UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

ES879 – SISTEMAS DE AQUISIÇÃO DE DADOS

AULA 3 – Processamento Analógico e Digital de Sinais

Prof. Tiago Henrique Machado

tiagomh@fem.unicamp.br

Bloco FE2 – Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR)

Campinas, 2º semestre de 2019

Conteúdo da Aula Anterior

Sinais e Sistemas

✓ Definições de Sinais e Sistemas;

✓ Classificação dos Diferentes Tipos de Sinais;

✓ Elementos Básicos de Sistemas de Processamento de Sinais;

✓ Conceito de Frequência para Tempo Contínuo e Discreto;

✓ Amostragem e o Teorema da Amostragem;

✓ Fenômeno de Aliasing.

Processamento Analógico e Digital de Sinais

Um sistema é um componente que executa uma operação sobre um sinal, por exemplo, a resposta de um sistema à uma excitação ou um filtro para eliminar ruídos e interferências de um sinal. O sistema pode ser físico ou não, ou seja, hardware ou software.

O ato de operar sobre um sinal através de um sistema é conhecido pelo termo processamento de sinal (ou sinais).

Um sinal contínuo medido *x(t)* pode ser escrito como:

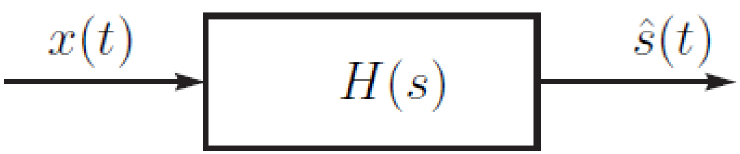
$$x(t) = s(t) + n(t),$$

onde *n(t)* é o ruído e *s(t)* é o sinal de interesse.

Processamento Analógico e Digital de Sinais

Uma questão fundamental na área de processamento de sinais é: como operar em $x(t)$ para obter uma boa estimativa $\hat{s}(t)$ para $s(t)$?

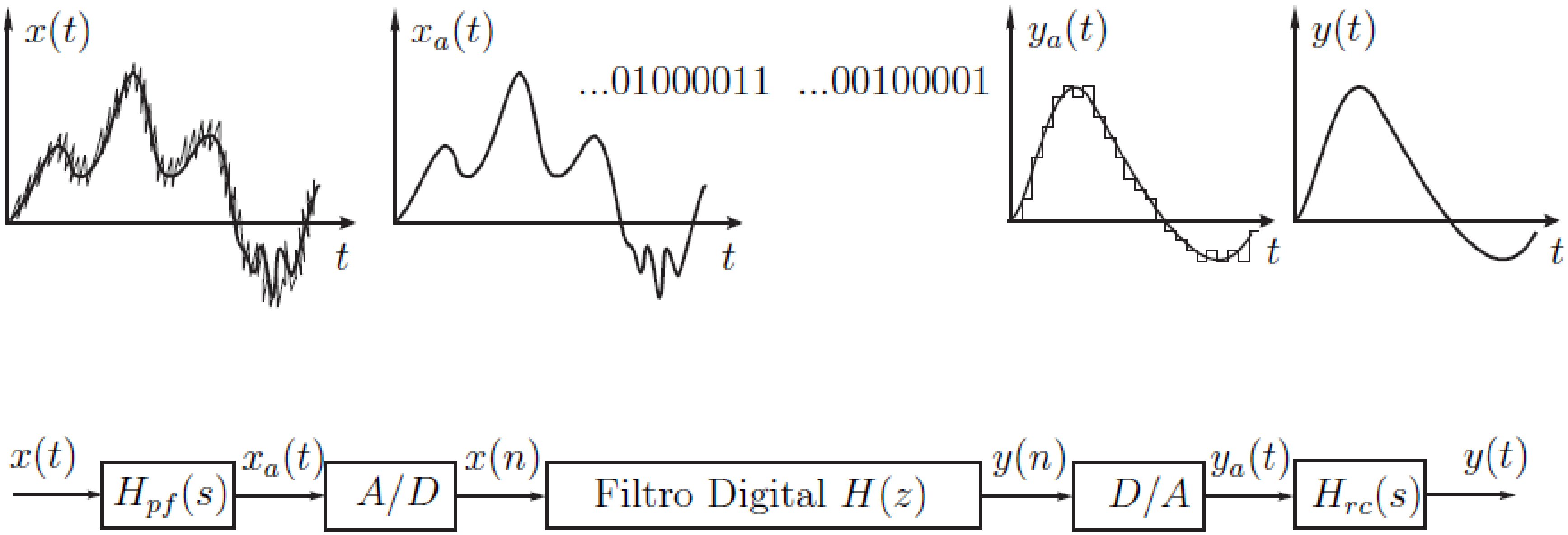
O processamento analógico de um sinal pode ser feito através de um filtro de função de transferência $H(s)$ como representado no esquema da figura abaixo.



