



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS INTEGRADOS

Exercícios Resolvidos – Freios de Sapata Curta e Longa

1) Para um freio a tambor auto energizante com sapata única, determine a sua capacidade de torque e força requerida considerando: $a = 100\text{mm}$, $b = 70\text{mm}$, $r = 30\text{mm}$, $w = 50\text{mm}$ (largura), $\theta_1 = 25^\circ$ e $\theta_2 = 125^\circ$.

Pressuponha ainda que $p_{\max} = 1,3\text{MPa}$ e $\mu = 0,3$.

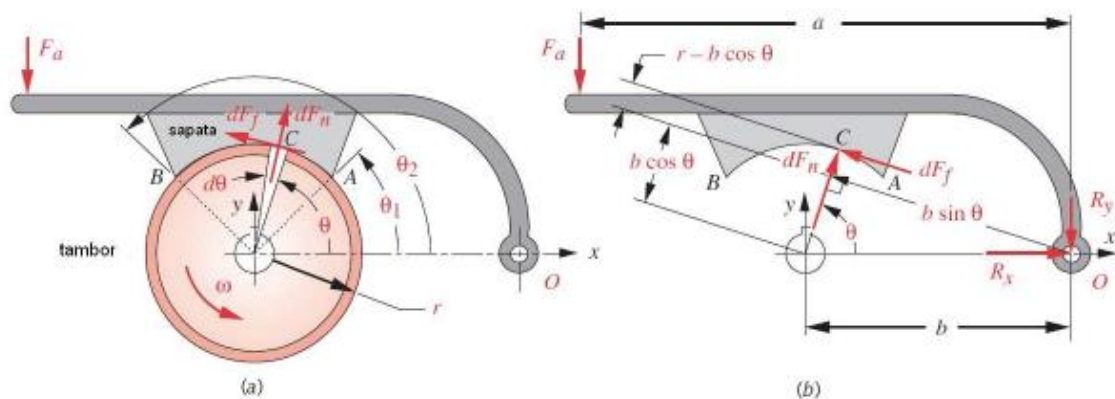


Figura 1 – Geometria e forças para um freio a tambor.

Resolução:

1) Se $\theta_2 - \theta_1 = 125^\circ - 25^\circ = 100^\circ > 45^\circ$, então refere-se a freio de sapata longa

2) Se $\theta_1 = 25^\circ = 0,436\text{rad}$ e $\theta_2 = 125^\circ = 2,182\text{rad}$, então: $\theta_{\max} = 90^\circ = 1,571\text{rad}$

3) Torque na frenagem:

$$T = \mu \cdot \omega \cdot r^2 \cdot \frac{p_{\max}}{\sin(\theta_{\max})} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$T = 0,3 \cdot (0,050) \cdot (0,030) \cdot \frac{1,3 \cdot 10^6}{\sin(90^\circ)} (\cos 25^\circ - \cos 125^\circ)$$

$$T = 25,97\text{N.m}$$

4) Momento devido à força normal:

$$M_{Fn} = w \cdot r \cdot b \cdot \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \left[\frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) - \frac{1}{4} (\sin(2\theta_2) - \sin(2\theta_1)) \right]$$

$$M_{Fn} = 0,050 \cdot (0,030) \cdot (0,070) \frac{1,3 \cdot 10^6}{\sin 90^\circ} \left[\frac{1}{2} (2,182 - 0,436) - \frac{1}{4} (\sin 250^\circ - \sin 50^\circ) \right]$$

$$M_{Fn} = 177,33 N.m$$

5) Momento devido à força de atrito:

$$M_{Ff} = \mu \cdot w \cdot r \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \left[-r (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) - \frac{b}{2} (\sin^2 \theta_2 - \sin^2 \theta_1) \right]$$

$$M_{Ff} = 0,3 \cdot (0,050) \cdot (0,030) \frac{1,3 \cdot 10^6}{\sin 90^\circ} \left[-0,030 (\cos 125^\circ - \cos 25^\circ) - \frac{0,070}{2} (\sin^2 125^\circ - \sin^2 25^\circ) \right]$$

