A partir da *Figura 1* responda as questões a seguir:

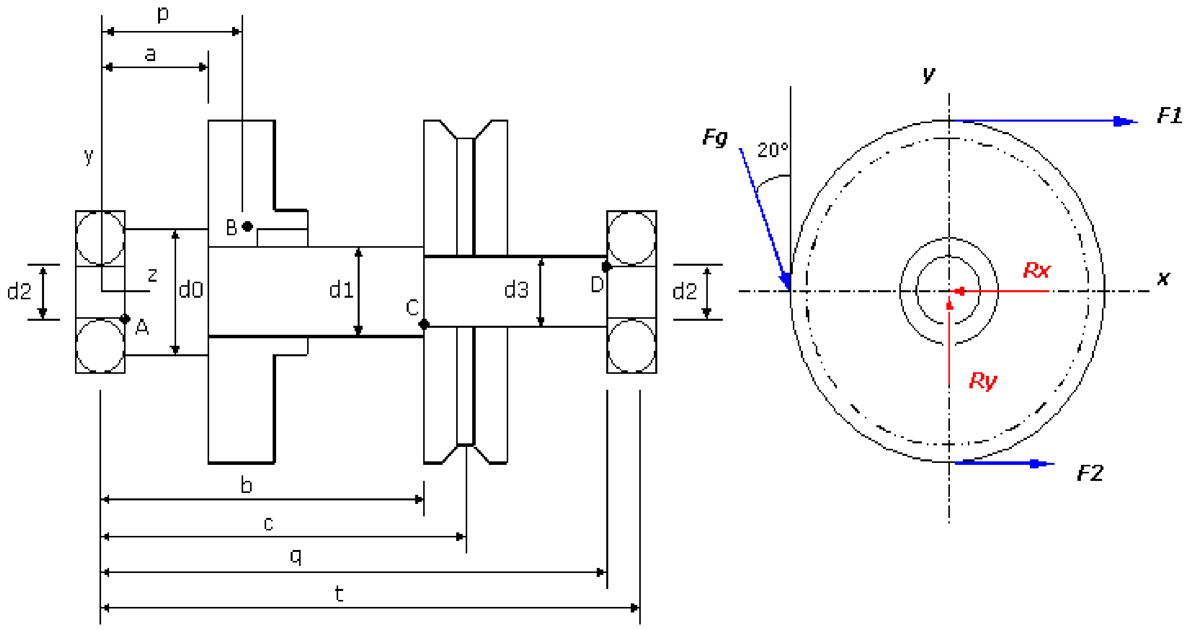


Figura 1. Montagem de eixo, polia e engrenagem. Esquema sem escala.
Dimensões: a= 1,5 in; p= 2,0 in; b= 5,0 in; c= 5,25 in; q= 6,5 in; t= 7,25 in.

Exercício 01) Projete um eixo para suportar os complementos mostrados na *Figura 1* com um fator de segurança de projeto mínimo de 2,5.

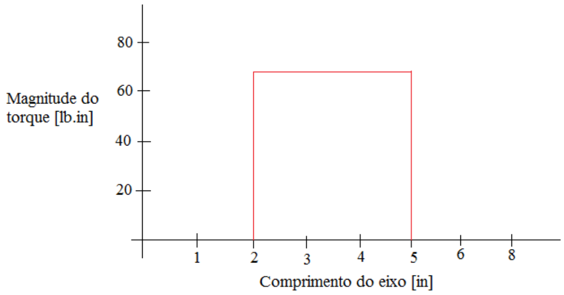
Dados: Um projeto preliminar da configuração do eixo é mostrado na *Figura 1*. Ele deve transmitir 2 hp a 1750 rpm. O torque e a força na engrenagem são constantes com o tempo. Considere que o eixo seja de aço baixo carbono estirado a frio (SAE 1020). Os diâmetros da polia e da engrenagem são 6 in para ambos.

Resolução:

1) Determinar o torque transmitido a partir da potência e a velocidade angular:

(Eq. 9.1) $$T = \frac{P}{W} = \frac{2\,hp\left(6600{,}26\,\dfrac{in \cdot lb/s}{hp}\right)}{1750\,rpm\left(\dfrac{2\pi}{60}\,\dfrac{rad/s}{rpm}\right)} = 72{,}03\,lb \cdot in$$

Esse torque existe somente na porção do eixo entre a polia e a engrenagem, e é uniforme em magnitude sobre aquele comprimento, como mostrado na figura abaixo:



2) As forças tangenciais na polia e na engrenagem são encontradas a partir do torque e de seus respectivos raios. Uma correia em V tem tensão em ambos os lados e a razão entre a força F_1 no lado apertado e F_2 no lado folgado é geralmente suposta como aproximadamente 5.

