



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA



EM608 – Elementos de Máquinas
ES690 – Sistemas Mecânicos

PROJETO DE EIXOS DE TRANSMISSÃO

Prof.^a Katia Lucchesi Cavalca katia@fem.unicamp.br

Prof. Gregory Bregion Daniel gbdaniel@fem.unicamp.br

Campinas, 2020



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Introdução

O termo eixo refere-se a um componente de seção transversal circular, cujo comprimento axial supera o diâmetro da área de seção transversal, e que possui rotação em torno de seu eixo de simetria, transmitindo rotação e torque, ou ainda, potência.

Os eixos podem ser submetidos a várias condições de esforços:

1. Axial e/ou flexional – associados à tensão normal
2. Esforço cortante ou torsor – associados à tensão de cisalhamento

Estas solicitações podem ser estáticas ou dinâmicas.

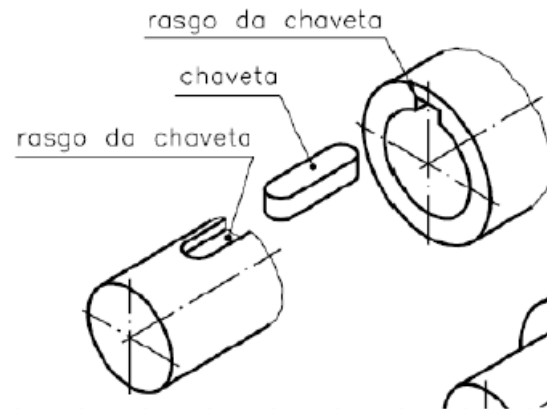
Muitas vezes, os elementos associados são parte integral do eixo. Normalmente, são construídos separadamente e montados sobre o mesmo através de elementos de fixação.



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Acoplamentos radiais

- **Pinos:** Encaixe simples para transmissão de carregamentos leves. Os principais tipos são: pino reto, pino cônico, pino elástico e pino ranhurado.
- **Chavetas:** utilizadas para taxas mais pesadas de serviço ou operação. Principais tipos: chaveta de seção quadrada, retangular, redonda, chavetas em montagem dupla a 90, chaveta *woodruff* (meia pastilha), chavetas com cabeça e, ainda, as parafusadas.



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Acoplamentos

- **Anel de fixação axial ou retentores:** método excelente e de baixo custo para posicionamento e fixação axial em eixos. Os tipos convencionais são montados em ranhuras, enquanto que os tipos sob pressão não necessitam das mesmas. Em ambos os casos, os anéis podem ser externos (montados sobre os eixos) ou internos (montados na caixa ou equivalente).
- **"Splines" ou eixos estriados:** normalmente permitem uma conexão axial na ponta do eixo adequada para altas taxas de transmissão de torque.



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Projeto de eixos

1. Análise de esforços - forças e momentos externos – reações nos apoios (estático e dinâmico);
2. Estado de tensões (normal e cisalhamento) – componentes média e alternada – fadiga;
3. Fatores de concentração de tensão em fadiga;
4. Dimensionamento dos diâmetros escalonados;
5. Verificação das deflexões laterais e angulares devido a momento fletor – podem comprometer engrenagens, camos, mancais de elementos rolantes, etc;
6. Verificação das deflexões angulares devido a momento torsor - podem comprometer engrenagens, camos, etc;
7. Verificação da frequência natural para análise de vibrações



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Considerações Gerais

Algumas normas gerais para o projeto de eixos :

- 1.) Para minimizar tanto as tensões quanto as deflexões, o comprimento do eixo deve ser o menor possível, assim como o número de apoios.
- 2.) Na possibilidade de se escolher entre uma viga biapoiada e uma viga em balanço, é mais conveniente utilizar a viga biapoiada, com o intuito de minimizar as deflexões, uma vez que a viga em balanço apresenta deflexões mais acentuadas. O uso de vigas em balanço só deve ser feito quando detalhes de montagem exigirem seu uso.
- 3.) Um eixo tubular apresenta uma menor relação massa/rigidez (rigidez específica) e, portanto, frequências naturais mais elevadas, quando comparado a um eixo sólido. Porém, pode ser mais caro e necessitar de um diâmetro externo maior.