$$M_{Ff} = 15,89 N.m$$

6) Força a ser aplicada:

$$F_a = \frac{M_{Fn} - M_{Ff}}{a} \quad (\text{Freio auto energizante})$$

$$F_a = \frac{177,33 - 15,89}{0,100} \rightarrow F_a = 1614,4 N$$

2) Considerando o Freio a Tambor mostrado na Figura 1, determine seu torque T, a força aplicada F_a e as forças de reação R_x e R_y . As dimensões são:

$a = 90 \text{ mm}$, $b = 80 \text{ mm}$, $r = 40 \text{ mm}$, $w = 30 \text{ mm}$, $\theta_1 = 30^\circ$ e $\theta_2 = 160^\circ$. Pressuponha ainda que: $p_{\max} = 1,5 \text{ MPa}$, $\mu = 0,25$ e condições de auto-energização para o freio.

Resolução:

1) Se $\theta_2 - \theta_1 = 160^\circ - 30^\circ = 130^\circ > 45^\circ$, então refere-se a freio de sapata longa

2) Se $\theta_1 = 30^\circ = 0,524 \text{ rad}$ e $\theta_2 = 160^\circ = 2,793 \text{ rad}$, então: $\theta_{\max} = 90^\circ = 1,571 \text{ rad}$

3) Momento devido à força normal:

$$M_{Fn} = w \cdot r \cdot b \cdot \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \left[\frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) - \frac{1}{4} (\sin(2\theta_2) - \sin(2\theta_1)) \right]$$

$$M_{Fn} = 0,030(0,040)(0,080) \frac{1,5 \cdot 10^6}{\sin 90^\circ} \left[\frac{1}{2} (2,793^\circ - 0,524^\circ) - \frac{1}{4} (\sin 320^\circ - \sin 60^\circ) \right]$$

$$M_{Fn} = 217,68 N.m$$

4) Momento devido à força de atrito:

$$M_{Ff} = \mu \cdot w \cdot r \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \left[-r (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) - \frac{b}{2} (\sin^2 \theta_2 - \sin^2 \theta_1) \right]$$

$$M_{Ff} = 0,25 \cdot (0,030) \cdot (0,040) \frac{1,5 \cdot 10^6}{\sin 90^\circ} \left[-0,040 \cdot (\cos 160^\circ - \cos 30^\circ) - \frac{0,080}{2} (\sin^2 160^\circ - \sin^2 30^\circ) \right]$$

$$M_{Ff} = 34,9 \text{ N.m}$$

5) Força a ser aplicada:

$$F_a = \frac{M_{Fn} - M_{Ff}}{a} \quad (\text{Freio auto energizante})$$

$$F_a = \frac{217,68 - 34,9}{0,090} \rightarrow F_a = 2030,89 \text{ N}$$

6) Forças reativas:

$$R_x = w \cdot r \cdot \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \left\{ - \left(\frac{\sin^2 \theta_2}{2} - \frac{\sin^2 \theta_1}{2} \right) + \mu \left[\frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) - \frac{1}{4} (\sin(2\theta_2) - \sin(2\theta_1)) \right] \right\}$$

$$R_x = 0,030 \cdot 0,040 \cdot \frac{1,5 \cdot 10^6}{\sin 90^\circ} \left\{ - \left(\frac{\sin^2 160^\circ}{2} - \frac{\sin^2 30^\circ}{2} \right) + \dots \right. \\ \left. \dots + 0,25 \left[\frac{1}{2} (2,793 - 0,524) - \frac{1}{4} (\sin(320^\circ) - \sin(60^\circ)) \right] \right\}$$

$$R_x = 800 \text{ N}$$

$$R_y = -F_a + w \cdot r \cdot \frac{p_{\max}}{\sin \theta_{\max}} \left\{ - \mu \left(\frac{\sin^2 \theta_2}{2} - \frac{\sin^2 \theta_1}{2} \right) + \left[\frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) - \frac{1}{4} (\sin(2\theta_2) - \sin(2\theta_1)) \right] \right\}$$

