



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**EM608 – Elementos de Máquinas
ES690 – Sistemas Mecânicos**

ENGRENAGENS CILINDRICAS DE DENTES RETOS

Prof. Gregory Bregion Daniel gbdaniel@fem.unicamp.br

Prof.^a Katia Lucchesi Cavalca katia@fem.unicamp.br

Campinas, 2º semestre 2020



INTRODUÇÃO

Engrenagens são usadas para transmitir torque e velocidade angular em uma ampla variedade de aplicações.

As engrenagens são padronizadas com relação à forma do dente e às suas dimensões.

A *American Gear Manufacturers Association* (AGMA) é a norma responsável por padrões de projeto, materiais, manufatura e montagem de engrenagens.



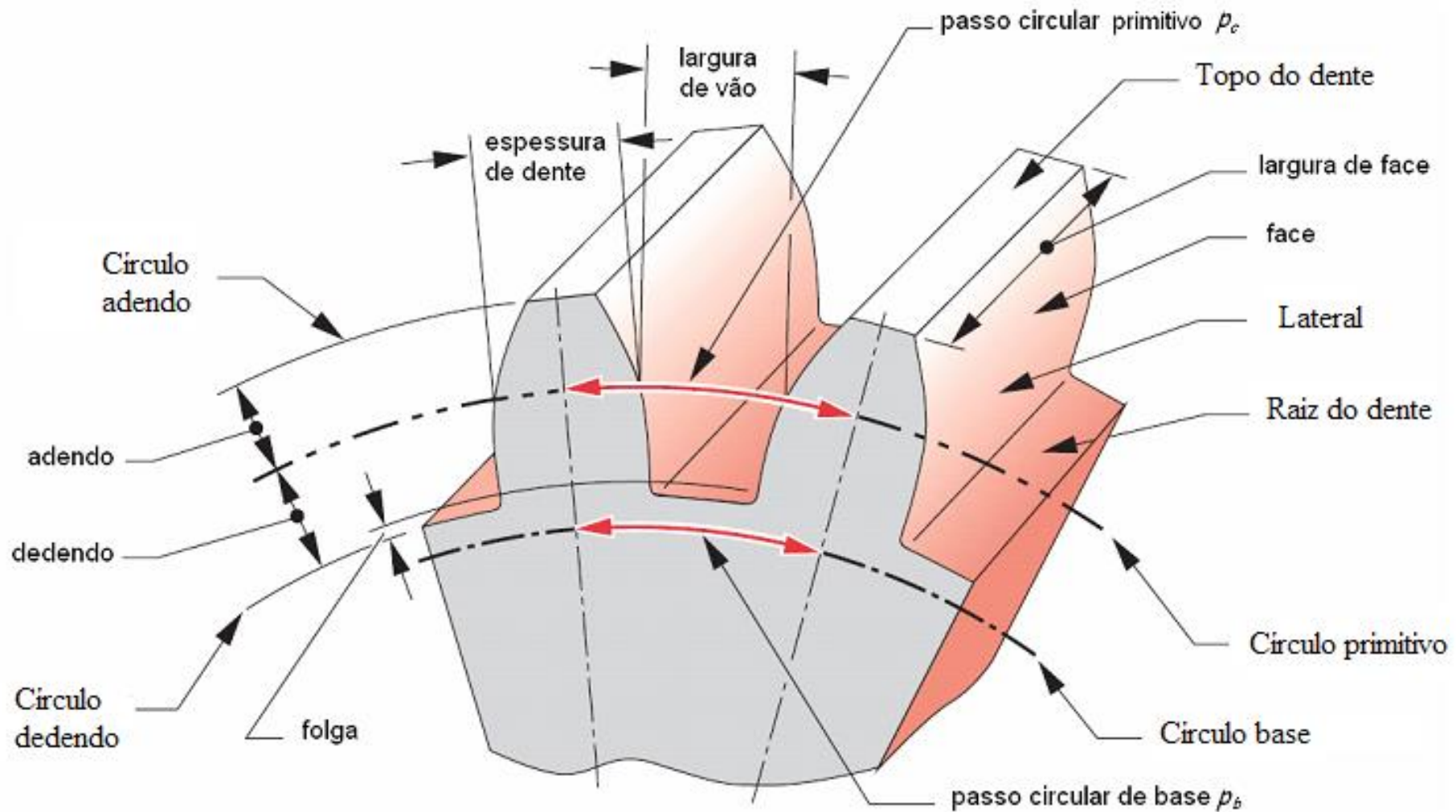


Figura 1 - Nomenclatura do dente de engrenagem.



RAZÃO DE VELOCIDADE

Quando duas engrenagens se encaixam, temos um par engrenado. Convencionou-se, chamar a engrenagem menor de pinhão e a maior de engrenagem.

