UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

ES879 – SISTEMAS DE AQUISIÇÃO DE DADOS

AULA 2 – Sinais e Sistemas

Prof. Tiago Henrique Machado
tiagomh@fem.unicamp.br
Bloco FE2 – Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR)

Campinas, 2º semestre de 2019

Conteúdo da Aula Anterior

Introdução, Cronograma e Motivação

- ✓ Divisão do Curso: partes 1 e 2;
- ✓ Programa e Cronograma do Curso;
- ✓ Bibliografia e Atendimento Extra-Classe;
- ✓ Critérios de Avaliação;
- ✓ Introdução a Sistemas de Aquisição e Processamento de Dados;
- ✓ Motivação com Aplicações de Casos Práticos.

Sinais e Sistemas

Um sinal é definido como qualquer quantidade física que varia com o tempo, espaço ou outras variáveis independentes. Pode ser uma função de uma variável ou de várias variáveis tais como:

$$s(t) = 10t,$$
$$s(x, y) = x + 2xy + 3y^2.$$

Alguns exemplos de sinais dependentes apenas do tempo são: sinal de voz, eletrocardiograma e eletroencefalograma. Um exemplo de sinal de mais variáveis é o sinal de imagem.

Sinais e Sistemas

Existem situações em que a representação matemática é desconhecida ou muito complicada, por exemplo, sinal de voz. Em geral, estes sinais podem ser representados com certa precisão por:

$$\sum_{i=1}^{N} A_i(t) sen[2\pi F_i(t)t + \theta_i(t)],$$

que representa um somatório de funções senoidais com amplitude $A_i(t)$, frequência $F_i(t)$ e fase $\theta_i(t)$. A representação do sinal através das amplitudes, fases e respectivas frequências caracteriza o espectro do sinal.

Sinais e Sistemas

Os sinais podem ser brevemente classificados em:

✓ sinal real, por exemplo, $s_1(t) = Asen(3\pi t)$; ou sinal complexo, por exemplo, $s_2(t) = Ae^{j3\pi t} = Acos(3\pi t) + jAsen(3\pi t)$.

✓ sinal de 1 canal, por exemplo $s_3(t)$, ou multicanal, por exemplo, $s_4(t) = \{s_a(t)\ s_b(t)\ s_c(t)\}^T$.

✓ sinal unidimensional, $s_5(t)$, ou multidimensional, $s_6(t, x, y)$.

✓ sinal contínuo (valores contínuos, função contínua, exemplo: $x(t) = cos\ \pi t$), ou discreto (definido apenas em certos valores de tempo).

Sinais e Sistemas

Os sinais podem ser brevemente classificados em:

- ✓ sinal de valor contínuo ou sinal de valor discreto. Um sinal discreto no tempo e que assume valores discretos é um sinal digital.

- ✓ sinal determinístico (descrito por uma expressão matemática, uma tabela de dados ou uma regra bem definida) ou sinal aleatório (não pode ser descrito de forma razoável por uma regra matemática, o sinal evolui no tempo de uma forma imprevisível). Os sinais aleatórios são analisados através do emprego de técnicas estatísticas.

Sinais e Sistemas

Um sinal discreto pode ser gerado por:

✓ Valores de um sinal analógico selecionados em instantes discretos de tempo, $t_n = nT$, com n inteiro, caracterizando o que se conhece como amostragem. Exemplo:

$$x(t) = 0.8t,\ t = 0, 1, 2, \ldots \ \rightarrow \ x(n) = 0.8n,\ n = 1, 2, 3, \ldots$$

✓ Sinais efetivamente discretos, por exemplo, grandezas medidas a cada dia, a cada mês, a cada hora, etc.

Sinais e Sistemas

Associados com um sinal está a forma como este sinal é gerado. Por exemplo, sinais de voz são gerados pela passagem de ar forçada pelas cordas vocais.

Desta forma, a geração de um sinal está usualmente associada com um sistema que responde a um estímulo ou uma força. Por exemplo, em um sinal de voz, o sistema consiste nas cordas e no trato vocal, também chamadas de cavidade vocal.

O estímulo em combinação com o sistema é chamado de uma fonte de sinal. Desta forma, têm-se fontes de voz, fontes de imagens e vários outros tipos de fontes de sinal.

Sinais e Sistemas

Um sistema também pode ser definido como um dispositivo físico que realiza uma operação em um sinal. Por exemplo, um filtro usado para reduzir o ruído e a interferência que estão corrompendo a informação desejada do sinal é chamado de um sistema. Neste caso, o filtro realiza algumas operações no sinal que tem o efeito de reduzir o ruído e a interferência da informação desejada do sinal.

Quando se passa um sinal através de um sistema tem-se um sinal processado. Em geral, o sistema é caracterizado pelo tipo de operação que realiza no sinal.

Se a operação é linear, o sistema é chamado de linear, se a operação é não-linear, o sistema é chamado de não-linear. Essas operações são usualmente conhecidas como ‘processamento de sinal’.

Sinais e Sistemas

Para os propósitos da disciplina, é conveniente ampliar a definição de sistema para incluir não somente dispositivos físicos, mas também as operações realizadas em um sinal via software.