$$R_y = -2806,44 + 0,030 \cdot 0,040 \cdot \frac{1,5 \cdot 10^6}{\sin 90^\circ} \left\{ -0,25 \left(\frac{\sin^2 160^\circ}{2} - \frac{\sin^2 30^\circ}{2} \right) + \dots \right. \\ \left. \dots + \left[\frac{1}{2} (2,793 - 0,524) - \frac{1}{4} (\sin(320^\circ) - \sin(60^\circ)) \right] \right\}$$

$$R_y = -55,44 \text{ N}$$

2) A Figura 2 mostra um Freio a Tambor, cujas dimensões são $\theta = 35^\circ$, $w = 50$ mm, $a = 100$ mm, $b = 70$ mm e $r = 30$ mm. Supondo ainda um coeficiente de atrito $\mu = 0,30$, pressão máxima $p_{\max} = 1,3 \text{ MPa}$ e força de aplicação $F_a = 596 \text{ N}$, determine então:

a) A razão c/r que irá produzir uma relação de auto-energização.

b) A razão c/r que causará o auto-travamento.

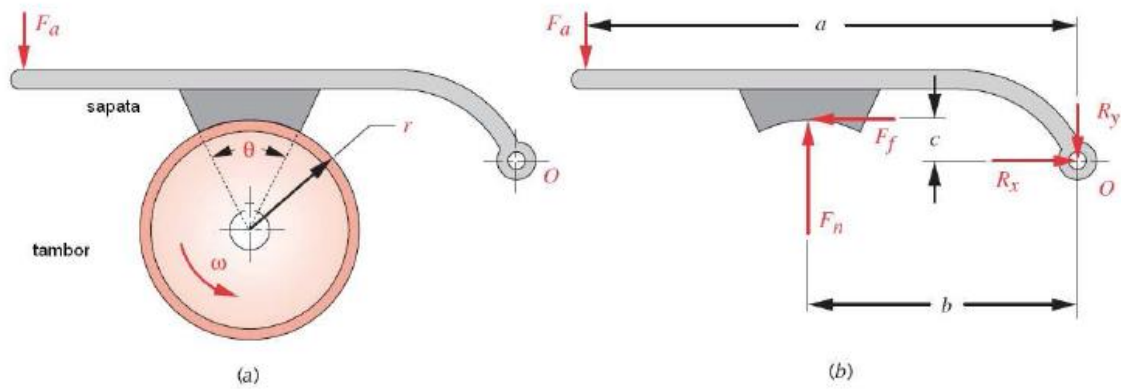


Figura 2 – Geometria e forças para um freio a tambor.

Resolução:

Se $\theta = 35^\circ < 45^\circ$, então refere-se a freio de sapata curta. Assim:

$$F_n = p_{\max} \cdot r \cdot \theta \cdot w \rightarrow F_n = 1,3 \cdot 10^6 (0,030) (35 \cdot \pi / 180) (0,050) \rightarrow F_n = 1191,19 N$$

$$F_f = \mu \cdot F_n = 0,30 (1191,19) \rightarrow F_f = 357,36 N$$

a) auto-energização:

$$F_a = \frac{bF_n - cF_f}{a} \rightarrow \frac{F_n}{F_a} = \frac{a}{b - \mu c} \rightarrow \frac{1191,19}{596} = \frac{100}{70 - 0,3c} \Rightarrow c = 66,55 mm$$

$$\frac{c}{r} = \frac{66,55}{30} = 2,22$$

b) auto-travamento:

$$\frac{F_a}{F_n} = 0 \rightarrow \frac{b - \mu c}{a} = 0 \Rightarrow c = \frac{70}{0,3} = 233,3 mm$$

$$\frac{c}{r} = \frac{233,3}{30} = 7,78$$