

ES710 – Controle de Sistemas Mecânicos

08 – Realimentação

Eric Fujiwara

Unicamp – FEM – DSI

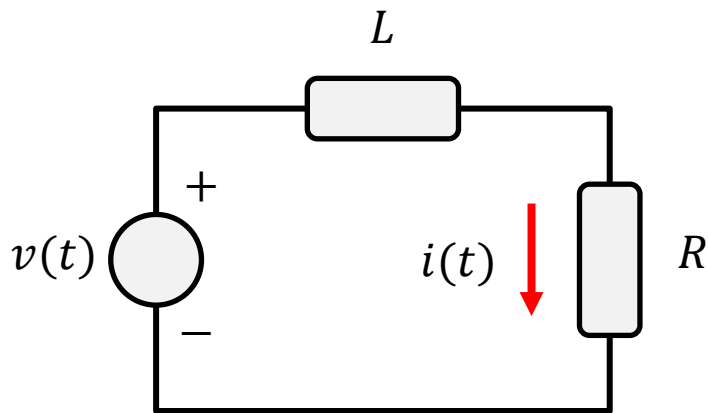
Índice

- **Índice:**
 - 1) Controle;
 - 2) Realimentação;
 - 3) Controle PID;
 - Questionário;
 - Referências;
 - Exercícios.

1. Controle

▪ 1.1. Controle de sistemas:

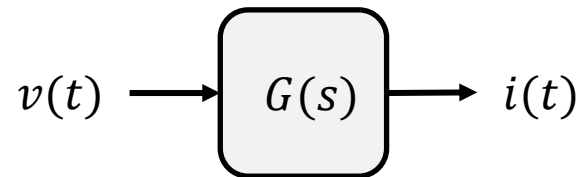
- Seja um sistema modelado por um circuito RL em série. A corrente $i(t)$ (saída) deve ser regulada em função da tensão da fonte $v(t)$ (entrada). (Ex: aquecedor, torque de motor, etc.)



$$v(t) = L \frac{d}{dt} i(t) + R i(t)$$

$$G(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1/L}{s + R/L}$$

$$I(s) = G(s)V(s)$$



1. Controle

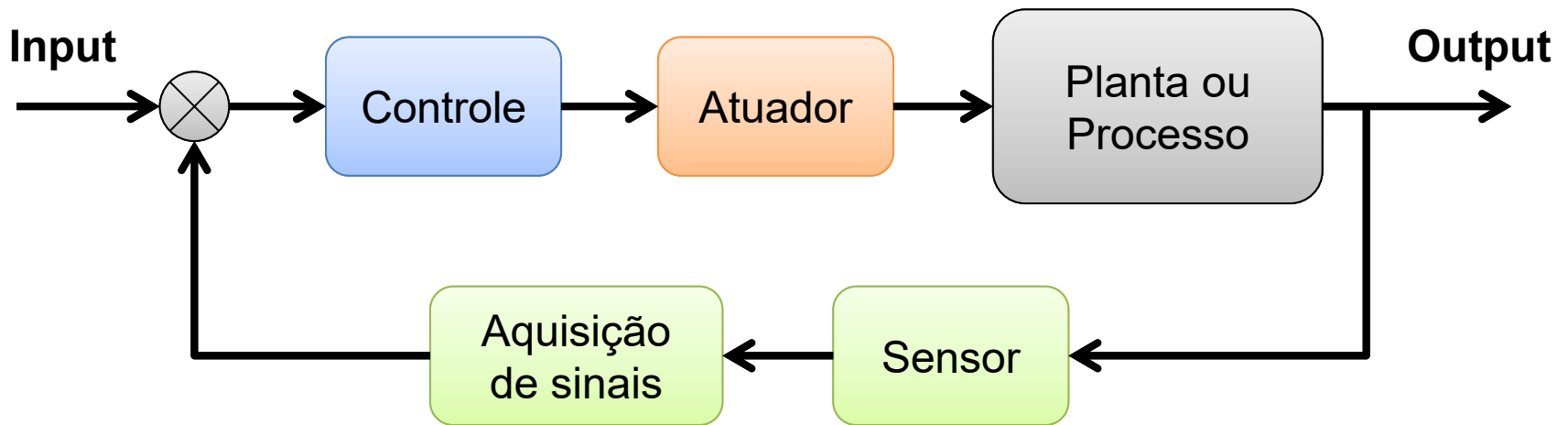
▪ 1.1. Controle de sistemas:

- Requisitos de projeto:
 - Dada uma corrente de referência $i^*(t)$, é possível modular a tensão de entrada $v(t)$ de modo a garantir que a corrente de saída obtida seja igual à desejada, $i(t) = i^*(t)$?
 - É possível regular a saída dentro de uma faixa de tolerância, supondo um erro $e(t) = |i^*(t) - i(t)| \leq e_{\min}$?
 - É possível regular as características transientes da resposta, como tempo de subida, tempo de estabilização... ?

1. Controle

▪ 1.2. Controle em malha fechada:

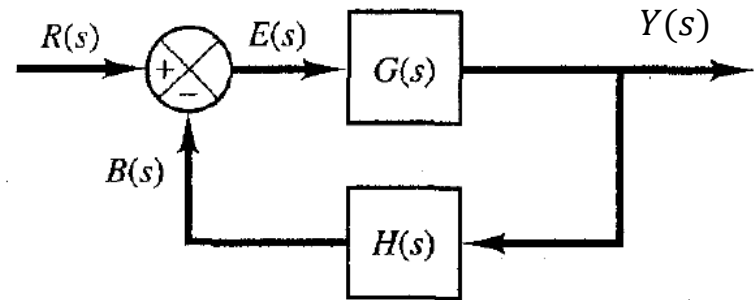
- O objetivo do **controle em malha fechada** é minimizar a diferença (erro) entre a saída desejada e obtida, de modo a forçar o sistema a responder conforme as especificações do projeto.