Lei fundamental do engrenamento – A razão da velocidade angular entre as engrenagens de um par engrenado (m_v) deve permanecer constante durante todo o engrenamento.

$$V_{\text{tan}} = \omega \times r \Rightarrow \omega_{\text{in}} r_{\text{in}} = \omega_{\text{out}} r_{\text{out}}$$

$$m_v = \frac{\omega_{\text{out}}}{\omega_{\text{in}}} = \pm \frac{r_{\text{in}}}{r_{\text{out}}}$$

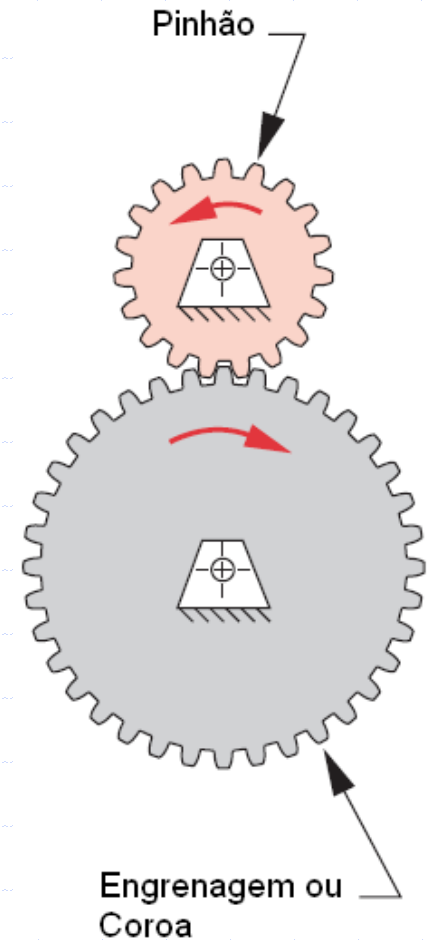
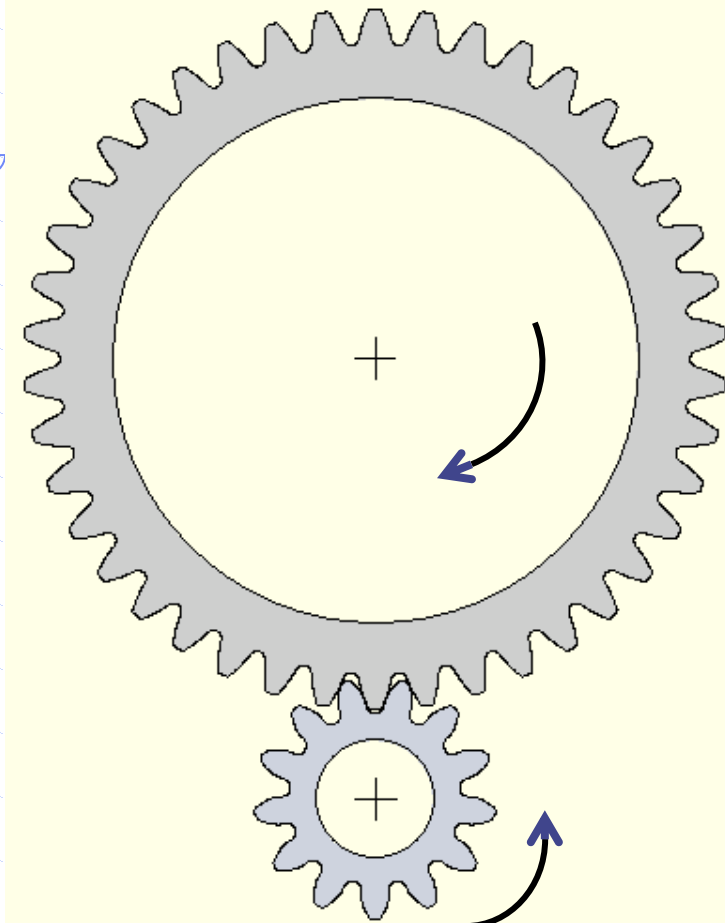
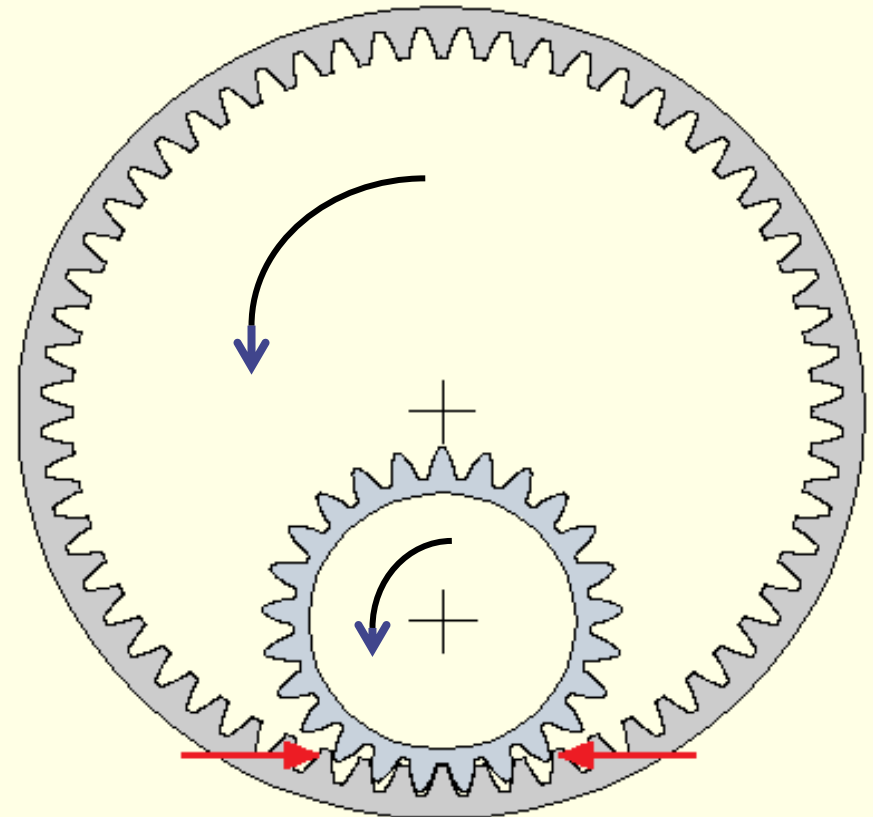


