



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA



EM608 – Elementos de Máquinas  
ES690 – Sistemas Mecânicos

## ***ELEMENTOS ELÁSTICOS (MOLAS)***

### ***Resistência e Coeficiente de Segurança***

Prof. Gregory Bregion Daniel [gbdaniel@fem.unicamp.br](mailto:gbdaniel@fem.unicamp.br)

Prof.<sup>a</sup> Katia Lucchesi Cavalca [katia@fem.unicamp.br](mailto:katia@fem.unicamp.br)

Campinas, 2º semestre 2020



## Esforços Residuais

Quando um arame é enrolado em forma de espira, esforços residuais de tração se desenvolvem na superfície externa da espira e esforços residuais de compressão se desenvolvem na superfície interna. Nenhum destes esforços residuais é benéfico, podendo ser removidos, aliviando assim, as tensões na mola.

**Pré-assentamento** (*setting*): alívio de esforços residuais podem ser introduzidos por um processo chamado de pré-assentamento pelos fabricantes.

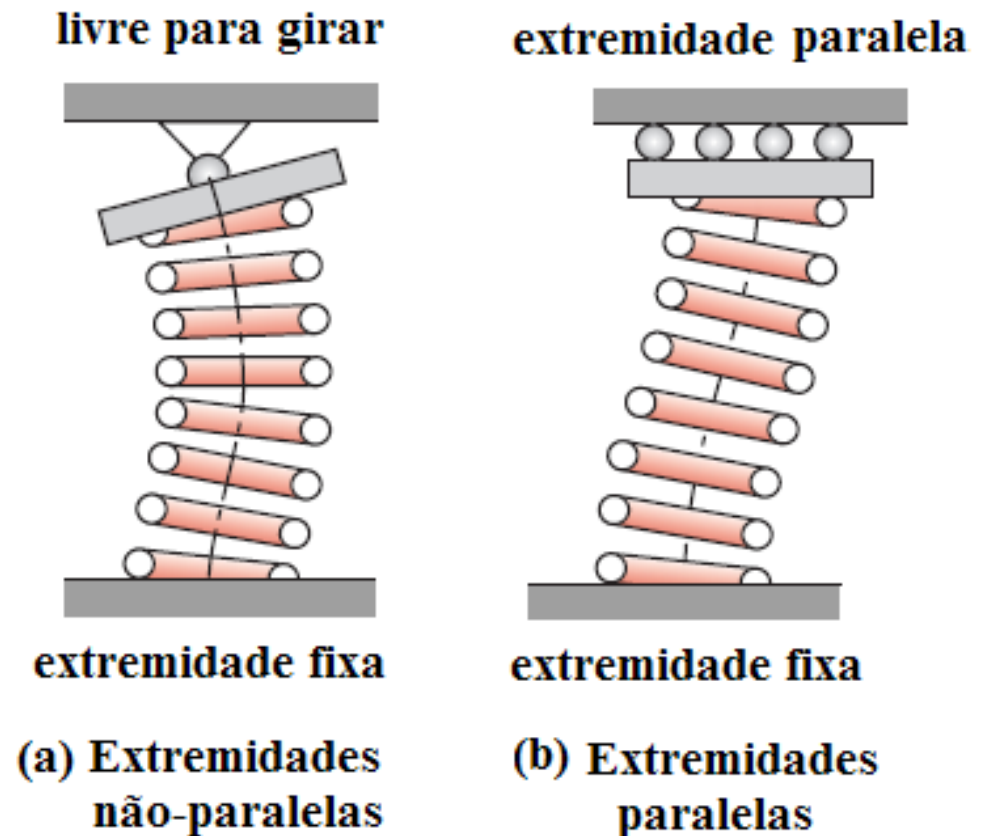
**Carregamento Reverso:** não é aceitável que se aplique cargas reversas nas espiras.

**Jateamento de granalha** (*shot peening*): alívio de esforços residuais por impacto de esferas muito pequenas nas espiras das molas, sendo empregado para carregamento cíclico em fadiga.



## Flambagem de Molas de Compressão

Uma mola de compressão é carregada como uma coluna, podendo flambar se for muito delgada. O vínculo das extremidades da mola afetam sua tendência de flambar. Se uma extremidade é apenas apoiada (figura 12 (a)) a mola irá flambar com uma razão menor que para extremidades fixas ou engastadas em placas paralelas (figura 12 (b)).

