Autores:
Rodrigo Makoto Takumi 176897
Carlos Augusto Jardim Chiarelli 165685

19 – Amostragem

Ex. 19.1)

Uma cabeça de impressão (massa m = 0.5 kg e amortecimento b = 2 N.s/m) se desloca ao longo de uma guia com velocidade $v(t)$. Considere que o sistema é excitado por um degrau unitário $u(t)$.

a) Utilizando um período de amostragem T = 0.1 s, obtenha a resposta do sistema amostrada por trem de impulsos;

b) Calcule a resposta do sistema amostrado utilizando um segurador de ordem zero.

Modelo:

$$m\dot{v}(t) + bv(t) = u(t)$$

Função de transferência:

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{1/m}{s + b/m}$$

Resposta ao degrau $U(s) = 1\ /\ s$:

$$v(t) = \mathscr{L}[G(s)U(s)] = \frac{1}{b}(1 - e^{-\frac{bt}{m}})$$

Resposta amostrada:

$$v^*(t) = v(kT) = \frac{1}{b}\ \sum_{k=0}^{\infty}[1 - e^{-\frac{bkt}{m}}]$$

Transformada de Laplace:

$$V^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} v(kT)e^{-kTs} = \frac{1}{b}\sum_{k=0}^{\infty}[1 - e^{-\frac{bkt}{m}}]e^{-kTs}$$

Transformada Z (utilizando a conversão $s = \frac{1}{T} \ln{z}$ em v^*):

$$V(z) = \frac{1}{b}\sum_{k=0}^{\infty}[1 - e^{-\frac{bkT}{m}}]z^{-k}$$

Segurador de ordem zero:

$$H(z) = (1 - z^{-1})\mathscr{Z}[\frac{G(s)}{s}]$$

Como:

$$V(s) = G(s)U(s) = \frac{G(s)}{s}$$

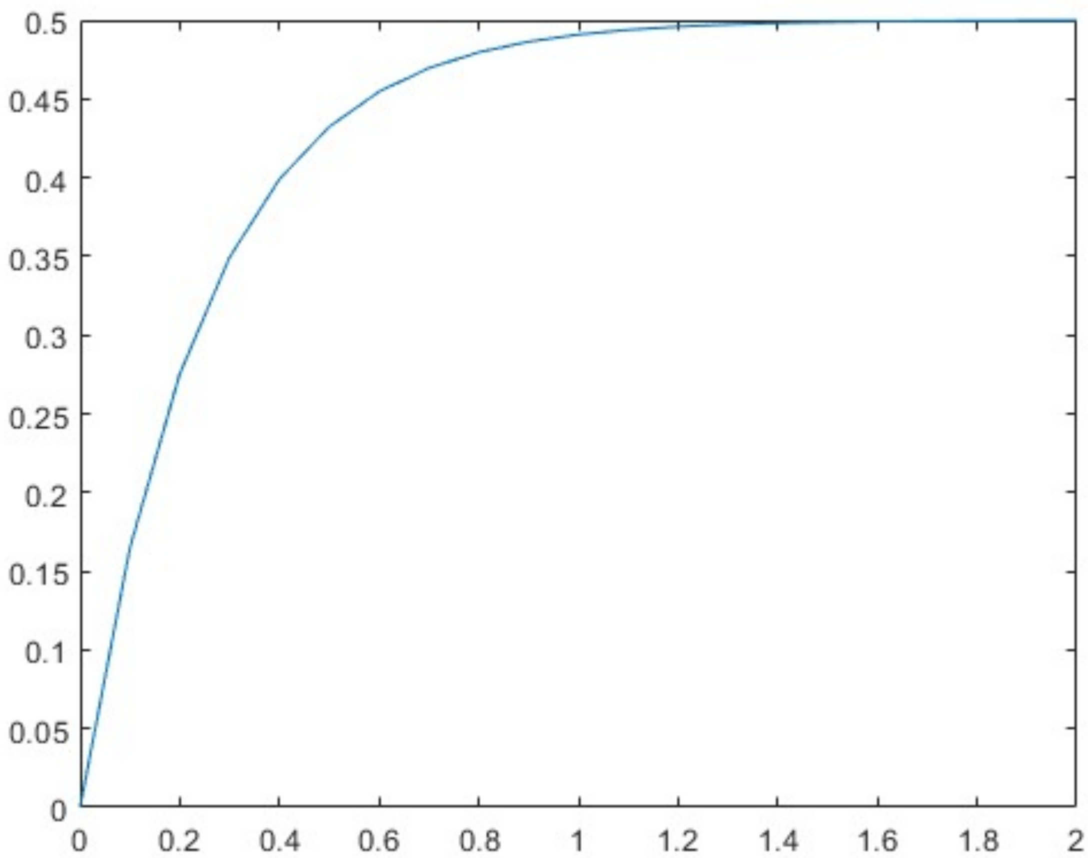
$$V(z) = \mathscr{Z}[V(s)] = \mathscr{Z}[\frac{G(s)}{s}]$$