Vale ressaltar que o processamento analógico de um sinal envolve funções contínuas.

Processamento Analógico e Digital de Sinais

O processamento digital de um sinal é ilustrado no esquema da figura abaixo. O processador digital é um computador ou microprocessador programado.



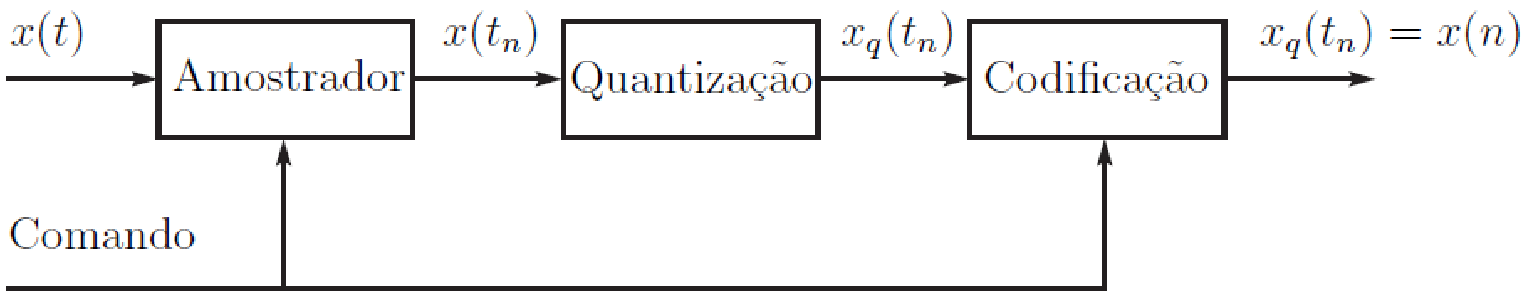
Processamento Analógico e Digital de Sinais

Na figura anterior tem-se que:

- ✓ $H_{pf}(s)$: pré-filtro (em geral para reduzir efeitos fora da banda, ruído, sinais de alta frequência);
- ✓ *A/D*: conversor analógico-digital;
- ✓ $H(z)$: função de transferência do filtro digital;
- ✓ *D/A*: conversor digital-analógico;
- ✓ $H_{rc}(s)$: filtro para reconstrução.

Processamento Analógico e Digital de Sinais

Um conversor analógico-digital está esquematizado abaixo.



O filtro digital pode ser caracterizado por uma equação a diferenças, por exemplo:

$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) - a_1 y(n-1),$$

cuja transformada *Z* resulta em na função de transferência *H(z)* dada por:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1}}.$$

O conceito de transformada *Z* e função de transferência de sistemas discretos serão estudados posteriormente.

Processamento Analógico e Digital de Sinais

As principais vantagens do processamento digital de sinais sobre o analógico são:

- ✓ Flexibilidade: O processamento digital permite a reprogramação, enquanto que o analógico requer novo projeto do sistema e testes para verificação;

- ✓ Precisão: No processamento digital tem-se um maior controle das operações A/D e D/A em função do tamanho das palavras e dos cálculos com ponto flutuante. No processamento analógico, as tolerâncias dos componentes dos circuitos limitam a precisão;

Processamento Analógico e Digital de Sinais

As principais vantagens do processamento digital de sinais sobre o analógico são:

- ✓ Armazenamento de dados: No processamento digital tem-se maior facilidade de armazenamento em meios magnéticos sem deterioração ou perda de fidelidade;

- ✓ Processamento: O processamento digital permite o emprego de algoritmos mais sofisticados, enquanto o analógico apresenta a dificuldade para executar operações matemáticas com precisão;

- ✓ Menores custos.

Processamento Analógico e Digital de Sinais

Pode-se dizer que o processamento digital possui maior estabilidade, pequena degradação, repetibilidade e previsibilidade com custos baixos comparados com o processamento analógico.

