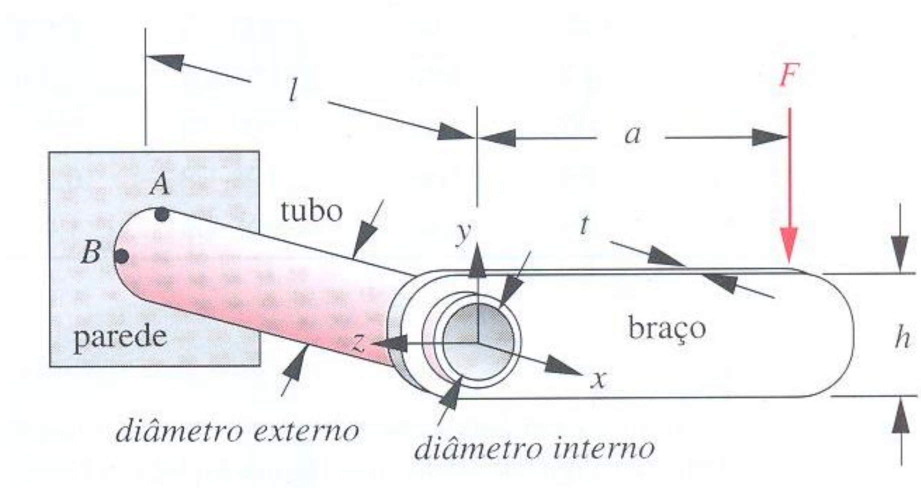
EXERCÍCIO DE FADIGA

Problema: O suporte da figura abaixo está sujeito a uma força senoidal em função do tempo, com $F_{max} = F$ e $F_{min} = -F$. Encontre os estados de tensão nos pontos A e B devido a esse carregamento alternado e escolha como material um aço que forneça um coeficiente de segurança de valor igual a 2 para vida infinita. Pressuponha um fator de concentrações de tensão a fadiga igual a 2,5 em flexão e 2,8 em torção.

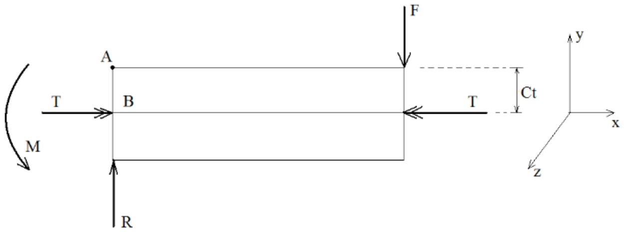


Dados: *l= 100 mm; a= 400 mm; t= 10 mm; h= 20 mm; F= 50 N;*
D= 20 mm (diâmetro externo); d=14mm (diâmetro interno)

Hipóteses:
A peça trabalha em temperatura ambiente;
A peça é usinada;
Confiabilidade de 50%.

RESOLUÇÃO:

Considere o diagrama de corpo livre (DCL) mostrado abaixo:



O ponto A está sujeito as tensões de flexão e torção, enquanto o ponto B está sujeito a tensão apenas de torção (situado na linha neutra da flexão). Dessa forma, o dimensionamento deve ser realizado levando em consideração o estado de tensão do ponto A.

O objetivo desse exercício é determinar um aço que garante um coeficiente de segurança igual 2 ($N_d = 2$).

Como fornecido pelo enunciado, deve-se considerar os seguintes fatores de concentração geométrico:

$$\begin{cases} k_t = 2{,}5 \ \ (\,flexão) \\ k_f = 2{,}8 \ \ (torção) \end{cases}$$

Diante do exposto, tem-se então:

1)Ponto A → Tensão de flexão:

- Momento: $M = F \cdot l = 50 \cdot 0{,}100 \Rightarrow M = 5{,}0 \ N \cdot m$
- Distância c_t: $c_t = D/2 = 0{,}020/2 \Rightarrow c_t = 0{,}010 \ m$
- Momento de Inércia:

$$I_t = \frac{\pi}{64}\left(D^4 - d^4\right) = \frac{\pi}{64}\left(0{,}020^4 - 0{,}014^4\right) \Rightarrow I_t = 5{,}9682.10^{-9} \ m^4$$

