UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS INTEGRADOS

Exercícios de Engrenagens.

Determine os torques e as cargas transmitidas nos dentes de engrenagem de um trem de engrenagens contendo um pinhão, uma engrenagem livre e uma de saída. Encontre os diâmetros das engrenagens e as componentes média e alternante da carga transmitida em cada engrenagem, além das tensões de flexão e de superfície para cada uma delas.

Dados: $w_p = 3000\,rpm$ $\quad p_d = 4$ $\quad N_p = 23\ dentes$

$P = 35hp$ $\quad \phi = 25°$ $\quad N_l = 35\ dentes$

$Q_v = 8$ $\quad M_g = 3$

Máquina motora uniforme e máquina movida com choque moderado.
Carregamento HPSTC profundidade completa.

Considerando que todas as engrenagens sejam feitas de aço AGMA grau 2 endurecido inteiramente, cuja vida em serviço requerida é 6 anos em operação de um turno, com temperatura de operação de 240ºF, determine os coeficientes de segurança contra falha de flexão e de superfície, considerando uma confiabilidade de 99% e dureza de 300 HB.

Resolução:

1)Dentes da engrenagem:

$$M_G = \frac{w_p}{w_g} = \frac{N_g}{N_p} = \frac{d_g}{d_p}$$

$$N_g = M_G \cdot N_p = 3 \cdot 23 \rightarrow N_g = 69$$

$$w_g = \frac{w_p}{M_G} = \frac{3000}{3} \rightarrow w_g = 1000rpm$$

2)Torque do pinhão:

$$T_p = \frac{P}{w_p} = \frac{35hp\left(6600\dfrac{lb.in/s}{hp}\right)}{3000rpm\dfrac{2\pi}{1rot}\dfrac{1\min}{60s}} \rightarrow T_p = 735{,}3lb.in$$

3)Torque de saída:

$$T_g = M_G \cdot T_p = 3(735{,}3) \rightarrow T_g = 2205{,}9 lb.in$$

4)Diâmetros:

$$D_P = \frac{N_p}{P_d} = \frac{23}{4} \rightarrow D_P = 5{,}75 in$$

$$D_l = \frac{N_l}{P_d} = \frac{35}{4} \rightarrow D_l = 8{,}75 in$$

$$D_g = \frac{N_G}{P_d} = \frac{69}{4} \rightarrow D_g = 17{,}25 in$$

5)Cargas:

- Cargas transmitida → $w_t = \dfrac{T_p}{D_p/2} = \dfrac{735{,}3}{5{,}75/2} \rightarrow w_t = 255{,}76 lb$

  $w_{t,med} = w_{t,alt} = w_t/2 = 255{,}76/2 = 127{,}88 lb$ (pinhão e engrenagem)
- Componente radial da carga → $w_r = w_t \cdot tg\phi$

  $w_r = 255{,}76 \cdot tg 25 \rightarrow w_r = 119{,}26 lb$

- Carga total → $w = \dfrac{w_t}{\cos\phi} = \dfrac{255{,}76}{\cos 25°} \rightarrow w = 282{,}2 lb$

  $w_{alt} = w_t = 255{,}76 lb$ e $w_{média} = 0$ (engrenagem livre)

6)Tensão de flexão:

$$\sigma_n = \frac{w_t \cdot P_d}{F \cdot J}\left(\frac{k_A \cdot k_m \cdot k_s \cdot k_B \cdot k_I}{k_v}\right)$$

7)Fator J (fator geométrico de flexão):
Tabela 11-13: carregamento HPSTC / AGMA 25º profundidade completa

Par 1 (pinhão / engrenagem livre) → $\begin{cases} N_p = 23 \rightarrow J_p = 0{,}40 \\ N_l = 35 \rightarrow J_l = 0{,}45 \end{cases}$

