ES710 – Controle de Sistemas Mecânicos

04 – Diagrama de blocos

Eric Fujiwara

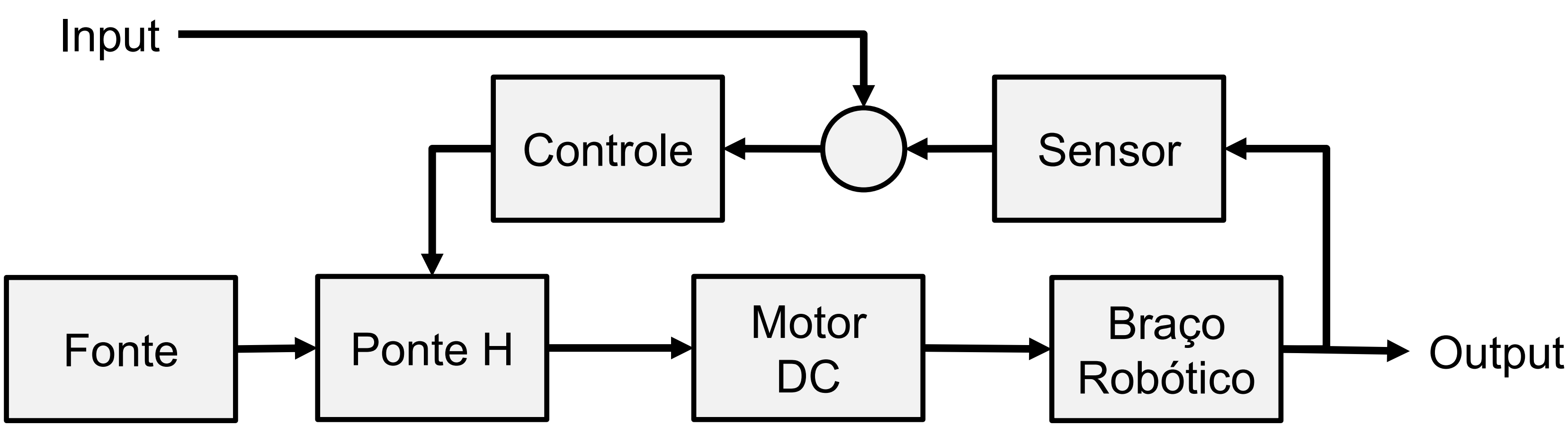
Unicamp – FEM – DSI

Índice

- **Índice:**
  - 1) Diagrama de blocos;
  - 2) Função de transferência;
  - Questionário;
  - Referências;
  - Exercícios.

1. Diagrama de blocos

- **1.1. Diagrama de blocos:**
  - A abordagem modular permite representar sistemas complexos na forma de subsistemas ou componentes conectados por meio de sinais;
  - Uma forma gráfica intuitiva de representar um sistema é através de um **diagrama de blocos**.



1. Diagrama de blocos

- **1.2. Construção do diagrama de blocos:**
  - Seja o sistema

$$\boxed{a\ddot{y}(t) + b\dot{y}(t) + cy(t) = u(t)}$$

    - Rearranjando os termos:

$$\boxed{\ddot{y}(t) + \frac{b}{a}\dot{y}(t) + \frac{c}{a}y(t) = \frac{1}{a}u(t)}$$

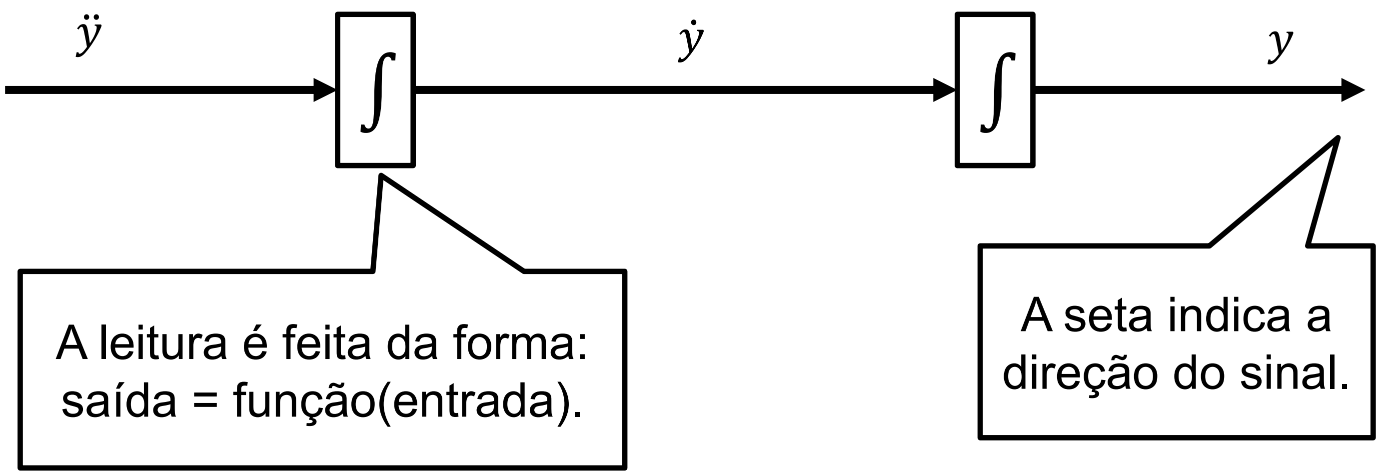
$$\boxed{\ddot{y}(t) = \frac{1}{a}u(t) - \frac{b}{a}\dot{y}(t) - \frac{c}{a}y(t)}$$

      – Onde $\mathrm{y}(t) = \int \dot{y}(t)dt$ e $\dot{y}(t) = \int \ddot{y}(t)dt$.