2. Realimentação

▪ 2.1. Função de transferência em malha fechada:

- Seja um sistema em malha fechada representado pelo diagrama de blocos abaixo:
 - $R(s)$: entrada (referência);
 - $Y(s)$: saída do sistema;
 - $G(s)$: TF da planta;
 - $E(s)$: erro;
 - $H(s)$: TF do sensor;
 - $B(s)$: leitura do sensor.



2. Realimentação

- 2.1. Função de transferência em malha fechada:
 - A função de transferência da planta em malha fechada é calculada por:

$$Y(s) = G(s)E(s)$$

$$B(s) = H(s)Y(s)$$

$$E(s) = R(s) - B(s)$$

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} R(s) \quad (1)$$

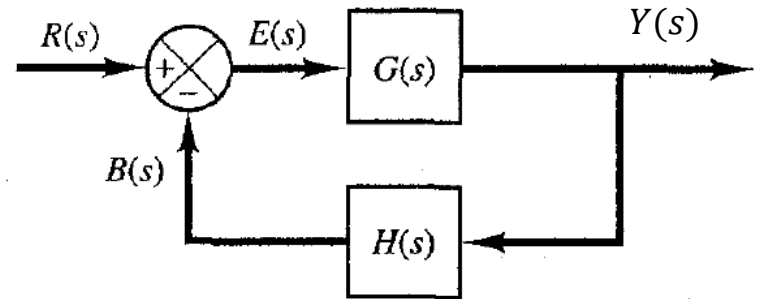
- Se o sistema tiver **realimentação unitária** ($H(s) = 1$):

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} R(s) \quad (2)$$

2. Realimentação

▪ 2.2. Desempenho do sistema em malha fechada:

- Observando o diagrama de blocos, nota-se que a planta é excitada em função do sinal de erro:



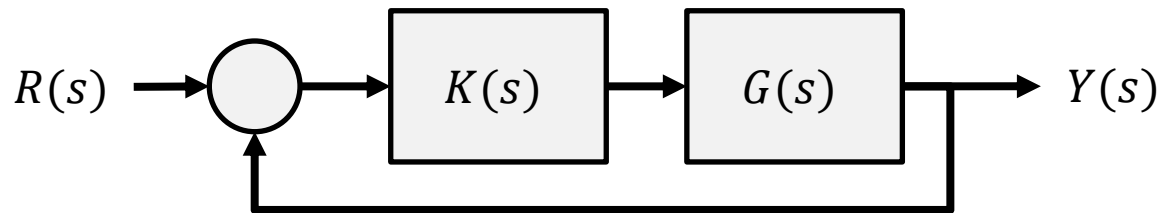
- Se a saída é menor que a referência, o erro é positivo;
 - Se a saída é maior que a referência, o erro é negativo;
- **Pergunta:** é possível regular a saída $Y(s)$ dentro dos requisitos de desempenho somente com o sinal de erro $E(s)$?
 - **Resposta:** pode ser que sim, mas é possível aprimorar a estratégia de controle!

3. Controle PID

▪ 3.1. Ganho de realimentação:

- Uma forma de corrigir a saída do sistema é amplificar o erro referente a $y(t)$ e utilizá-lo como estímulo de entrada à planta;
- Adicionalmente, é possível amplificar os erros referentes à integral $\int y(t)dt$ e à derivada da saída $\dot{y}(t)$;
- O **controlador** $K(s)$ realiza esta operação:

$$Y(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} R(s) \quad (3)$$



3. Controle PID

▪ 3.2. Controlador proporcional (P):

- O **controlador P** amplifica o erro com um ganho k_p ;
- Quanto maior o valor de k_p , maior é a resposta do controlador em relação ao erro da entrada;
 - Por exemplo, para uma entrada ao degrau, o sistema atinge o valor final em um tempo menor aumentando k_p .

$$\boxed{K(s) = k_p} \quad (4)$$

$$\boxed{\frac{Y(s)}{E(s)} = k_p G(s)} \quad (5)$$

3. Controle PID

▪ 3.3. Controlador integral (I):

- O **controlador I** amplifica a integral do erro com um ganho k_i ;
- A integral do erro é igual a zero quando o erro se torna nulo, ou seja, k_i pode ser ajustado para reduzir o erro em regime estacionário.

$$\boxed{K(s) = \frac{k_i}{s}} \quad (6)$$

- Os ganhos k_p e k_i podem ser combinados para ajustar o tempo de subida e o erro estacionário → **Controlador PI**.

$$\boxed{\frac{Y(s)}{E(s)} = \left(k_p + \frac{k_i}{s} \right) G(s)} \quad (7)$$

3. Controle PID

▪ 3.4. Controlador derivativo (D):

- O **controlador D** amplifica a derivada do erro com um ganho k_d ;
- A derivada de um sinal representa a sua taxa de variação, ou seja, o controlador D proporcional à sensibilidade da resposta, ajustando a estabilidade do sistema.

$$K(s) = k_d s$$

(8)

- Os ganhos k_p e k_d podem ser combinados para ajustar o tempo de subida, de estabilização e as oscilações da saída → **Controlador PD.**

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = (k_p + k_d s)G(s)$$

(9)