Par 2 (engrenagem livre / engrenagem) → $\begin{cases} N_l = 35 \rightarrow J_l = 0{,}47 \\ N_G = 69 \rightarrow J_G = 0{,}50 \end{cases}$

$\begin{cases} J_p = 0{,}40 \\ J_l = 0{,}45 \\ J_G = 0{,}50 \end{cases}$ $\sigma_b = \dfrac{w_t \cdot p_d \cdot K'}{F \cdot J}$ → escolhe-se o menor J_l (caso mais crítico)

8)Face:

F: largura da face de uma engrenagem

$$\frac{8}{P_d} < F < \frac{16}{P_d} \rightarrow F = \frac{12}{P_d} = \frac{12}{4} \rightarrow F = 3in$$

9)Fator de aplicação k_A:

Tabela 11-17 → máquina motora uniforme e máquina movida com choque moderado.

$$k_A = 1{,}25$$

10)Fator de distribuição de carga k_m:

Tabela 11-16 → F = 3 → $k_m = 1{,}7$

11)Fator de tamanho k_s:

$k_s = 1{,}0$ (recomendado pela AGMA)

12)Fator de espessura da borda k_B:

$$m_B = \frac{t_R}{h_t}$$

m_B : *razão de recuo*

t_R : *espessura da borda*

h_t : *profundidade total do dente*

supondo $m_B > 1{,}2 \rightarrow k_B = 1$

13)Fator de ciclo de carga k_I:

$k_{Ip} = 1{,}0$ (pinhão)

$k_{Il} = 1{,}42$ (engrenagem livre)

$k_{Ig} = 1{,}0$ (engrenagem de saída)

14)Fator dinâmico k_v:

(Eq. 11.17b) $Q_v = 8 \Rightarrow B = \frac{(12 - Q_v)^{2/3}}{4} = \frac{(12-8)^{2/3}}{4} \rightarrow B = 0{,}63$

(Eq. 11.17a) $A = 50 + 56(1 - B) \rightarrow A = 70{,}72$ (para 6 < Qv < 11)

$$v_t = \left(\frac{D_p}{2}\right) w_p = \frac{\left(\frac{5{,}75}{2}\right) in \cdot 3000 \frac{rot}{\min} \cdot 2\pi \frac{rad}{rot}}{12\, ft/in}$$

$$v_t = 4516\ ft/\min$$

Eq. 11.16 US → $k_v = \left(\dfrac{A}{A+\sqrt{v_t}}\right)^B = \left(\dfrac{70,72}{70,72+\sqrt{4516}}\right)^{0,63} \rightarrow k_v = 0,66$

*Substituindo as tensões de flexão:

$$\sigma_{b,p} = \frac{255,76 \cdot 4 \cdot 1,25 \cdot 1,7 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0}{3,0 \cdot 0,40 \cdot 0,66} \rightarrow \sigma_{b,p} = 2744,9\, psi$$

$$\sigma_{b,l} = \frac{255,76 \cdot 4 \cdot 1,25 \cdot 1,7 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,42}{3,0 \cdot 0,45 \cdot 0,66} \rightarrow \sigma_{b,l} = 3464,7\, psi$$

$$\sigma_{b,g} = \frac{255,76 \cdot 4 \cdot 1,25 \cdot 1,7 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0}{3,0 \cdot 0,50 \cdot 0,66} \rightarrow \sigma_{b,g} = 2195,9\, psi$$

15)Tensões de contato:

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{w_t \cdot C_A \cdot C_m \cdot C_s \cdot C_f}{F \cdot I \cdot D \cdot C_v}}$$

$C_A = k_A = 1,25$
$C_m = k_m = 1,7$
$C_s = k_s = 1,0$
$C_v = k_v = 0,66$

16)Fator de acabamento superficial C_f :

$C_f = 1,0$ (para engrenagens bem acabadas feitas por métodos convencionais)

17)Coeficiente elástico C_p:

Eq. 11-23 → $C_p = \sqrt{\dfrac{1}{\pi\left[\left(\dfrac{1-\nu_p^2}{E_p}\right)+\left(\dfrac{1-\nu_g^2}{E_g}\right)\right]}}$

E_p e E_g: módulos de elasticidade do pinhão e engrenagens

ν_p e ν_g: coeficientes de Poisson do pinhão e engrenagens

Tabela C – 1: $E_p = E_l = E_g = 30 \cdot 10^6\, psi$
$\nu_p = \nu_l = \nu_g = 0,28$

1º Par engrenado (p/l) → C_{p1}

2º Par engrenado (l/g) → C_{p2}

Nesse caso: $C_{p1} = C_{p2} = C_p \rightarrow C_p = 2276\ psi^{0,5}$

18)Fator de geometria de superfície I:

*Par 1 (p/l):

→ p: raio de curvatura do dente

$$p_1 = \sqrt{\left(r_1 + \frac{1}{P_d}\right)^2 - (r_1 \cdot \cos\phi)^2} - \frac{\pi}{P_d} \cdot \cos\phi \rightarrow p_1 = 1{,}013 in$$

$$p_2 = C \cdot \operatorname{sen}\phi - p_1 = \left(\frac{5{,}75}{2} + \frac{8{,}75}{2}\right) \operatorname{sen} 25° - 1{,}013 \rightarrow p_2 = 2{,}050 in$$

→ c: distância entre centros

$$\text{Par 1} \begin{cases} p_p = 1{,}013 in \\ p_l = 2{,}050 in \end{cases}$$

*Par 2 (l/g):

$$p_1 = \sqrt{\left(r_1 + \frac{1}{P_d}\right)^2 - (r_1 \cdot \cos\phi)^2} - \frac{\pi}{P_d} \cdot \cos\phi \rightarrow p_1 = 0{,}58 in$$

$$p_1 = \sqrt{\left(\frac{8{,}75}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{8{,}75}{2} \cdot \cos 25°\right)^2} - \frac{\pi}{4} \cdot \cos 25° \rightarrow p_1 = 1{,}67 in$$

$$p_2 = C \cdot \operatorname{sen}\phi - p_1 = \left(\frac{8{,}75}{2} + \frac{17{,}25}{2}\right) \operatorname{sen} 25° - 1{,}67 \rightarrow p_2 = 3{,}824 in$$

$$\text{Par 1} \begin{cases} p_l = 1{,}670 in \\ p_g = 3{,}824 in \end{cases}$$

→ Par 1 (p/l):

$$I_1 = \frac{\cos\phi}{\left(\frac{1}{p_p} + \frac{1}{p_l}\right) \cdot D_p} = \frac{\cos 25°}{\left(\frac{1}{1{,}013} + \frac{1}{2{,}050}\right) \cdot 5{,}75} \rightarrow I_1 = 0{,}107$$

sinal + → montagem externa

→ Par 2 (l/g):

$$I_2 = \frac{\cos\phi}{\left(\frac{1}{p_l} + \frac{1}{p_g}\right) \cdot D_p} = \frac{\cos 25°}{\left(\frac{1}{1{,}670} + \frac{1}{3{,}824}\right) \cdot 8{,}75} \rightarrow I_2 = 0{,}120$$

$$\begin{cases} I_{pI} = 0{,}107 \\ I_{Ig} = 0{,}120 \end{cases}$$

Entre os valores I_p e I_g escolhe-se aquele que provoca o maior dano.