Figura 2 – Par engrenado

$$m_v = \frac{\omega_{out}}{\omega_{in}} = \pm \frac{r_{in}}{r_{out}}$$



- → engrenagens têm sentidos opostos de rotação (par externo)



+ → engrenagens têm mesmo sentido de rotação (par interno)

Figura 3 - Relação de engrenamento (a) externa e (b) interna.



Razão de torque ou vantagem mecânica:

$$Pot = T.\omega \Rightarrow Pot_{in} = Pot_{out}$$

$$T_{in}.\omega_{in} = T_{out}.\omega_{out}$$

$$m_A = \frac{T_{out}}{T_{in}} = \frac{\omega_{in}}{\omega_{out}} = \frac{1}{m_v}$$

Assim sendo: Torque $\uparrow \downarrow \rightarrow$ Velocidade $\downarrow \uparrow$ para Pot constante.

A Razão de Engrenagem m_G é definida como:

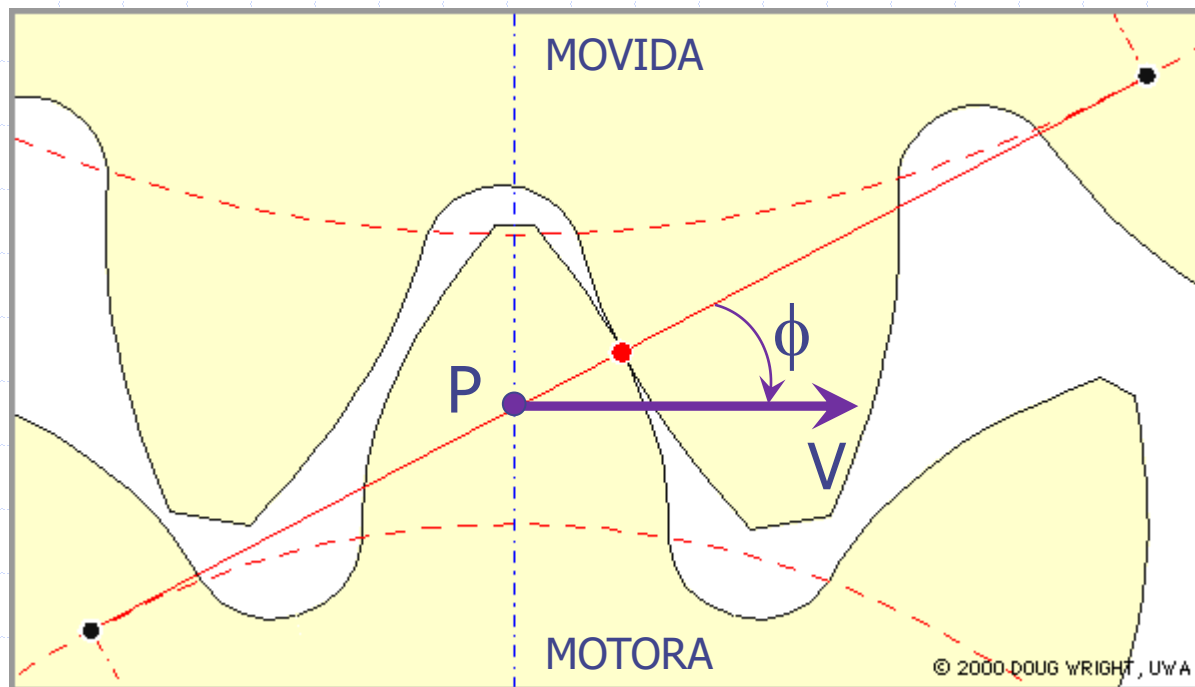
$$m_G = |m_v| \text{ ou } m_G = |m_A|, \text{ sendo } m_G \geq 1$$



ÂNGULO DE PRESSÃO

O ângulo de pressão ϕ do par engrenado é definido como o ângulo entre a linha de ação (normal comum) e a direção da velocidade linear, tal que a linha de ação gira de ϕ graus na direção de rotação da engrenagem movida.

Os ângulos de pressão dos pares engrenados são padronizados em alguns valores pelos fabricantes de engrenagem: $14,5^\circ$, 20° e 25° , sendo que 20° é o mais usado e $14,5^\circ$, praticamente em desuso.