Uma limitação do processamento digital de sinais é que a velocidade do conversor *A/D* e do processador digital limita a aplicabilidade para sinais que possuem faixas de frequência muito altas, pois requer uma frequência de amostragem muito alta.

Processamento Analógico e Digital de Sinais

<u>Conversão Analógico-Digital e Digital Analógico</u>:

Os sinais digitais podem ser armazenados em um computador digital na forma de números binários.

Um bit define dois valores, ou seja, 0 ou 1. Um byte representa um número de 8 bits. Uma palavra é um conjunto de bits, por exemplo, palavras de 4 bits, palavras de 128 bits, etc.

A precisão do computador digital é função do comprimento da palavra. Por exemplo, o computador de 8 bits é menos preciso que computador de 16 bits.

Processamento Analógico e Digital de Sinais

<u>Números Binários Inteiros – Fixed Point</u>:

Seja um número escrito como:

$$N = a_{n-1}2^{n-1} + \ldots + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0,$$

onde a_i são coeficientes 0 ou 1 que caracterizam a representação binária do número.

O bit mais significativo (most significant bit, *MSB*) é a_{n-1}.

O bit menos significativo (least significant bit, *LSB*) é a_0.

Processamento Analógico e Digital de Sinais

Números Binários Inteiros – Fixed Point:

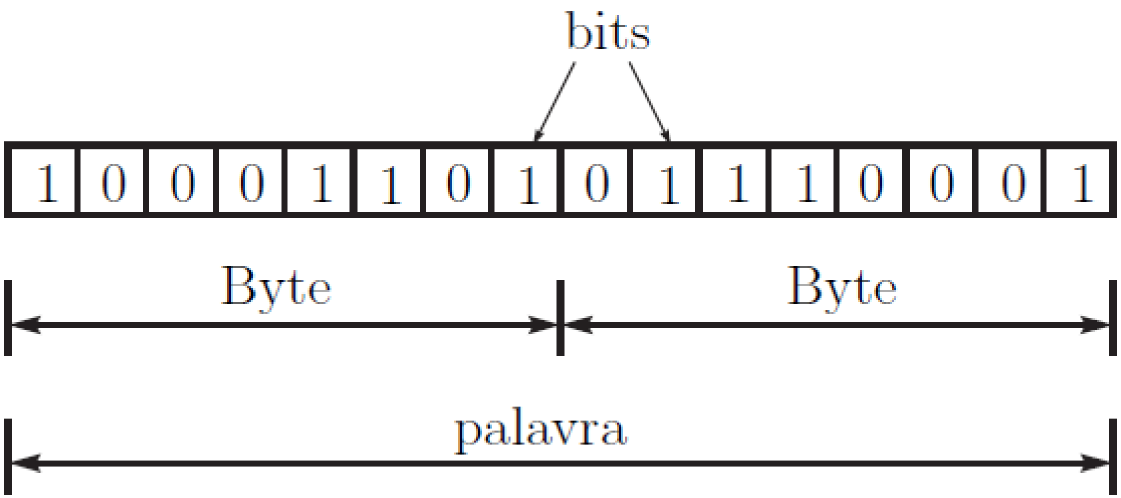
Exemplo: Uma palavra de 3 bits será dada por $N = a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$, e os respectivos valores são mostrados na tabela abaixo.

Decimal	MSB		LSB
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

Processamento Analógico e Digital de Sinais

Números Binários Inteiros – Fixed Point:

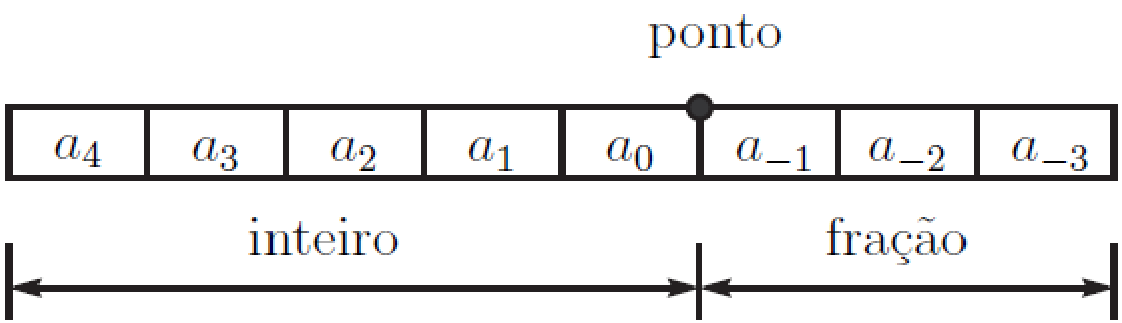
Uma palavra é um conjunto de bytes, conforme ilustrado na figura abaixo.



