

**KEYWORDS** — Regressão Linear, Ruído Térmico, Constante de Boltzmann, Densidade Espectral de Potência

## I. INTRODUÇÃO

Em 1902, Albert Einstein sugeriu em um periódico da época que seria teoricamente possível medir a constante de Stefan-Boltzmann, fundamental nos fenômenos termodinâmicos, observando os efeitos da energia térmica em componentes eletrônicos. Em 2017, 115 anos depois, Todor M. Mishonov, do Laboratório de Medidas de Constantes Fundamentais, e seus colegas da Universidade de Sofia, na Bulgária, decidiram colocar as ideias de Einstein em prática em um experimento para estudantes durante a 5ª Olimpíada de Física Experimental dos Balcãs. Curiosamente, essa proposta nunca havia sido implementada de forma direta até então.

A abordagem utilizada, embora engenhosa, foi bastante simples. Ela explorou o fato de que o movimento aleatório dos elétrons (movimento browniano), uma manifestação de energia térmica, em uma resistência elétrica gera o que é conhecido como Ruído de Johnson-Nyquist, ou simplesmente Ruído Térmico: um ruído gaussiano de média zero. Assim, ao mensurar esse ruído, seria possível, em teoria, relacionar a energia elétrica com a energia térmica e calcular a constante de Boltzmann. Mas, como extrair informações úteis de uma variável aleatória com média nula? Estatisticamente, é simples: basta observar sua variância! Afinal, apesar da média ser zero, a variância do ruído está diretamente relacionada à sua energia—aquilo que, ao refletir um pouco, faz perfeito sentido.

Para implementar essa ideia, o experimento envolve acoplar um capacitor ( $C$  [F]) em paralelo com uma resistência ( $R$  [ $\Omega$ ]). Quando o sistema está em equilíbrio térmico, a potência quadrática média ( $< U^2 > [V^2]$ ) nos terminais do circuito pode ser expressa como:

$$< U^2 > = \frac{k_b T}{C},$$

onde  $T$  é a temperatura em Kelvin e  $k_b$  é a constante de Boltzmann e Joule por Kelvin ( $J.K^{-1}$ ). Essa relação estabelece que, para uma temperatura constante, a tensão quadrática média é inversamente proporcional à capacitância do sistema. Isso significa que, ao variar a capacitância e medir a tensão quadrática média em uma série de experimentos, é possível determinar o valor de  $k_b$ . Um ponto interessante desse modelo é que a resistência  $R$  não influencia o resultado final—ela “se cancela” matematicamente durante as deduções, deixando a resposta dependente apenas da capacitância e da temperatura. Dessa forma, o experimento se torna não apenas engenhoso, mas também direto e eficiente.

## II. ANALISE DOS DADOS

Classes $C_n$ [ $nF$ ]	Média	Mediana	Moda	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	F. Abs
[4.573 - 18.652]	11.459	10.870	4.755	4.772	4.755	17.711	13
[18.652 - 32.732]	29.410	29.410	28.780	0.891	28.780	30.040	2
[32.732 - 46.811]	36.570	36.950	35.710	0.746	35.710	37.050	3
[46.811 - 60.891]	51.690	50.805	48.290	4.204	48.290	59.620	6
[60.891 - 74.97]	66.287	63.770	62.640	5.814	62.640	74.970	4
Geral	30.944	28.780	4.573	22.180	4.573	74.970	29