$F_n = F_1 - F_2$ → força resultante associada com o torque motor

$F_s = F_1 + F_2$ → força que flete o eixo

$$* \frac{F_1}{F_2} = 5 \begin{cases} F_n = 5F_2 - F_2 = 4F_2 \\ F_s = 5F_2 + F_2 = 6F_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{F_n}{F_s} = \frac{4}{6} \Rightarrow F_s = 1{,}5F_n$$

Olhando pela extremidade da polia:

- $F_n = \dfrac{T}{r} = \dfrac{72{,}03\, lb \cdot in}{3\, in} = 24{,}01\hat{i}\, lb$
- $F_s = 1{,}5F_n = 36{,}015\hat{i}\, lb$

3) A força tangencial no dente da engrenagem é:

$$F_{g\,tangencial} = \frac{T}{r} = \frac{72{,}03\, lb \cdot in}{3\, in} = -24{,}01\hat{j}\, lb$$

$$F_{gradial} = F_g sen 20° = F_{g\,tangencial} \frac{1}{\cos 20°} sen 20° = F_{g\,tangencial} \cdot tg 20°$$

$$F_{g\,tangencial} = F_g \cos 20°$$

$$F_{gradial} = F_{g\,tangencial} \cdot tg 20° = 8{,}74\hat{i}\, lb$$

4) Considera-se que as forças na engrenagem e na polia sejam aplicadas nos seus centros. Calculando as forças de reação nos planos xy e yz usando respectivamente $\sum F_x = 0$, $\sum M_x = 0$ e $\sum F_y = 0, \sum M_y = 0$:

- $\sum M_A = R_2 t + F_g p + F_s c \Rightarrow -\dfrac{1}{t}(F_g p + F_s c) = -\dfrac{1}{7{,}25}(2F_g + 5{,}25F_s)$

  $R_2 = -0{,}28F_g - 0{,}72F_s$

- $\sum F = R_1 + F_g + F_s + R_2 = 0 \Rightarrow R_1 = -F_g - F_s - R_2 = -F_g - F_s - (-0{,}28F_g - 0{,}72F_s)$

  $R_1 = -0{,}28F_s - 0{,}72F_g$

Resolvendo R_1 e R_2 em cada plano, usando as componentes apropriadas das cargas F_g e F_s:

- $R_{1x} = -0{,}72F_{gx} - 0{,}28F_{sx} = -0{,}72(8{,}74) - 0{,}28(36{,}015) = -16{,}38lb$
- $R_{1y} = -0{,}72F_{gy} - 0{,}28F_{sy} = -0{,}72(-24{,}01) - 0{,}28(0) = 17{,}29lb$
- $R_{2x} = -0{,}28F_{gx} - 0{,}72F_{sx} = -0{,}28(8{,}74) - 0{,}72(36{,}015) = -28{,}38lb$
- $R_{2y} = -0{,}28F_{gy} - 0{,}72F_{sy} = -0{,}28(-24{,}01) - 0{,}72(0) = 6{,}72lb$

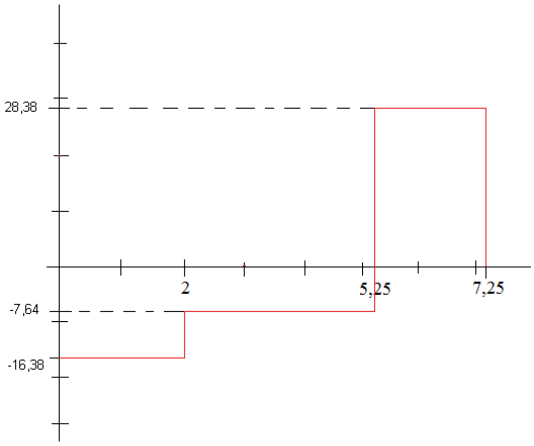
5) Agora é possível encontrar a carga de cisalhamento e o momento atuante do eixo. Usando singularidade é possível encontrar uma equação para a função de carregamento q. Basta integrá-la para obter a função de cisalhamento V, e integrando novamente, a função de momento M.

$$q = R_1\langle z-0\rangle^{-1} + F_g\langle z-2\rangle^{-1} + F_s\langle z-5{,}25\rangle^{-1} + R_2\langle z-7{,}25\rangle^{-1}$$