Em processamento digital de sinais em um computador, as operações realizadas no sinal consistem de um número de operações matemáticas conforme especificado pelo software.

Neste caso, o programa representa a implementação do sistema em software. Assim, tem-se um sistema que é realizado em um computador através de uma sequência de operações matemáticas.

Sinais e Sistemas

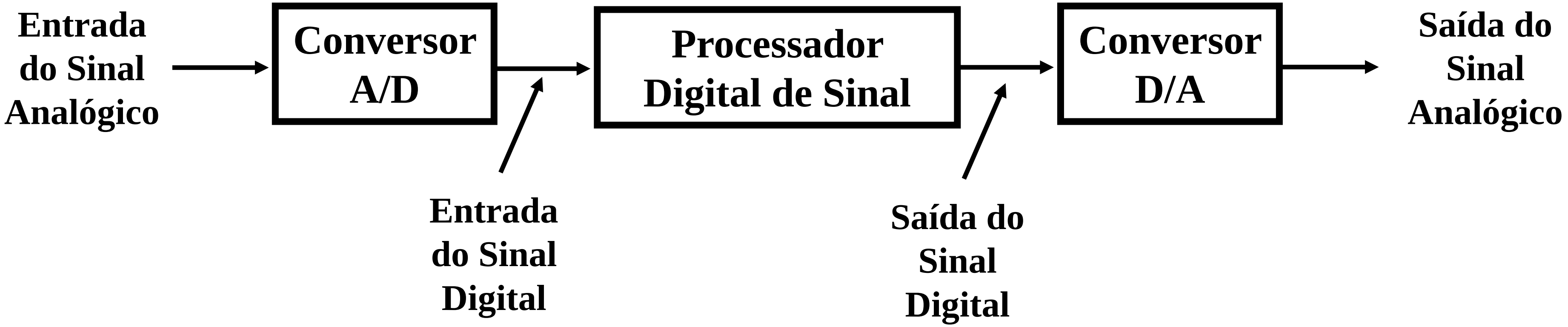
<u>Elementos Básicos de Sistemas de Processamento de Sinais</u>:

A maioria dos sinais encontrados na ciência e engenharia são de natureza analógica, isto é, os sinais são funções de variáveis contínuas que, geralmente, assume valores em uma faixa contínua. Estes sinais podem ser diretamente processados em um sistema analógico apropriado. Nestes casos, diz-se que o sinal é processado diretamente em sua forma analógica.

Sinais e Sistemas

<u>Elementos Básicos de Sistemas de Processamento de Sinais</u>:

O processamento digital do sinal fornece uma alternativa para o processamento do sinal analógico. Para realizar o processamento do sinal digitalmente, há a necessidade de uma interface entre o sinal analógico e o processador digital. Esta interface é chamada de conversor analógico-digital (A/D).



Sinais e Sistemas

<u>Vantagens do Processamento Digital de Sinais</u>:

Há várias razões de porquê o processamento digital de sinal deve ser preferível com relação ao processamento do sinal diretamente no domínio analógico:

- ✓ Um sistema digital programável permite flexibilidade na reconfiguração do processamento digital do sistema através de alterações no programa;
- ✓ A acurácia de sistemas digitais é maior do que a encontrada em sistemas analógicos, já que as tolerâncias são controladas mais fácil digitalmente;
- ✓ Sinais digitais são armazenados facilmente em mídias digitais (HD, DVD, etc...).

Sinais e Sistemas

<u>Conceito de frequência para tempo contínuo e tempo discreto</u>:

***<u>Frequência em Tempo Contínuo</u>*:**

Um sinal cossenoidal contínuo no tempo é dado por:

$$x_a(t) = A\cos(\Omega t + \theta), \qquad -\infty < t < +\infty,$$

onde A é a amplitude, Ω é a frequência [rad/s] e θ é a fase [rad]. É possível escrever que $\Omega = 2\pi F$, com F a frequência em Hz, e $T = 1/F$ é o período.

Sinais e Sistemas

<u>Conceito de frequência para tempo contínuo e tempo discreto</u>:

***<u>Frequência em Tempo Contínuo</u>*:**

Algumas propriedades do sinal cossenoidal são:

✓ Para uma frequência F fixa, $x_a(t)$ é periódico, isto é, , $x_a(t+T) =$, $x_a(t)$. T é o período fundamental;

✓ Se as frequências são diferentes, então os sinais são distintos;

✓ Quanto maior a frequência F, maior a oscilação.

Sinais e Sistemas

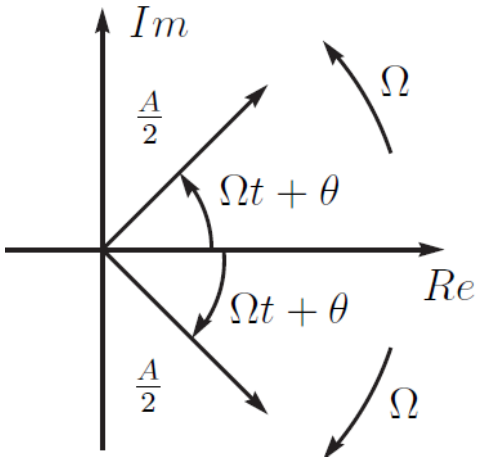
<u>Conceito de frequência para tempo contínuo e tempo discreto</u>:

<u>*Frequência em Tempo Contínuo*</u>:

É possível escrever o sinal cossenoidal como:

$$x_a(t) = A\cos(\Omega t + \theta) = Ae^{j(\Omega t+\theta)} = \frac{A}{2}e^{j(\Omega t+\theta)} + \frac{A}{2}e^{-j(\Omega t+\theta)},$$

onde foi utilizada a identidade de Euler, onde $e^{\pm j\theta} = cos\theta \pm jsen\theta$. Este procedimento permite a representação da senóide através de fasores, como ilustrado na figura.



