



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**EM608 – Elementos de Máquinas
ES690 – Sistemas Mecânicos**

Embreagens e Freios

Prof. Gregory Bregion Daniel gbdaniel@fem.unicamp.br

Prof.^a Katia Lucchesi Cavalca katia@fem.unicamp.br

Campinas, 2º semestre 2020



FREIO A DISCO

As equações para embreagem a disco também se aplicam para freios a disco.

Contudo, freios a disco são raramente forrados em toda a circunferência da face devido ao superaquecimento.

Enquanto embreagens freqüentemente são usadas com ciclo ativo leve, os freios devem absorver uma grande quantidade de energia em aplicações repetitivas.

Freios de automóveis usam segmentos de fricção aplicados contra uma pequena fração da circunferência do disco, deixando o restante exposto para refrigeração.





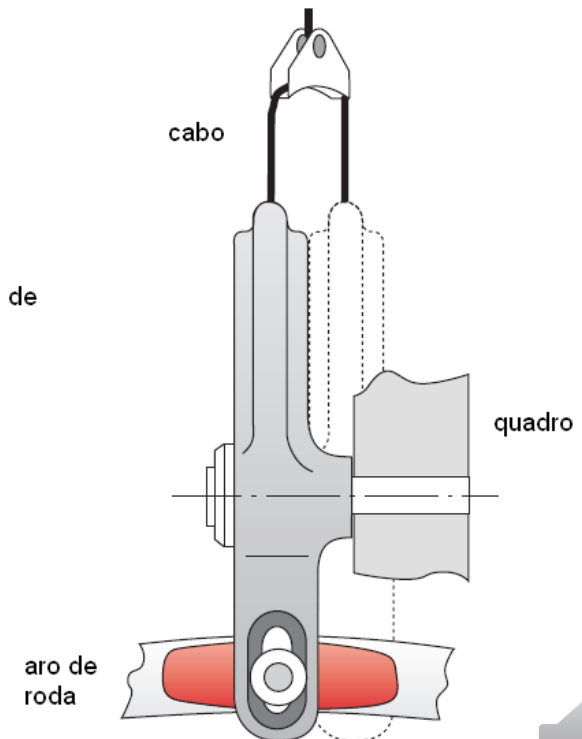
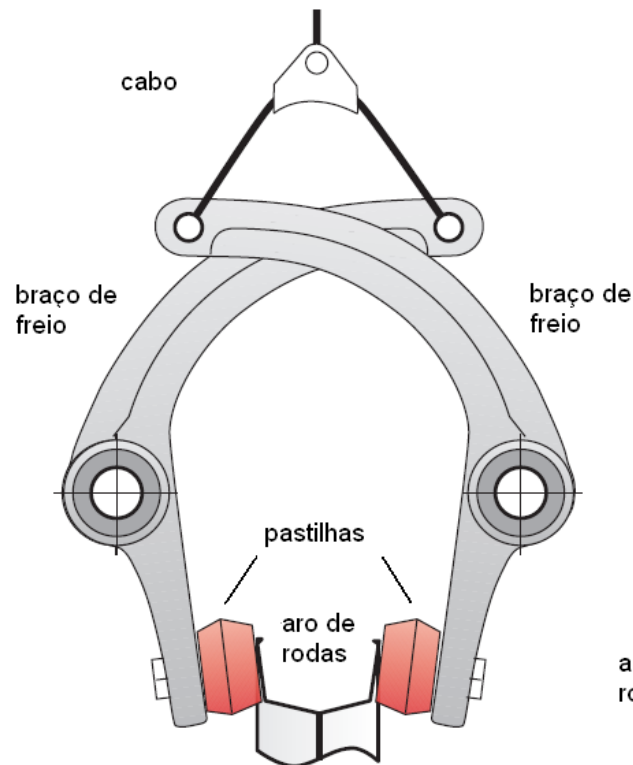
Freio a disco automotivo.



O freio de bicicleta é um exemplo no qual o aro da roda é o disco e o freio comprime apenas uma pequena fração da circunferência.

Algumas vantagens do freio a disco sobre o freio a tambor são a boa controlabilidade e linearidade (torque de frenagem é diretamente proporcional à força axial aplicada).

Freio a disco para bicicletas.



