ES710 – Controle de Sistemas Mecânicos

10 – Projeto de controlador PID: Método Ziegler-Nichols

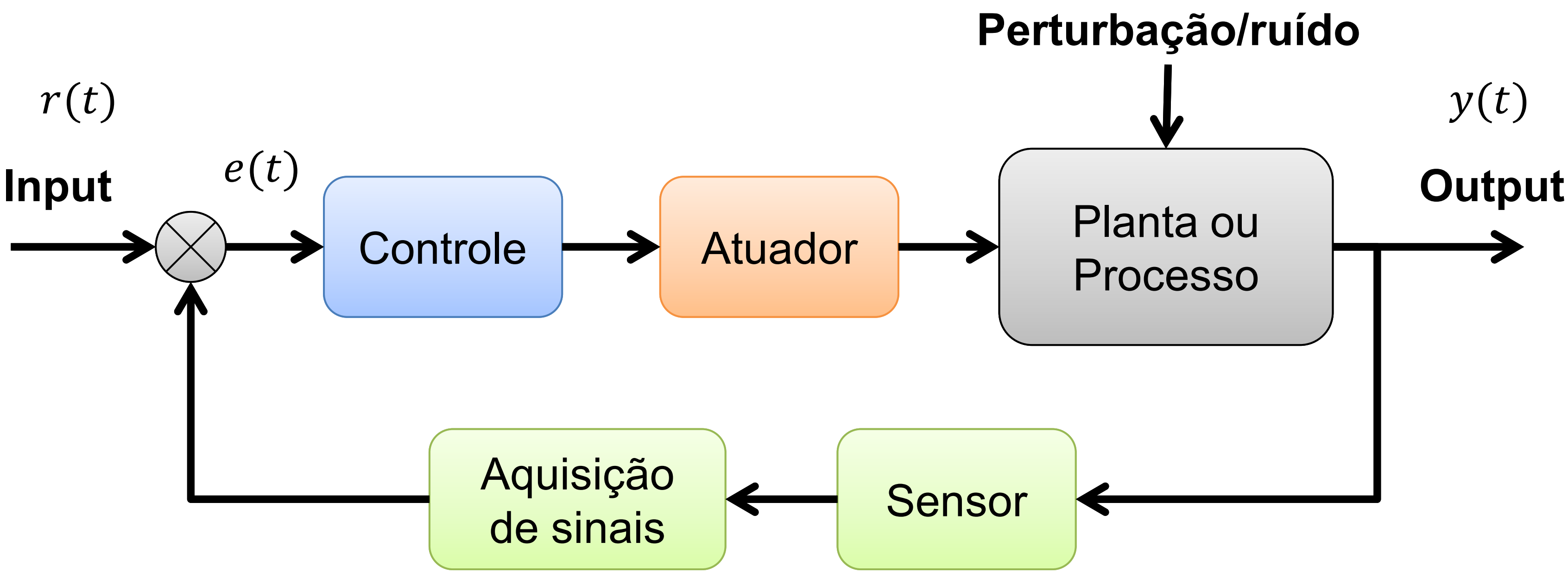
Eric Fujiwara

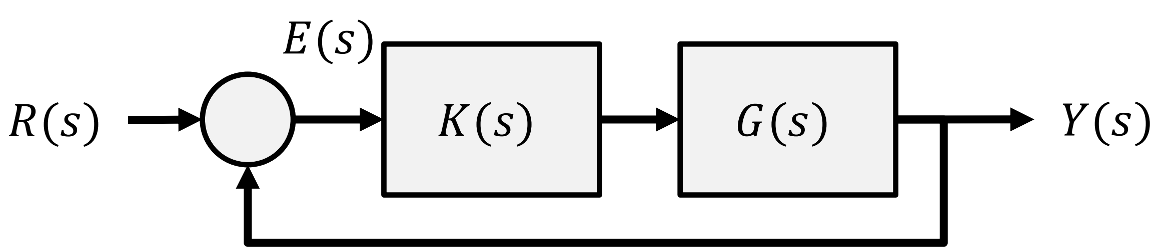
Unicamp – FEM – DSI

Índice

- **Índice:**
  - 1) Controle PID;
  - 2) Método Ziegler-Nichols;
  - Questionário;
  - Referências;
  - Exercícios.