Sinais e Sistemas

Conceito de frequência para tempo contínuo e tempo discreto:

***Frequência em Tempo Discreto*:**

Um sinal cossenoidal discreto no tempo é dado por:

$$x(n) = A\cos(wn + \theta), \qquad -\infty < n < +\infty,$$

onde A é a amplitude, ω é a frequência [rad/amostra] e θ é a fase [rad]. É possível escrever que $\omega = 2\pi f$, com f a frequência em ciclos por amostra.

Sinais e Sistemas

<u>Conceito de frequência para tempo contínuo e tempo discreto</u>:

***<u>Frequência em Tempo Discreto</u>*:**

Algumas propriedades deste sinal são:

- ✓ O sinal discreto $x(n)$ é periódico se e somente se:

$$x(n + N) = x(n),\ \forall n,\ N > 0,$$

onde o menor valor de N é o período fundamental;

<u>Conceito de frequência para tempo contínuo e tempo discreto</u>:

***<u>Frequência em Tempo Discreto</u>*:**

Algumas propriedades deste sinal são:

- ✓ Uma cossenóide no tempo discreto é periódica somente se sua frequência f é um número racional (razão entre dois inteiros). Para que um sinal cossenoidal de frequência f_0 seja periódico busca-se que:

$$cos[2\pi f_0(n + N) + \theta] = cos[2\pi f_0 n + \theta],$$

que será verdadeiro se e somente se existir um k inteiro tal que $2\pi f_0 N = 2\pi k$, ou seja, $f_0 = k/N$ racional. Verifica-se que para cossenos discretos, uma pequena alteração na frequência pode resultar em uma grande variação no período.

<u>Conceito de frequência para tempo contínuo e tempo discreto</u>:

***<u>Frequência em Tempo Discreto</u>*:**

Os sinais cossenoidais discretos cujas frequências são separadas por um múltiplo inteiro de 2π são idênticos. Isso pode ser verificado como:

$$\cos[(w_0 + 2\pi)n + \theta] = \cos(w_0 n + 2\pi n + \theta) = \cos(w_0 n + \theta).$$

Portanto,

$$x_k(n) = A\cos(w_k n + \theta), \quad k = 0, 1, 2, \ldots,$$

com $\omega_k = \omega_0 + 2\pi k$ e $-\pi < \omega_0 < \pi$ são sequências idênticas.

Sinais e Sistemas

Conceito de frequência para tempo contínuo e tempo discreto:

***Frequência em Tempo Discreto*:**

Contrariamente, verifica-se que um sinal cossenoidal com frequência $|\omega| < \pi$ (ou $|f| < 1/2$) será único.

A maior taxa de oscilação de um sinal cossenoidal discreto é obtida quando $\omega = \pi$ (ou $\omega = -\pi$), ou equivalentemente $f = \pm 1/2$.

Verifica-se que qualquer sequência resultante de uma cossenóide com uma frequência $\omega_k > \pi$ será idêntica a uma cossenóide com uma frequência $|\omega_k| \leq \pi$. A cossenóide de frequência $\omega_k > \pi$ é conhecida como um alias da cossenóide de frequência $|\omega_k| \leq \pi$.

Sinais e Sistemas

<u>Conceito de frequência para tempo contínuo e tempo discreto</u>:

***<u>Frequência em Tempo Discreto</u>*:**

Algumas observações complementares:

- ✓ para $\omega = 0$ o sinal é constante;
- ✓ para $\omega = 2\pi$ o sinal é constante (também);
- ✓ a faixa $-\pi < \omega < \pi$ é a faixa fundamental para cossenóides discretas;
- ✓ o desenvolvimento anterior poderia ter sido feito usando diretamente uma senóide ao invés de cossenóide e ainda uma outra faixa fundamental poderia ter sido adotada, por exemplo, $0 < \omega < 2\pi$.

Problema Exemplo 2.1

Dois sinais discretos distintos apresentam as seguintes frequências fundamentais: $f_1 = 31/60$ e $f_2 = 30/60$. Determine o período fundamental de cada sinal.

Solução:

Dados: frequências fundamentais de dois sinais distintos.

Resultado desejado: períodos fundamentais de cada um dos sinais.

Hipóteses: sinais discretos.

Cálculos: para cada um dos sinais têm-se:

Sinal 1 $\rightarrow$ um período de fundamental $N_1 = 60$.

Sinal 2 $\rightarrow$ um período de fundamental $N_2 = 2$.