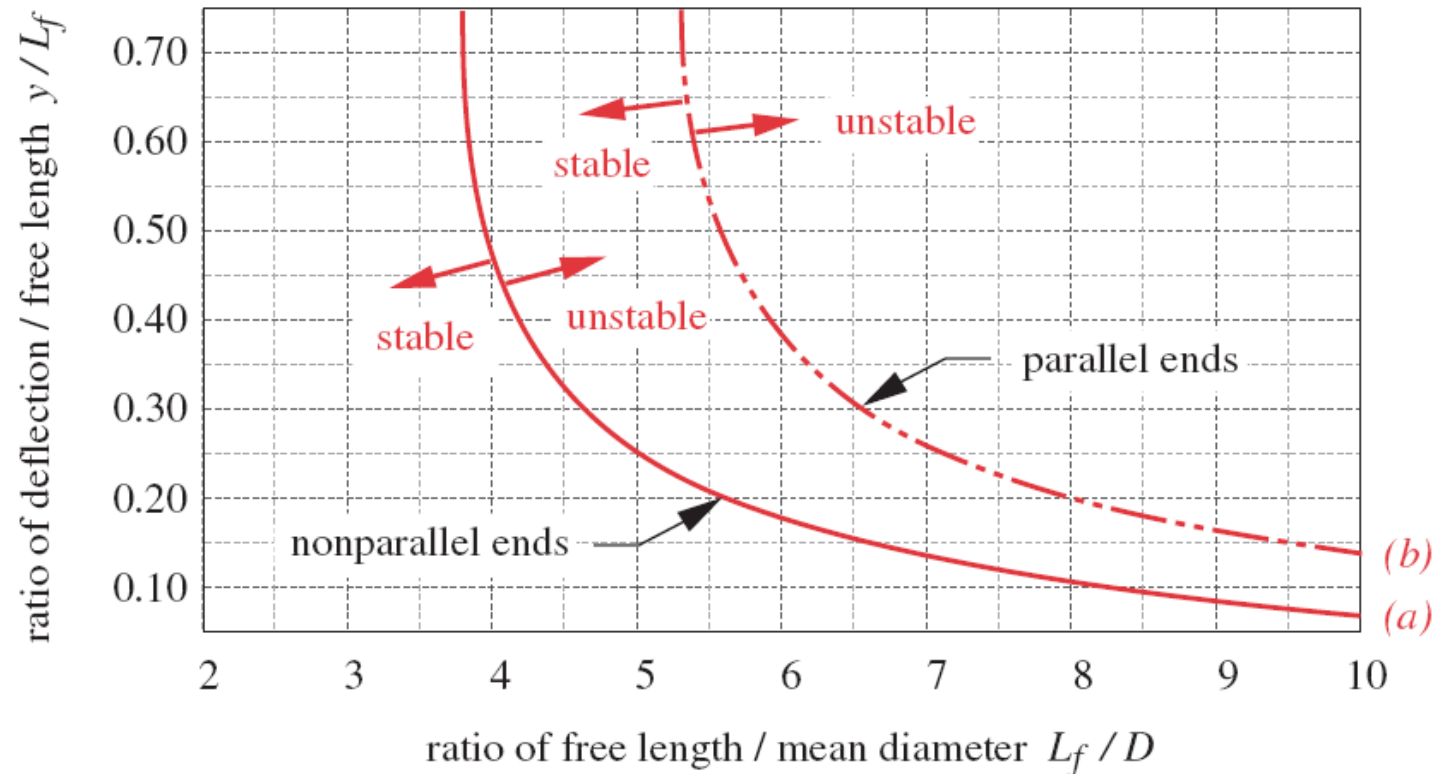


**Figura 12** - Condição de Extremidade para caso Crítico de Flambagem



A flambagem é avaliada pela razão entre o comprimento livre e o diâmetro médio da espira  $L_f / D$ . Se este fator for maior que 4, a mola pode flambar.

A razão entre a deflexão de trabalho e seu comprimento livre ( $y_{working}/L_f$ ) também afeta a tendência de flambagem. Na figura 13, molas localizadas à esquerda dos limites de flambagem são estáveis.



**Figura 13** - Curvas para Condição Crítica de Flambagem



## Frequência Natural em Molas de Compressão

A frequência natural  $\omega_n$  ou  $f_n$  de uma mola de compressão helicoidal depende das suas condições de contorno.  
Para ambas extremidades fixas:

$$\omega_n = \pi \cdot \sqrt{\frac{k \cdot g}{W_a}} \quad [\text{rad/s}] \qquad f_n = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{k \cdot g}{W_a}} \quad [\text{Hz}]$$

Onde  $k$  é a rigidez da mola,  $W_a$  é o peso das espiras ativas e  $g$  é a constante gravitacional. Sendo que:

$$W_a = \frac{\pi^2 \cdot d^2 \cdot D \cdot N_a \cdot \gamma}{4}$$

Onde  $\gamma$  é a densidade de peso do material (para o peso total da mola, substitua  $N_t$  por  $N_a$ ).