3. Controle PID

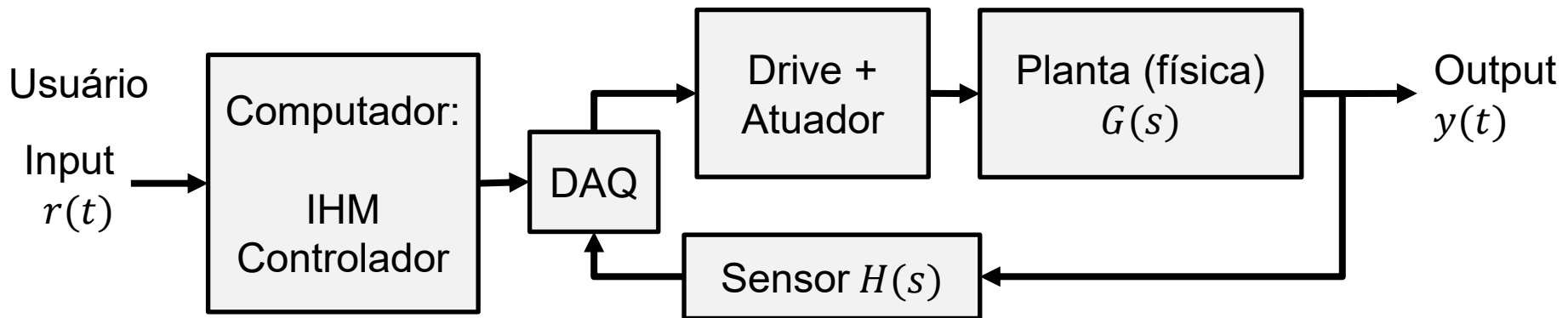
- **3.5. Controlador proporcional-integral-derivativo (PID):**
 - O **controlador PID** realiza compensação do tempo de resposta, erro estacionário, e das oscilações de saída;
 - Os ganhos do controlador podem ser ajustados pelo método empírico, variando k_p , k_i e k_d e monitorando a saída para uma excitação de entrada conhecida;
 - De fato, este procedimento ainda é usual em aplicações industriais;
 - Evidentemente, existem métodos que permitem projetar controladores de forma precisa → serão ao longo do curso.

$$\boxed{\frac{Y(s)}{E(s)} = \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right) G(s)} \quad (10)$$

3. Controle PID

▪ 3.5. Implementação do controlador:

- A TF do controlador $K(s)$ e o processamento do erro podem ser realizados analogicamente utilizando AMPOPs;
- Na prática, a aquisição e processamento dos sinais é realizada de forma digital, ou seja, o controlador é modelado em software e implementado em hardware utilizando um módulo de I/O;
 - Mas existem implicações na discretização dos sinais...



Questionário

▪ Questionário:

- 1) O que é realimentação? Quais são as diferenças entre controladores com e sem realimentação (malha fechada e aberta, respectivamente)?
- 2) O controlador opera sobre o sinal de entrada ou de saída?
- 3) Por quê utilizar o controlador PID se um controlador proporcional simples (P) é muito mais simples de ser implementado?
- 4) Fisicamente, o que é o controlador $K(s)$? Como você faria para implementá-lo em hardware? Qual componente aplica o **esforço de controle** sobre a planta?

Referências

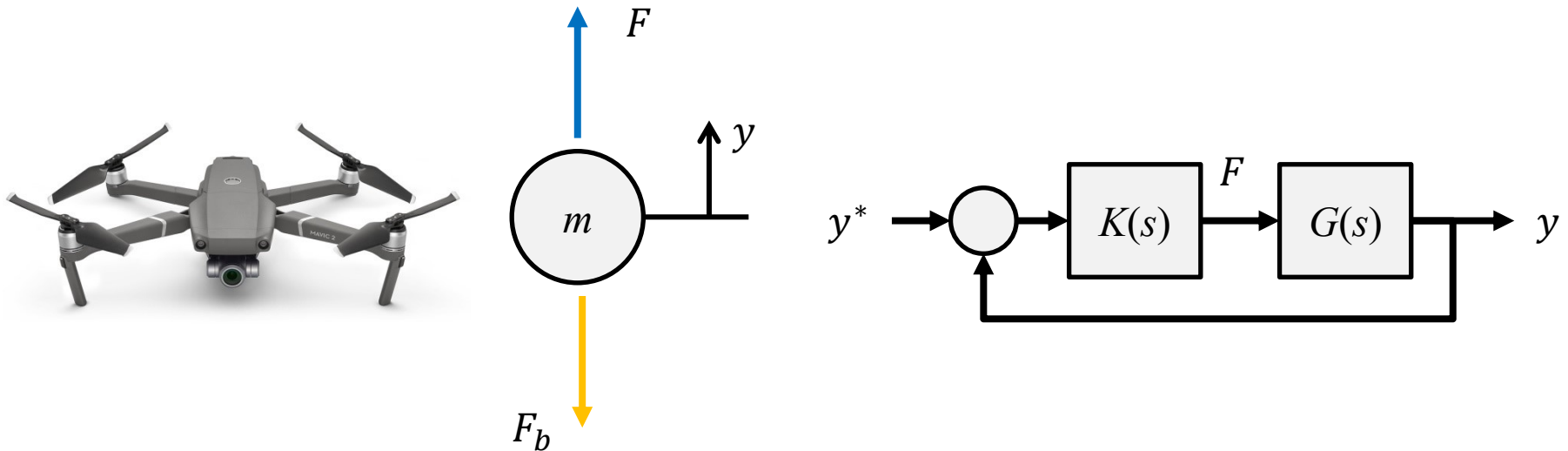
▪ Referências:

- G. F. Franklin *et al.*, Feedback Control of Dynamic Systems, Prentice Hall, 2002.
- K. Ogata, Modern Control Engineering, Prentice Hall, 2002.