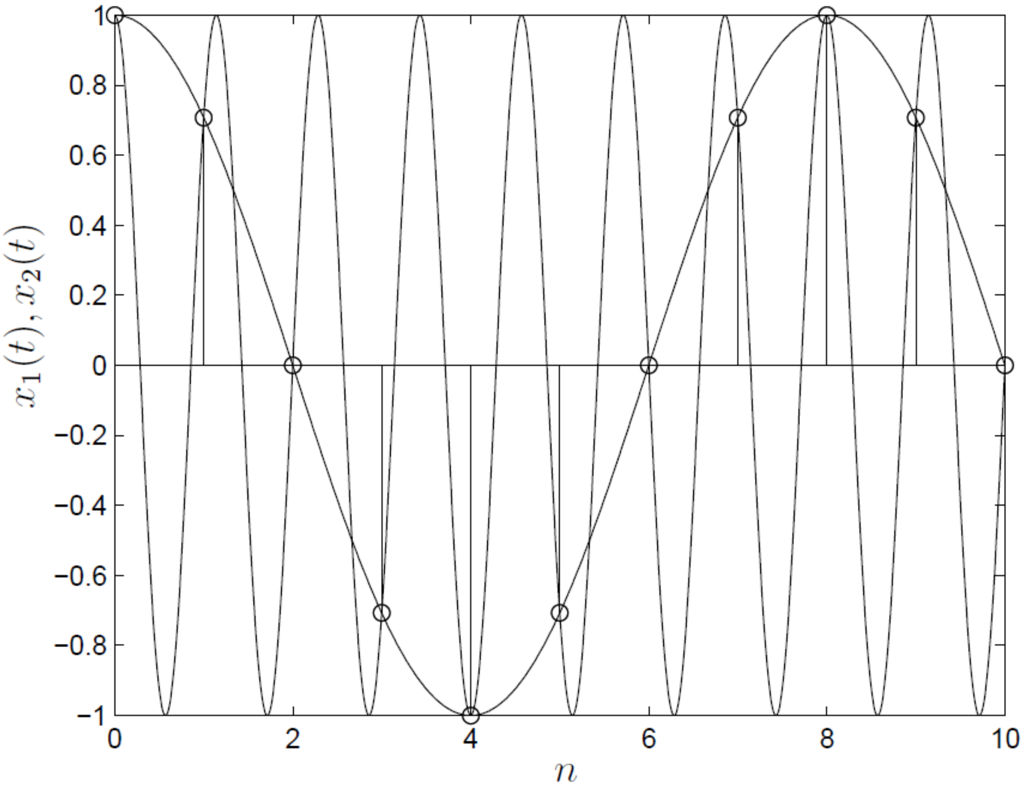
Conclusões: os períodos fundamentais de cada sinal são $N_1 = 60$ e $N_2 = 2$.

Problema Exemplo 2.2

Dadas duas sequências x_1 e x_2, juntamente com suas representações gráficas, discuta os resultados apresentados.

$$x_1(n) = cos(2\pi\frac{1}{8}n)$$

$$x_2(n) = cos(2\pi\frac{-7}{8}n)$$



Solução:

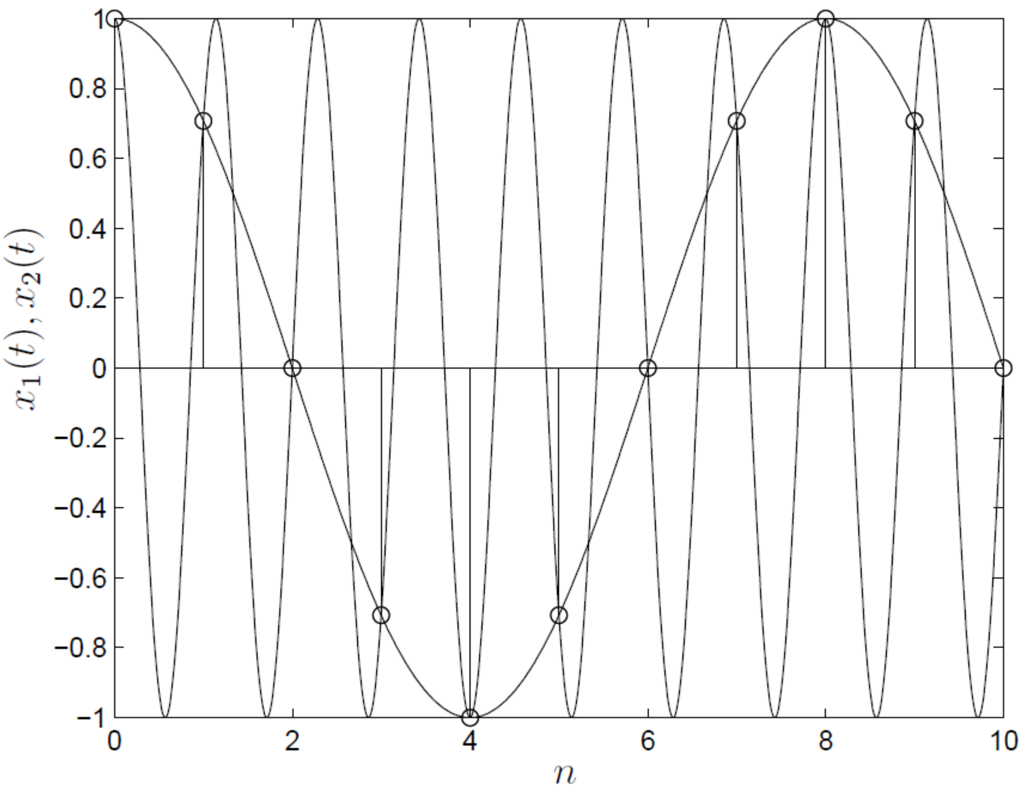
Dados: duas sequências distintas juntamente com seus gráficos.