Assim, obtém-se:

$$f_n = \frac{2}{\pi \cdot N_a} \cdot \frac{d}{D^2} \cdot \sqrt{\frac{G \cdot g}{32 \cdot \gamma}} \quad [\text{Hz}]$$

Uma mola com uma das extremidades fixa e a outra livre, atua como uma mola com ambas as extremidades fixas, porém com o dobro de seu comprimento.

Neste caso (com uma das extremidades livres), sua frequência natural é calculada com o dobro de  $N_a$  presente na mola real.



## Resistência Limite para Molas de Compressão

Limite de Escoamento Torcional ( $S_{ys}$ ): A tabela 3 mostra os limites de escoamento torcional, com e sem pré-assentamento, como uma porcentagem da resistência máxima à tração  $S_{ut}$ .

**Tabela 3** -Máxima Resistência ao Escoamento Torcional para Aplicação Estática

Material	Sem pré-assentamento	Com pré-assentamento
Aço Carbono trabalhado a frio	45%	60-70%
Aço Baixa-Liga Endurecido e Temperado	50%	65-75%
Aço Inoxidável Austenítico	35%	55-65%
Ligas Não-ferrosas	35%	55-65%



Resistência à Fadiga Torcional ( $S_{fw}$ ): A tabela 4 mostra valores recomendados para diversos materiais, com ou sem jateamento de granalha, em três pontos dos diagramas  $S-N$ :  $10^5$ ,  $10^6$ , e  $10^7$  ciclos.

**Tabela 4** - Máxima Resistência a Fadiga Torcional para Arames Circulares

ASTM 228, Aços Inoxidáveis e  
Não-Ferrosos

ASTM A230 e A232

Vida em Fadiga	Normal	Com jateamento de granalha	Normal	Com jateamento de granalha
$10^5$	36%	42%	42%	49%
$10^6$	33%	39%	40%	47%
$10^7$	30%	36%	38%	46%





Limite de Resistência à Fadiga Torcional ( $S_{ew}$ ): Existe um limite de resistência a fadiga para aços com  $S_{ut} > 200$  kpsi, que se mantém constante.

Zimmerli afirma que todas as molas de aço, com diâmetro inferior a 10 mm, exibem um limite de resistência à fadiga torcional para vida infinita,  $S_{ew}$ , **para carga pulsante.**

$S_{ew}' \approx 45.0$  kpsi (310 MPa) molas sem jateamento de granalha

$S_{ew}' \approx 67.5$  kpsi (465 MPa) molas com jateamento de granalha

Não há necessidade de se aplicar fatores de correção, tanto para  $S_{fw}'$  como para  $S_{ew}'$ , já que os dados de testes disponíveis foram obtidos em condições reais de testes em carga pulsante.



## Projeto para Carga Estática

O fator de segurança é obtido por comparação entre a resistência ao escoamento em torção, para carga estática, e a tensão de cisalhamento.