*Substituindo os valores:

$$\sigma_{cpI} = 2276\sqrt{\frac{255{,}76 \cdot 1{,}25 \cdot 1{,}7 \cdot 1 \cdot 1}{3{,}0 \cdot 0{,}107 \cdot 5{,}75 \cdot 0{,}66}} \rightarrow \sigma_{cp} = 48074psi$$

$$\sigma_{cIg} = 2276\sqrt{\frac{255{,}76 \cdot 1{,}25 \cdot 1{,}7 \cdot 1 \cdot 1}{3{,}0 \cdot 0{,}107 \cdot 8{,}75 \cdot 0{,}66}} \rightarrow \sigma_{cl} = 38971psi$$

19)Coeficiente de segurança contra falha de flexão:

$$N_b = \frac{S_{fb}}{\sigma_b}$$

20)Resistência à fadiga de flexão corrigida:

$$S_{fb} = \frac{K_L}{K_T \cdot K_R} S'_{fb}$$

21)Resistência à fadiga de flexão não-corrigida (Grau 2):

$$S'_{fb} = 6235 + 174HB - 0{,}126HB^2$$

Tabela 11-20 → HB = 300HB

→ $S'_{fb} = 6235 + 174(300) - 0{,}126(300)^2 = 47095\ psi$

22)Fator de vida K_L:

$$N = 3000rpm\left(\frac{60\min}{h}\right)\left(\frac{2080h}{turno\ ano}\right)(6anos)(1turno)$$

$$N = 2{,}25 \cdot 10^9 ciclos$$

Como não é uma aplicação de serviço crítico, usamos a equação da curva superior:

$$K_L = 1{,}3558N^{-0{,}0178} \rightarrow K_L = 1{,}3558(2{,}25 \cdot 10^9)^{-0{,}0178} = 0{,}9241$$

23)Fator de temperatura K_T:

$$T = 240°F < 250°F \rightarrow K_T = 1{,}0$$

24)Fator de confiabilidade K_R:

confiabilidade = 99% → Tabela 11-19: $K_R = 1{,}00$

*Substituindo os valores:

$$S_{fb} = \frac{0,9241}{1,0 \cdot 1,0} 47095 \rightarrow S_{fb} = 43521 psi$$

Logo:

$$N_{bp} = \frac{S_{fb}}{\sigma_{bp}} = \frac{43521}{2744,9} \rightarrow N_{bp} = 15,86$$

$$N_{bl} = \frac{S_{fb}}{\sigma_{bl}} = \frac{43521}{3464,7} \rightarrow N_{bl} = 12,56$$

$$N_{bg} = \frac{S_{fb}}{\sigma_{bg}} = \frac{43521}{2195,9} \rightarrow N_{bg} = 19,82$$

25)Coeficiente de segurança contra falha de superfície:

$$N_C = \frac{S_{fc}}{\sigma_C}$$

26)Resistência à fadiga de superfície corrigida:

$$S_{fc} = \frac{C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R} S'_{fc}$$

27)Resistência à fadiga de superfície não-corrigida:

$$S'_{fc} = 27000 + 364 HB \rightarrow S'_{fc} = 27000 + 364(300) \rightarrow S'_{fc} = 136200\ psi$$

28)Fator de vida C_L:

$$C_L = 1,4488 N^{-0,023} \rightarrow C_L = 1,4488(2,25 \cdot 10^9)^{-0,023} = 0,8829$$

29)

$$C_T = K_T = 1,00$$

$$C_R = K_R = 1,00$$

30)Fator de razão de dureza C_H:

$C_H = 1,0$ (engrenagens de materiais de mesma dureza)

*Substituindo os valores:

$$S_{fc} = \frac{0,8829 \cdot 1,0}{1,0 \cdot 1,0} 136200 \rightarrow S_{fc} = 120251 psi$$

Logo:

$$N_{cpI} = \frac{S_{fc}}{\sigma_{cpI}} = \frac{120251}{48074} \rightarrow N_{cpI} = 2,50$$

$$N_{cIg} = \frac{S_{fc}}{\sigma_{cIg}} = \frac{120251}{38971} \rightarrow N_{cIg} = 3,08$$

O coeficiente de segurança em fadiga por flexão depende da geometria do dente e, portanto, de suas dimensões.
Já o coeficiente de segurança em fadiga de superfície depende do acabamento superficial e dos raios de curvatura no contato.