GEOMETRIA DO ENGRENAMENTO

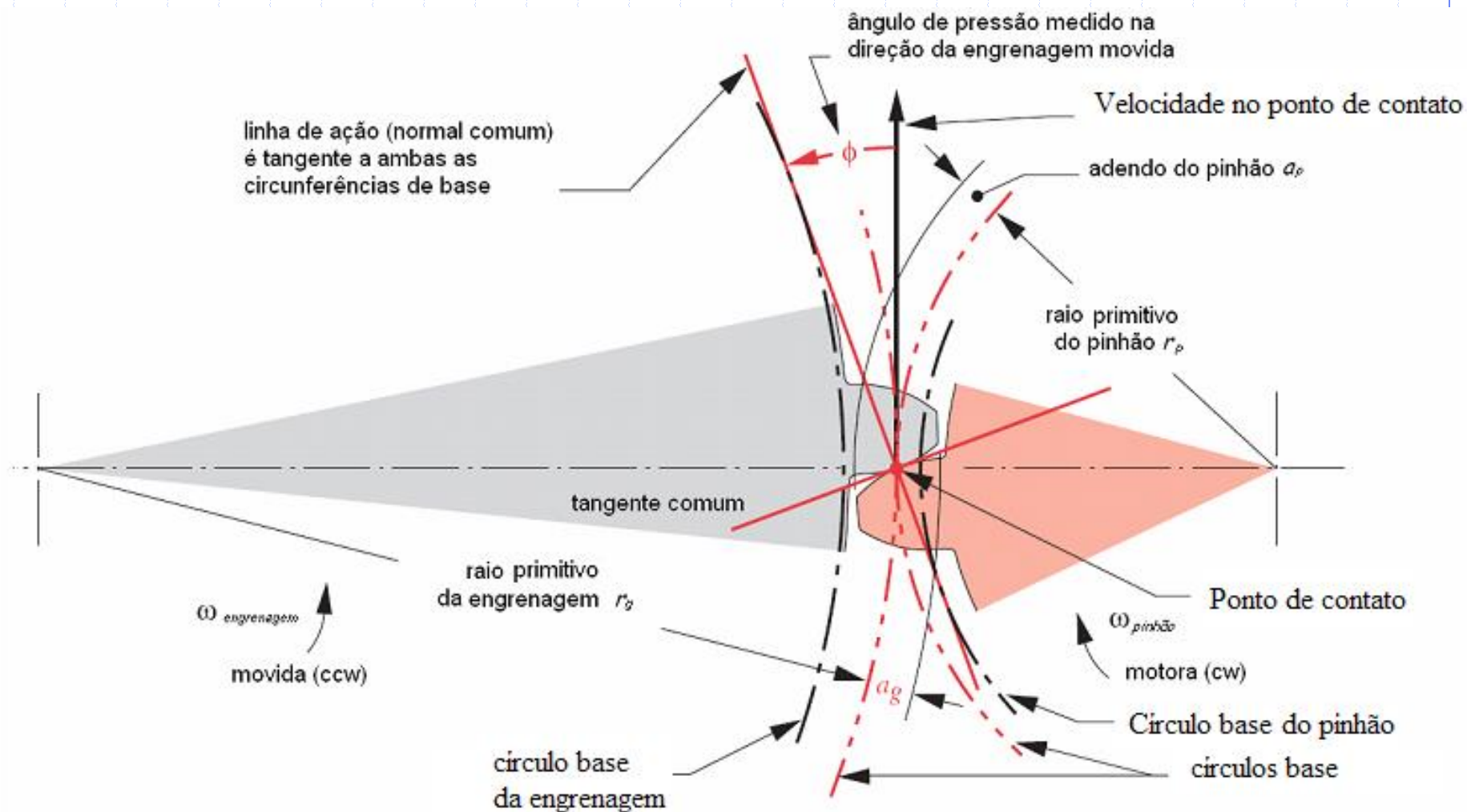


Figura 4 - Geometria do Contato nos dentes das engrenagens.



LINHA DE AÇÃO

Os pontos de início e final do contato definem o engrenamento do pinhão e engrenagem.

A distância ao longo da linha de ação entre esses pontos durante o engrenamento é o comprimento de ação Z .

A distância ao longo do círculo primitivo dentro do engrenamento é o arco de ação, e os ângulos contidos entre esses pontos e a linha de centro do par engrenado, são o ângulo de aproximação e o ângulo de afastamento.



O comprimento de ação Z pode ser calculado como:

$$Z = \sqrt{(r_p + a_p)^2 - (r_p \cos \phi)^2} + \sqrt{(r_g + a_g)^2 - (r_g \cos \phi)^2} - C \sin \phi$$