EIXOS DE TRANSMISSÃO

- 4.) As regiões de incremento de tensões devem ser localizadas o mais distante possível das regiões de maior concentração de momentos fletores.
- 5.) Se a prioridade é a de minimizar as deflexões, o aço baixo-carbono pode ser a melhor opção de material, pois a sua rigidez é tão elevada quanto a de aços mais caros. O eixo projetado para pequenas deflexões apresentará níveis de tensões mais baixos.
- 6.) As deflexões geradas pela fixação de engrenagens ao eixo não podem ultrapassar o valor de 0,005 in (130 μ m). A deflexão angular do eixo, neste caso, não pode ultrapassar o valor de 0,03°.



EIXOS DE TRANSMISSÃO

- 7.) Na presença de mancais hidrodinâmicos, as deflexões do eixo, nas seções próximas aos mancais, devem ser menores que a espessura do filme de óleo do mancal.
- 8.) Se o mancal de rolamento empregado não for autocompensador, as deflexões angulares do eixo, próximas ao mancal, devem ser inferiores a $0,04^\circ$.
- 9.) Se o eixo estiver submetido a carregamentos axiais, mancais axiais devem ser empregados de modo a impedir o deslocamento axial do eixo. Porém, esses mancais não devem ser posicionados distantes um do outro, pois o intervalo entre eles pode sofrer uma dilatação térmica que, por sua vez, virá a comprometer o trabalho dos mancais.
- 10.) Sempre que possível, a primeira frequência natural do eixo deve ser maior que a frequência de excitação esperada em operação.



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Materiais para Eixos

No sentido de minimizar deflexões, o aço é a escolha lógica como material para fabricação de um eixo, devido ao seu alto módulo de elasticidade, embora o ferro fundido ou o ferro nodular sejam, algumas vezes, também usados, especialmente se engrenagens ou outros acessórios forem fundidos juntamente com o eixo.

A maioria dos eixos de transmissão de máquinas são constituídos de aço baixo-médio carbono, que podem ser tanto laminados a quente (maiores diâmetros) quanto a frio (menores diâmetros 3 a 8 mm).

Eixos pré-endurecidos (30 HRC) são obtidos em pequenas dimensões e podem ser usinados. Porém, acima de 60 HRC a usinagem não é mais possível.



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Potência transmitida pelo Eixo

Potência instantânea:

$P = T \cdot \omega$ Na qual ω é a velocidade angular em radianos por segundo.

Potência média:

$P_{AVG} = T_{AVG} \cdot \omega_{AVG}$ Na qual ω_{AVG} é a velocidade angular média em radianos por segundo.

Solicitações do Eixo

O caso mais comum está na aplicação de momento torsor e momento fletor alternados cíclicos e combinados. Podendo ocorrer solicitações axiais, no caso de eixos verticais, ou no caso de existirem elementos acoplados, como hélices ou turbinas, que, em operação, geram uma componente axial de força.

A combinação do momento fletor e do momento torsor em um eixo rotativo gera um estado de tensões múltiplas.



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Análise de Tensões no Eixo

Tensão de Flexão alternada:

$$\sigma_a = K_f . M_a . c / I$$

Tensão de Flexão Média:

$$\sigma_m = K_{fm} . M_m . c / I$$

No qual K_f e K_{fm} são os fatores de concentração de tensão em fadiga, devido ao momento fletor, para as componentes alternadas e médias, respectivamente.

Sendo um eixo de seção constante e sólida, podemos substituir c e I por:

$$c = r = d / 2$$

e

$$I = \pi . d^4 / 64$$

$$\text{Então: } \sigma_a = K_f . 32 . M_a / \pi d^3 \quad \text{e} \quad \sigma_m = K_{fm} 32 . M_m / \pi d^3$$

Se uma carga F_z , que produz uma tensão axial, estiver presente, produzirá apenas uma componente normal média ou alternada:

$$\sigma (a \text{ ou } m)_{axial} = K(f \text{ ou } fm) . F_z / A = K(f \text{ ou } fm) . 4 F_z / \pi d^2$$



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Análise de Tensões no Eixo

As componentes alternada e média das tensões de cisalhamento são:

$$\tau_a = K_{fs} \cdot T_a \cdot r / J \quad e \quad \tau_m = K_{fsm} \cdot T_m \cdot r / J$$

Onde K_{fs} e K_{fsm} são fatores de concentração de tensão em fadiga por momento torsor para as componentes alternante e média.