FREIO A TAMBOR

Nos Freios a Tambor aplica-se o material de fricção na circunferência de um cilindro externamente, internamente ou ambos.

A parte na qual o material de fricção é fixado é chamada sapata do freio e a parte contra a qual fricciona é chamada de tambor.

A sapata é forçada contra o tambor para criar o torque de fricção.



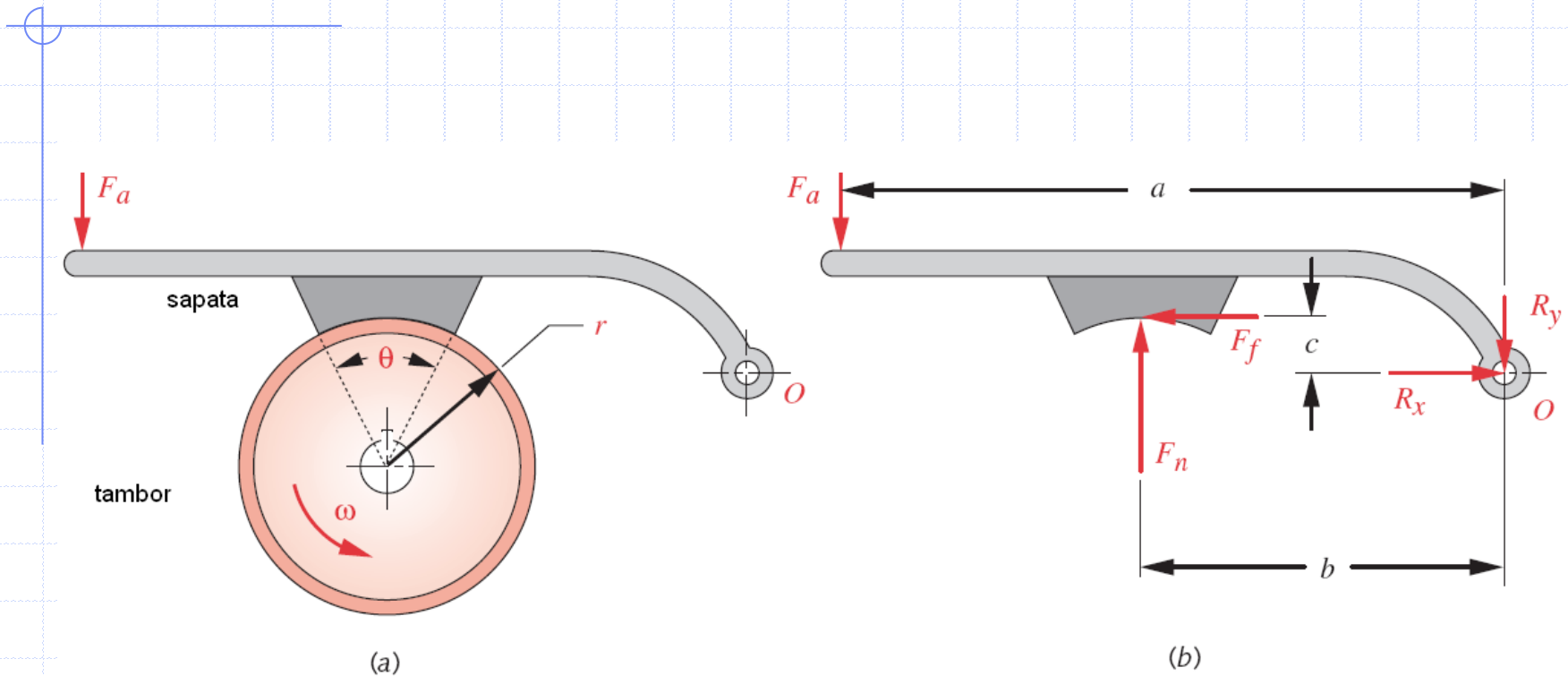
A configuração mais simples do freio a tambor é o freio de banda, na qual uma sapata flexível circunda grande parte da circunferência externa do tambor, sobre o qual é comprimida.

Alternativamente, uma sapata forrada pode ser pivoteada e pressionada contra a circunferência interna, externa ou ambas, do tambor.