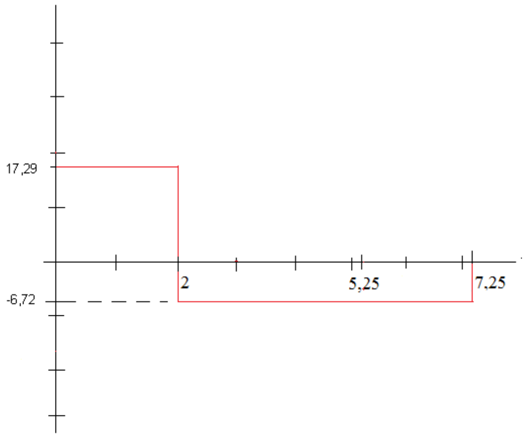
$$V = R_1\langle z-0\rangle^{0} + F_g\langle z-2\rangle^{0} + F_s\langle z-5{,}25\rangle^{0} + R_2\langle z-7{,}25\rangle^{0}$$

$$M = R_1\langle z-0\rangle^{1} + F_g\langle z-2\rangle^{1} + F_s\langle z-5{,}25\rangle^{1} + R_2\langle z-7{,}25\rangle^{1}$$

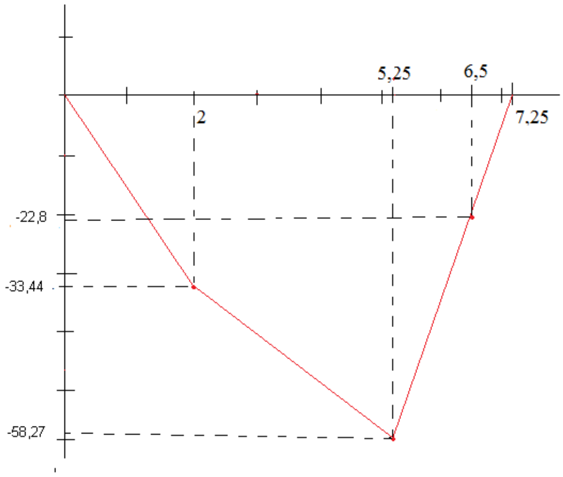
6) Substituindo os valores das cargas e as forças de reação para cada direção coordenada nas equações encontradas anteriormente, tem-se:



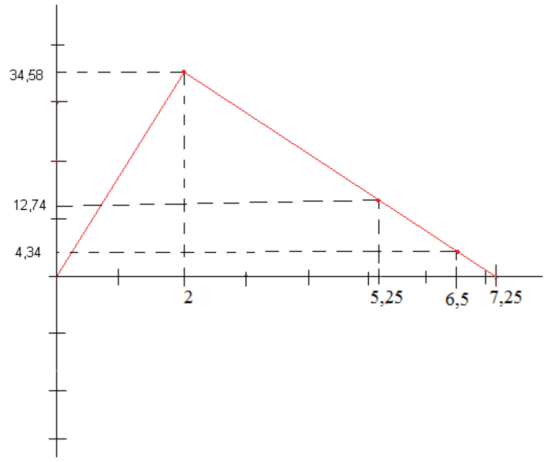
Cisalhamento no plano x-z



Cisalhamento no plano y-z



Momento no plano x-z



Momento no plano y-z

Magnitude do momento: Ponto B (2 in): $M_B = 48{,}1 lb.in$

Ponto C (5,25 in): $M_C = 59{,}65 lb.in$

Ponto D (6,5 in): $M_D = 23{,}2 lb.in$

7) Um material de teste precisa ser escolhido para os cálculos. Primeiramente tentamos um material barato, aço de baixo carbono laminado a frio, como SAE 1020 com $S_{ut} = 68 kpsi$ e $S_y = 57 kpsi$. Embora esse material não seja excepcionalmente forte, ele tem baixa sensitividade ao entalhe, o que será uma vantagem dadas as grandes concentrações de tensão.

O limite de resistência à fadiga não corrigido (S'_e) é dado por:

(Eq. 6.5) $$S'_e = 0{,}5 S_{ut} = 0{,}5(68000) = 34000\ psi$$

O limite de resistência à fadiga corrigido (S_e) é dado por:

(Eq. 6.6) $$S_e = C_{carreg} \cdot C_{tamanho} \cdot C_{superf} \cdot C_{temp} \cdot C_{conf} \cdot S'_e$$

- $C_{carreg} = 1$ → O carregamento é flexão
- $C_{tam} = 1$ → hipótese
- $C_{sup} = 2{,}7(68)^{-0{,}265} = 0{,}882$ (Eq. 6.7)
- $C_{temp} = 1$ → temperatura não é elevada (< 450ºC)
- $C_{conf} = 1$ → assumindo confiabilidade de 50,0%