Processamento Analógico e Digital de Sinais

Números Binários Fracionários – Floating Point:

Os números binários fracionários apresentam uma parte inteira e uma parte fracionária conforme ilustrado na figura abaixo.



A representação binária associada à figura acima é dada por:

$$N = a_4 2^4 + a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0 + a_{-1} 2^{-1} + a_{-2} 2^{-2} + a_{-3} 2^{-3}.$$

Números Binários Fracionários – Floating Point:

Exemplo: Determinar o número decimal associado ao número binário fracionário 01011.101

Da definição de binários fracionário, pode-se escrever:

$$N = 0\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0+1\times2^{-1}+0\times2^{-2}+1\times2^{-3}$$

$$N = 8+2+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{8} = 11.625$$

Processamento Analógico e Digital de Sinais

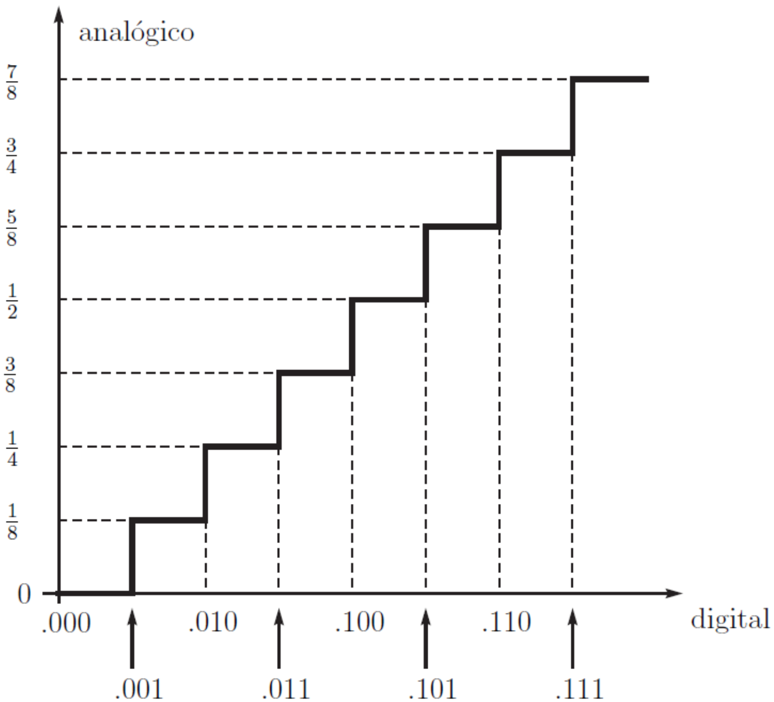
Números Binários Fracionários – Floating Point:

Uma fração de *n* bits é representada como:

$$N = a_{-1}2^{-1} + a_{-2}2^{-2} + \ldots + a_{-n}2^{-n}.$$

A tabela e a figura apresentam as frações e as representações gráficas associadas a 3 bits.

Decimal	MSB		LSB
0	0	0	0
1/8	0	0	1
1/4	0	1	0
3/8	0	1	1
1/2	1	0	0
5/8	1	0	1
3/4	1	1	0
7/8	1	1	1



Processamento Analógico e Digital de Sinais

Quantização:

O processo de converter um sinal de amplitude constante em um sinal digital expressando cada valor da amostra como um número finito (ao invés de infinito) de dígitos é chamado **quantização**.

O erro introduzido na representação de sinais de valores contínuos por um conjunto de níveis de valores discretos é chamado de erro de quantização ou ruído de quantização.

Processamento Analógico e Digital de Sinais

Quantização:

Nota-se na tabela do slide 17, reproduzida novamente abaixo, que para uma fração de 3 bits, o *MSB* representa metade do fundo de escala, enquanto que o *LSB* representa um oitavo do fundo de escala. Para um número qualquer com uma fração de *n* bits, pode-se escrever que:

- ✓ *MSB* corresponde á metade do fundo de escala (*FS*);
- ✓ *LSB* corresponde à 2^{-n} do *FS*.