Exercícios

Exercícios

- **Ex. 8.1)** Seja o drone de massa $m = 0.8$ kg sujeito a uma força de arrasto $b = 0.4$ N.s/m e excitado por uma força de propulsão $F(t)$. Projete uma malha de controle de **posição** $y(t)$ que proporcione tempo de subida $t_r \leq 0.1$ s e erro estacionário ao degrau $e_{est} = |y(\infty) - y^*(\infty)| \leq 0.01$ m. Ignore o efeito da gravidade.



Exercícios

▪ Ex. 8.1)

- Função de transferência:

$$m\ddot{y}(t) + b\dot{y}(t) = F(t)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs}$$

- A planta $G(s)$ pode ser descrita como um sistema de primeira ordem acoplado a um integrador $1/s$, ou seja, $G(s)$ possui um polo na origem $s = 0$.

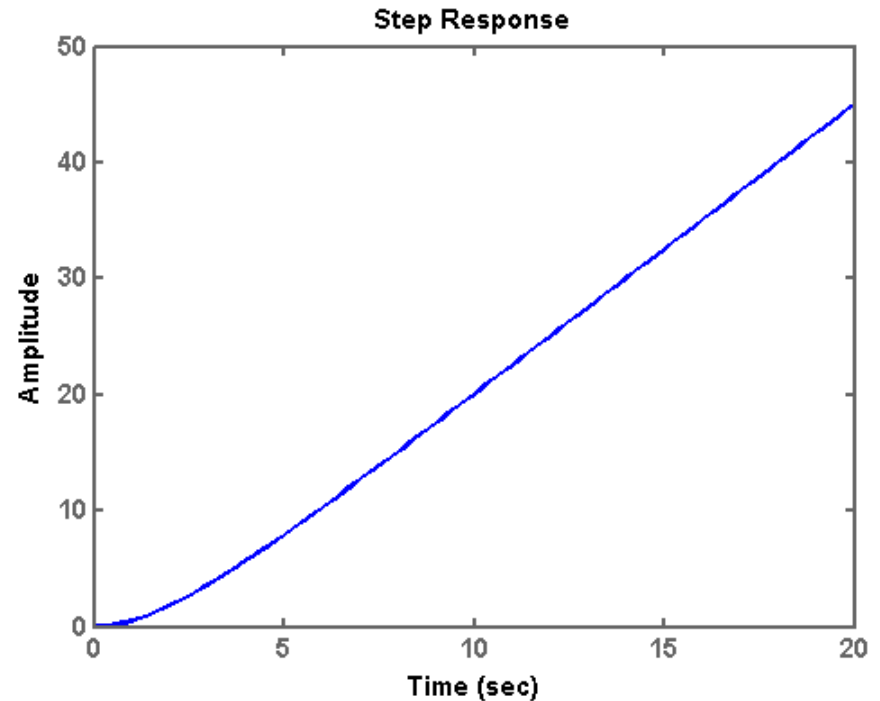
Exercícios

■ Ex. 8.1)

- Resposta ao degrau unitário (sem controlador):

$$\begin{aligned} t_r &\leq 0.1 \text{ s} \\ e_{est} &\leq 0.01 \text{ m} \end{aligned}$$

- A saída de posição $y(t)$ deve seguir o sinal de entrada de força $F(t)$;
- Note que o sistema é instável, pois a altitude continua aumentando para $F(t)$ constante.



Exercícios

▪ Ex. 8.1)

- Controle PID:

$$K(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

$$H(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)}$$

- Estratégia para ajuste dos ganhos de $K(s)$:
 - Para $k_i = k_d = 0$, ajustar k_p até que o requisito de tempo de subida seja atendido;
 - Ajustar k_d de acordo com os requisitos de sobressinal;
 - Ajustar k_i para reduzir o erro em regime estacionário;
 - Repetir o procedimento até que todos os requisitos sejam atendidos.

Exercícios

- **Ex. 8.1)**
 - Implementação no MATLAB:

```
%Planta
s = tf('s');
Gs = 1/(m*s^2+b*s)

%Controlador
Ks = kp + ki/s + kd*s

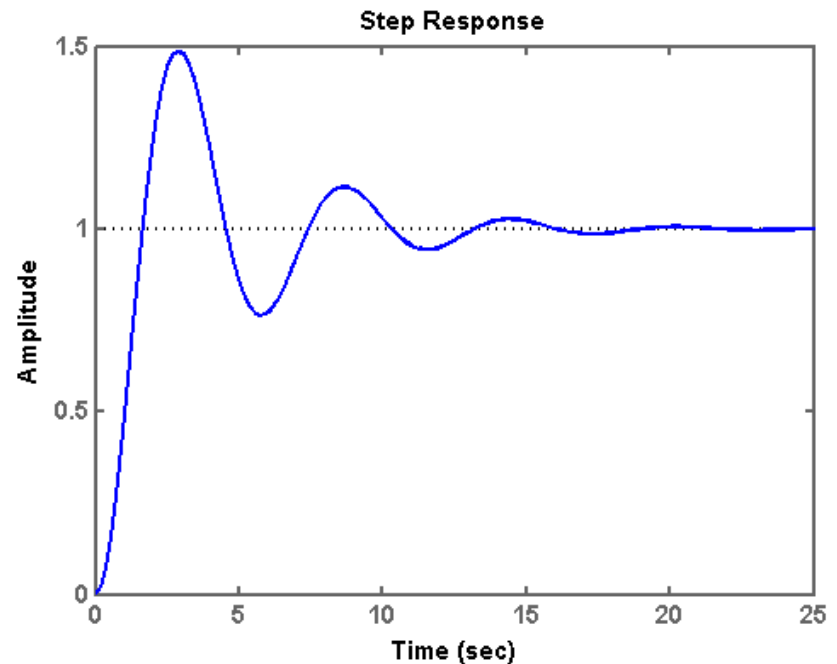
%Planta em malha fechada
Hs = feedback(Ks*Gs,1)      %realimentacao unitaria
step(Hs)                   %Resposta ao degrau
```