Então: $S_e = 0{,}88(34000) = 29920\ psi$

8) A sensitividade do material ao entalhe é encontrada pela eq. 6-13 ou figura 6-36. Supondo raio de entalhe 0,01 in para todos os degraus:

Tabela 6-6 → $S_{ut} = 68kpsi$; $\sqrt{a} = 0{,}096 in^{1/2}$ (interpolação)

$$q = \frac{1}{1+\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} = \frac{1}{1+\frac{0{,}096}{\sqrt{0{,}01}}} \Rightarrow q = 0{,}51$$

9) O fator de concentração de tensão por fadiga, usando q=0,51 em flexão e um fator de concentração de tensão de 3,5 por flexão:

$$k_f = 1 + q(k_t - 1)$$

(Eq. 6.11b) $k_f = 1 + 0{,}51(3{,}5-1)$ k_t → Fator de concentração de tensão por flexão

$$k_f = 2{,}275$$

Para um degrau carregado à torção, da figura 6-36 obtem-se q = 0,60 em torção (ponto C):

$$k_{fs} = 1 + q(k_{ts} - 1)$$
$$k_{fs} = 1 + 0{,}60(2-1)$$
$$k_{fs} = 1{,}60$$

A componente de tensão média torcional.

(Eq. 6.17) $k_{fsm} = k_{fs} = 1{,}60$ → $k_f \cdot |\sigma_{\max nom}| < S_y$

10) O diâmetro do eixo no ponto D, usando a magnitude do momento igual a 23,2 lb.in:

(Eq. 9.6)

$$d_2 = \left\{ \frac{32\,(N_f)}{\pi} \left[\left(k_f \, \frac{M_c}{S_f} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(k_{fsm} \, \frac{T_m}{S_y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{1/3}$$

$$d_2 = \left\{ \frac{32\,(2{,}5)}{\pi} \left[\left(2{,}275 \frac{23{,}2}{29920} \right)^2 + 0 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{1/3}$$

$$d_2 = 0{,}355\ in$$

11) No ponto B, sob a engrenagem, usando um fator de concentração de tensão de 4 para as chavetas tanto em flexão como em torção, temos:

$$Chavetas\begin{cases} k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0{,}51\,(4-1) = 2{,}53 \Rightarrow flexão \\ k_{fs} = 1 + q(k_{ts} - 1) = 1 + 0{,}60\,(4-1) = 2{,}80 \Rightarrow torção \end{cases}$$

12) O diâmetro no ponto B (Eq. 9.6):

$$d_1 = \left\{ \frac{32\,(N_f)}{\pi} \left[\left(k_f \, \frac{M_c}{S_f} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(k_{fsm} \, \frac{T_m}{S_y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{1/3}$$

$$d_1 = \left\{ \frac{32\,(2{,}5)}{\pi} \left[\left(2{,}53 \frac{48{,}1}{29920} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(2{,}8 \frac{72{,}03}{57000} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{1/3} \Rightarrow \quad d_1 = 0{,}506\, in$$

13) Outra possibilidade de falha é o degrau no qual a polia se assenta, no ponto C, mas como os fatores de concentração de tensão são maiores devido ao efeito das chavetas, então se usam esses para o cálculo do diâmetro no ponto C:

$$d_3 = \left\{ \frac{32\,(N_f)}{\pi} \left[\left(k_f \, \frac{M_c}{S_f} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(k_{fsm} \, \frac{T_m}{S_y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{1/3}$$

$$d_3 = \left\{ \frac{32\,(2{,}5)}{\pi} \left[\left(2{,}53 \frac{59{,}65}{29920} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(2{,}8 \frac{72{,}03}{57000} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{1/3} \Rightarrow \quad d_3 = 0{,}532\, in$$

Exercício 02) Projete uma chaveta para o eixo do *Exercício 01* e refine a estimativa dos fatores de segurança dos eixos com base em dimensões preliminares de projeto (diâmetros encontrados no exercício anterior).

Dados: Considere o mesmo carregamento do *Exercício 01*. Suponha chavetas quadradas, cujo material seja de aço de baixo carbono.

Momento máximo: Ponto B → $M_B = 48{,}1 lb \cdot in$

Ponto C → $M_C = 59{,}65 lb \cdot in$

Diâmetros: $d_1 = 0{,}506 in$ (em B)

$d_3 = 0{,}532 in$ (em C)

Hipóteses: Use chavetas quadradas com comprimento de 0,5 in, paralelas, com rasgos produzidos por fresa de topo. O material do eixo é o mesmo que no *exercício 01*. Um aço, SAE 1010, será usado para as chavetas. Seu $S_{ut} = 53 kpsi$ e $S_y = 44 kpsi$.