$$N_s = S_{ys} / \tau$$

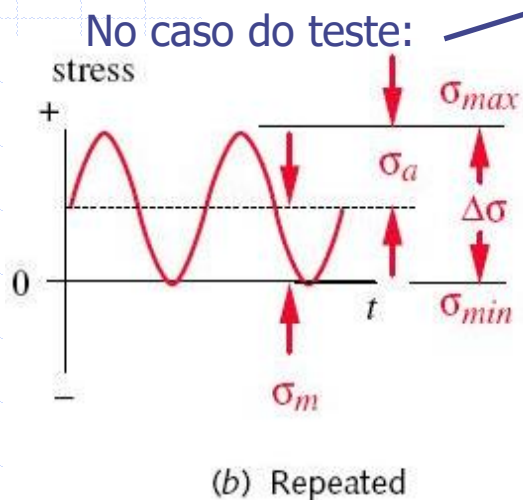
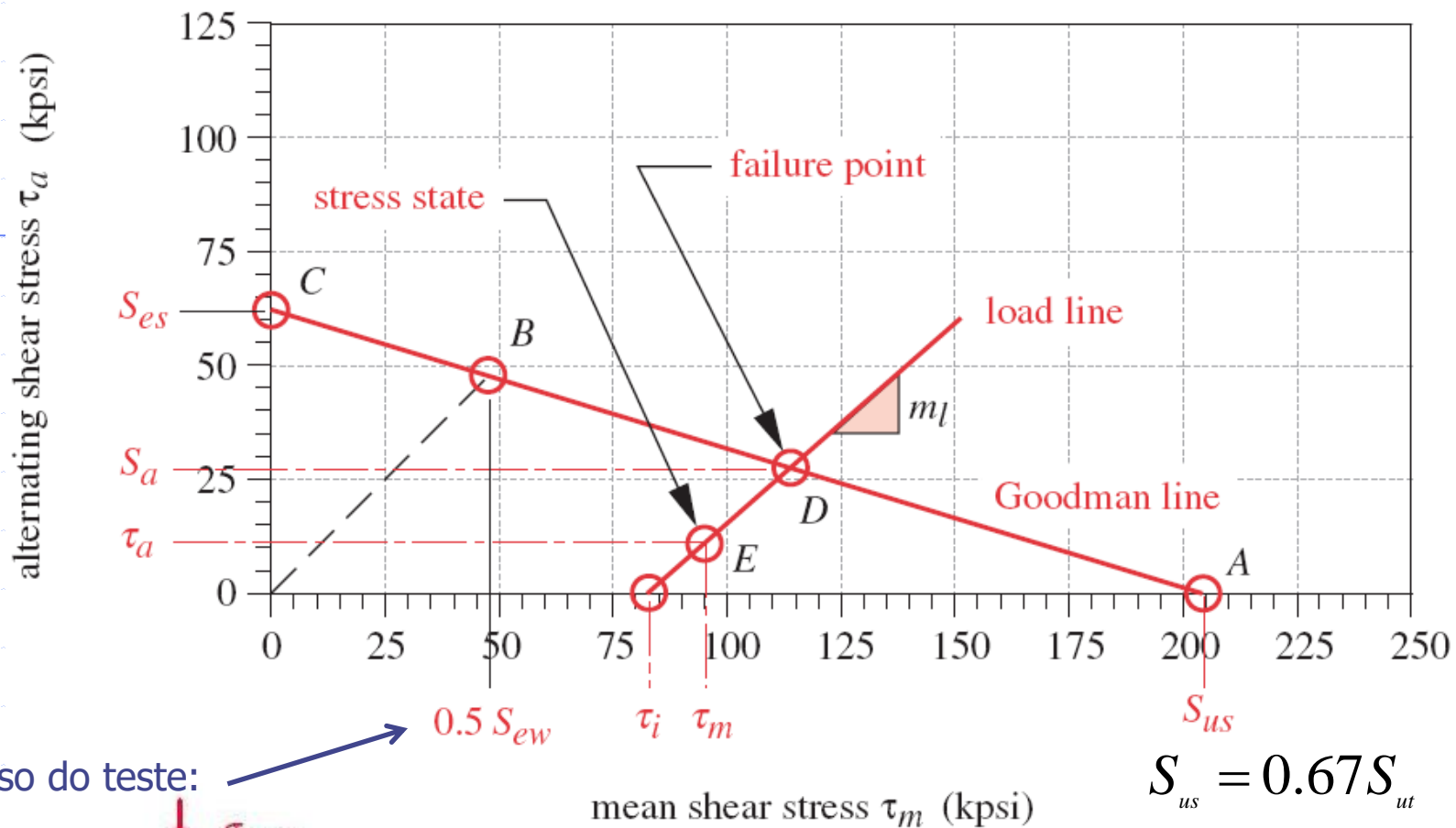
## Projeto para Carga Dinâmica (em fadiga)

Uma mola carregada dinamicamente vai operar entre dois níveis limites de esforços  $F_{max}$  e  $F_{min}$ . Destes valores, são obtidas as componentes média e alternada da força aplicada.

$$F_a = \frac{F_{max} - F_{min}}{2}$$

$$F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2}$$





**Figura 14 - Diagrama de Goodmann Modificado.**

$$\sigma_{max} = S_{ew} \text{ ou } S_{fw}$$

$$\sigma_a = \sigma_m = \frac{1}{2} (S_{ew} \text{ ou } S_{fw})$$



A linha de carregamento, que define o estado de tensão, não parte da origem, neste caso, mas de um ponto sobre a abscissa  $\tau_m$ , representando a tensão inicial  $\tau_i$ , na pré-carga de montagem das espiras. O fator de segurança em fadiga torcional, é dado pela relação :

$$S_{es} = 0,5 \frac{S_{ew} S_{us}}{S_{us} - 0,5 S_{ew}}$$

$$N_{fs} = \frac{S_{es} (S_{us} - \tau_i)}{S_{es} (\tau_m - \tau_i) + S_{us} \tau_a}$$