- Tensão de flexão

$$\sigma_{xa} = \frac{M \cdot c_t}{I_t} = \frac{5 \cdot 0{,}010}{5{,}9682.10^{-9}} \Rightarrow \sigma_{xa} = 8{,}38.10^6 \, Pa = 8{,}38 MPa$$

2) Ponto A → Tensão de cisalhamento torcional:

- Torque no tubo: $T = Fa = 50 \cdot 0{,}4 = 20{,}0 \ N \cdot m$
- Momento de Inércia Polar:

$$J = \frac{\pi}{32}\left(D^4 - d^4\right) = \frac{\pi}{32}\left(0{,}020^4 - 0{,}014^4\right) \Rightarrow J = 1{,}1936.10^{-8} \ m^4$$

- Tensão torcional máxima na superfície:

$$\tau_{\max} = \frac{T \cdot c_t}{J} = \frac{20 \cdot 0{,}010}{1{,}1936.10^{-8}} \Rightarrow \tau_{\max} = 16{,}76.10^6 \, Pa = 16{,}76 MPa$$

3)Tensão de fadiga:

Flexão → $\sigma_b = k_f \cdot \sigma_x = 2{,}5 \cdot 8{,}38 \Rightarrow \sigma_b = 20{,}95\ MPa$

Torção → $\tau_s = k_{ts} \cdot \tau_{zx} = 2{,}8 \cdot 16{,}76 \Rightarrow \tau_s = 46{,}93 MPa$

4) Tensões principais:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_b}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{2}\right)^2 + \tau_s^2} = \frac{20{,}95}{2} + \sqrt{\left(\frac{20{,}95}{2}\right)^2 + 46{,}93^2} = 58{,}56 MPa$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_b}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{2}\right)^2 + \tau_s^2} = \frac{20{,}95}{2} - \sqrt{\left(\frac{20{,}95}{2}\right)^2 + 46{,}93^2} = -37{,}61 MPa$$

5) Tensão efetiva de Von Mises (Componente média é nula)

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3^2} = \sqrt{58{,}56^2 - 58{,}56.(-37{,}61) + (-37{,}61)^2} \Rightarrow \sigma'_a = 83{,}94 MPa$$

A tensão acima refere-se a tensão alternada, visto que a componente média é nula em carregamento alternado simétrico.

6) Limite de fadiga para aços:

$S'_e = 0{,}5 \cdot S_{ut}$

7)Fatores de correção à fadiga:

-<u>Fator de Carregamento</u>

Para esforços de flexão, tem-se que $C_{carreg} = 1$

-<u>Fator de Tamanho</u>

A peça em análise possui seção circular oca não-girante. Assim, será avaliado a área 95% de máxima tensão.

$$A_{95} = 0{,}010462 \cdot D^2 = 0{,}010462\ .0{,}020^2 = 4{,}1848\ .10^{-6}\ m^2$$

$$d_{eq} = \sqrt{\frac{A_{95}}{0{,}0766}} = \sqrt{\frac{4{,}1848.10^{-6}}{0{,}0766}} \Rightarrow d_{eq} = 7{,}4.10^{-3}\ m = 7{,}4\ mm$$

para d<= 8 mm $\Rightarrow C_{tamanho} = 1$

-<u>Fator de Superfície</u>

Usinada ou estirada a frio, tem-se: $A = 4{,}51$ e $b = -0{,}265$

$$C_{superf} = A \cdot S_{ut}{}^{b} = 4{,}51.\ S_{ut}{}^{-0{,}265}$$

Na equação acima, S_{ut} é considerado em MPa.