rp e rg: raios dos círculos primitivos

ap e ag: addendo do pinhão e engrenagem respectivamente

C: distância entre centros

ϕ : ângulo de pressão

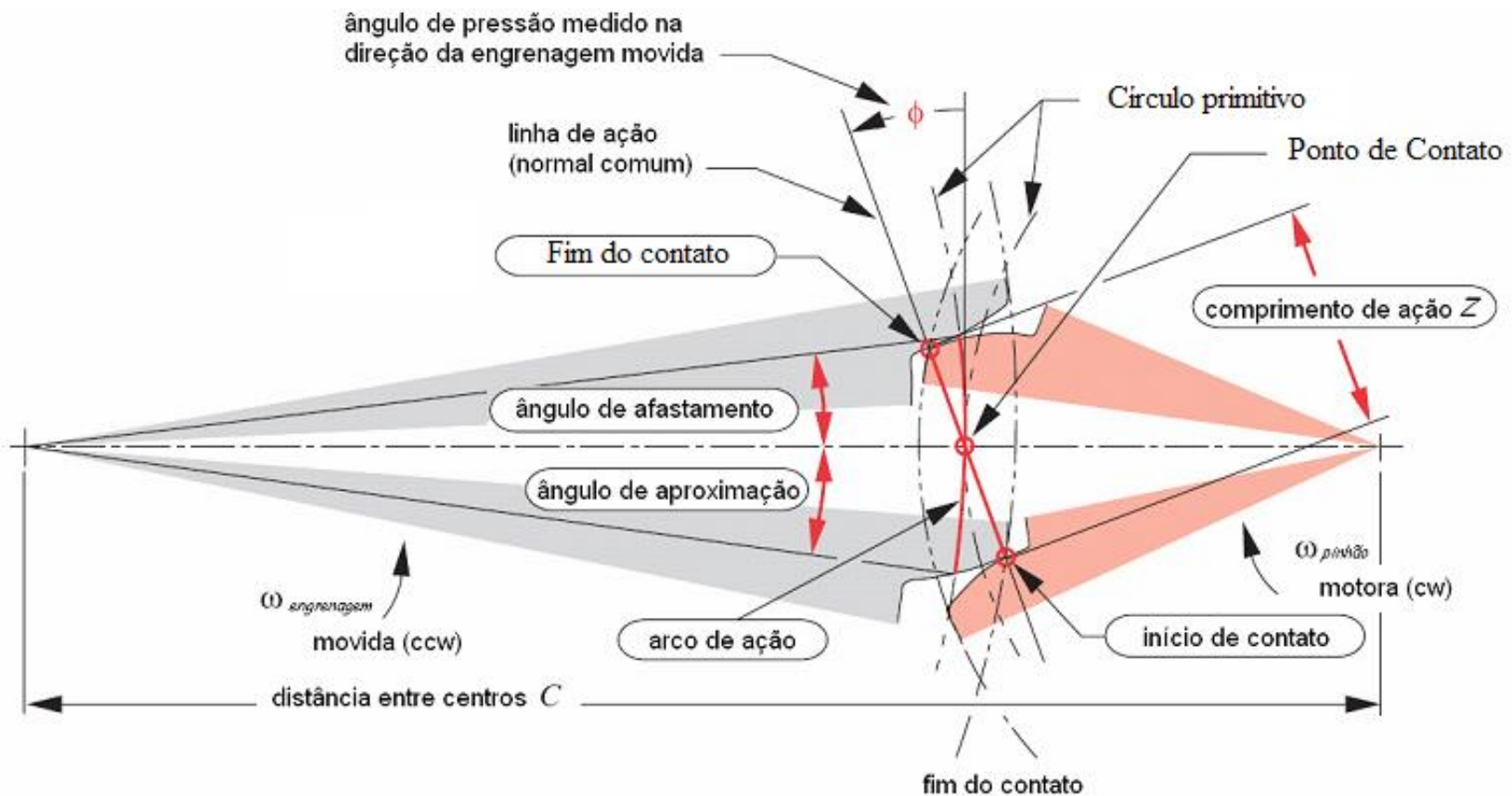


Figura 5 – Linha de ação dos dentes das engrenagens.



O passo circular p_c é definido como:

$$p_c = \frac{\pi d}{N}$$

Onde:

d = diâmetro primitivo

N = número de dentes.

Passo de Base p_b :