Exercícios

▪ Ex. 8.1)

- Resposta ao degrau:
 - $k_p = 1$;
 - $k_i = 0$,
 - $k_d = 0$,
 - Sistema estável (veja as raízes do denominador de $H(s)$);
 - Erro estacionário nulo;
 - Tempo de subida de ~ 1.6 s.

$$t_r \leq 0.1 \text{ s}$$
$$e_{est} \leq 0.01 \text{ m}$$



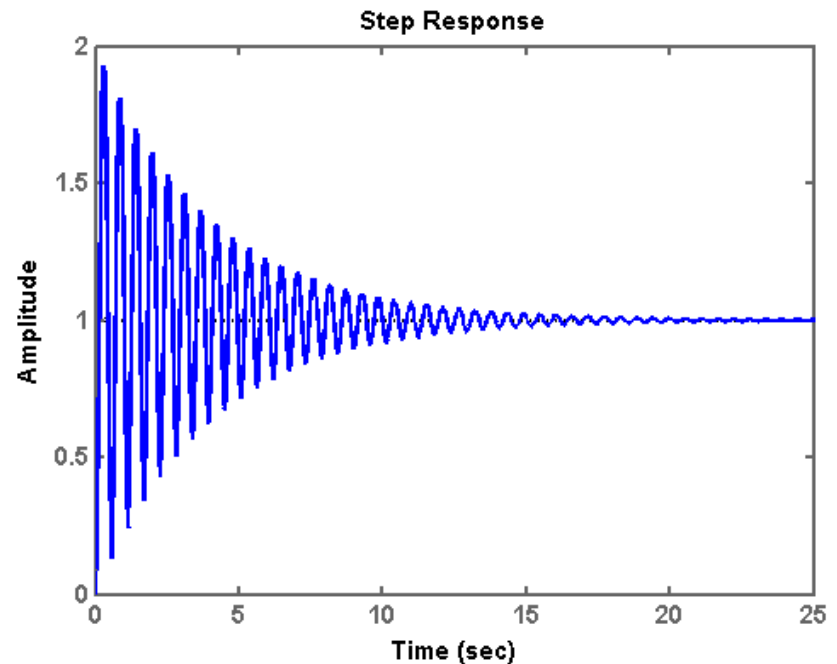
Saída de posição!!!

Exercícios

$$t_r \leq 0.1 \text{ s}$$
$$e_{est} \leq 0.01 \text{ m}$$

▪ Ex. 8.1)

- Resposta ao degrau:
 - $k_p = 100$;
 - $k_i = 0$,
 - $k_d = 0$,
 - Sistema estável;
 - Erro estacionário ~ 0 ;
 - Tempo de subida de $\sim 0.14 \text{ s}$;
 - As oscilações são aceitáveis?

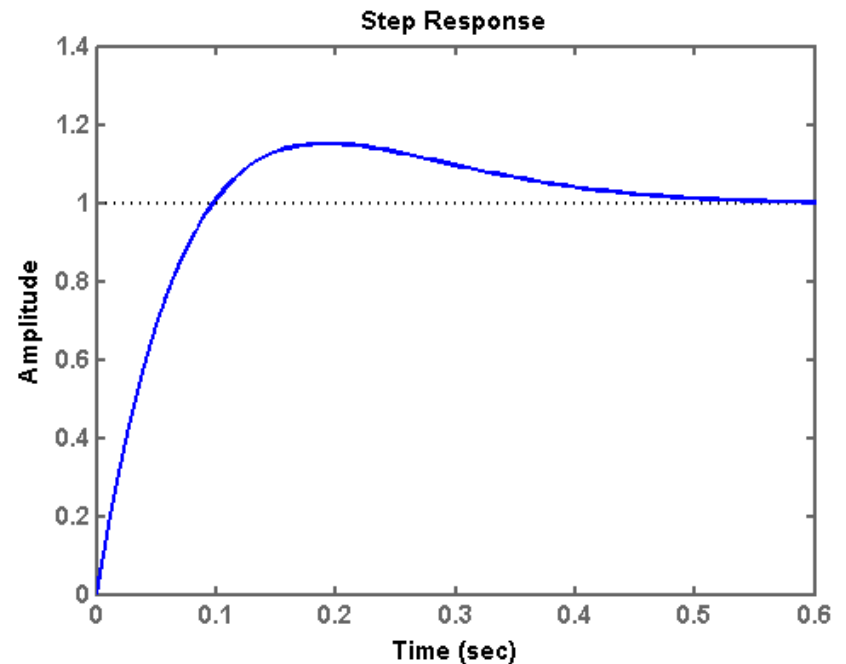


Exercícios

$$t_r \leq 0.1 \text{ s}$$
$$e_{est} \leq 0.01 \text{ m}$$

▪ Ex. 8.1)

- Resposta ao degrau:
 - $k_p = 100$;
 - $k_i = 0$,
 - $k_d = 15$,
 - Sistema estável;
 - Erro estacionário ~ 0 ;
 - Tempo de subida de $\sim 0,1 \text{ s}$;
 - Sobressinal de $0,15 \text{ m}$.