-<u>Fator de Temperatura</u>

Considerando a hipótese de temperatura ambiente (T<450°C), então $C_{temp} = 1$

-<u>Fator de Confiabilidade</u>

Considerando uma confiabilidade de 50,0%, tem-se que $C_{conf} = 1$

8)Por fim, com base no fator de segurança de $N_d = 2$ tem-se então:

$$N_d = \frac{S_e}{\sigma'_a} \Rightarrow S_e = 2 \cdot 83{,}94 = 167{,}88 MPa$$

$$S_e = C_{carreg} \cdot C_{tamanho} \cdot C_{\text{sup}erf} \cdot C_{temp} \cdot C_{conf} \cdot S'_e$$

$$S_e = 1 \cdot 1 \cdot C_{\text{sup}erf} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0{,}5 \cdot S_{ut}$$

$$167{,}88 = 4{,}51 \cdot (S_{ut})^{-0{,}265} \cdot 0{,}5 \cdot S_{ut}$$

$$(S_{ut})^{0{,}735} = 74{,}45 \quad \Rightarrow \quad S_{ut} = 352 MPa$$

Desta forma, o aço a ser escolhido deve ter um limite de resistência a tração $S_{ut} = 352 MPa$

EXERCÍCIOS PARA DETERMINAÇÃO DE DIAGRAMAS S-N

Problema: Construa um diagrama S-N estimado para uma barra de aço e defina suas equações. Quantos ciclos de vida podem ser esperados se a tensão alternada é de 100 MPa?

Dados: O S_{ut} obtido experimentalmente é 600 MPa. A barra quadrada tem 150 mm de lado e tem acabamento superficial laminado a quente. A temperatura máxima de operação é de 500ºC. O carregamento aplicado é flexão pura alternada.

Hipóteses: A vida infinita é requerida e pode ser obtida, pois trata-se de um material (aço dúctil) que apresenta limite de fadiga. Será considerado um fator de confiabilidade de 99,9%.

Resolução:

1)Como nenhuma informação sobre o limite de fadiga ou resistência à fadiga é fornecido, estima-se S'_e com base no limite de ruptura. Assim, tem-se que:

$$S'_e \cong 0{,}5 S_{ut} = 0{,}5(600) = 300\,MPa$$

2)O carregamento é de flexão pura, portanto o fator de carregamento é assumido como:

$$C_{carreg} = 1{,}0$$

3)A peça é maior que o corpo de prova, além de não ter uma seção circular. Portanto, um diâmetro equivalente baseado em 95% da área tensionada (A_{95}) deve ser determinado e usado para encontrar o fator de tamanho. Para uma seção retangular sob flexão sem rotação, a área A_{95} é definida como:

$$A_{95} = 0{,}05bh = 0{,}05(150)(150) = 1125\,mm^2$$

Enquanto que o diâmetro equivalente é obtido como:

$$d_{eq} = \sqrt{\frac{A_{95}}{0{,}0766}} = \sqrt{\frac{1125}{0{,}0766}} = 121{,}2mm$$

Por fim, o fator de tamanho é encontrado por:

$$C_{tamanho} = 1{,}189(121{,}2)^{-0{,}097} = 0{,}747$$

4)Assumindo o acabamento por laminação a quente, o fator de acabamento superficial é obtido como:

$$C_{superf} = AS_{ut}^{b} = 57{,}7(600)^{-0{,}718} = 0{,}584$$

5)Para temperaturas de trabalho acima de 450ºC, o fator de temperatura é obtido como:

$$C_{temp} = 1 - 0{,}0058(T - 450) = 1 - 0{,}0058(500 - 450) = 0{,}71$$

6)Assumindo a confiabilidade de 99,9%, o fator de confiabilidade é obtido como:
$C_{conf} = 0{,}753$ (tabelado)