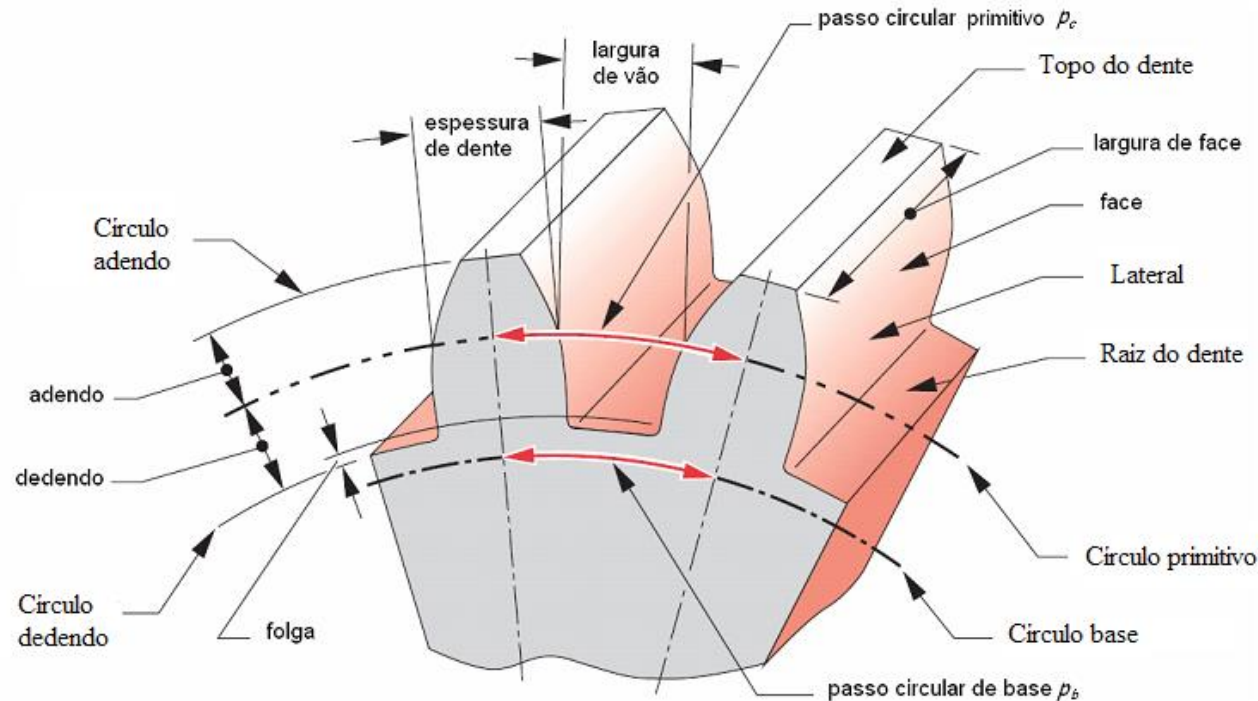
$$d_b = d \cdot \cos \phi$$

$$p_b = p_c \cos \phi$$

Passo Diametral:

$$p_d = \frac{N}{d}$$

As unidades de p_d são recíprocas: polegadas ou número de dentes por polegada. Essa medida é usada para especificação de engrenagens apenas nos EUA.



O passo circular p_c é definido como:

$$p_c = \frac{\pi d}{N}$$

Passo Diametral:

$$p_d = \frac{N}{d}$$

A relação entre o passo circular e o passo diametral é:

$$p_d = \frac{\pi}{p_c}$$

O sistema internacional (SI), em unidades métricas, define um parâmetro chamado módulo, que é o recíproco do passo diametral com o diâmetro primitivo de medido em milímetros:

$$m = \frac{d}{N} = \frac{25,4}{p_d}$$



A razão de velocidade m_v de um par engrenado é:

$$m_v = \frac{\omega_{out}}{\omega_{in}} = \pm \frac{r_{in}}{r_{out}} = \pm \frac{d_{in}}{d_{out}}$$

Sendo: $p_d = \frac{N}{d}$ $p_d \cdot d = N$

Notando que o passo diametral de ambas engrenagens deve ser o mesmo.

$$m_v = \frac{\omega_{out}}{\omega_{in}} = \pm \frac{p_d \cdot d_{in}}{p_d \cdot d_{out}} = \pm \frac{N_{in}}{N_{out}}$$

A razão de engrenagem pode ser expressa por:

$$m_G = \frac{N_g}{N_p}$$

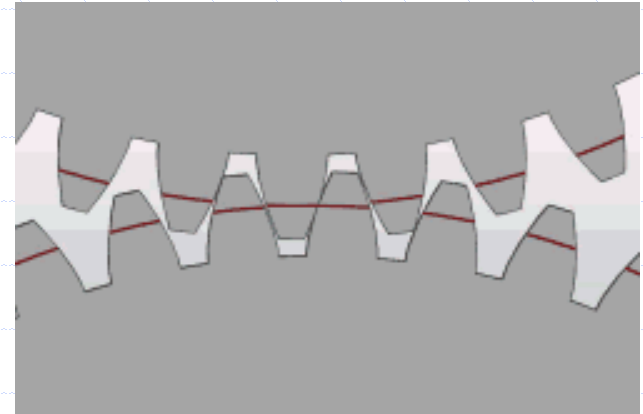
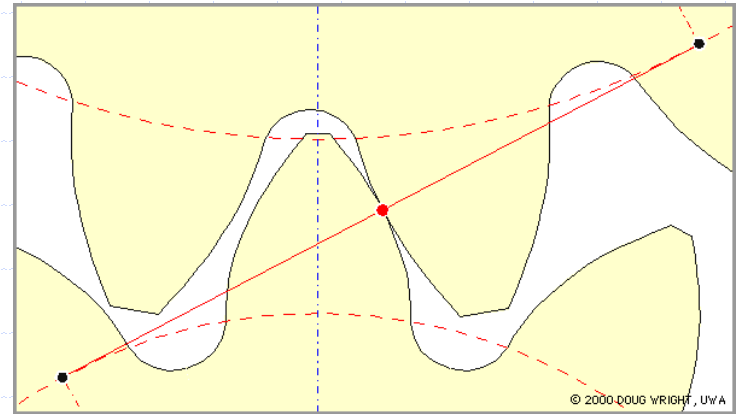


A razão de contato m_p define o número médio de dentes no contato em qualquer momento:

$$m_p = \frac{Z}{p_b}$$

Ou ainda:

$$m_p = \frac{p_d Z}{\pi \cos \phi}$$



Se a razão de contato for 1, significa que um dente estará deixando o contato no exato momento que o outro está iniciando o contato. Isso não é desejável, pois um pequeno erro no espaçamento entre os dentes causará oscilações na velocidade, vibrações, e ruído. Além disso, a carga será aplicada na ponta do dente, criando o maior momento de flexão possível.



A norma recomenda uma razão de contato ENTRE 1,4 E 2.0. Quanto menores os dentes (maior p_d) e maior o ângulo de pressão, a razão de contato será maior.