Se o contato da sapata tiver uma porção angular pequena, o sistema será chamado de freio de sapata curta, caso contrário, será chamado de freio de sapata longa.



Freio a Tambor Externo com Sapata Curta:



Geometria e forças para um freio a tambor externo de sapata curta;
(a) conjunto de frenagem; (b) diagrama de corpo livre



Se o ângulo θ formado pelo arco de contato entre a sapata e o tambor for pequeno ($<45^\circ$), pode-se considerar que a distribuição de forças entre a sapata e o tambor é uniforme, sendo aproximada por um força normal F_n no centro da área de contato. Para qualquer pressão admissível no material de atrito p_{\max} , a força F_n pode ser estimada:

$$F_n = p_{\max} Area = p_{\max} . r . w . \theta$$

sendo w a largura da sapata do freio na direção Z e θ é o ângulo de extensão da sapata em radianos.



A força friccional F_f é:

$$F_f = \mu F_n$$

sendo μ o coeficiente de fricção material e do freio.

O torque no freio a tambor é:

$$T = F_f r = \mu F_n r$$

Somando o momento em torno de O:

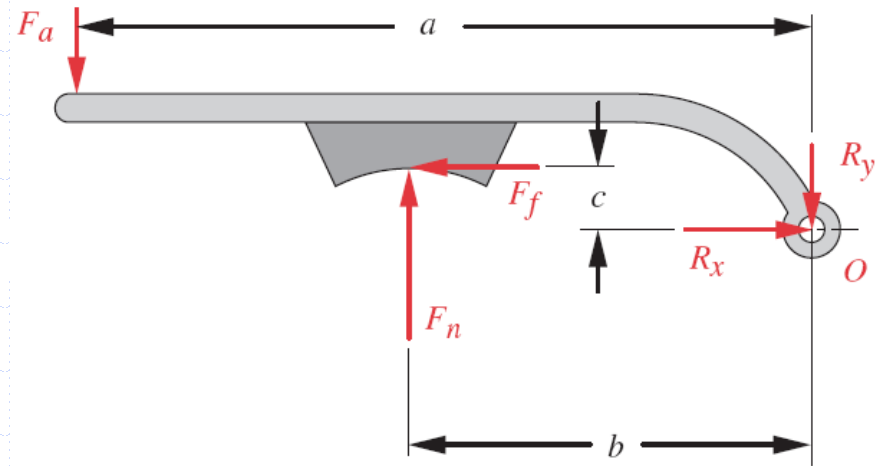
$$\sum M = 0 = a F_a - b F_n + c F_f$$

$$F_a = \frac{b F_n - c F_f}{a} = \frac{b F_n - \mu c F_n}{a} = F_n \frac{b - \mu c}{a}$$

As forças de reação no pivô serão:

$$R_x = -F_f$$

$$R_y = F_a - F_n$$



Auto-Energização.



Com a direção de rotação do tambor mostrada, o momento de fricção ($c.F_f$) adiciona-se ao momento atuante ($a.F_a$). Isto é a auto-energização.

Com a aplicação de qualquer força F_a , a fricção gerada na sapata aumenta o torque de frenagem. Contudo, se o tambor girar no sentido contrário, o sinal do momento de fricção ($c.F_f$) torna-se negativo e o freio é, então, desenergizado.

Essa característica de auto-energização do freio a tambor é uma grande vantagem, visto que reduz a aplicação da força F_a necessária, se comparado a um freio a disco de mesma capacidade.



Processo de Auto-Travamento:

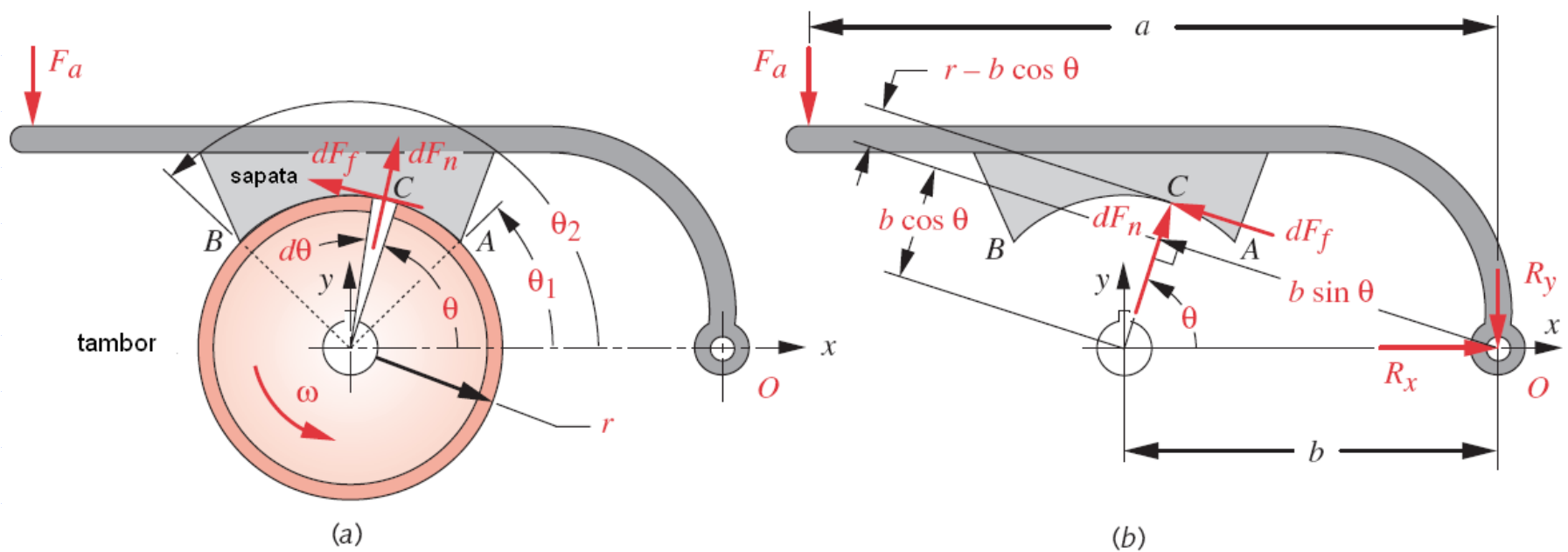
Se o freio é auto-energizado e o produto $\mu c \geq b$, a força F_a necessária para atuar no freio torna-se nula ou negativa.

O freio possui então auto-travamento, ou seja, se a sapata toca no tambor, ela trava.

$$F_a = F_n \frac{b - \mu c}{a} \leq 0 \Rightarrow b - \mu c \leq 0 \text{ ou ainda } b \leq \mu c$$



Freio a Tambor Externo com Sapata Longa:



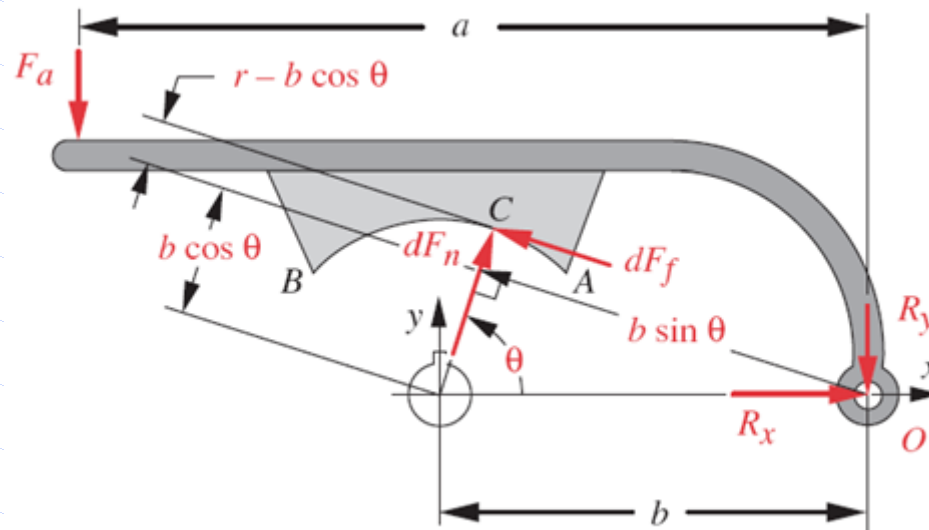
Geometria e forças para um freio a tambor externo de sapata longa



Se o ângulo de contato θ entre a sapata e o tambor for maior do que 45° , então a suposição de uma distribuição de pressão uniforme sobre a superfície da sapata não mais se aplica.