Sistema mecatrônico





1. Controle PID

- **1.1. Controlador PID:**
  - O **controlador PID** possui função de transferência:

$$\boxed{K(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s} \tag{1}$$

$$\boxed{K(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)}$$

    - **Ganho proporcional** k_p: ajusta o tempo de resposta;
    - **Ganho integral** k_i: ajusta o erro estacionário;
    - **Ganho integral** k_d: ajusta a resposta transiente;
  - **Pergunta:** como ajustar os ganhos do controlador PID?

1. Controle PID

- **1.2. Método empírico:**
  - Utilizado na maioria das aplicações industriais, depende da experiência do operador:
    - 1) Começar com um controlador P e aumentar o ganho para o fazer o sistema atingir o tempo de subida desejado;
    - 2) Incluir o ganho I e aumentar o seu valor até que o erro estacionário fique dentro da banda desejada;
    - 3) Se necessário, incluir o termo D para tornar o sistema estável/sub-amortecido e, em seguida, refinar os termos P e I;
  - **Pergunta:** existe alguma forma menos aleatória de sintonizar o controlador PID?

2. Método Ziegler-Nichols

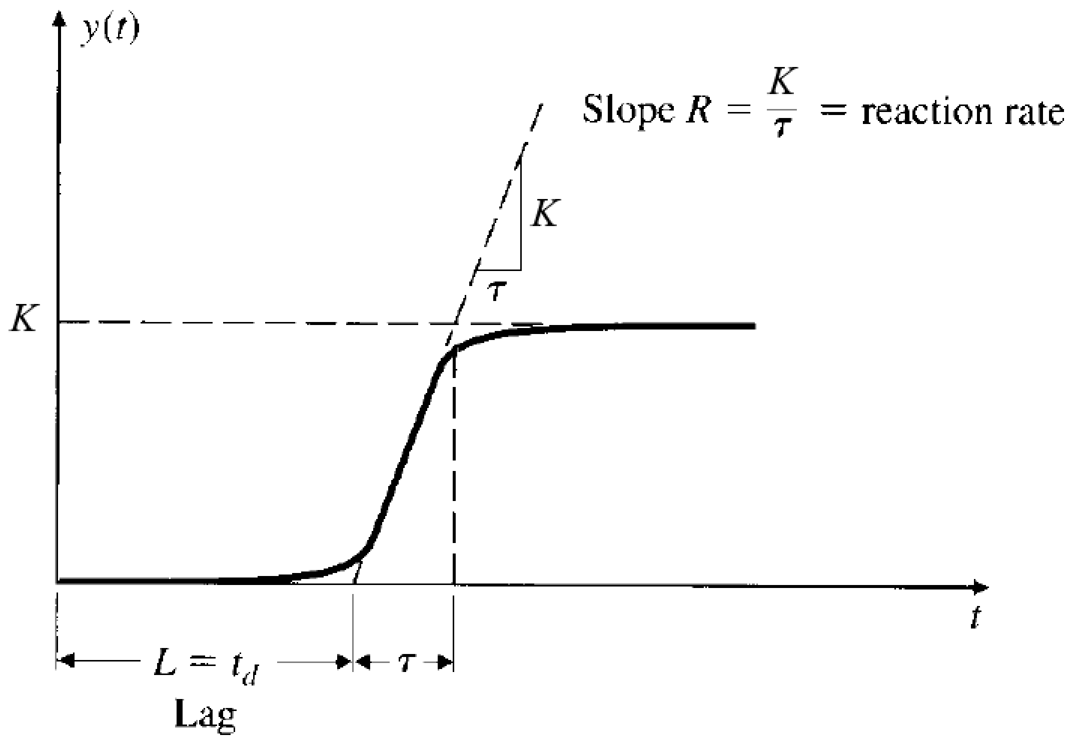
- **2.1. Método Ziegler-Nichols:**
  - O método ZN é uma forma semi-empírica para ajustar os ganhos do PID;
  - Diversos sistemas dinâmicos reais apresentam resposta ao degrau da forma:

$$\boxed{\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-t_d s}}{\tau s + 1}} \tag{2}$$

    - K: ganho;
    - t_d: tempo de atraso (delay);
    - τ: constante de tempo do sistema.