7)O valor corrigido do limite de fadiga S_e pode agora ser calculado aplicando os fatores de correção, como mostrado abaixo:

$$S_e = C_{carreg} \cdot C_{tamanho} \cdot C_{\text{superf}} \cdot C_{temp} \cdot C_{conf} \cdot S'_e = 1{,}0(0{,}747)(0{,}584)(0{,}71)(0{,}753)(300)$$

$$S_e = 70MPa$$

8)Para criar o diagrama S-N é necessário estimar a tensão de falha em 1000 ciclos (S_m). Para o caso de aço, essa tensão pode ser estimada como:

$$S_m = 0{,}9S_{ut} = 0{,}9(600) = 540MPa$$

9)O diagrama S-N estimado é obtido a partir dos valores S_m e S_e. Com base nesses dois pontos da curva, a saber, S_m para 1000 ciclos e S_e para um milhão de ciclos, pode-se então obter:

$$z = \log(N_1) - \log(N_2) = \log(10^3) - \log(10^6) = -3$$

$$b = \frac{1}{z}\log\left(\frac{S_m}{S_e}\right) = -\frac{1}{3}\log\left(\frac{540}{70}\right) = -0{,}2958$$

$$\log(a) = \log(S_m) - 3b = \log[540] - 3(-0{,}295765) \quad \Rightarrow \quad a = 4165{,}707$$

$$S_n = aN^b = 4165{,}707(N)^{-0{,}2958}MPa \quad \Leftrightarrow \quad 10^3 \le N \le 10^6$$

$$S_n = S_e = 70MPa \quad \Leftrightarrow \quad N > 10^6$$

10)O número de ciclos de vida para qualquer nível de tensão alternada pode ser determinado com as equações acima. Para a tensão aplicada de 100Mpa tem-se:

$$100 = 4165{,}707(N)^{-0{,}2958} \Leftrightarrow 10^3 \le N \le 10^6$$

$$\log 100 = \log 4165{,}707 - 0{,}2958 \cdot \log(N)$$

$$2 = 3{,}6197 - 0{,}2958 \cdot \log(N)$$

$$\log(N) = \frac{2 - 3{,}6197}{-0{,}2958} = 5{,}4756$$

$$N = 10^{5{,}4756} \cong 3 \cdot 10^5 ciclos$$

A figura 1 mostra a intersecção da linha de tensão alternada aplicada com a curva de falha em N=3E5 ciclos.

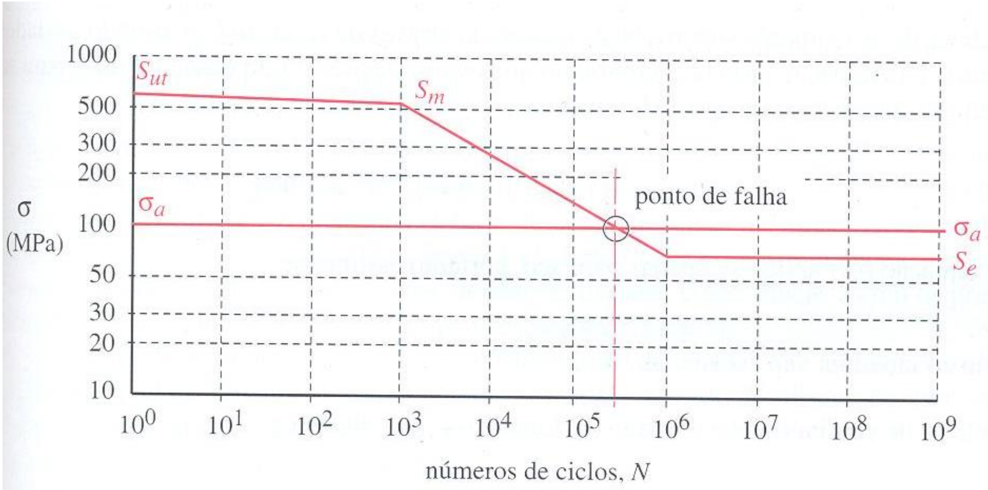


Figura 1. Diagrama S-N e linha de tensão alternada mostrando o ponto de falha para o exemplo 1.