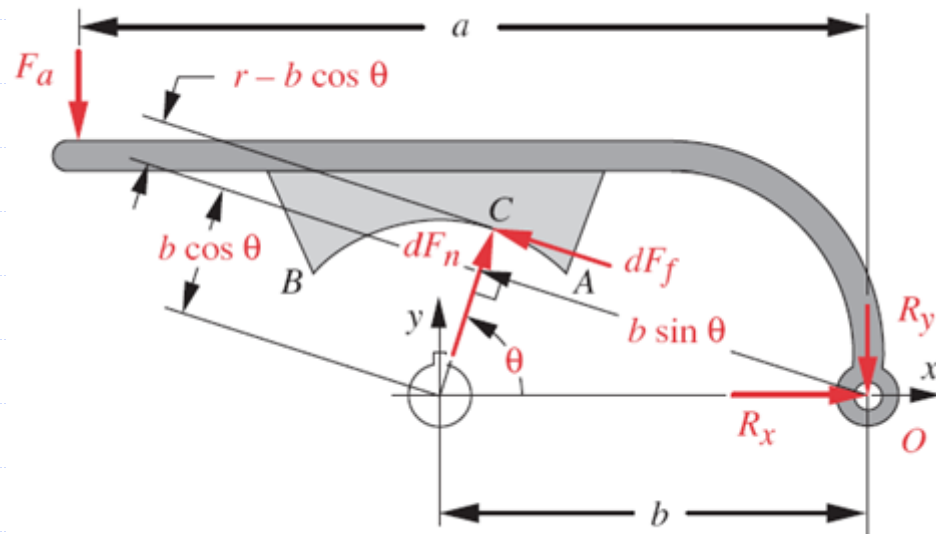
A maioria dos freios a tambor tem ângulo de contato de 90° .

Uma vez que nenhuma sapata de freio será infinitamente rígida, sua deflexão afetará a distribuição de pressão. A pressão em qualquer ponto na sapata também varia em proporção com a distância de O.



Se o tambor roda com velocidade constante e o desgaste é proporcional ao produto $p \times V$, então, no ponto arbitrário C da sapata a pressão p será proporcional a sua distância do ponto O:

$$p \propto b \operatorname{sen}(\theta) \propto \operatorname{sen}(\theta)$$



Desde que a distância b , é constante, a pressão normal em qualquer ponto é proporcional a $\operatorname{sen}(\theta)$:

$$p = K \operatorname{sen}(\theta)$$



Se a máxima pressão permissível para o material é p_{\max} , então a constante K pode ser definida como:

$$K = \frac{p}{\text{sen}\theta} = \frac{p_{\max}}{(\text{sen}\theta)_{\max}}$$

Sendo $(\text{sen}\theta)_{\max} = \max \text{sen}(\theta_2, 90^\circ)$.

Então:

$$p = \frac{p_{\max}}{(\text{sen}\theta)_{\max}} \text{sen}\theta \quad dF_n = p \, w \, r \, d\theta = \left(\frac{p_{\max}}{(\text{sen}\theta)_{\max}} \text{sen}\theta \, w \, r \, d\theta \right)$$

A equação apresentada define a pressão normal em qualquer ponto da sapata em função de $\text{sen}\theta$, desde que p_{\max} e θ_2 sejam constantes. Assim, a força de fricção é ótima para $\theta=90^\circ$.

Pouco se ganha usando $\theta_1 < 10^\circ$ ou $\theta_2 > 120^\circ$.