2. Método Ziegler-Nichols

- **2.1. Método Ziegler-Nichols:**
  - Resposta ao degrau de um processo (curva-S):



2. Método Ziegler-Nichols

- **2.1. Método Ziegler-Nichols:**
  - Ganhos do controlador PID:

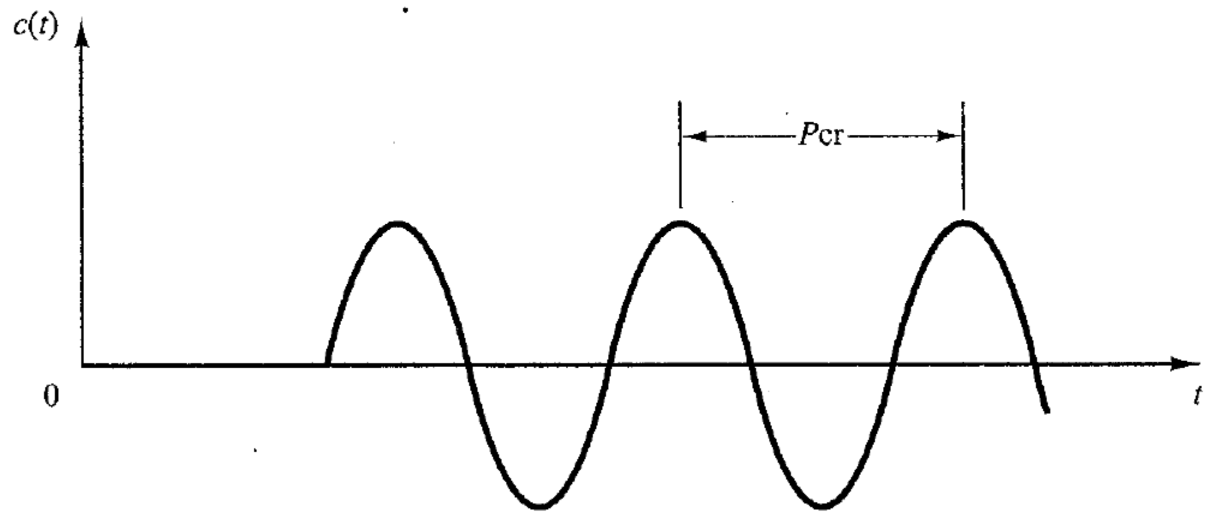
Table 10–1 Ziegler–Nichols Tuning Rule Based on Step Response of Plant (First Method)

Type of Controller	K_p	$T_i = \dfrac{k_p}{k_i}$	$T_d = \dfrac{k_d}{k_p}$
P	$\dfrac{\tau}{L}$	∞	0
PI	$0.9\,\dfrac{\tau}{L}$	$\dfrac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2\,\dfrac{\tau}{L}$	$2L$	$0.5L$

- **Obs:** verificar a reposta do sistema em malha fechada e refinar o projeto se necessário!

2. Método Ziegler-Nichols

- **2.2. Método Ziegler-Nichols – segundo método:**
  - 1) Assumir inicialmente um controlador P ($T_i = \infty$, $T_d = 0$);
  - 2) Aumentar o ganho proporcional até o valor crítico $k_p = k_{cr}$ para o qual o sistema (em malha fechada) apresente oscilações com período P_{cr};



2. Método Ziegler-Nichols

- **2.2. Método Ziegler-Nichols – segundo método:**
  - 3) Calcular os valores de T_i e T_d utilizando a tabela abaixo:

Table 10–2 Ziegler–Nichols Tuning Rule Based on Critical Gain K_{cr} and Critical Period P_{cr} (Second Method)

Type of Controller	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2} P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

  - 4) Verificar a resposta do sistema em malha fechada e refinar o projeto, se necessário.