1. Diagrama de blocos

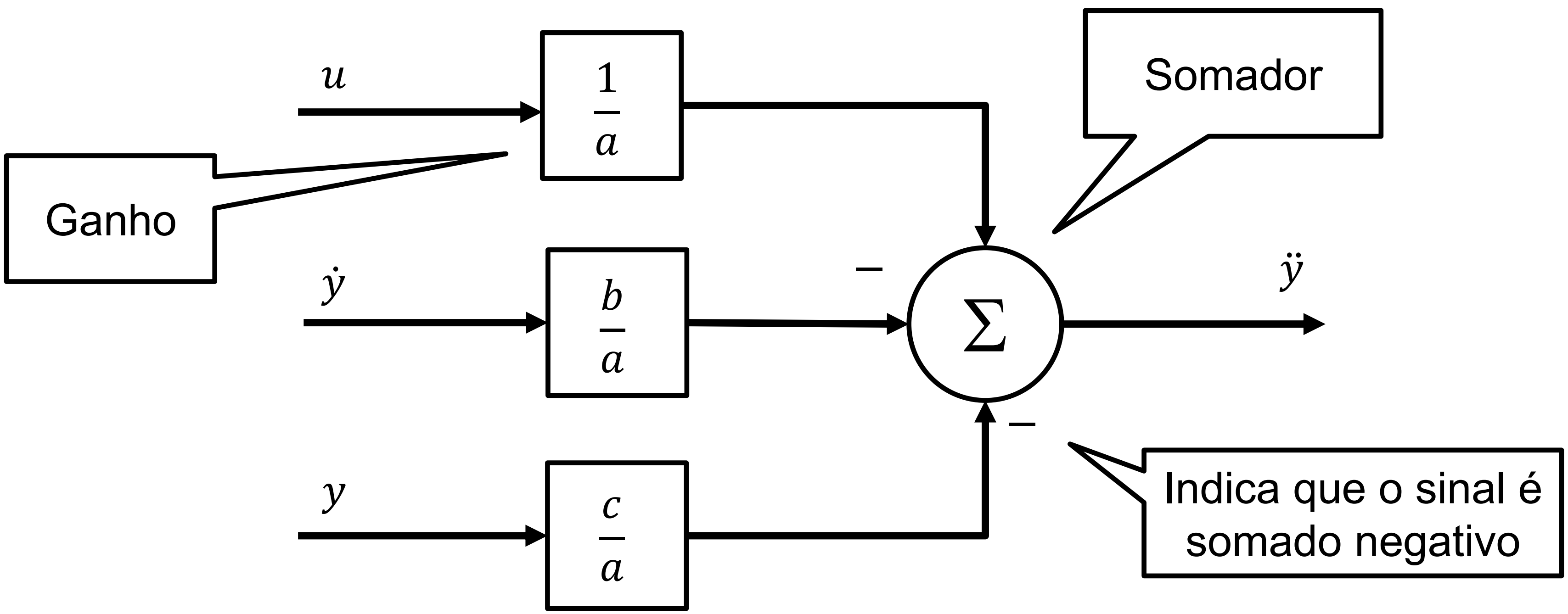
- **1.2. Construção do diagrama de blocos:**
  - O sinal $y(t)$ é representado na forma:

$$\boxed{\dot{y} = \int \ddot{y}\,dt} \qquad \boxed{y = \int \dot{y}\,dt}$$



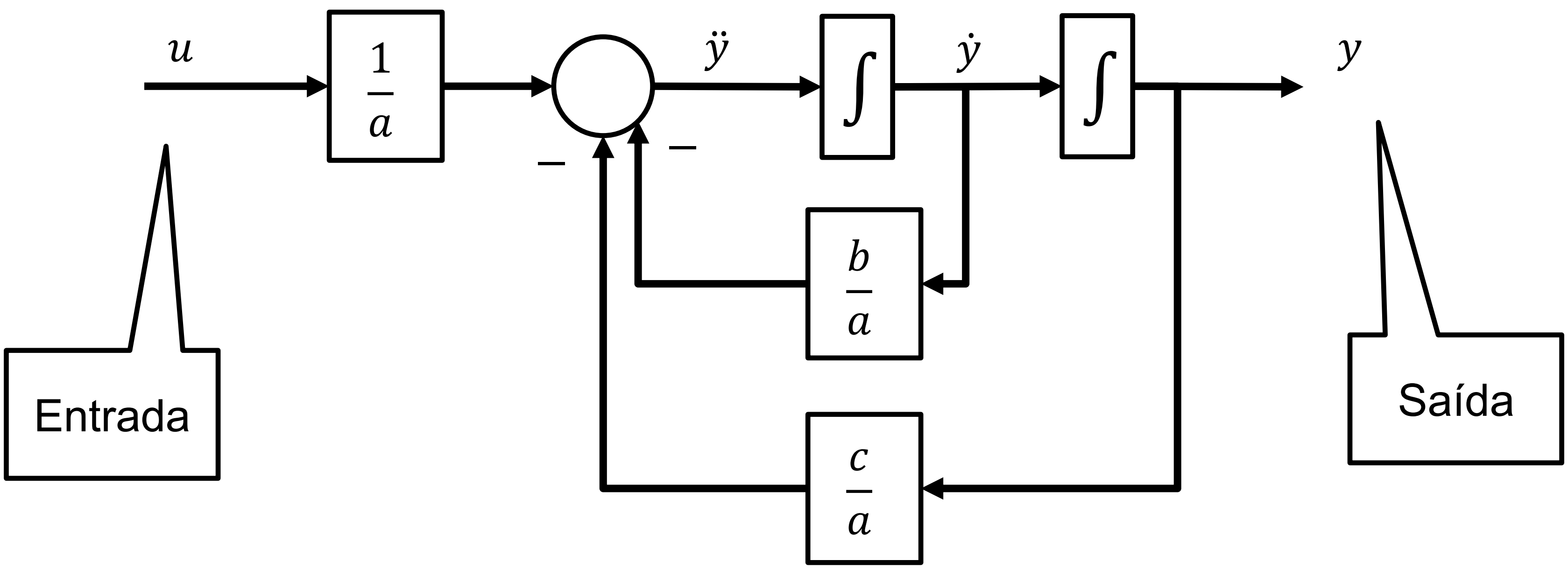
1. Diagrama de blocos

- **1.2. Construção do diagrama de blocos:**
  - Por sua vez, $\ddot{y}(t) = \frac{1}{a}u(t) - \frac{b}{a}\dot{y}(t) - \frac{c}{a}y(t)$:



1. Diagrama de blocos

- **1.2. Construção do diagrama de blocos:**
  - Finalmente, conectando os blocos:



2. Função de transferência

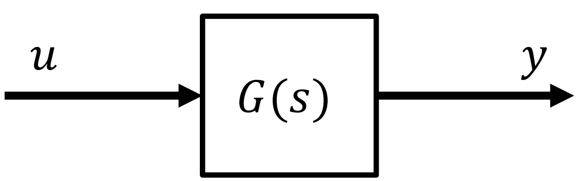
- **2.1. Representação de TF através de diagrama de blocos:**
  - Seja o sistema:

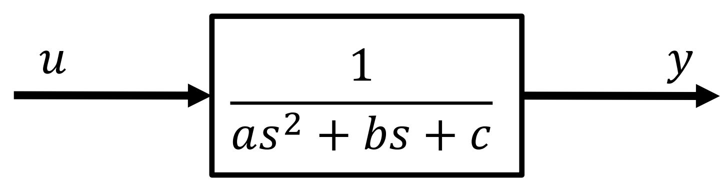
$$\boxed{a\ddot{y}(t) + b\dot{y}(t) + cy(t) = u(t)}$$

  - A sua função de transferência é:

$$\boxed{G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{as^2 + bs + c}}$$

  - Representação em diagrama de blocos:



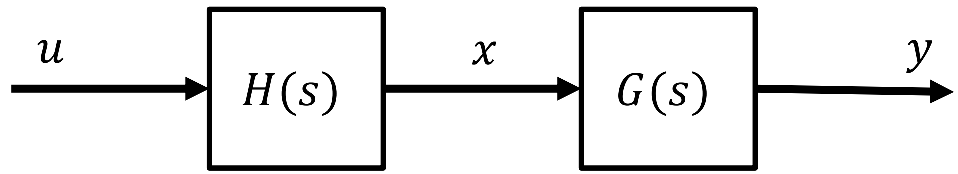


2. Função de transferência

- **2.2. Sistemas acoplados (em cadeia):**
  - Pela propriedade da convolução, TF podem ser concatenadas no domínio de Laplace:

$$\boxed{G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}} \qquad \boxed{H(s) = \frac{X(s)}{U(s)}}$$

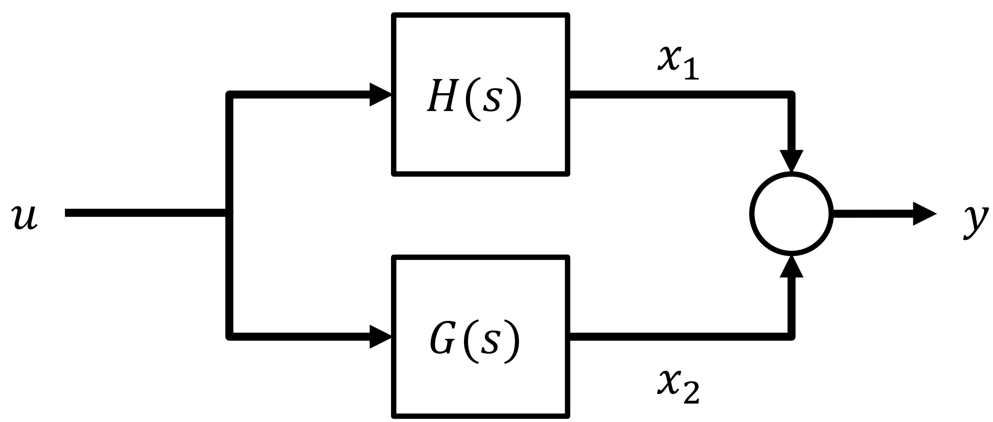
$$\boxed{F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Y(s)}{X(s)}\frac{X(s)}{U(s)} = G(s)H(s)} \tag{1}$$



2. Função de transferência

- **2.3. Sistemas em paralelo:**
  - Sejam $X_1(s) = G(s)U(s)$, $X_2(s) = H(s)U(s)$ e a combinação linear destes sistemas,

$$\boxed{Y(s) = X_1(s) + X_2(s) = [G(s) + H(s)]U(s) = F(s)U(s)} \quad (2)$$

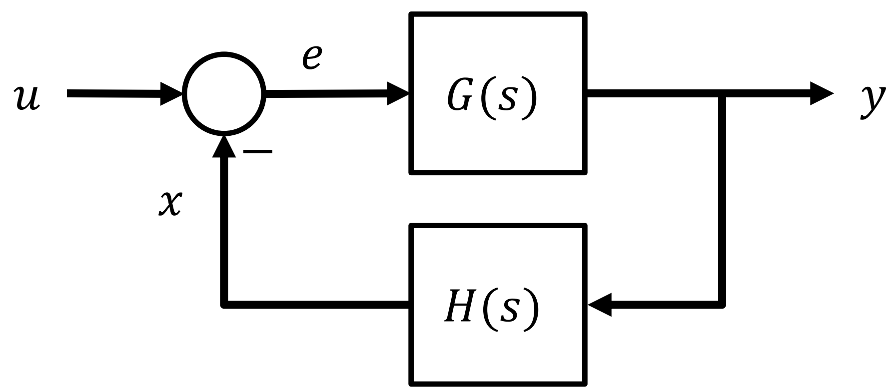


2. Função de transferência

- **2.4. Sistemas com realimentação:**
  - Seja $E(s) = U(s) - X(s)$, $X(s) = H(s)Y(s)$ e $Y(s) = G(s)E(s)$, o sistema com realimentação de saída apresenta TF:

$$\boxed{U(s) = E(s) + X(s) = \frac{Y(s)}{G(s)} + H(s)Y(s) = Y(s)\left[\frac{1 + G(s)H(s)}{G(s)}\right]}$$

$$\boxed{\frac{Y(s)}{U(s)} = F(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}} \qquad (3)$$