Para um eixo de seção constante e sólida, pode-se substituir r e J por:

$$r = d / 2 \quad e \quad J = \pi \cdot d^4 / 32$$

Assim:

$$\tau_a = K_{fs} \cdot 16 \cdot T_a / \pi \cdot d^3 \quad e \quad \tau_m = K_{fsm} \cdot 16 \cdot T_m / \pi \cdot d^3$$

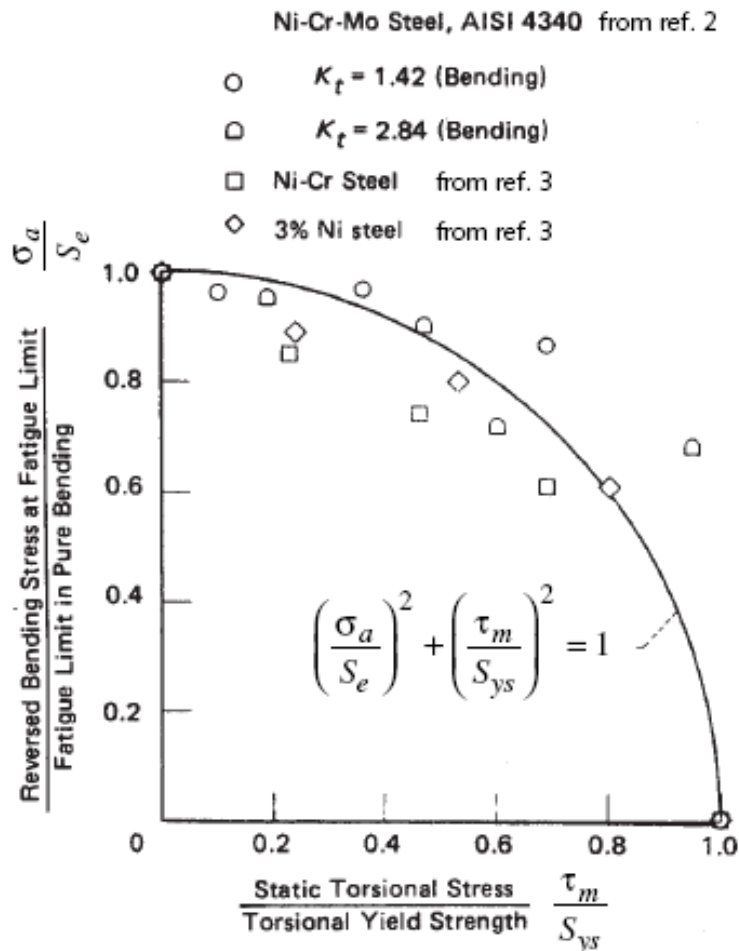
A componente de cisalhamento devido ao esforço cortante pode ser negligenciada para eixos com características de viga Euler-Bernoulli:

$$\tau = 4V/3A = 16 V / 3\pi \cdot d^2$$

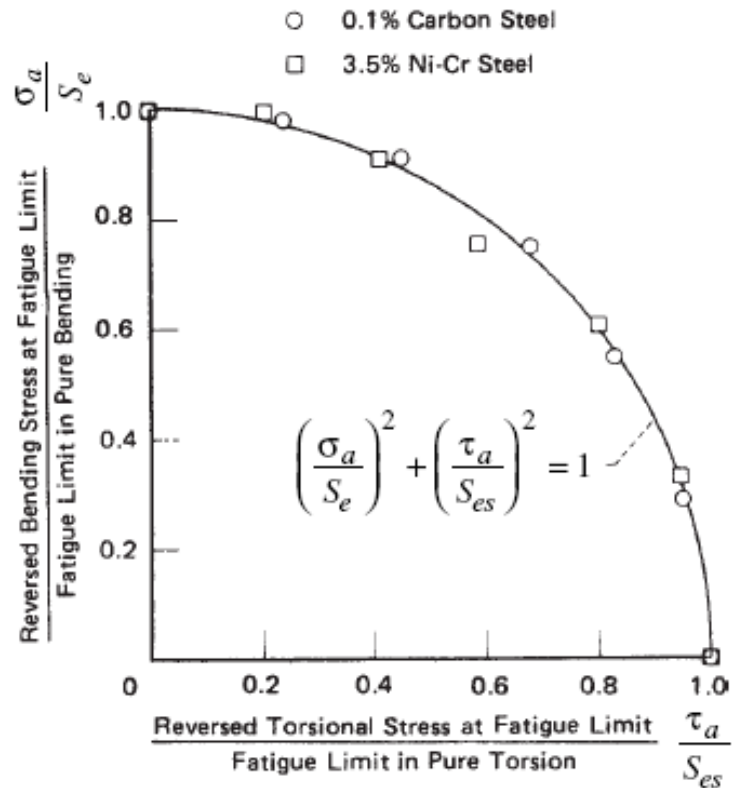


EIXOS DE TRANSMISSÃO

Testes de Falha por Fadiga



(a) Combined stress fatigue-test data for reversed bending combined with static torsion (from ref. 4)



(b) Combined stress fatigue-test data for reversed bending combined with reversed torsion (from ref. 5)



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Dimensionamento para Momento Fletor Alternado Simétrico e Momento Torsor Constante

Elipse para critério de falha:

$$\left(\frac{\sigma_a}{s_e}\right)^2 + \left(\frac{\tau_m}{S_{ys}}\right)^2 = 1$$

Introduzindo o coeficiente de segurança, obtém:

$$\left(N_f \frac{\sigma_a}{s_e}\right)^2 + \left(N_f \frac{\tau_m}{S_{ys}}\right)^2 = 1$$

Relembrando a relação de Von Mises para S_{ys} :

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_{xa}^2 + \sigma_{ya}^2 - \sigma_{xa}\sigma_{ya} + 3\tau_{xya}^2}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{3\tau_{xya}^2} = \sqrt{3} \cdot \tau_{xya}$$

$$S_{ys} = \frac{S_y}{\sqrt{3}}$$

$$N = \frac{S_y}{\sigma'_a} = \frac{S_{ys}}{\tau_{xya}} \rightarrow \frac{S_y}{\sqrt{3} \cdot \tau_{xya}} = \frac{S_{ys}}{\tau_{xya}} \rightarrow \frac{S_y}{\sqrt{3}} = S_{ys}$$



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Dimensionamento para Momento Fletor Alternado Simétrico e Momento Torsor Constante

A partir das duas ultimas relações, obtém-se:

$$\left(N_f \frac{\sigma_a}{s_e} \right)^2 + \left(N_f \sqrt{3} \frac{\tau_m}{s_y} \right)^2 = 1$$

E substituindo as expressões para σ_a e τ_m , tem-se:

$$\left[\left(K_f \frac{32M_a}{\pi d^3} \right) \left(\frac{N_f}{S_e} \right) \right]^2 + \left[\left(K_{fsm} \frac{16T_m}{\pi d^3} \right) \left(\frac{N_f \sqrt{3}}{S_y} \right) \right]^2 = 1$$

Ou ainda:

$$d = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[\left(K_f \frac{M_a}{S_e} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(K_{fsm} \frac{T_m}{S_y} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Considerações sobre a norma ANSI/ASME B106.1M-1985

As normas da ASME assumem que o fator de concentração de tensões, para componente média de tensões de cisalhamento por momento torsor, seja sempre unitário em todos os casos, o que resulta em:

$$d = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[\left(K_f \frac{M_a}{S_e} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(K_{fsm} \frac{T_m}{S_y} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$

Ou seja:

$$d = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[\left(K_f \frac{M_a}{S_e} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{T_m}{S_y} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Dimensionamento para Momento Fletor e Momento Torsor Alternados

Estado complexo de tensões multiaxiais no eixo (aproximação por Von Mises):

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_{xa}^2 + \sigma_{ya}^2 - \sigma_{xa}\sigma_{ya} + 3\tau_{xya}^2}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_{xm}^2 + \sigma_{ym}^2 - \sigma_{xm}\sigma_{ym} + 3\tau_{xym}^2}$$

Um eixo rotativo, submetido aos momentos fletor e torsor combinados, apresenta um estado de tensões biaxial.

