Universidad Nacional Autónoma de México

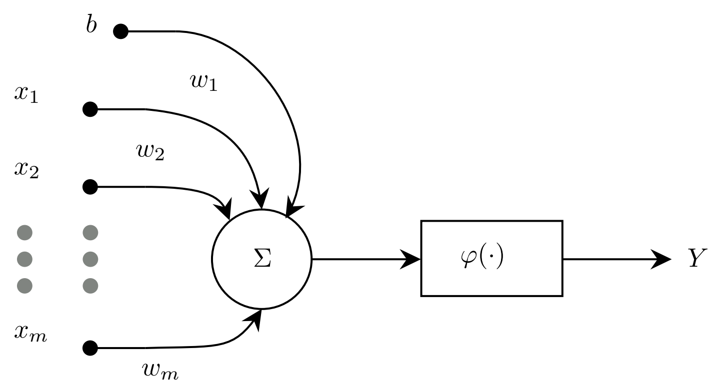
Facultad de Ciencias

Redes Neuronales

Tarea 02 - Aprendizaje de máquina

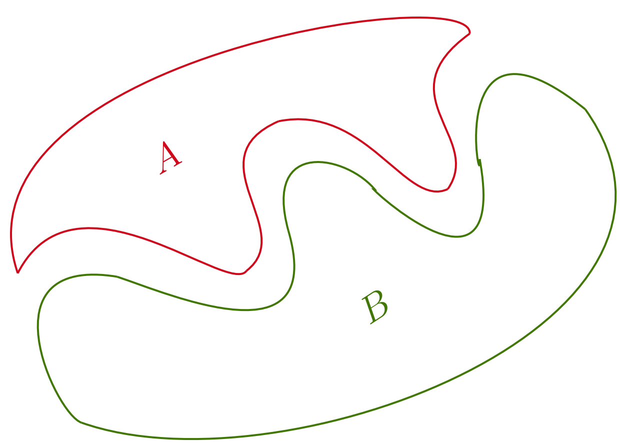
Carlos Emilio Castañon Maldonado

1 **Dado el siguiente perceptrón, relaciona la notación con sus significados.**



- $x_1, x_2, ..., x_m$: Señales de entrada
- $w_1, w_2, ..., w_m$: Pesos de las señales de entrada
- b : Sesgo
- Σ : Suma de las entradas
- φ : Función de activación
- Y : Salida de la neurona

2 **Considerando un problema de clasificación donde sea necesario una función que nos permita determinar si los puntos corresponden al conjunto A o al conjunto B de la siguiente imagen. ¿Por qué no es posible realizar dicha tarea con un perceptrón simple?**



Respuesta: Los conjuntos no son linealmente separables

3 **Para un perceptrón con señales de entrada;** $x_1 = 0.8$ **,** $x_2 = 0.7$**, con pesos;** $w_1 = 0.4$ **,** $w_2 = 0.3$ **y con sesgo;** $b = 0.5$ **, la cual está siendo evaluada con la función de activación sigmoide:**

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

¿Cuál es la salida del perceptrón?

Recordando que:

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$
$$z = wx + b$$

Notemos como es que para calcular la salida del perceptrón con los valores dados, primero necesitamos calcular la entrada ponderada y luego aplicar la función de activación sigmoide.

La entrada ponderada (antes de aplicar el sesgo) se calcula de la siguiente manera:

$$z = w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + b$$

Sustituyendo los valores dados:

$$\begin{aligned} z &= (0.4 \times 0.8) + (0.3 \times 0.7) + b \\ &= 0.32 + 0.21 + b \\ &= 0.53 + b \end{aligned}$$

Luego, aplicamos el sesgo:

$$z = 0.53 + b$$

$$z = 0.53 + 0.5 = 1.03$$

Finalmente, aplicamos la función de activación sigmoide:

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\sigma(1.03) = \frac{1}{1 + e^{-1.03}} \approx 0.7369159$$

$\therefore$ La salida del perceptrón es aproximadamente 0.7369159

4 **Considerando un perceptrón con señales de entrada $x_1 = 0.3$, $x_2 = 0.8$, con pesos; $w_1 = 0.7$, $w_2 = 0.3$ y un peso de sesgo; $w_b = 0.2$, que usa una función umbral donde los valores menores o iguales a 0 son 0 y si son mayores que 0 son 1.**

$$f\ umbral = \begin{cases} 0 \text{ si los valores son } \leq 0 \\ 1 \text{ si los valores son } > 0 \end{cases}$$

Si las señales de entrada deberían dar como resultado 0. Usando la ley de aprendizaje con una taza de aprendizaje de $\alpha = 0.2$, encuentra los nuevos valores para los pesos después de una iteración.

