

Interpretación de la red

Facultad de Ciencias, UNAM

26 de marzo de 2023



Transformada de Fourier

- 1 Transformada de Fourier
- 2 Transformada de Fourier 2D

Transformada de Fourier continua

- “La transformada de Fourier, denominada así por Joseph Fourier, es una transformación matemática empleada para transformar señales entre el dominio del tiempo (o espacial) y el dominio de la frecuencia. El propio término se refiere tanto a la operación de transformación como a la función que produce.”^[1]

Definición (Transformada de Fourier continua)

$$g(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i2\pi\xi x} dx$$

^[1] https://es.wikipedia.org/wiki/Transformada_de_Fourier

Interpretación

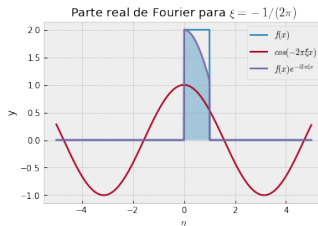
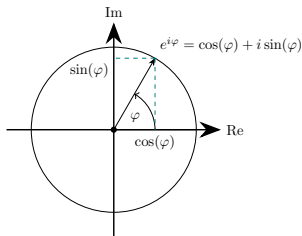
$$g(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i2\pi\xi x} dx$$

- A partir de la definición general:

$$e^{x+iy} = e^x (\cos(y) + i \sin(y))$$

obtenemos la *fórmula de Euler* que utiliza la transformada:

$$e^{it} = \cos(t) + i \sin(t)$$



Transformada de Fourier discreta

Definición (Transformada de Fourier discreta)

Transformada:

$$y[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-2\pi i \left(\frac{kn}{N}\right)}$$

Inversa:

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y[k] e^{2\pi i \left(\frac{kn}{N}\right)}$$

Ejemplo

- Permite analizar señales en 1D, como el audio.

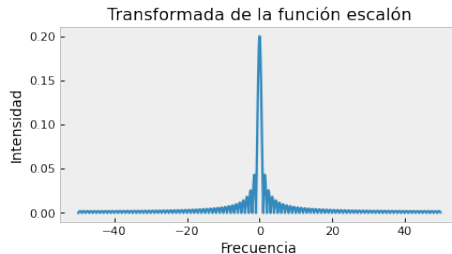
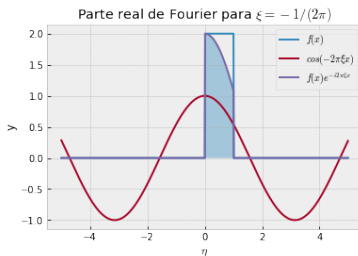


Figura: Transformada discreta de la función escalón.

Transformada de Fourier 2D

- 1 Transformada de Fourier
- 2 Transformada de Fourier 2D

Transformada de Fourier discreta 2D

Definición (Transformada de Fourier discreta 2D)

Transformada:

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-2\pi i \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}$$

Inversa:

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{2\pi i \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}$$

Periodicidad

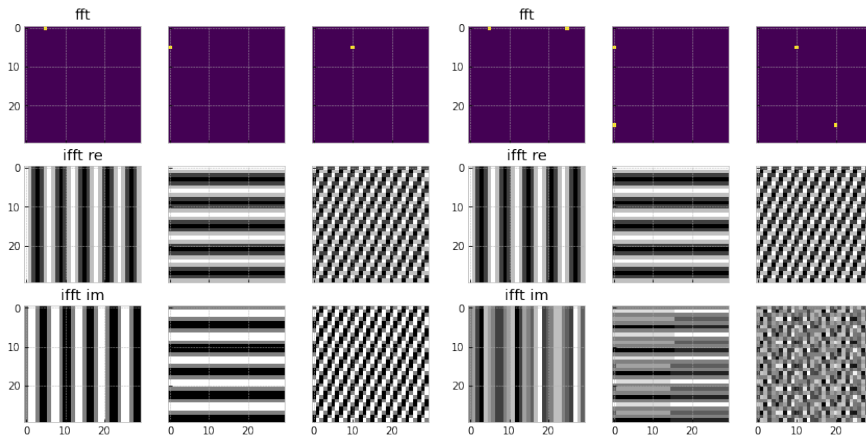


Figura: Un punto en el espacio de frecuencia corresponde a una frecuencia en el espacio Euclidiano.

Transformada de una imagen

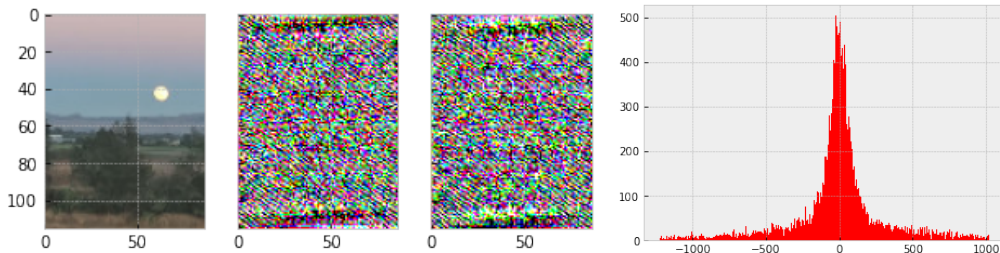


Figura: Transformada de Fourier de una imagen. Visualizar como imagen no nos muestra mucho. El histograma permite visualizar mejor los valores obtenidos en la parte real.

Nota: Si calculamos la inversa de la transformada recuperamos la imagen original.

Referencias I

Fourier Transforms (scipy.fft) <https://docs.scipy.org/doc/scipy/tutorial/fft.html>

Licencia

Creative Commons
Atribución-No Comercial-Compartir Igual