2. Método Ziegler-Nichols

- **2.3. Considerações finais:**
  - O método ZN é uma maneira prática de dimensionar os ganhos do controlador PID, minimizando o processo de tentativa-e-erro;
  - Note que o ZN não permite dimensionar os ganhos em termos dos requisitos de projeto (tempo de subida, erro estacionário, etc.) → **Existem métodos analíticos mais precisos**;
  - Por outro lado, o ZN pode ser aplicado sem conhecer o modelo do sistema, basta analisar as curvas experimentais;
  - Sobre o **ganho crítico** k_{cr}: note que o sistema pode entrar em ressonância ou sofrer danos físicos devido à amplitude da resposta → Você forçaria um braço robótico a operar no limite da instabilidade só para determinar k_{cr}?

Questionário

- **Questionário:**
  - 1) Explique o efeito dos ganhos proporcional, integral e derivativo na resposta transiente e estacionária de um sistema em malha fechada;
  - 2) Por que o sistema começa a oscilar com o aumento do ganho proporcional? Quando $k = k_{cr}$, o sistema se torna estável ou instável?
  - 3) Para quais aplicações é aceitável utilizar o ajuste do PID por chute ou pelo método ZN? Cite exemplos.

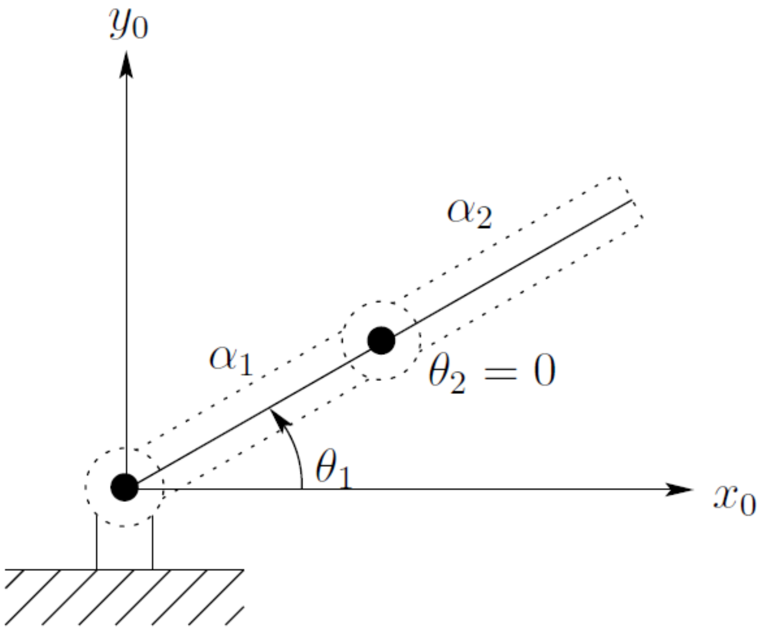
Referências

- **Referências:**
  - G. F. Franklin *et al.*, Feedback Control of Dynamic Systems, Prentice Hall, 2002.
  - K. Ogata, Modern Control Engineering, Prentice Hall, 2002.

Exercícios

Exercícios

- **Ex. 10.1)** Utilizando o método ZN, projete um controle PID para o manipulador robótico de 1 grau de liberdade (junta rotacional). Compare a resposta ao degrau do sistema em malha aberta e malha fechada.
  - Parâmetros do sistema (SI):
    - $J = 0.2;$
    - $B = 0.15;$
    - $K = 0.1.$