O mínimo valor aceitável para a razão de contato para uma operação suave é 1,2.

Para razão de contato entre 1 e 2 haverá momentos em que um par de dentes suportará toda a carga. Contudo, isso ocorrerá em direção ao centro da região de engrenamento, ou seja, a carga será aplicada numa posição mais baixa do dente.

Esse ponto é chamado de **Ponto mais alto de contato de dente simples (Highest point of single-tooth contact** ou HPSTC).



DENTES DE ENGRENAGENS PADRONIZADOS

NORMA AGMA: Dentes de engrenagem padronizados de profundidade completa têm *adendo* no pinhão e na engrenagem iguais (mesmo Pd). Já o *dedendum* é um pouco maior que o *adendo* para permitir folga.

Apesar de não haver restrições teóricas para os possíveis valores do diâmetro primitivo, um conjunto de valores-padrão é definido baseado nos dispositivos padronizados para cortar as engrenagens.

A seguir, a figura mostra as dimensões dos dentes padronizados de altura completa e de ângulo de pressão 20° para $pd = 4$ até $pd = 80$. Note a relação inversa entre pd e o tamanho do dente.



Especificações AGMA para dente de engrenagem de profundidade completa

Parâmetro	Passo diametral normal ($p_d < 20$)	Passo diametral fino ($p_d \geq 20$)
Ângulo de pressão ϕ	20° ou 25°	20°
Adendo a	$1,000 / p_d$	$1,000 / p_d$
Dedendo b	$1,250 / p_d$	$1,250 / p_d$
Profundidade de trabalho	$2,000 / p_d$	$2,000 / p_d$
Profundidade total	$2,250 / p_d$	$2,200 / p_d + 0,002 \text{ in}$
Espessura circular de referência de dente	$1,571 / p_d$	$1,571 / p_d$
Raio de arredondamento – cremalheira básica	$0,300 / p_d$	não padronizado
Folga básica mínima	$0,250 / p_d$	$0,200 / p_d + 0,002 \text{ in}$
Largura mínima do topo	$0,250 / p_d$	não padronizado
Folga (dentes polidos ou retificados)	$0,350 / p_d$	$0,350 / p_d + 0,002 \text{ in}$

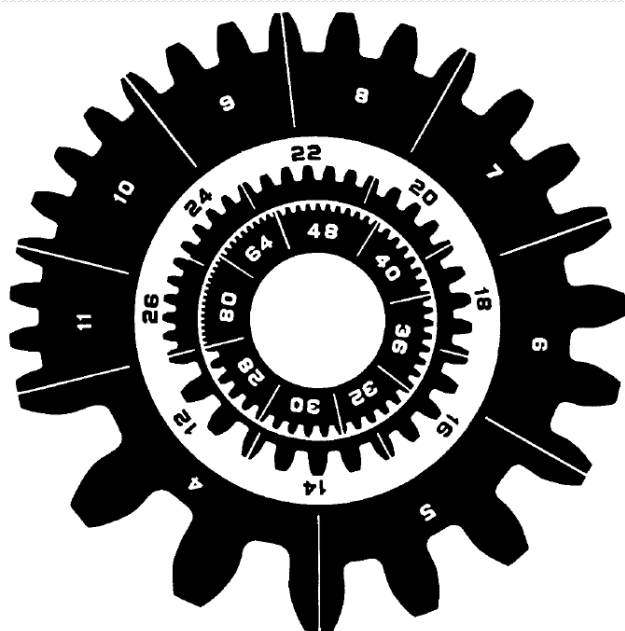


Figura 6 - Padronização dos dentes de engrenagens.

Tabela 2 - Diâmetros Primitivos Padrão.

Passos diametraais de referência

Normal ($p_d < 20$)	Fino ($p_d \geq 20$)
1	20
1.25	24
1.5	32
1.75	48
2	64
2.5	72
3	80
4	96
5	120
6	
8	
10	
12	
14	
16	
18	



TRENS DE ENGRENAGENS

Um trem de engrenagens é um conjunto de dois ou mais pares engrenados de forma a aumentar a gama de razão de engrenagem.

Um par de engrenagens está limitado a uma razão de aproximadamente 10:1.

Trem de engrenagem Simples → cada eixo possui apenas uma engrenagem. A figura ao lado mostra um trem simples com cinco engrenagens em série. A razão de velocidade será:

$$m_v = \left(-\frac{N_2}{N_3}\right) \left(-\frac{N_3}{N_4}\right) \left(-\frac{N_4}{N_5}\right) \left(-\frac{N_5}{N_6}\right) = +\frac{N_2}{N_6}$$

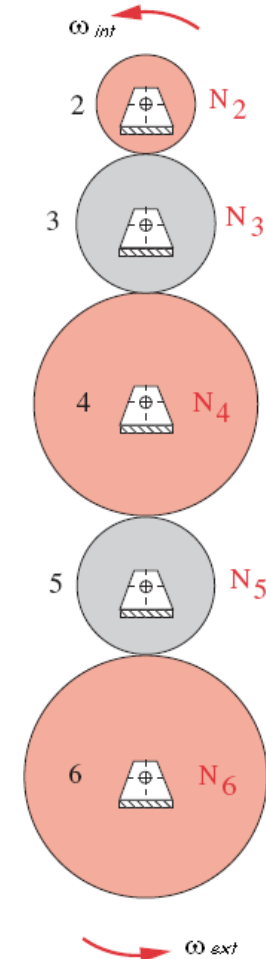


Figura 7a - Trens de engrenagens

TRENS DE ENGRENAGENS

Trem de engrenagem Composto → neste conjunto pelo menos um eixo tem mais do que uma engrenagem. A figura ao lado mostra dois exemplos de trem composto.