Para actualizar los pesos (w) utilizando la regla de aprendizaje del perceptrón, primero debemos calcular la salida del perceptrón con los pesos actuales para después comparar esta salida con el resultado deseado (0), para entonces ajustar los pesos según corresponda.

Dado que la función umbral que se utiliza asigna 0 para valores menores o iguales a 0 y 1 para valores mayores que 0, solo podremos saber esto si aplicamos:

$$z = wx + b$$

Dependiendo del resultado que tengamos, podremos saber si estamos ante un 0 o un 1.

Ahora, recordando que la regla de aprendizaje para el perceptrón es:

$$w_i(n+1) = w_i(n) + \alpha \cdot (d - y) \cdot x_i$$

En donde:

- $w_i(n+1)$ es el nuevo valor del peso w_i después de la actualización.
- $w_i(n)$ es el valor actual del peso w_i.
- α es la tasa de aprendizaje.
- d es el valor deseado (0 en este caso).
- y es la salida actual del perceptrón.
- x_i es la señal de entrada correspondiente al peso w_i.

Sustituyendo los valores proporcionados, tendremos:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0.3 \\ x_2 &= 0.8 \\ w_1 &= 0.7 \\ w_2 &= 0.3 \\ w_b &= 0.2 \\ \alpha &= 0.2 \\ d &= 0 \quad \text{(el valor deseado)} \end{aligned}$$

Calculamos la salida del perceptrón, con:

$$z = wx + b$$

$$\begin{aligned} z &= ((0.7 \times 0.3) + (0.3 \times 0.8) + 0.2) \\ &= (0.21 + 0.24 + 0.2) \\ &= 0.65 \end{aligned}$$

Ahora procedemos a aplicar nuestra **función umbral**.

$$0.65 > 0 \to 1$$

Ya que la salida de la **función umbral** es 1 y el valor deseado es 0, ajustamos los pesos usando:

$$w_i(n+1) = w_i(n) + \alpha \cdot (d - y) \cdot x_i$$

$$\begin{aligned} w_1 &= 0.7 + 0.2 \times (0-1) \times 0.3 \\ &= 0.7 + 0.2 \times (-1) \times 0.3 \\ &= 0.7 + (-0.2) \times 0.3 \\ &= 0.7 + (-0.06) \\ &= 0.7 - 0.06 \\ &= 0.64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_2 &= 0.3 + 0.2 \times (0-1) \times 0.8 \\ &= 0.3 + 0.2 \times (-1) \times 0.8 \\ &= 0.3 + (-0.2) \times 0.8 \\ &= 0.3 + (-0.16) \\ &= 0.3 - 0.16 \\ &= 0.14 \end{aligned}$$

$$w_b = 0.2 + 0.2 \times (0-1) = 0.2 - 0.2 = 0$$

Por lo tanto, los nuevos valores de los pesos después de una iteración son:

$$\begin{aligned} w_1 &= 0.64 \\ w_2 &= 0.14 \\ w_b &= 0 \end{aligned}$$

Notese que otro método para calcular w_1 y w_2 es el de:

$$(w_1, w_2) + (\alpha \cdot (d - y))(x_1, x_2)$$

$$\begin{aligned} &= (0.7, 0.3) + (0.2 \cdot (0-1))(0.3, 0.8) \\ &= (0.7, 0.3) + (0.2 \cdot (-1))(0.3, 0.8) \\ &= (0.7, 0.3) + (-0.2)(0.3, 0.8) \\ &= (0.7, 0.3) - 0.2(0.3, 0.8) \\ &= (0.7, 0.3) - (0.06, 0.16) \\ &= (0.7 - 0.06, 0.3 - 0.16) \\ &= (0.64, 0.14) \end{aligned}$$