Resultado desejado: discussão acerca dos resultados.

Hipóteses: curvas contínuas apresentadas apenas para facilitar a visualização.

Problema Exemplo 2.2

Cálculos: analisando os gráficos, observa-se que os pontos da sequência $x_2(n)$ coincidem com pontos de $x_1(n)$, caracterizando o *aliasing*. Neste caso, $x_2(n)$ é um *alias* de $x_1(n)$.



Conclusões: a função $x_2(n)$ é um *alias* de $x_1(n)$.

Sinais e Sistemas

<u>Amostragem</u>:

O processamento digital de um sinal contínuo consiste em uma conversão para uma sequência. Um sinal analógico $x_a(t)$ amostrado a cada T segundos é representado por:

$$x(n) = x_a(nT), \qquad -\infty < n < \infty,$$

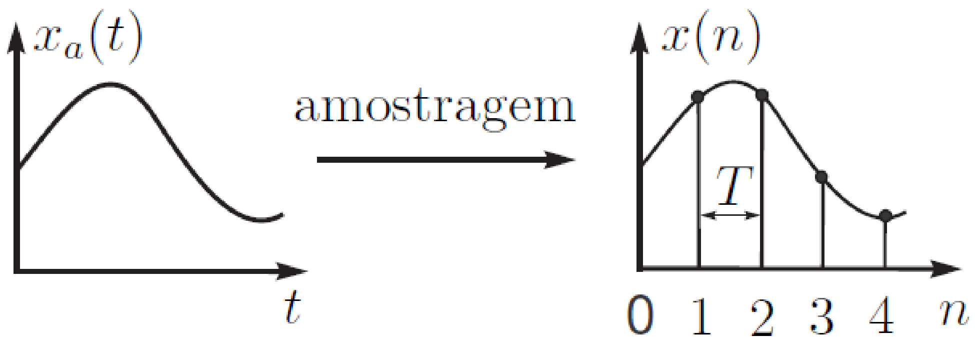
onde $x(n)$ representa uma sequência de números.

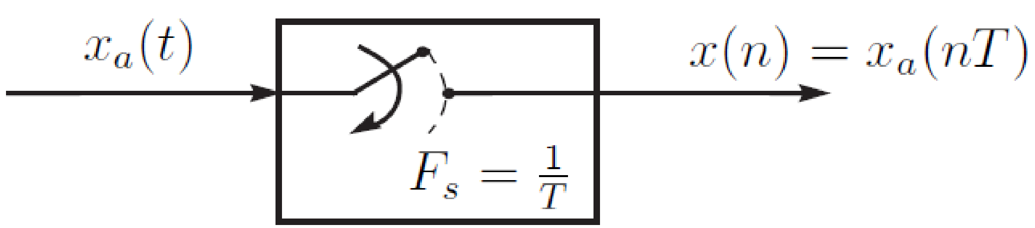
A frequência de amostragem $F_s = 1/T$ deve ser suficientemente grande para que não haja perda de informação espectral (evitar o fenômeno de aliasing).

Sinais e Sistemas

<u>Amostragem</u>:

A figura abaixo ilustra o processo de amostragem.





Sinais e Sistemas

Amostragem:

A relação entre o tempo e o respectivo ponto da sequência gerada através da amostragem é dada por:

$$t = nT = \frac{n}{F_s}.$$

Existe uma relação entre a frequência de um sinal contínuo (*F* ou *Ω*) e a frequência do sinal discreto amostrado (*f* ou *ω*). Considere o sinal analógico dado por:

$$x_a(t) = A\cos(2\pi F t + \theta),$$

Sinais e Sistemas

Amostragem:

E sua versão amostrada dada por:

$$x_a(nt) = x(n) = A\cos(2\pi FnT + \theta) = A\cos\left(\frac{2\pi Fn}{F_s} + \theta\right) = A\cos(2\pi fn + \theta),$$

com $f = F/F_s$, ou ainda, $\Omega = 2\pi F$ e $\omega = 2\pi f$. Logo,

$$w = 2\pi\frac{F}{F_s} = 2\pi\frac{\Omega}{2\pi F_s} = \frac{\Omega}{F_s} = \Omega T.$$

Para senóides contínuas a frequência pode ser qualquer no intervalo $-\infty < F < +\infty$ ($-\infty < \Omega < \infty$). Para senóides discretas tem-se que $-1/2 < f < 1/2$ ($-\pi < \omega < \pi$).