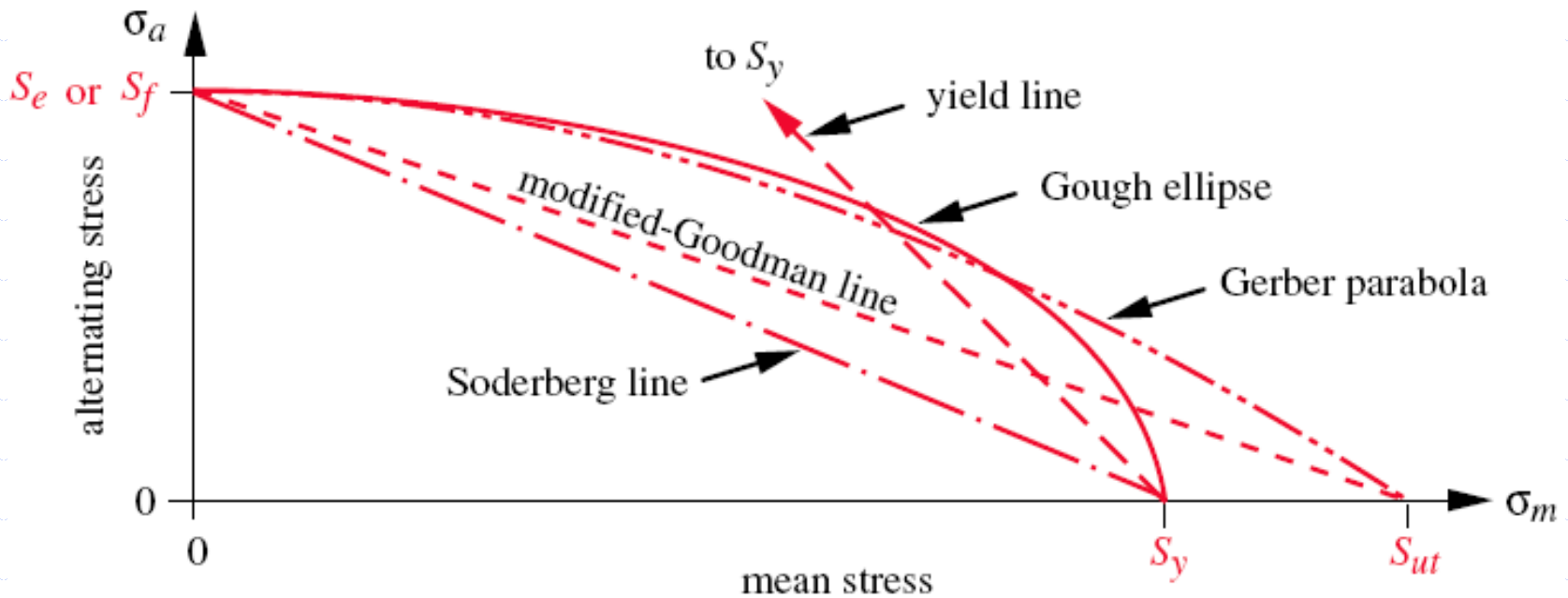
$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}$$



EIXOS DE TRANSMISSÃO

A figura a seguir apresenta o diagrama de falha de Gough, superposto com a parábola de Gerber, e as linhas de Soderberg e Goodman modificadas.



A elipse de Gough tem a vantagem de considerar um possível escoamento antes da fadiga, sem a necessidade de envolver a linha de escoamento, entretanto é menos conservadora que a combinação das linhas de Goodman e de escoamento, comumente utilizadas como critérios de falha.



EIXOS DE TRANSMISSÃO

Considerando o caso particular de vida infinita, onde as componentes alternadas e médias são proporcionais, ou seja, apresentam uma razão de variação constante, o fator de segurança é definido como:

$$N_{f3} = \frac{S_{ut} S_e}{\sigma_a S_{ut} + \sigma_m S_e} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\sigma_a}{S_e} \right) + \left(\frac{\sigma_m}{S_{ut}} \right) = \left(\frac{1}{N_{f3}} \right)$$

Considerando viga de Euler-Bernoulli e esforço axial nulo, obtemos:

$$d = \left\{ \frac{32 N_f}{\pi} \left[\frac{\sqrt{\left(K_f M_a \right)^2 + \frac{3}{4} \left(K_{fs} T_a \right)^2}}{S_e} + \frac{\sqrt{\left(K_{fm} M_m \right)^2 + \frac{3}{4} \left(K_{fsm} T_m \right)^2}}{S_{ut}} \right] \right\}^{1/3}$$