Exercícios

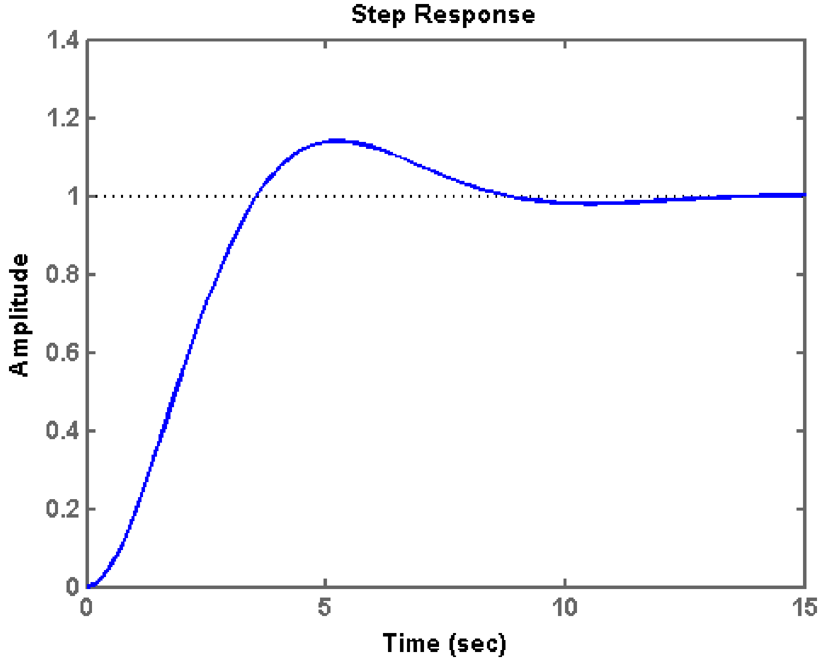
- **Ex. 10.1)**
  - Função de transferência (sistema tipo 0):

$$\boxed{G(s) = \frac{\theta(s)}{T(s)} = \frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + {\omega_n}^2} = \frac{0.5}{s^2 + 0.75s + 0.5}}$$

  - O sistema possui um par de polos $s = -0.375 \pm j0.599$ → estável (SPE);
  - Constante de erro estático: $K_p = \lim_{s\to 0} sG(s) = 1$;
  - Erro estacionário ao degrau: $e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = 0.5$.

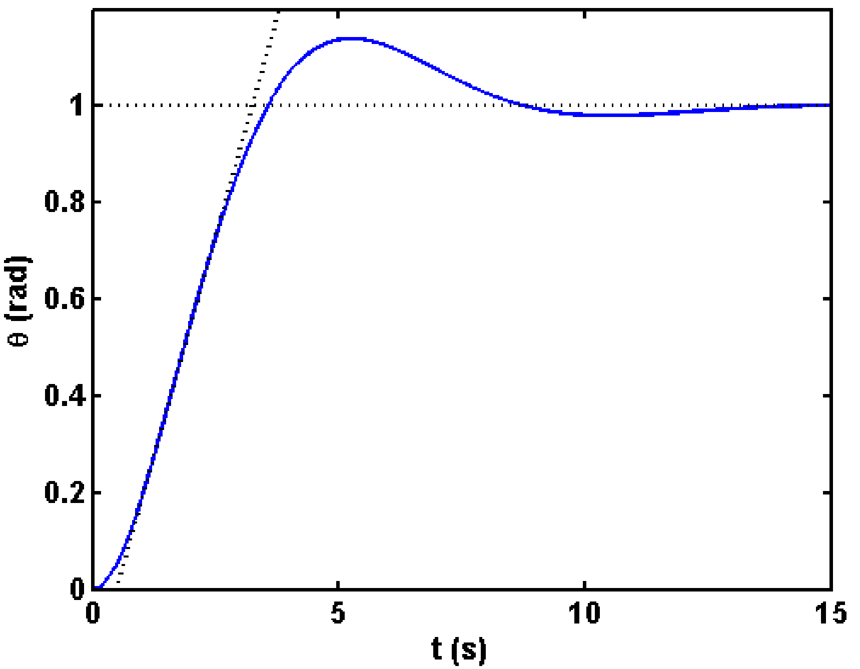
Exercícios

- **Ex. 10.1)**
  - Resposta ao degrau: malha aberta
    - Tempo de subida: $t_r = 3.53$ s;
    - Sobressinal: $M_p = 14\%$;
    - Sistema sub-amortecido: $\xi = 0.53$