Resolução:

1) Há duas posições com chavetas neste eixo, nos pontos B e C. A tabela 9-2 mostra que a largura da chaveta padrão para d_1 e d_3 é 0,125 in.

2) No ponto B a componente média da força na chaveta:

$$F_m = \frac{T_m}{r} = \frac{72{,}03}{0{,}253} \rightarrow F_m = 284{,}70 lb$$

3) Assumindo o comprimento de chaveta como sendo de 0,5 in e calculando a tensão de cisalhamento média:

$$\tau_m = \frac{F_m}{A_{cis}} = \frac{284{,}70}{0{,}125 \cdot 0{,}5} \rightarrow \tau_m = 4555{,}2 psi$$

4) Coeficiente de segurança para falha por cisalhamento:

$$N_f = \frac{S_{ys}}{\tau_m} = \frac{0{,}577.44000}{4555{,}2} \rightarrow N_f = 5{,}57$$

5) A tensão de esmagamento da chaveta é compressão, e assim pode ser considerada uma carga estática. Ela é calculada usando a força máxima na chaveta:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_m}{A_{esm}} = \frac{284{,}7}{0{,}0625 \cdot 0{,}5} = 9110{,}4 psi$$

6) O coeficiente de segurança para falha por esmagamento:

$$N_s = \frac{S_y}{\sigma_{\max}} = \frac{44000}{9110{,}4} = 4{,}83$$

7) No ponto C, a força na chaveta é:

$$F_m = \frac{T_m}{r} = \frac{72{,}03}{0{,}266} = 270{,}8 lb$$

8) Pressuponha um comprimento de chaveta de 0,5 in e calcular a tensão de cisalhamento média:

$$\tau_m = \frac{F_m}{A_{cis}} = \frac{270{,}8}{0{,}125 \cdot 0{,}5} = 4332{,}8\,psi$$

9) Coeficiente de segurança para falha por cisalhamento:

$$N_{cis} = \frac{S_y}{\tau_m} = \frac{0{,}577.44000}{4332{,}8} \rightarrow N_f = 5{,}86$$

10) A tensão de esmagamento na chaveta:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_m}{A_{esm}} = \frac{270{,}8}{0{,}0625 \cdot 0{,}5} = 8665{,}6\,psi$$

11) O coeficiente de segurança para falha por esmagamento:

$$N_s = \frac{S_y}{\sigma_{\max}} = \frac{44000}{8665{,}6} = 5{,}08$$

12) Os coeficientes de segurança para o eixo nessas posições podem agora ser recalculados. Utilizando a figura 9-16 que mostra as funções de concentração de tensão para os rasgos de chaveta, devemos calcular r/d. Supondo um raio de entalhe da fresa de topo de 0,01 in:

→ para o ponto B: $\frac{r}{d} = \frac{0{,}01}{0{,}506} = 0{,}0198$

→para o ponto C: $\frac{r}{d} = \frac{0{,}01}{0{,}532} = 0{,}0188$

Pela figura 9-16, para k_t e k_{ts} sem nenhuma chaveta colocada, obtemos os fatores de concentração de tensão para flexão e tensão:

→para o ponto B: $k_t = 2{,}2$ e $k_{ts} = 2{,}625$

→para o ponto C: $k_t = 2{,}2$ e $k_{ts} = 2{,}625$

13) Obter os fatores de concentração de tensão por fadiga, para um material com sensitividade de entalhe q = 0,5:

$$k_f = 1 + q(k_t - 1)$$

→para o ponto B: $k_f = 1{,}6$ e $k_{fs} = 1{,}813$

→para o ponto C: $k_f = 1{,}6$ e $k_{fs} = 1{,}813$

→para ambos os pontos: $k_{fm} = k_f$ e $k_{fsm} = k_{fs}$

14) Os novos coeficientes de segurança são, então, recalculados:

→ para o ponto B:

$$d_1 = 0{,}506 = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[\left(1{,}6 \frac{48{,}1}{29920} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(1{,}813 \frac{72{,}03}{57000} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \Rightarrow N_f = 3{,}92$$

→para o ponto C:

$$d_3 = 0{,}532 = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[\left(1{,}6 \frac{59{,}65}{29920} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(1{,}813 \frac{72{,}03}{57000} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \Rightarrow N_f = 3{,}92$$

Neste caso, é necessário reduzir as dimensões das chavetas para respeitar a recomendação de que o fator de segurança das mesmas deve ser inferior aos do eixo nas respectivas seções.