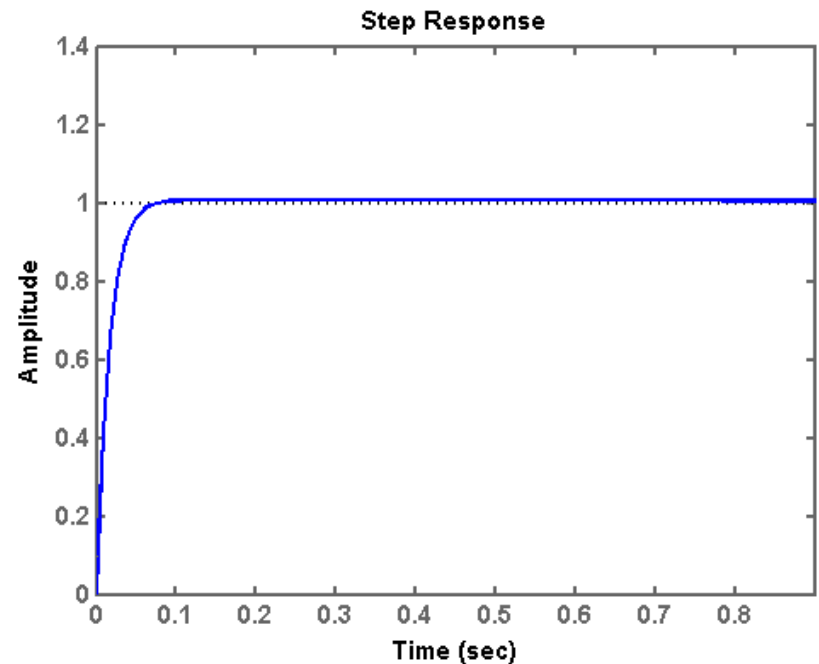


Exercícios

$$t_r \leq 0.1 \text{ s}$$
$$e_{est} \leq 0.01 \text{ m}$$

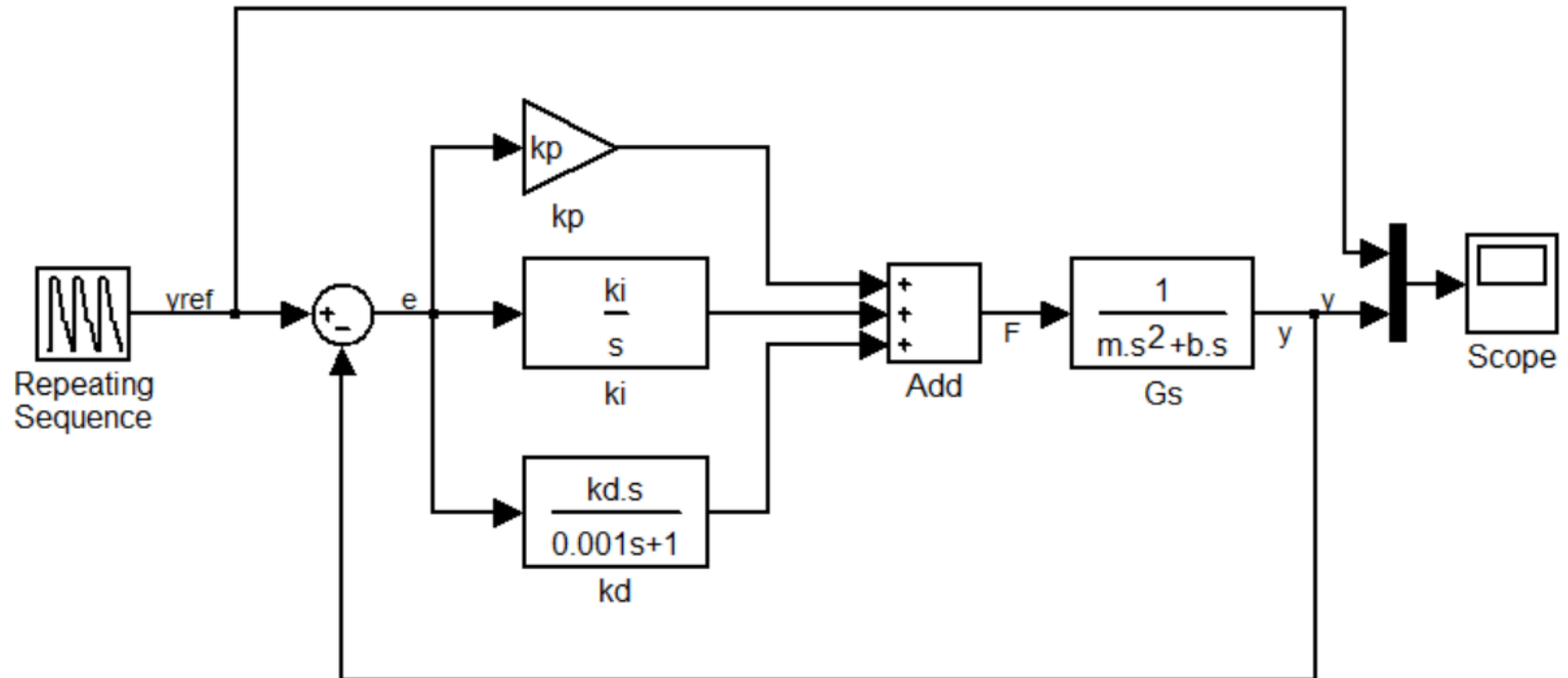
■ Ex. 8.1)

- Resposta ao degrau:
 - $k_p = 50$;
 - $k_i = 20$,
 - $k_d = 50$,
 - Sistema estável;
 - Erro estacionário $\sim 0.01 \text{ m}$;
 - Tempo de subida de $\sim 0,1 \text{ s}$.