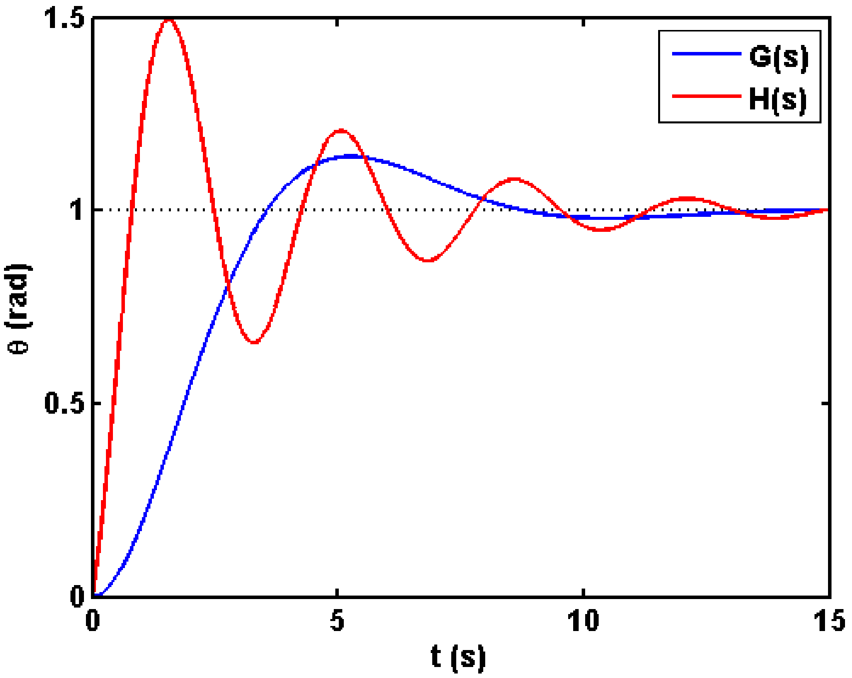
Exercícios

- **Ex. 10.1)**
  - Projeto do PID:
    - Atraso: $L = 0.494$ s;
    - Subida: $\tau = 3.219 - L = 2.725$ s;
    - $k_p = \frac{1.2\tau}{L} = 6.6194$;
    - $T_i = 2L = 0.988$;
    - $T_d = 0.247$.



Exercícios

- **Ex. 10.1)**
  - Resposta do sistema – malha fechada com controlador:
    - Prós:
      - Reduz tempo de subida;
      - Erro estacionário ao degrau nulo;
    - Contras:
      - Aumento do pss;
      - Aumento do tempo de estabilização.