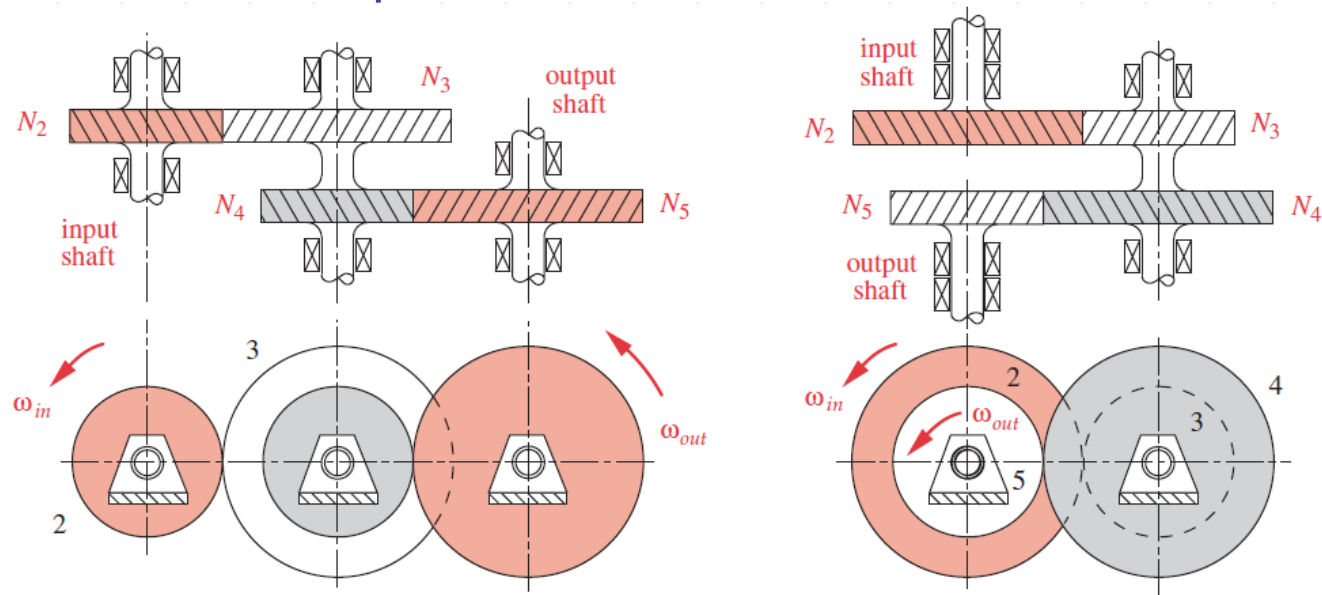


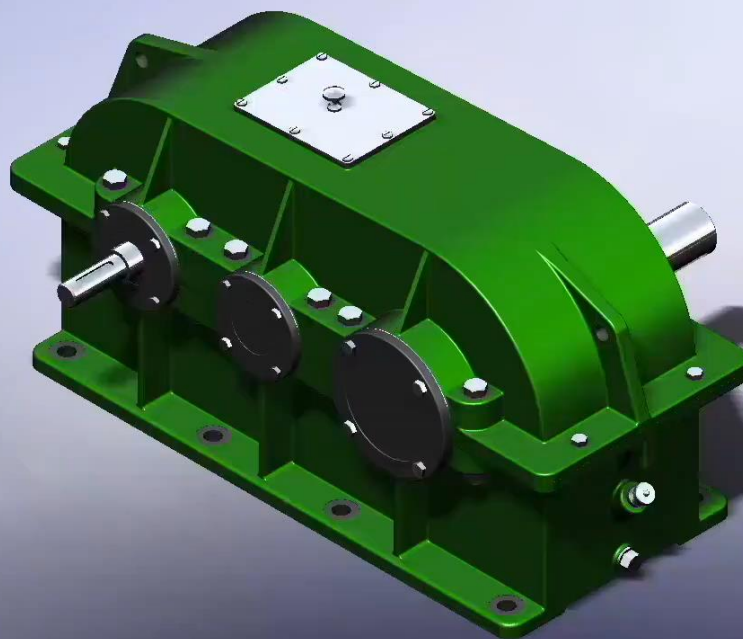
Figura 7b - Trens de engrenagens.

A razão de velocidade será:
$$m_v = \left(-\frac{N_2}{N_3} \right) \left(-\frac{N_4}{N_5} \right)$$



EXEMPLOS DE TRENS DE ENGRENAGENS

Mecanismos e Dinâmica das Máquinas
EM 504 - FEM/ UNICAMP



EXEMPLOS DE TRENS DE ENGRENAGENS

Mecanismos e Dinâmica das Máquinas
EM 504 - FEM/ UNICAMP