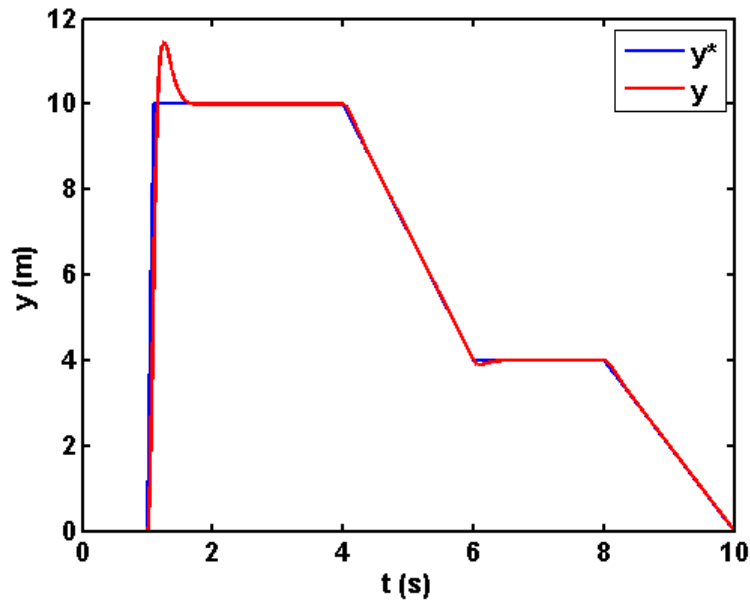
Exercícios

- Ex. 8.1)
 - Implementação no Simulink:

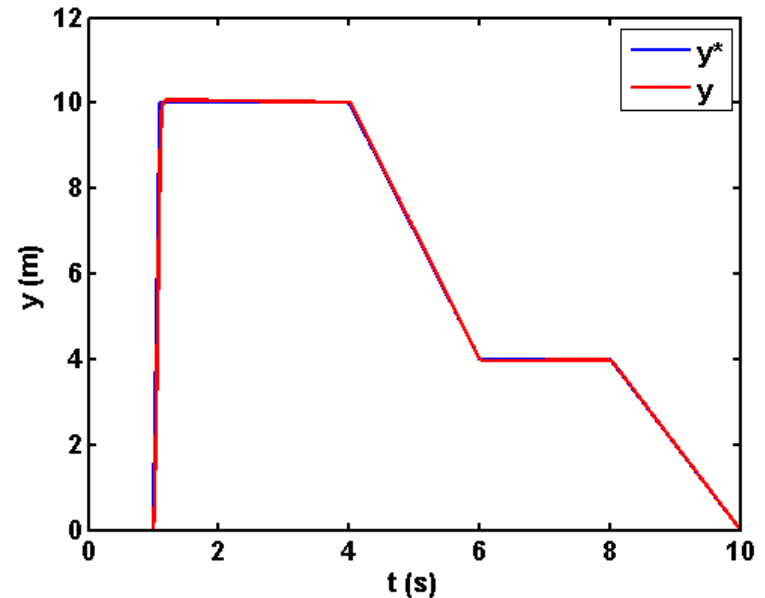


Exercícios

- **Ex. 8.1)**
 - Resposta a uma entrada arbitrária:



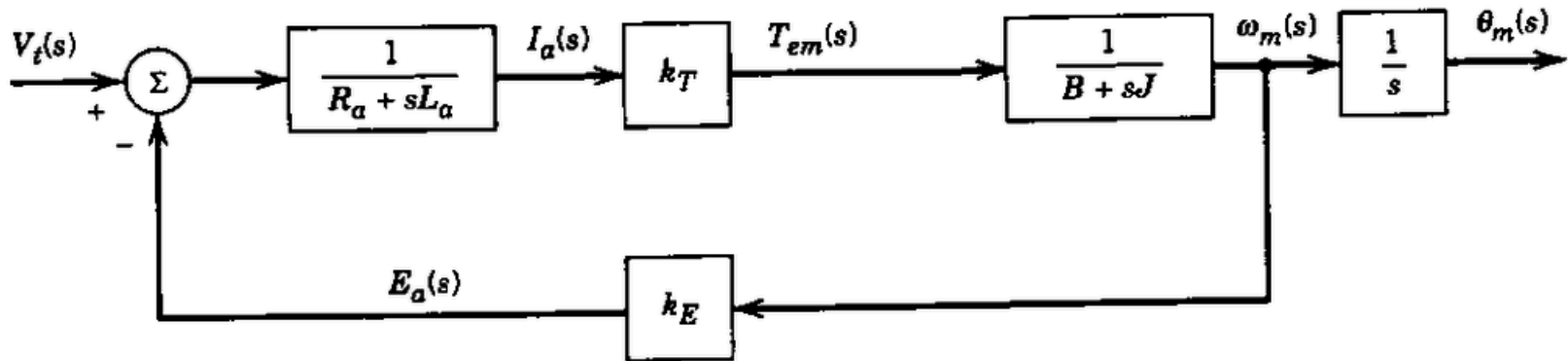
Controle PD



Controle PID

Exercícios

- **Ex. 8.2)** Projete o controle de velocidade de um motor de corrente contínua de ímãs permanentes:
 - Dados: $R = 10 \, \Omega$, $L = 1 \, \text{mH}$, $J = 10^{-4} \, \text{N.m/s}^2$, $B = 0.02 \, \text{N.m/s}$, $k = 1 \, \text{V.s/rad}$
 - Requisitos: tempo de subida $< 0,1 \, \text{s}$, erro estacionário ao degrau $< 0.02 \, \text{rad/s}$.