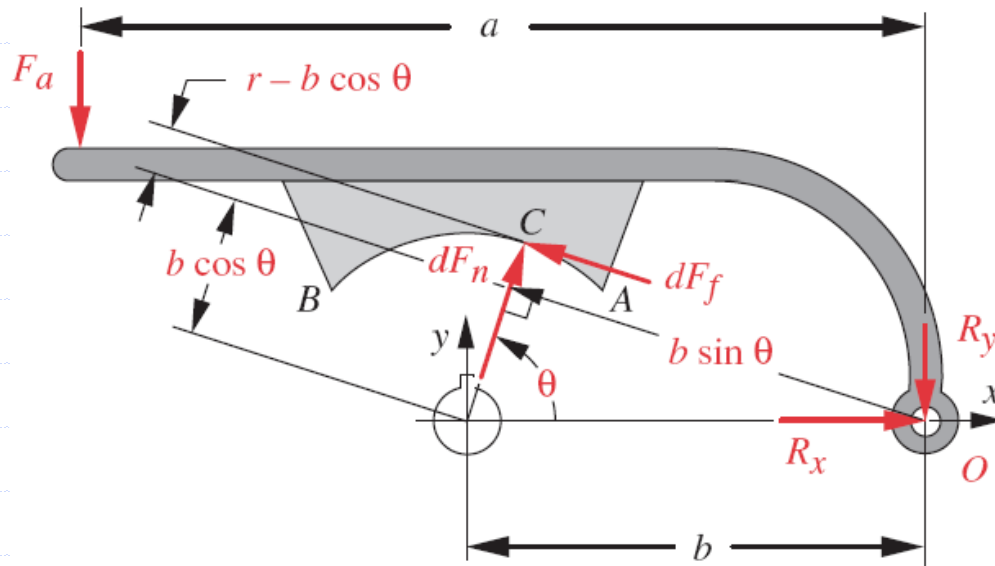


Para obter a força total na sapata, a função pressão deve ser integrada sobre a faixa angular da sapata.

Considerando um elemento diferencial $d\theta$, sujeito a duas forças diferenciais, dF_n e dF_f , com os respectivos momentos em relação ao ponto O ($b \cdot \sin \theta$ e $r - b \cdot \cos \theta$).

$$M_{F_n} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} p w r d\theta b \sin \theta$$

$$M_{F_f} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mu p w r d\theta (r - b \cos \theta)$$



Sendo w a largura do tambor na direção Z , para o momento devido à força normal:

$$M_{F_n} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} p w r d\theta b \sin \theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} w r b p \sin \theta d\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} w r b \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \sin^2 \theta d\theta$$

$$M_{F_n} = w r b \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \left[\frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) - \frac{1}{4} (\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1) \right]$$

Para o momento devido à força de atrito:

$$M_{F_f} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mu p w r d\theta (r - b \cos \theta) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mu w r \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \sin \theta (r - b \cos \theta) d\theta$$

$$M_{F_f} = \mu w r \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \left[-r (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) - \frac{b}{2} (\sin^2 \theta_2 - \sin^2 \theta_1) \right]$$



Somando os momentos ao redor do ponto O:

$$F_a = \frac{M_{F_n} \mp M_{F_f}}{a}$$

sendo o sinal superior para freios auto-energizados e o sinal inferior para freios desenergizados. Freio com auto-travamento também pode ocorrer se $M_{F_f} = M_{F_n}$.

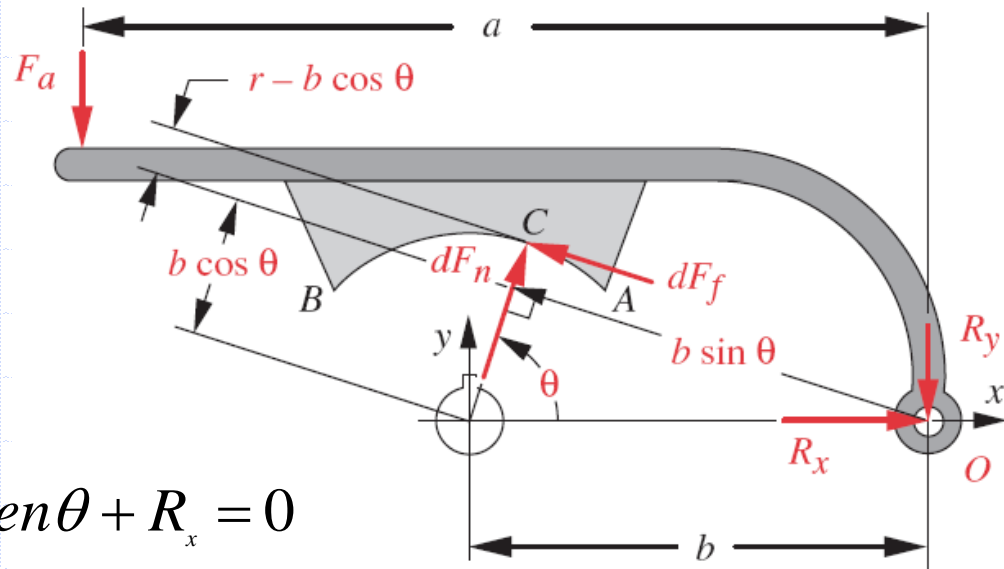
O torque do freio será obtido integrando a expressão do produto da força de atrito F_f e do raio do tambor r :