Independentemente se inteiro ou fracionário, uma palavra de *n* bits determina 2^n estados distintos, ou seja, uma resolução de $1/2^n$.

Decimal	MSB		LSB
0	0	0	0
1/8	0	0	1
1/4	0	1	0
3/8	0	1	1
1/2	1	0	0
5/8	1	0	1
3/4	1	1	0
7/8	1	1	1

Processamento Analógico e Digital de Sinais

<u>Quantização</u>:

Na conversão *A/D* o sinal analógico é convertido para um sinal digital. Como o número de bits em uma palavra é finito, apenas uma resolução finita pode ser obtida em uma conversão *A/D*. Consequentemente, o número analógico é arredondado ou truncado para o número digital. Esta aproximação caracteriza o processo de quantização.

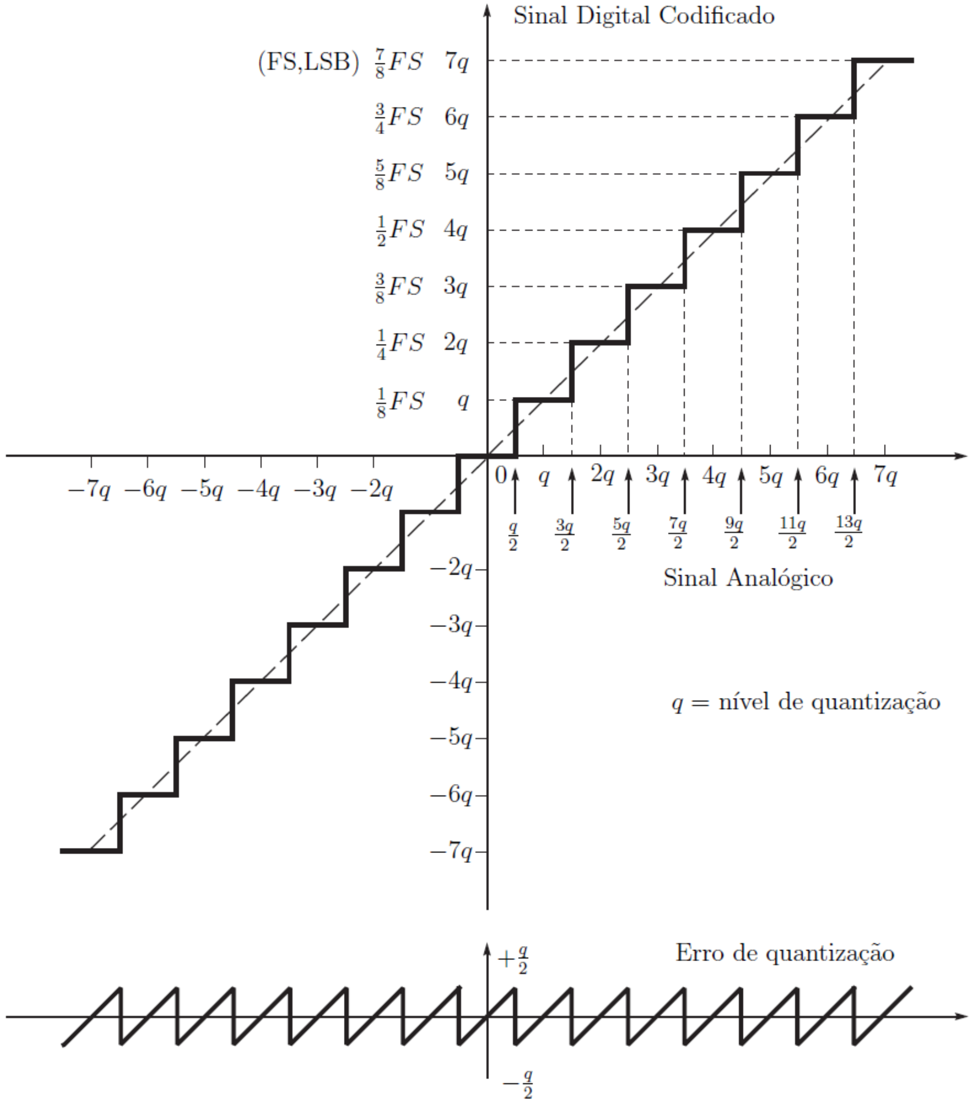
✓ Exemplos de arredondamento são: $3.55 \rightarrow 3.6$ e $-3.55 \rightarrow -3.6$.