Questionário

- **Questionário:**
  - 1) Quais são as vantagens de se representar um sistema mecatrônico na forma de um diagrama de blocos?
  - 2) Diagramas de bloco podem ser utilizados no domínio do tempo (t), no espaço de Laplace (s), ou em ambos os casos?
  - 3) Por que é recomendável utilizar integradores $\mathrm{G}(\mathrm{s}) = 1/s$ ao invés de derivadores $\mathrm{G}(\mathrm{s}) = s$ em simulações dinâmicas?

Referências

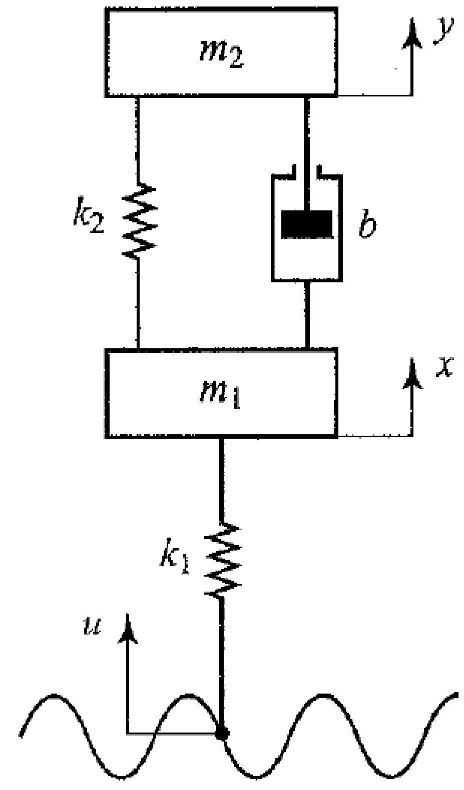
- **Referências:**

  - G. F. Franklin *et al.*, Feedback Control of Dynamic Systems, Prentice Hall, 2002.
  - N. Mohan *et al.*, Power Electronics: Converters, Applications, and Desigh, Wiley, 1995.
  - K. Ogata, Modern Control Engineering, Prentice Hall, 2002.

Exercícios

Exercícios

- **Ex 4.1)** Deduza o modelo matemático de uma suspensão de carro e obtenha a sua função de transferência $G(s) = Y(s)/U(s)$. Apresente também o diagrama de blocos correspondentes. Finalmente, simule a resposta do sistema utilizando os valores abaixo:
  - $m_1 = 36$ kg;
  - $m_2 = 240$ kg;
  - $k_1 = 16 \times 10^4$ N/m;
  - $k_2 = 16 \times 10^3$ N/m
  - $b = 980$ Ns/m;



DOI 10.1155/2014/487312

Exercícios

- **Ex 4.1)**
  - Equilíbrio de forças em m_1:

$$\boxed{m_1\ddot{x} = k_2(y - x) + b(\dot{y} - \dot{x}) + k_1(u - x)}$$

$$\boxed{m_1\ddot{x} + b\dot{x} + (k_1 + k_2)x = b\dot{y} + k_2 y + k_1 u}$$

  - Transformada de Laplace:

$$\boxed{[m_1 s^2 + bs + (k_1 + k_2)]X(s) = [bs + k_2]Y(s) + k_1 U(s)}$$

$$\boxed{A(s)X(s) = B(s)\,Y(s) + C(s)U(s)}$$

$$\boxed{Y(s) = \frac{A(s)}{B(s)}X(s) - \frac{C(s)}{B(s)}U(s)}$$

Exercícios

- **Ex 4.1)**
  - Equilíbrio de forças em m_2:

$$\boxed{m_2\ddot{y} = -k_2(y - x) - b(\dot{y} - \dot{x})}$$

$$\boxed{m_2\ddot{y} + b\dot{y} + k_2 y = b\dot{x} + k_2 x}$$

  - Transformada de Laplace:

$$\boxed{[m_2 s^2 + bs + k_2]Y(s) = [bs + k_2]X(s)}$$

$$\boxed{D(s)Y(s) = E(s)\,X(s)}$$

$$\boxed{X(s) = \frac{D(s)}{E(s)}Y(s)}$$

Exercícios

- **Ex 4.1)**
  - Substituindo:

$$\boxed{Y(s) = \frac{A(s)}{B(s)}\left[\frac{D(s)}{E(s)}Y(s)\right] - \frac{C(s)}{B(s)}U(s)}$$

$$\boxed{G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{C(s)E(s)}{A(s)D(s) - B(s)E(s)}}$$

  - Função de transferência:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_1(bs + k_2)}{m_1 m_2 s^4 + (m_1 + m_2)bs^3 + [k_1 m_2 + (m_1 + m_2)k_2]s^2 + k_1 bs + k_1 k_2}$$

Exercícios

- **Ex 4.1)**
  - Implementação no MATLAB:

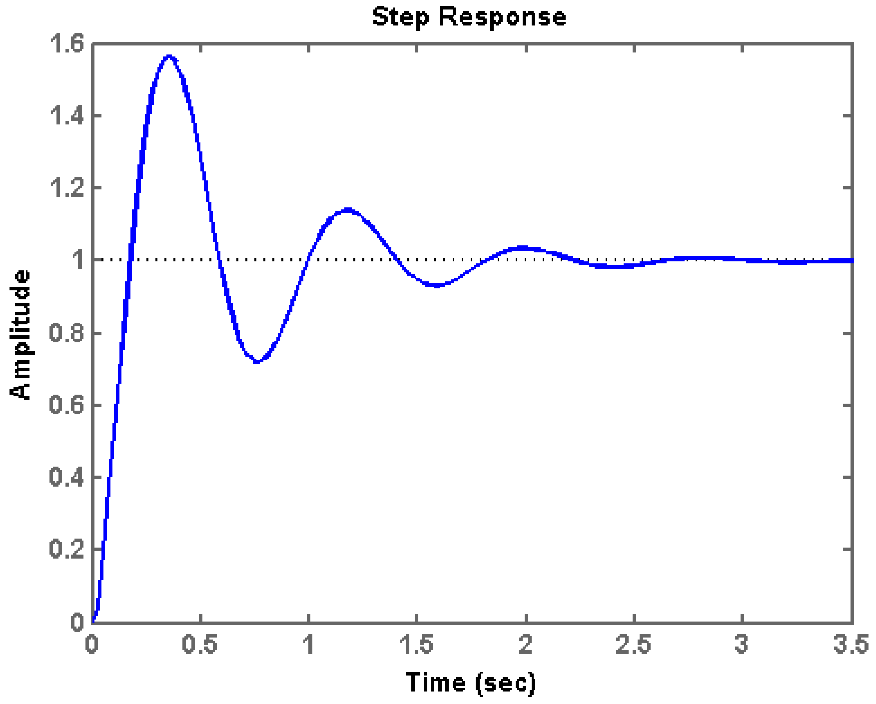
```
%Parametros
m1 = 36; m2 = 240;
k1 = 16e4; k2 = 16e3;
b = 980;

%Funcoes de transferencia
s = tf('s');
A = m1*s^2 + b*s + (k1+k2);
B = b*s + k2;
C = k1;
D = m2*s^2 + b*s + k2;
E = b*s + k2;

G = C*E/(A*D-B*E)
```

Exercícios

- **Ex 4.1)**
  - Resposta a uma entrada degrau de amplitude 1 m:
    - A saída sempre segue a forma de onda da entrada;
    - Verifique o efeito do amortecimento b na resposta do sistema.



Exercícios

- **Ex 4.1)**
  - Implementação no Simulink:
    - 1) Abrir o Simulink (clicar no ícone correspondente ou digitar `simulink` no prompt);
    - 2) Criar um novo modelo (arquivo .mdl);
    - 3) Para montar o diagrama, arraste os blocos na janela de funções à direita para o modelo e conecte os blocos;
    - 4) Ajuste o tempo de simulação (barra superior) e clique em Run;
    - 5) Você pode ajustar os parâmetros do solver em Simulation > Configuration Parameters.

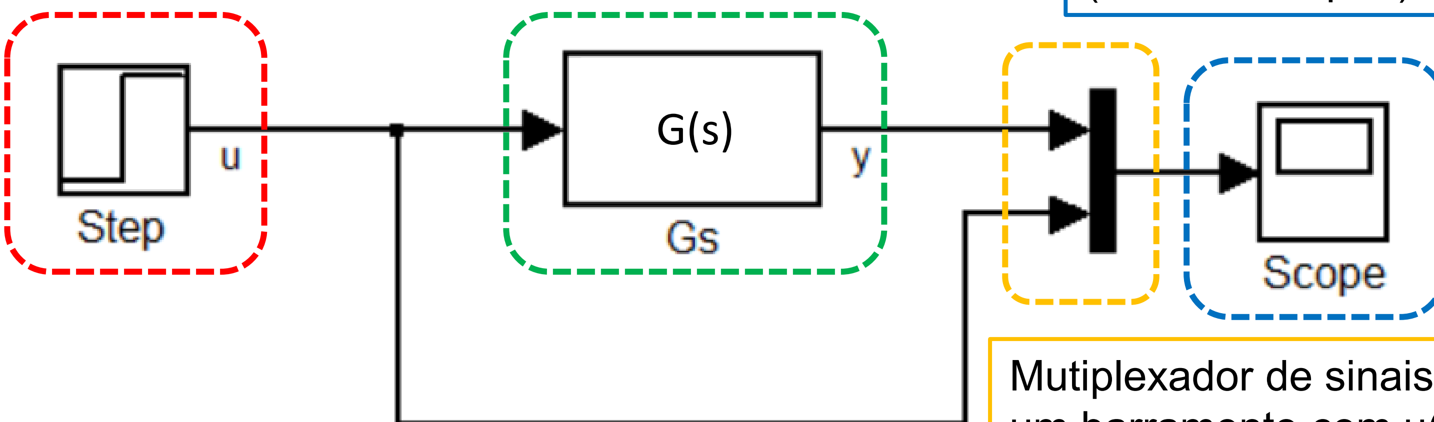
Exercícios

- **Ex 4.1)**

Sinal degrau para excitar o sistema. Clique duas vezes no bloco para editar a amplitude e o tempo de disparo.
(Sources > Step)

Função de transferência. Insira o numerador e o denominador de G(s)
(Continuous > TransferFcn)