$$T = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mu p w r d\theta r = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mu w r^2 \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \sin \theta d\theta$$

$$T = \mu w r^2 \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$



As forças de reação R_x e R_y são obtidas somando-se as forças nas direções x e y :



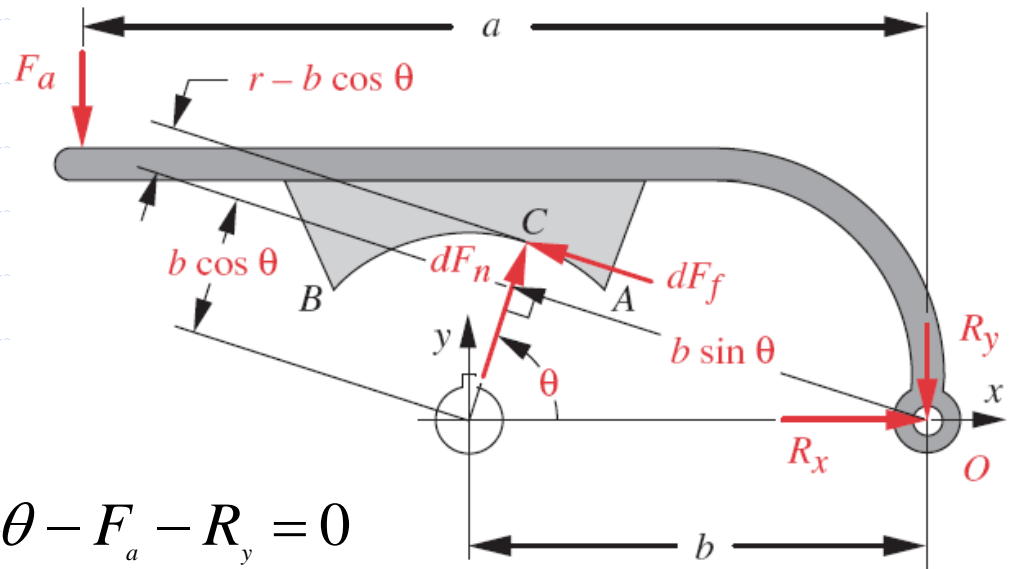
$$+ \int dF_n \cos \theta - \int dF_f \sin \theta + R_x = 0$$

$$R_x = - \int \cos \theta dF_n + \int \sin \theta dF_f = - \int_{\theta_1}^{\theta_2} w r p \cos \theta d\theta + \mu \int_{\theta_1}^{\theta_2} w r p \sin \theta d\theta$$

$$= - \int_{\theta_1}^{\theta_2} w r \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \sin \theta \cos \theta d\theta + \mu \int_{\theta_1}^{\theta_2} w r \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \sin^2 \theta d\theta$$

$$R_x = w r \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \left\{ - \left(\frac{\sin^2 \theta_2}{2} - \frac{\sin^2 \theta_1}{2} \right) + \mu \left[\frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) - \frac{1}{4} (\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1) \right] \right\}$$





$$+ \int dF_n \sin \theta + \int dF_f \cos \theta - F_a - R_y = 0$$

$$R_y = \int \cos \theta dF_f + \int \sin \theta dF_n - F_a$$

$$= \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mu w r \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \sin \theta \cos \theta d\theta + \int_{\theta_1}^{\theta_2} w r \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \sin^2 \theta d\theta - F_a$$

$$R_x = w r \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \left\{ - \left(\frac{\sin^2 \theta_2}{2} - \frac{\sin^2 \theta_1}{2} \right) + \mu \left[\frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) - \frac{1}{4} (\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1) \right] \right\}$$