✓ Exemplos de truncamento são: $3.55 \rightarrow 3.5$ e $-3.55 \rightarrow -3.5$.

Processamento Analógico e Digital de Sinais

<u>Quantização</u>:

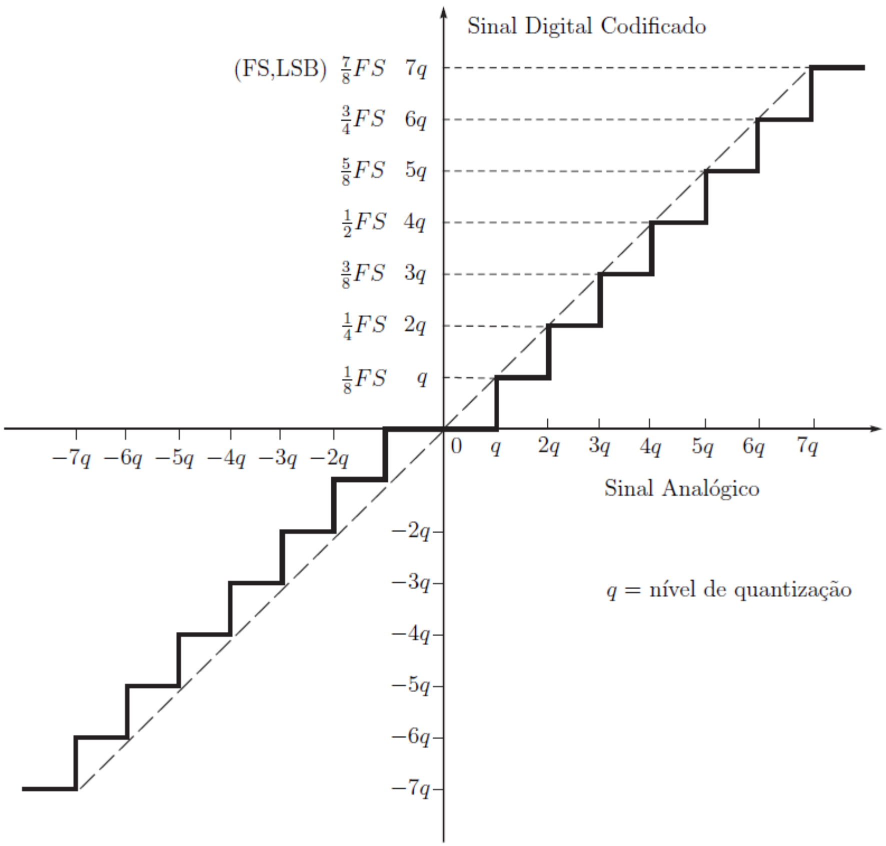
O nível de quantização corresponde ao menor intervalo de divisão, ou seja, equivale ao *LSB.* O erro de quantização é a diferença entre o que seria esperado e o degrau correspondente. A figura ao lado apresenta uma representação do processo de quantização com arredondamento. Nota-se que o maior erro de quantização é $\pm q/2$.

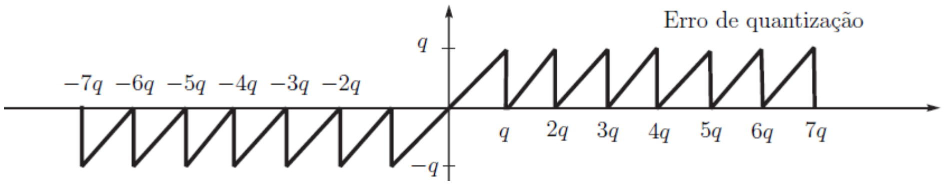


Processamento Analógico e Digital de Sinais

<u>Quantização</u>:

A figura ao lado apresenta uma representação do processo de quantização com truncamento. Nota-se na figura que o maior erro de quantização é $\pm q$.





Processamento Analógico e Digital de Sinais

Quantização:

A maior saída digital para 3 bits, que corresponde ao binário 111, é $7/8FS$.

Por exemplo, se a escala de uma conversão *A/D* é 10V , então $FS = 10V$.

Logo, $q = 1/8FS = 1.25V$.

O maior erro de quantização (arredondamento) será de $\pm q/2 = \pm 0.625$.

Logo, o máximo valor de saída possível será: $7/8FS+q/2 = 9.375V$.