Sinais e Sistemas

<u>Amostragem</u>:

Mas, sabe-se que $f = F/F_s$, e a frequência da senóide contínua quando amostrada deve satisfazer:

$$-\frac{1}{2} < \frac{F}{F_s} < \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{F_s}{2} < F < \frac{F_s}{2} \quad ou \quad (-\pi F_s < \Omega < \pi F_s).$$

A maior frequência do sinal discreto é $\omega = \pi$ (ou $f = 1/2$). Logo, a frequência de amostragem correspondente aos maiores valores de ω e f são:

$$F_{max} = \frac{F_s}{2} = \frac{1}{2T} \quad ou \quad \Omega_{max} = \pi F_s = \frac{\pi}{T}.$$

Tomando-se o caso crítico, escreve-se que $F_s = 2F_{max} = F_N$, que é conhecida como **Frequência de Nyquist**.

Teorema da Amostragem:

O teorema da amostragem determina qual frequência de amostragem deve ser usada para permitir posteriormente uma adequada reconstrução do sinal. O conteúdo de frequência de um sinal informa como o sinal é caracterizado em termos de suas frequências componentes. Por exemplo, é sabido que a máxima frequência de um sinal de voz é da ordem de 3000Hz.

Considere que o conteúdo de frequência do sinal é conhecido, ou seja, sua componente de máxima frequência é dada por F_{max}. Como se verificou anteriormente, a maior frequência do sinal analógico que permite a reconstrução quando o sinal é amostrado à taxa de $F_s = 1/T$ é $F_{max} = F_s/2$.

Sinais e Sistemas

<u>Teorema da Amostragem</u>:

Assim, para evitar o problema de aliasing deve-se adotar:

$$F_s > 2F_{max}.$$

Quando o conteúdo de frequência é desconhecido, estabelece-se uma faixa de frequência de interesse e se filtra o sinal com um filtro analógico passa-baixa, determinando-se F_{max} antes de se realizar a amostragem. Como os filtros não são ideais, pois possuem uma região de corte com certa largura em frequência, é usual empregar um fator de segurança, por exemplo,

$$F_s > 2F_{max} \times \beta, \qquad \beta > 1.5$$

Sinais e Sistemas

Amostragem:

Amostragem que não respeita o limite de Nyquist pode distorcer o sinal. Essas distorções podem ser:

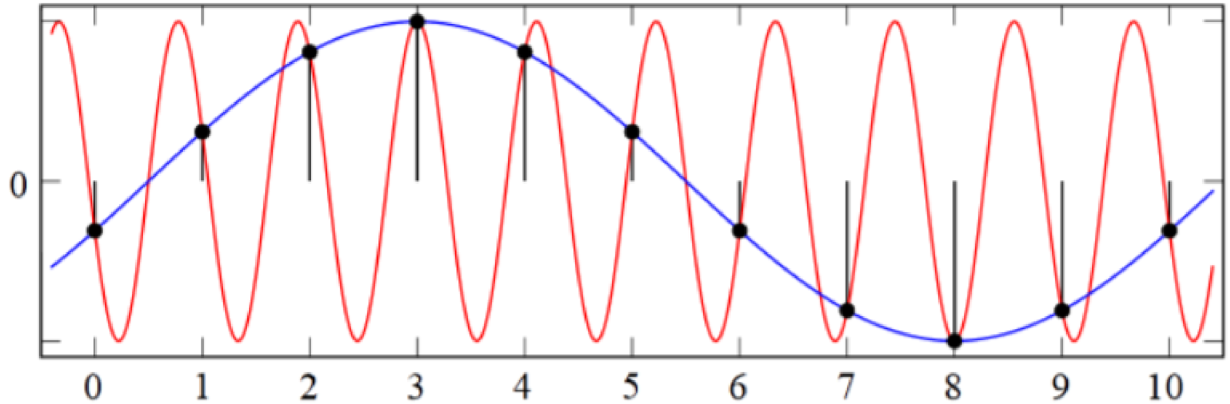
- ✓ Perda nas altas frequências;
- ✓ Ganho nas baixas frequências;
- ✓ Modulação do sinal.

Sinais e Sistemas

Amostragem:

Fenômeno de Aliasing:

Denominação do fenômeno em que ocorre a distorção do sinal devido a uma taxa insuficiente na amostragem de dados. No exemplo ao lado o sinal senoidal, em vermelho, foi digitalizado com uma frequência de amostragem menor que a sua frequência original. Com isso o sinal senoidal azul foi obtido.



Sinais e Sistemas

<u>Teorema da Amostragem</u>:

Quando necessário, o sinal amostrado pode ser reconstruído através da conversão D/A, como por exemplo, no caso de sinais de voz. Os conversores D/A interpolam os dados amostrados gerando o sinal contínuo reconstruído. As alternativas usuais de interpolação são:

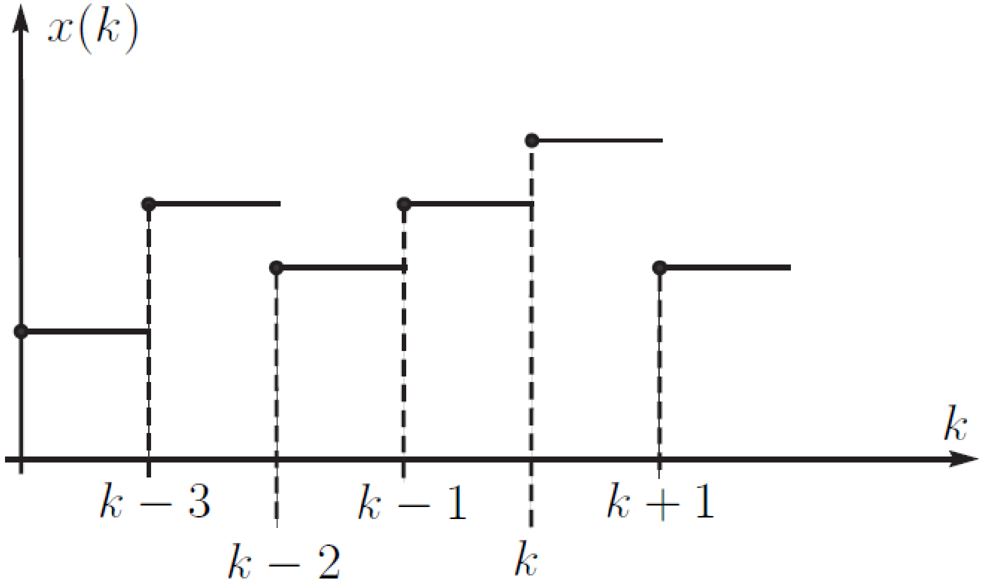
- ✓ Segurador de Ordem zero (*ZOH* - *zero order holder*);
- ✓ Segurador de Ordem um (*FOH* - *first order holder*);
- ✓ Interpolador Cúbico.

Sinais e Sistemas

<u>Teorema da Amostragem</u>:

***<u>Segurador de Ordem zero</u>*: **O segurador de ordem zero mantém o valor constante de um ponto ao outro conforme ilustrado abaixo. Em termos matemáticos tem-se que o sinal analógico reconstruído é:

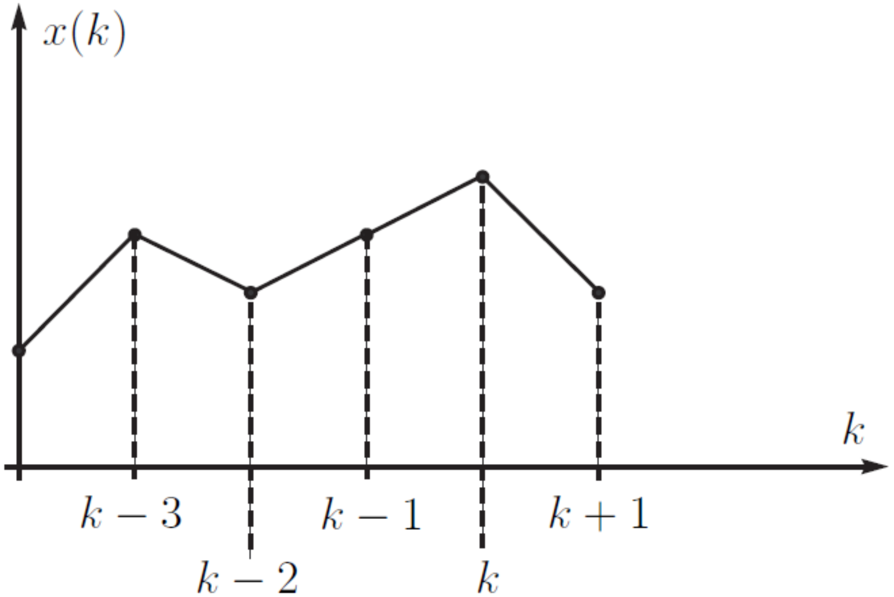
$$\hat{x}_a(t) = x(n),$$
$$nT_s \le t \le (n+1)T_s.$$



Sinais e Sistemas

<u>Teorema da Amostragem</u>:

***<u>Segurador de Ordem um</u>*:** O segurador de ordem um representa uma interpolação linear entre cada par de pontos conforme ilustrado abaixo.



Sinais e Sistemas

Teorema da Amostragem:

***Interpolação Cúbica*:** Realiza uma interpolação cúbica para fazer a interpolação através de *cubic splines*.

Existe também uma função de interpolação ideal, justificada futuramente, dada por:

$$g(t) = \frac{sen(2\pi F_{max} t)}{2\pi F_{max} t},$$

e o sinal analógico reconstruído é dado por:

$$x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a\left(\frac{n}{F_s}\right) g\left(t - \frac{n}{F_s}\right),$$

onde $x_a(n/F_s) = x_a(nT) = x_a(n)$ são os pontos amostrados de $x_a(t)$.

Problema Exemplo 2.3

Dado o sinal analógico:

$$x_a(t) = 3\cos 100\pi t$$

Determine a frequência mínima de amostragem requerida para evitar aliasing. Se a frequência de amostragem é $F_s = 200$ amostras/s, determine o sinal discreto obtido depois da amostragem. Se a frequência de amostragem é $F_s = 75$ amostras/s, determine o sinal discreto obtido depois da amostragem.

Solução:

Dados: sinal analógico.

Resultado desejado: frequência para evitar aliasing e sinal após amostragem com duas frequências diferentes de amostragem.