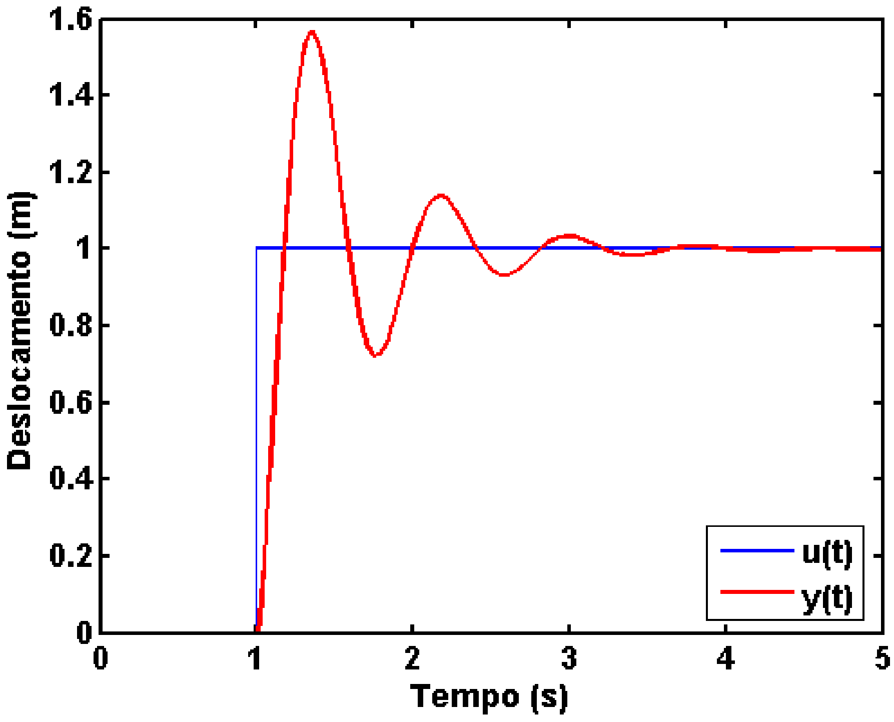
Scope permite visualizar os sinais da simulação. Clique duplo para ver a saída.
(Sinks > Scopoe)



Mutiplexador de sinais para criar um barramento com u(t) e y(t)
(Signal Routing > Mux)

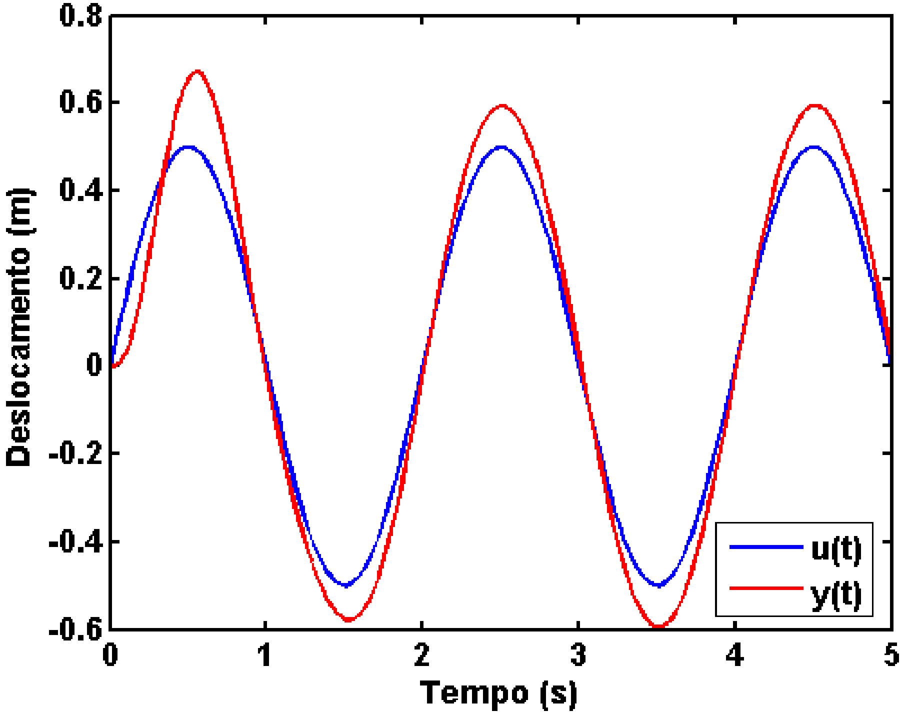
Exercícios

- **Ex 4.1)**
  - Resposta a uma entrada degrau de amplitude 1 m:



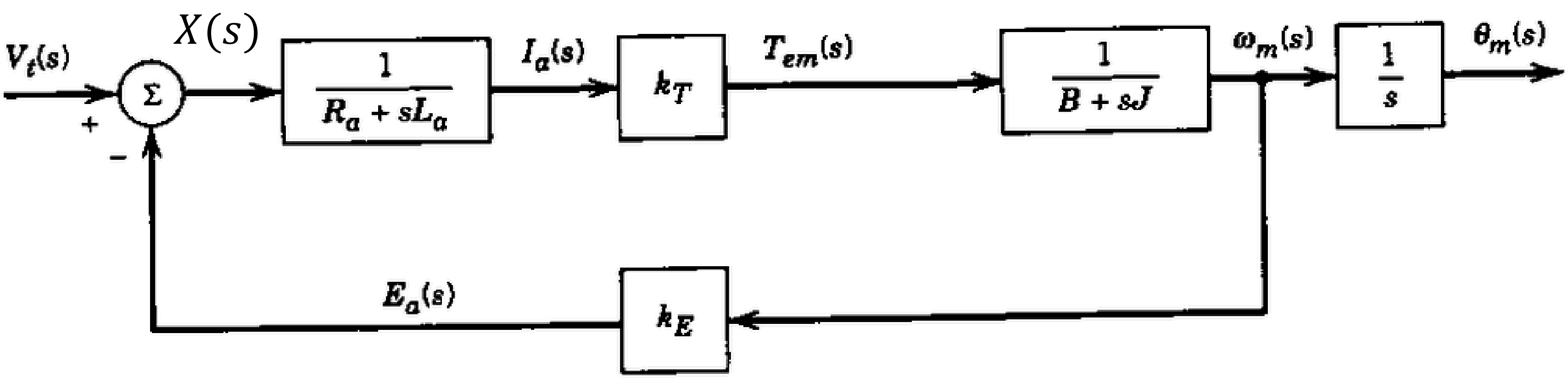
Exercícios

- **Ex 4.1)**
  - Resposta a uma entrada senoidal com amplitude 0,5 m e frequência 0,5 Hz:



Exercícios

- **Ex 4.2)** Obtenha o modelo do motor DC a partir do diagrama de blocos. Em seguida, simule a resposta do sistema no Simulink para um degrau de tensão de 30 V.
  - Dados: $R = 10\ \Omega$, $L = 1$ mH, $J = 10^{-4}$ N.m/s², $B = 0.02$ N.m/s, $k = 10$ V.s



Exercícios

- **Ex 4.2)**
  - Circuito de armadura:

$$\boxed{X(s) = V(s) - E_a(s)}$$

$$\boxed{I(s) = \frac{1}{sL + R} X(s) = \frac{1}{sL + R} \left(V(s) - E_a(s)\right)}$$

  - Lei de Força de Lorentz:

$$\boxed{T(s) = kI(s)}$$

Exercícios

- **Ex 4.2)**
  - Eixo do motor:

$$\boxed{T(s) = \frac{1}{sJ + B}\omega(s)}$$

  - Posição angular:

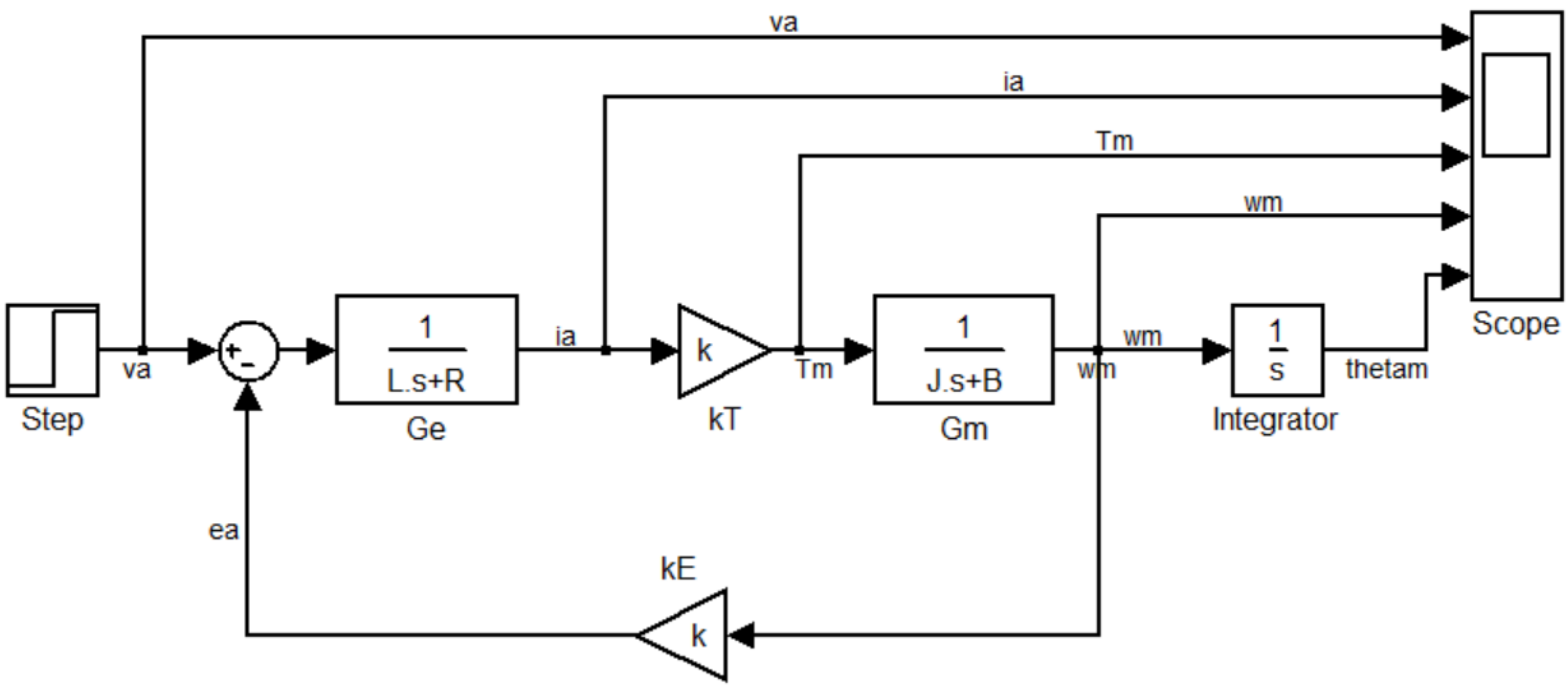
$$\boxed{\theta(s) = \frac{1}{s}\omega(s)}$$

  - Lei de Faraday de indução:

$$\boxed{E(s) = k\omega(s)}$$

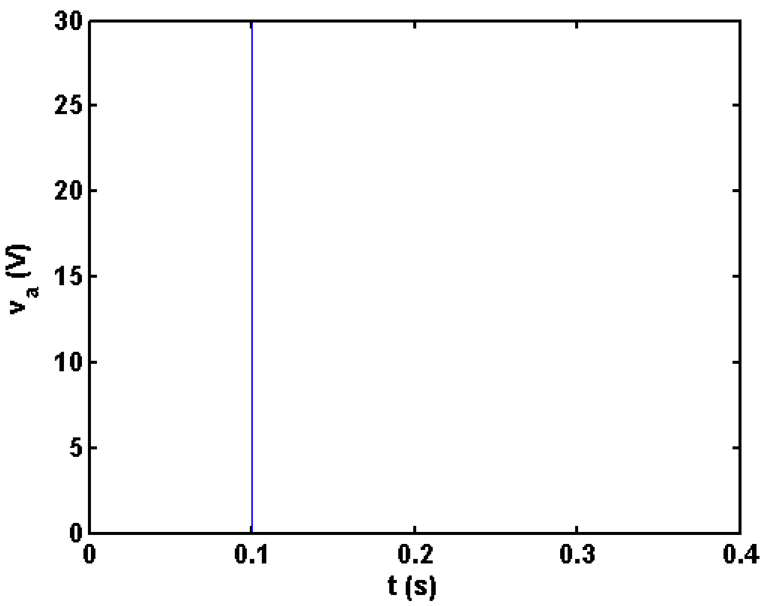
Exercícios

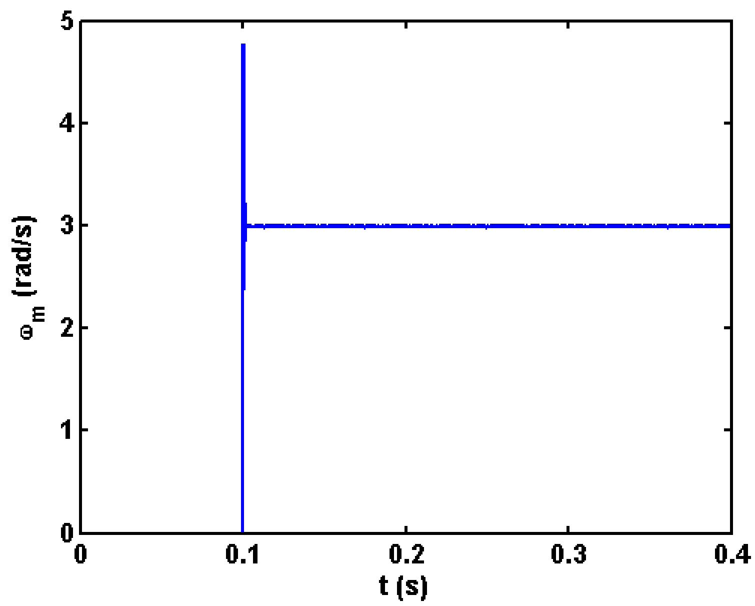
- **Ex 4.2)**
  - Implementação no Simulink:



Exercícios

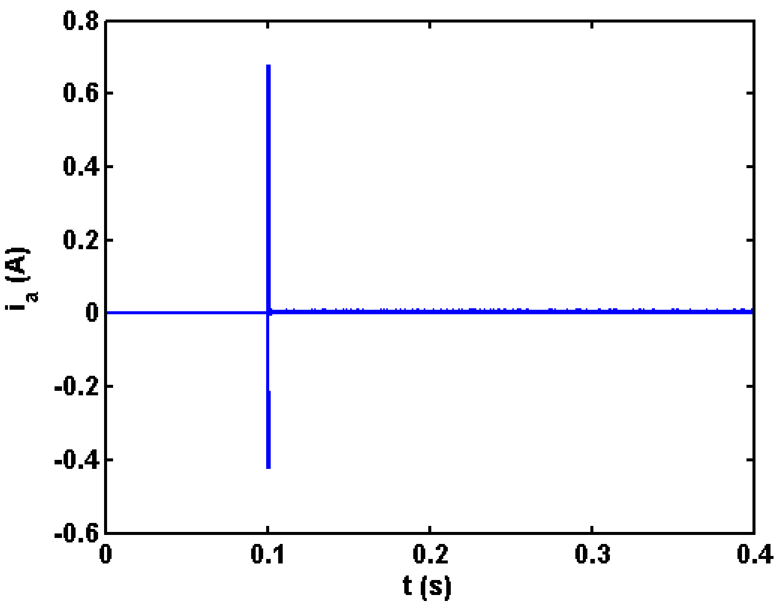
- **Ex 4.2)**
  - Tensão de armadura v_a e velocidade angular ω_m:
    - A velocidade (saída) segue o sinal de entrada (tensão).

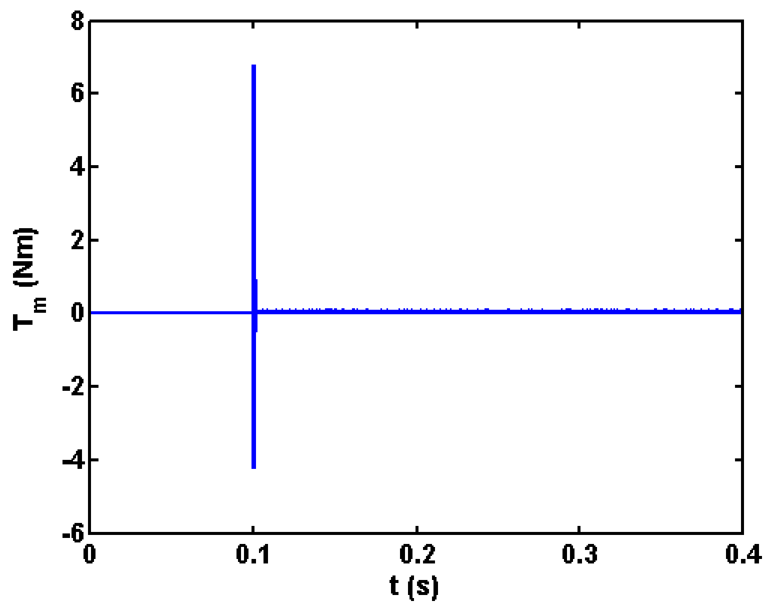




Exercícios

- **Ex 4.2)**
  - Corrente de armadura i_a e torque T_m:
    - O torque é proporcional à aceleração.





Exercícios

- **Ex 4.2)**
  - Posição angular θ_m:
    - A posição é a integral da velocidade.