Problema Exemplo 3.1

O sinal discreto *x(n) = -6.35cos(π/10n)* é quantizado com as seguintes resoluções:

i) = 0.1

ii) = 0.02.

Determine o número de bits requeridos na conversão *A/D* em cada caso.

Solução:

Dados: sinal discreto e resoluções de quantização.

Resultado desejado: número de bits requeridos na conversão *A/D* em cada caso.

Hipóteses: sinal digital.

Problema Exemplo 3.1

Cálculos: a variação total do sinal é de $x_{min} = -6.35$ ($n = 0$) até $x_{max} = +6.35$ ($n = 10$).

A resolução é dada pelo total da variação dividido pelo número de intervalos $L - 1$, ou seja,

$$\Delta = \frac{x_{max} - x_{min}}{L - 1},$$

ou ainda: $$L = \frac{x_{max} - x_{min}}{\Delta} + 1.$$

Para o primeiro caso, tem-se que: $$L = \frac{[6.35 - (-6.35)]}{0.1} + 1 = 128,$$

Problema Exemplo 3.1

Cálculos: e consequentemente $2^7 = 128$, indicando a necessidade de 7 bits.

Para o segundo caso, tem-se que:

$$L = \frac{[6.35 - (-6.35)]}{0.02} + 1 = 636,$$

e consequentemente $2^9 < 636 < 2^{10}$, indicando a necessidade de 10 bits.

Conclusões: para o caso (i) o número de bits necessário para a conversão *A/D* é de 7 bits e para o caso (ii) o número de bits necessário para a conversão *A/D* é de 10 bits.

Problema Exemplo 3.2

Um link de comunicação digital transporta palavras codificadas binárias representando amostras de um sinal de entrada: $x_a(t) = 5cos(400\pi t)+cos(1600\pi t)$. O link é operado a 22.000 bit/s e cada amostra de entrada é quantizada em 2048 diferentes níveis de voltagem. Sabendo disso, qual é a frequência de amostragem e a frequência de dobramento? Qual a frequência de Nyquist de $x_a(t)$? Quais as frequências no sinal discreto resultante $x(n)$. Qual é a resolução Δ?

Solução:

Dados: sinal analógico, razão de bits e níveis de voltagem.

Resultado desejado: frequência de amostragem, de dobramento, de Nyquist, frequências discretas após amostragem e resolução.

Hipóteses: sinal digital.

Problema Exemplo 3.2

Cálculos: o número de bits para a codificação de cada amostra é:

$$b = log_2 L = \ log_2 2048 = log_2 2^{11} \ = 11\ bits/amostra$$

Logo, a frequência de amostragem é dada por:

$$F_s = f_b/b = 22000/11 = 2000\ amostras/s$$

E a frequência de dobramento é:

$$F_F = F_s/2 = 2000/2 = 1000Hz$$

Para o sinal analógico, as frequências presentes são:

$$F_1 = 200Hz \quad \text{e} \quad F_2 = 800Hz$$

Problema Exemplo 3.2

Cálculos: assim, a frequência de Nyquist é:

$$F_N = 2F_{max} = 2F_2 = 1600Hz$$

Para as frequências discretas, têm-se:

$$f_1 = F_1/F_s = 200/2000 = 1/10 \quad \rightarrow \quad \omega_1 = (1/5)\pi \ rad$$

$$f_2 = F_2/F_s = 800/2000 = 2/5 \quad \rightarrow \quad \omega_2 = (4/5)\pi \ rad$$

A resolução é dada por:

$$\Delta = \frac{x_{max} - x_{min}}{L-1}$$

Onde os valores máximos e mínimos são:

Problema Exemplo 3.2

Cálculos:

$x_{max} = 6$

$x_{min} = -4.865$

E a resolução:

$$\Delta = \frac{6-(-4.865)}{2048-1} = \frac{10.865}{2047} \approx 0{,}005307$$

Conclusões: a frequência de amostragem é F_s = *2000 amostras/s*, a de dobramento é F_F = *1000Hz*, a de Nyquist é F_N = *1600Hz*, as discretas são $\omega_1 = (1/5)\pi$ *rad* e $\omega_2 = (4/5)\pi$ *rad* e a resolução é $\Delta \approx 0{,}005307$.

Encerramento

Final da aula 3.

Exercícios Propostos:

Livro Proakis e Manolakis (Digital Signal Processing, 1996) – 1.10, 1.11 e 1.14.

Próxima aula:

Filtros Analógicos.

13/08/2019