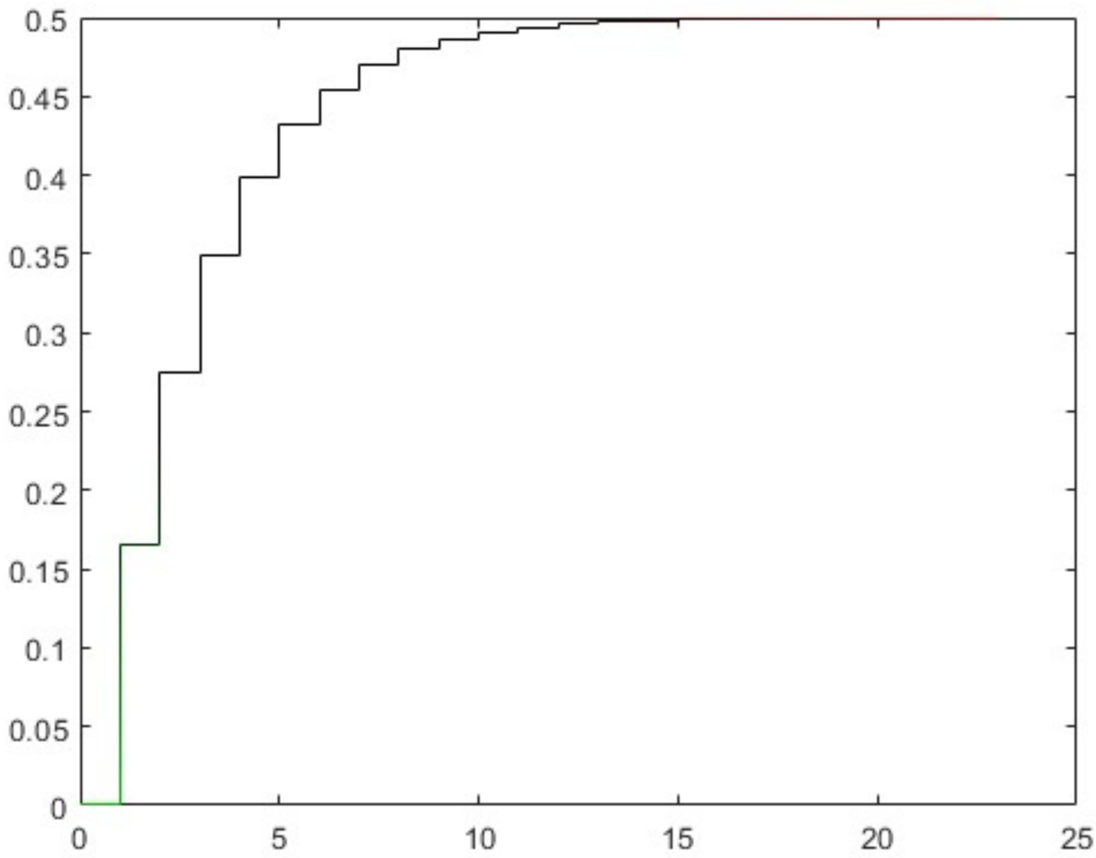
Temos:

$$H(z) = (1 - z^{-1})\frac{1}{b}\sum_{k=0}^{\infty}[1 - e^{-\frac{bkT}{m}}]z^{-k} = \frac{1}{b}[1 - \frac{1 - z^{-1}}{1 - e^{-Tb/m}z^{-1}}]$$

Código

```
m = 0.5; b = 2; T = 0.1;

s = tf('s'); Gs = (1/m)*1/(s+b/m);

[ys,t,u] = step(Gs,[0:T:2]');

z = tf('z',T);
Hz1 = 1/b*(1 - (1-inv(z))/(1-(exp(1)^(-b/m*T)*inv(z))));

Hz2 = c2d(Gs,T,'zoh');
```





Ex. 19.2)