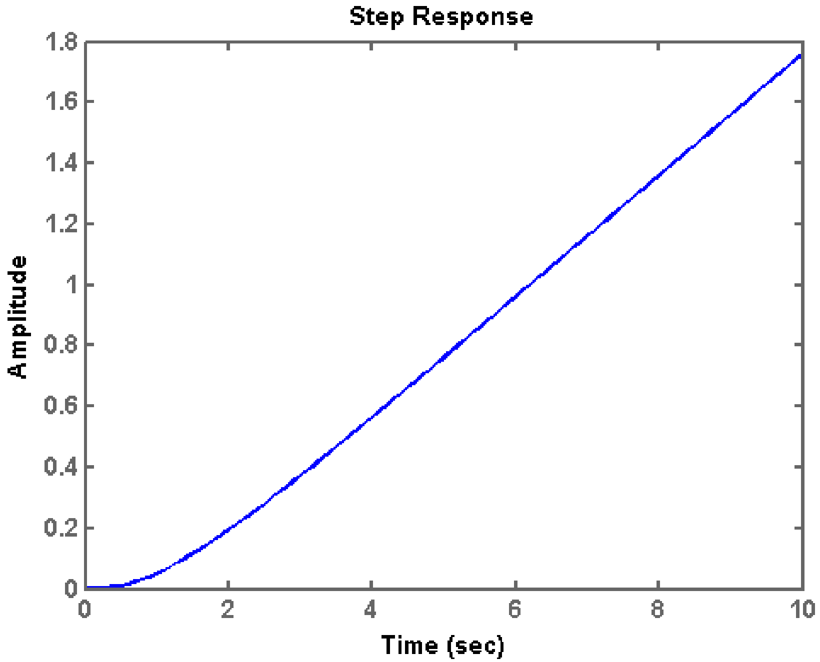
Exercícios

- **Ex. 10.2)** Utilizando o método ZN baseado no ganho crítico, projete um controle PID para a planta $G(s)$. Compare a resposta ao degrau do sistema em malha aberta e malha fechada.

$$\boxed{G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)}}$$

Exercícios

- **Ex. 10.2)**
  - Resposta ao degrau – malha aberta:
    - O sistema possui dois polos negativos e um polo em zero;
    - O sistema é instável.



Exercícios

- **Ex. 10.2)**
  - Função de transferência – malha fechada com ganho K:

$$\boxed{H(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)}}$$

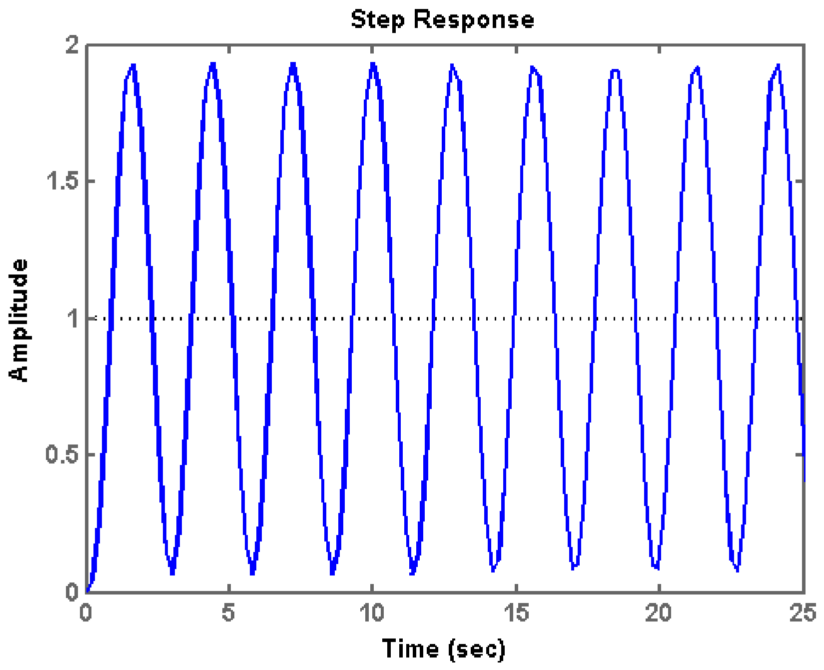
    - Polinômio característico:

$$\boxed{s^3 + 6s^2 + 5s + K = 0}$$

    - Pelo critério de Routh-Hurwitz, o ganho crítico é $K = K_{cr} = 30$.

Exercícios

- **Ex. 10.2)**
  - Resposta ao degrau – malha fechada com ganho K_{cr}:
    - Para o ganho crítico, as oscilações são sustentadas com período $P_{cr} = 2.8$ s;
    - Parâmetros do controlador:
      - $k_p = 18$;
      - $k_i = 12.86$;
      - $k_d = 6.3$.



Exercícios

- **Ex. 10.2)**
  - Resposta ao degrau – malha fechada com controlador:
    - Sistema estável;
    - Erro estacionário nulo;
    - Tempo de subida de 0.84 s;
    - Sobressinal de ~62%;
    - O desempenho do sistema é aceitável?