Hipóteses: sinal analógico.

Problema Exemplo 2.3

<u>Cálculos</u>: a frequência do sinal analógico é de $F = 50$Hz. Assim, para evitar o aliasing, a frequência mínima de amostragem deve ser:

$$F_s > 2F_{max} = 100\text{Hz}.$$

Para o sinal amostrado com $F_s = 200$Hz, o sinal discreto obtido será:

$$x(n) = 3\cos\left(\frac{100\pi}{200}n\right) = 3\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$$

Para o sinal amostrado com $F_s = 75$Hz, o sinal discreto obtido será:

$$x(n) = 3\cos\left(\frac{100\pi}{75}n\right) = 3\cos\left(\frac{4\pi}{3}n\right) = 3\cos\left(2\pi - \frac{2\pi}{3}n\right) = 3\cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right)$$

<u>Conclusões</u>: a frequência mínima para evitar aliasing é $F_s = 100$Hz, o sinal após amostrado com 200Hz é $x(n) = \cos(\pi/2\,n)$ e com 75Hz é $x(n) = \cos(2\pi/3\,n)$.

Problema Exemplo 2.4

Dado o sinal analógico:

$$x_a(t) = 3\cos(2000\pi t) + 5sen(6000\pi t) + 10\cos(12000\pi t).$$

Determine a frequência de Nyquist. Se a frequência de amostragem é $F_s = 5000$ amostras/s, determine o sinal discreto obtido depois da amostragem. Determine o sinal reconstruído $y_a(t)$ através da interpolação ideal.

Solução:

Dados: sinal analógico.

Resultado desejado: frequência de Nyquist, sinal após amostragem e sinal reconstituído.

Hipóteses: interpolação ideal na reconstrução do sinal.

Problema Exemplo 2.4

<u>Cálculos</u>: as frequências deste sinal são: $\Omega_1 = 2000\pi$rad/s ($F_1 = 1000$Hz), $\Omega_2 = 6000\pi$rad/s ($F_2 = 3000$Hz) e $\Omega_3 = 12000\pi$rad/s ($F_3 = 6000$Hz) . Portanto, $F_{max} = 6000$Hz. De acordo com o teorema da amostragem tem-se que:

$$F_s > 2F_{max} = 12000\text{Hz},$$

e a frequência de Nyquist é $F_N = 12000$Hz.

Considerando a frequência de amostragem dada $F_s = 5000$Hz, que é menor que a frequência de Nyquist, sabe-se que haverá aliasing. Sob esta condição, sabe-se que a máxima frequência que será representada unicamente é de $F_s/2 = 2500$Hz.

O sinal discreto será dado por:

$$x(n) = x_a(nT) = x_a\left(\frac{n}{F_s}\right) =$$

Problema Exemplo 2.4

Cálculos:

$$= 3\cos\left(2000\pi\frac{n}{5000}\right) + 5sen\left(6000\pi\frac{n}{5000}\right) + 10\cos\left(12000\pi\frac{n}{5000}\right) =$$
$$= 3\cos\left(2\pi\frac{1}{5}n\right) + 5sen\left(2\pi\frac{3}{5}n\right) + 10\cos\left(2\pi\frac{6}{5}n\right).$$

O sinal *x(n)* pode ser reescrito:

$$x(n) = 3\cos\left(2\pi\frac{1}{5}n\right) + 5sen\left[2\pi\left(1-\frac{2}{5}\right)n\right] + 10\cos\left[2\pi\left(1+\frac{1}{5}\right)n\right] =$$
$$= 3\cos\left(2\pi\frac{1}{5}n\right) + 5sen\left[2\pi\left(-\frac{2}{5}\right)n\right] + 10\cos\left(2\pi\frac{1}{5}n\right) =$$
$$= 13\cos\left(2\pi\frac{1}{5}n\right) - 5sen\left(2\pi\frac{2}{5}n\right).$$

Problema Exemplo 2.4

Cálculos: verifica-se que este sinal amostrado contém apenas duas componentes com as seguintes frequências: $f_1 = 1/5$ e $f_2 = 2/5$. Como, $f = F/F_s$ e $F_s = 5000$Hz, tem-se que $F_1 = 1000$Hz e $F_2 = 2000$Hz. Consequentemente, o sinal reconstruído através da interpolação ideal será dado por:

$$y_a = 13\cos(2000\pi t) - 5sen(4000\pi t),$$

que é diferente do sinal analógico inicial devido ao fenômeno de aliasing, causado pela baixa taxa de amostragem empregada.

Conclusões: a frequência de Nyquist do sinal é $F_N = 12000$Hz, o sinal após amostrado é $x(n) = 13\cos\left(2\pi\frac{1}{5}n\right) - 5sen\left(2\pi\frac{2}{5}n\right)$ e o sinal reconstruído é

$$y_a = 13\cos(2000\pi t) - 5sen(4000\pi t)$$

Encerramento

Final da aula 2.

Exercícios Propostos:

Livro Proakis e Manolakis (Digital Signal Processing, 1996) – 1.3 e 1.9.

Próxima aula:

Processamento Analógico e Digital de Sinais.

08/08/2019