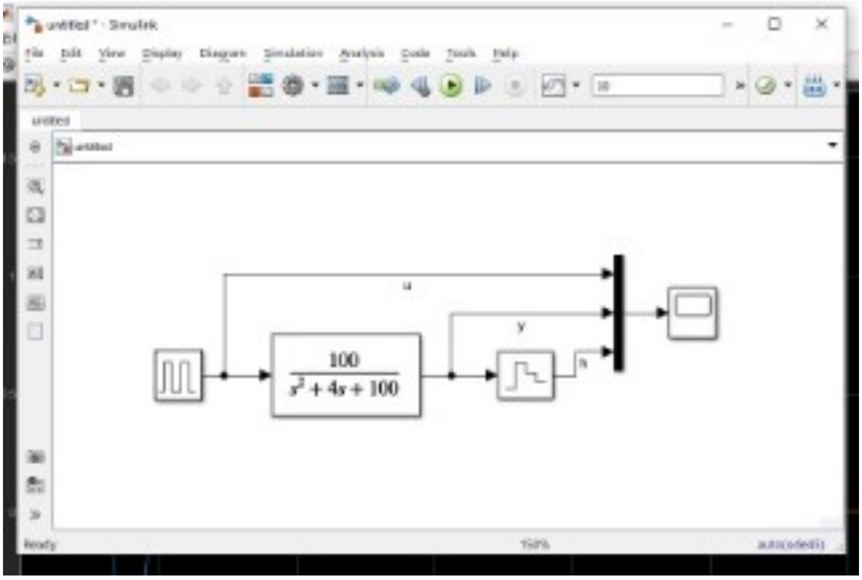
Considere um sistema de segunda ordem com $\omega_{n} =10rad/s$ e $\xi=0.2$.

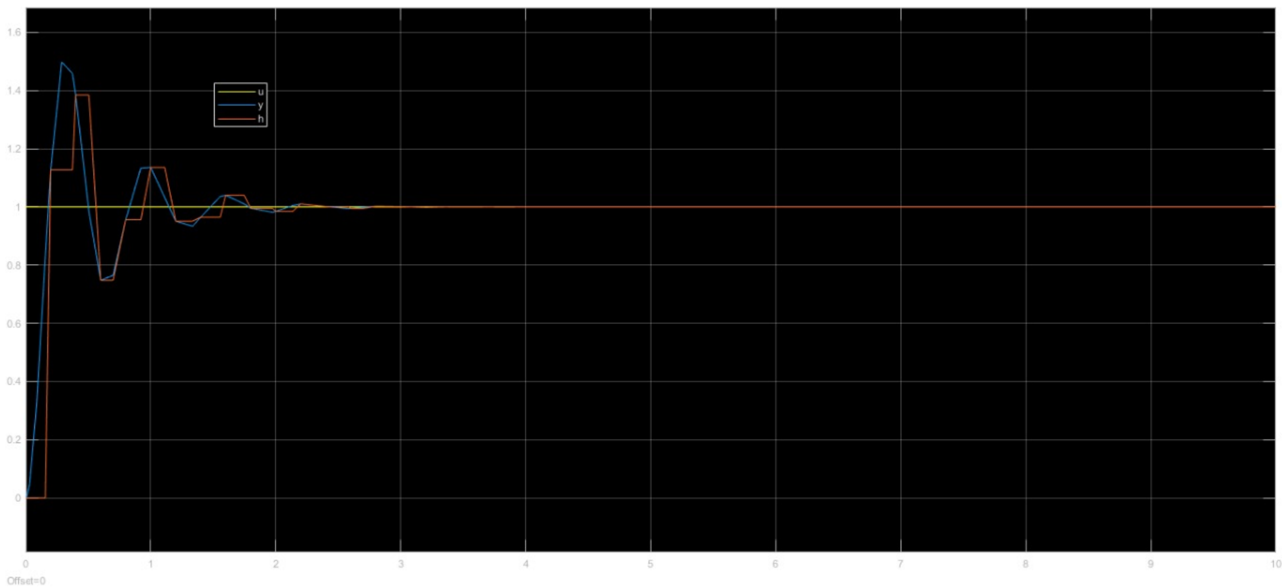
a) Obtenha a resposta do sistema amostrado (10 Hz) utilizando
um segurador de ordem zero.

b) Repita o procedimento para o segurador de ordem 1 e para a transformação bilinear. Compare os resultados.

Função de transferência:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega n^2}$$


untitled * - Simulink
File Edit View Display Diagram Simulation Analysis Code Tools Help
u
y
h
100
s^2 + 4s + 100
Ready
150%


u
y
h
Offset=0