Exercícios

▪ Ex. 8.2)

- Função de transferência:

$$V(s) = (sL + R)I(s) + E(s)$$

$$V(s) = \frac{(sL + R)(sJ + B)}{k}T(s) + k\omega(s)$$

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{k}{(sL + R)(sJ + B) + k^2}$$

Exercícios

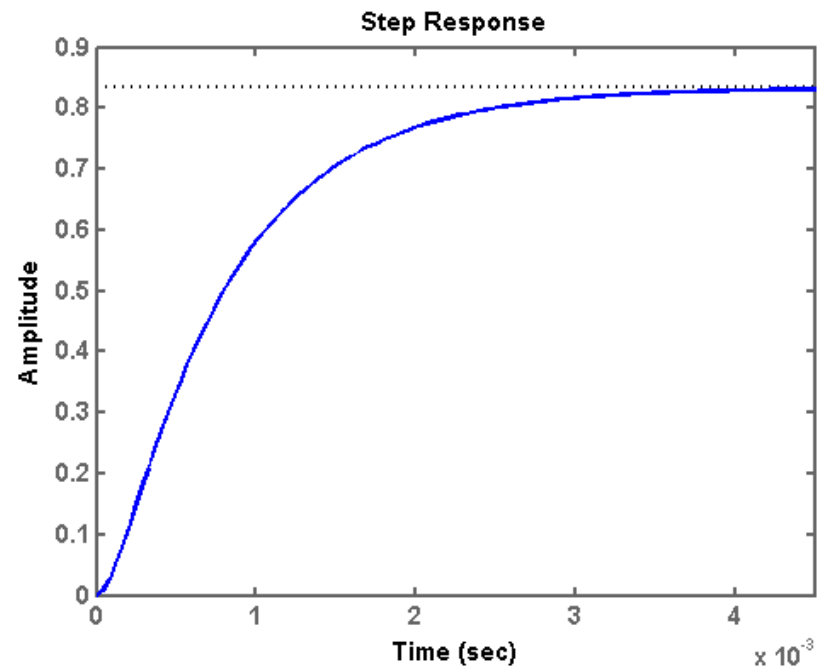
■ Ex. 8.2)

- Resposta ao degrau:
sistema em malha aberta

- Sistema estável;
- Tempo de subida < 0.1 s;
- Erro estacionário de ~ 0.17 rad.

$$t_r \leq 0.1 \text{ s}$$

$$e_{est} \leq 0.02 \text{ rad/s}$$



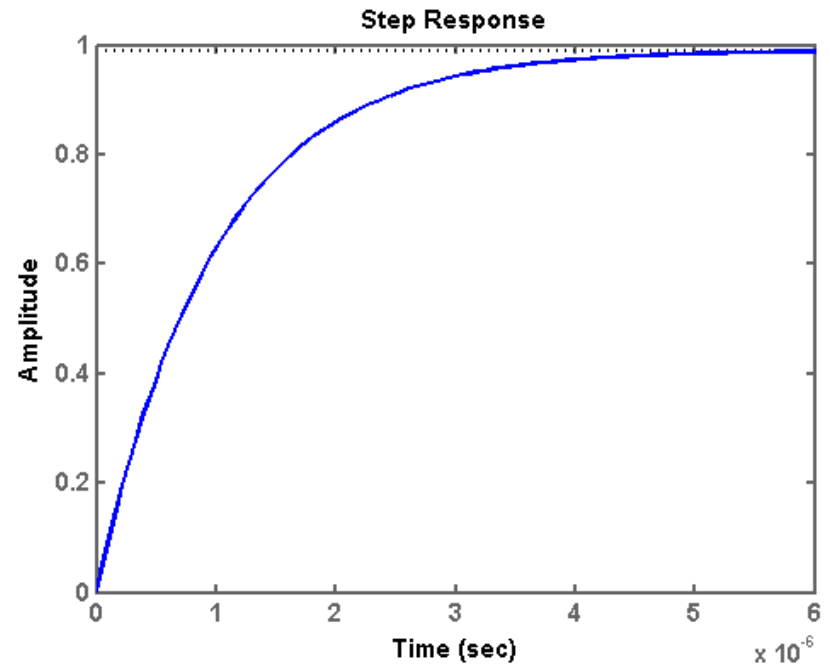
Exercícios

■ Ex. 8.2)

- Resposta ao degrau:
controle PID
 - Sistema estável;
 - Tempo de subida < 0.1 s;
 - Erro estacionário ~ 0.01 rad/s;
 - $k_p = 100$;
 - $k_i = 0$;
 - $k_d = 0.1$;

$$t_r \leq 0.1 \text{ s}$$

$$e_{est} \leq 0.02 \text{ rad/s}$$



Exercícios

▪ Ex. 8.2)

- Resposta a uma entrada arbitrária:
 - O controlador gera um sinal que é convertido posteriormente na tensão a ser aplicada na armadura do motor;
 - É importante verificar se o **esforço de controle** é compatível com os limites físicos do sistema.

