + \bar{z}) \cdot z \\ &= (x + \bar{x}z) \cdot (\bar{y}z + \bar{z}z) \quad \text{P4a} \\ &= (x + \bar{x}z) \cdot (\bar{y}z + 0) \quad \text{P5b} \\ &= (x\bar{y}z + \bar{x}z\bar{y}z) \quad \text{P4a} \\ &= x\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}zz \quad \text{P3b} \\ &= x\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}z \quad \text{T1b} \end{aligned}$$

Por lo tanto nuestra tabla queda:

x	**y**	**z**	**F**
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Por lo tanto los maxtérminos son: $x+y+z$, $x+\bar{y}+z$, $x+\bar{y}+\bar{z}$, $\bar{x}+y+z$, $\bar{x}+\bar{y}+z$, $\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}$, que son: M_0, M_2, M_3, M_4, M_6, M_7. Por lo tanto, $F(x,y,z) = M_0 \cdot M_1 \cdot M_3 \cdot M_4 \cdot M_6 \cdot M_7 = \Pi(0,2,3,4,6,7)$.

9 **Utilizando Mapas de Karnaugh simplifica la función.**

$$F(x_0,x_1,x_2,x_3) = \bar{x}_0\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_0\bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_0\bar{x}_1x_2x_3 + x_0\bar{x}_1x_2x_3 + x_0x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_0x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + x_0x_1x_2x_3$$

X_0X_1 \ X_2X_3	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	0	0	0
11	1	0	1	0
10	0	0	1	0

$$F(x_0,x_1,x_2,x_3) = \bar{x}_0\bar{x}_1\bar{x}_2 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_2x_3 + x_0x_2x_3$$

10 **Para realizar una Mapa de Karnaugh con más de 5 variables se menciono que existe más de una forma de representarlo.**
Investiga ambos métodos y utiliza el que más se te acomode para reducir la siguiente función.
$F(x_0,x_1,x_2,x_3,x_4) = \bar{x}_0\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 + \bar{x}_0\bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 + \bar{x}_0\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4 + x_0\bar{x}_1x_2x_3x_4 + x_0x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_0x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + x_0x_1x_2x_3x_4$

En el mapa de Karnaugh con 5 variables, podemos acomodar a x_0 y x_1 verticalmente y a x_2, x_3, x_4 en la parte horizontal. Entonces para x_2, x_3, x_4 tenemos dos opciones: $000, 001, 011, 010, 110, 100, 101, 111$ ó $000, 001, 011, 010, 110, 111, 101, 100$. Generalmente se utiliza la segunda opción, pues los términos se agrupan usando un mapa reflejo"para poder agrupar más términos. En este caso también usaremos esta opción, aunque en nuestro mapa no hay diferencia.

$X_0\ X_1$ \ $X_2\ X_3\ X_4$	000	001	011	010	110	111	101	100
00	1	0	0	1	1	0	0	0
01	0	1	0	0	0	0	0	0
11	0	1	0	0	0	1	0	0
10	0	0	0	0	0	1	0	0

Por lo tanto, la expresión reducida es:

$$F(x_0,x_1,x_2,x_3,x_4) = \bar{x}_0\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_0\bar{x}_1x_3\bar{x}_4 + x_0x_2x_3x_4$$