Table 1: A table

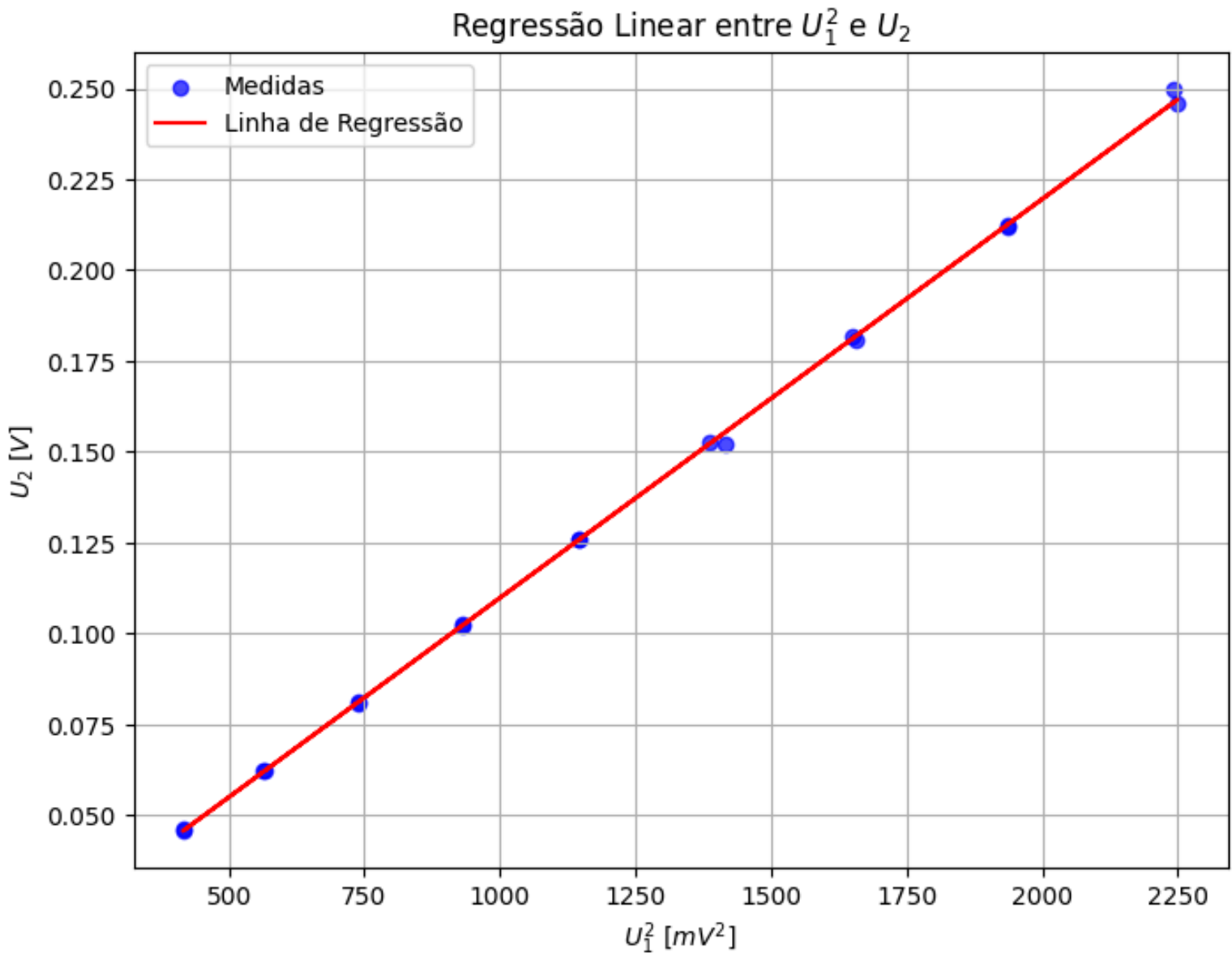


Figure 1: An Image

Classes $U_1^2$ [ $mV^2$ ]	Média $U_2$ [V]	Desvio Padrão [V]	Frequência Absoluta
[416.025 - 782.82]	0.072	0.011	4
[782.82 - 1149.615]	0.114	0.014	4
[1149.615 - 1516.41]	0.152	0.000	2
[1516.41 - 1883.205]	0.181	0.000	2
[1883.205 - 2250.0]	0.230	0.021	4

Table 2: A table

## III. REGRESSÃO LINEAR

Os parâmetros...

Classes $C_n^{-1}$ [ $10^6 F^{-1}$ ]	Média $(U_2^2 T^{-1})$ [ $10^{-6} V^2 K^{-1}$ ]	Desvio Padrão [ $10^{-6} V^2 K^{-1}$ ]	Freq. Absoluta
[13.3 - 54.4]	25,059	2,864	15
[54.4 - 95.5]	42,410	7,223	7
[95.5 - 136.5]	55,824	0,730	2
[136.5 - 177.6]	76,708	8,414	2
[177.6 - 218.7]	99,124	3,011	3

Table 3: A table

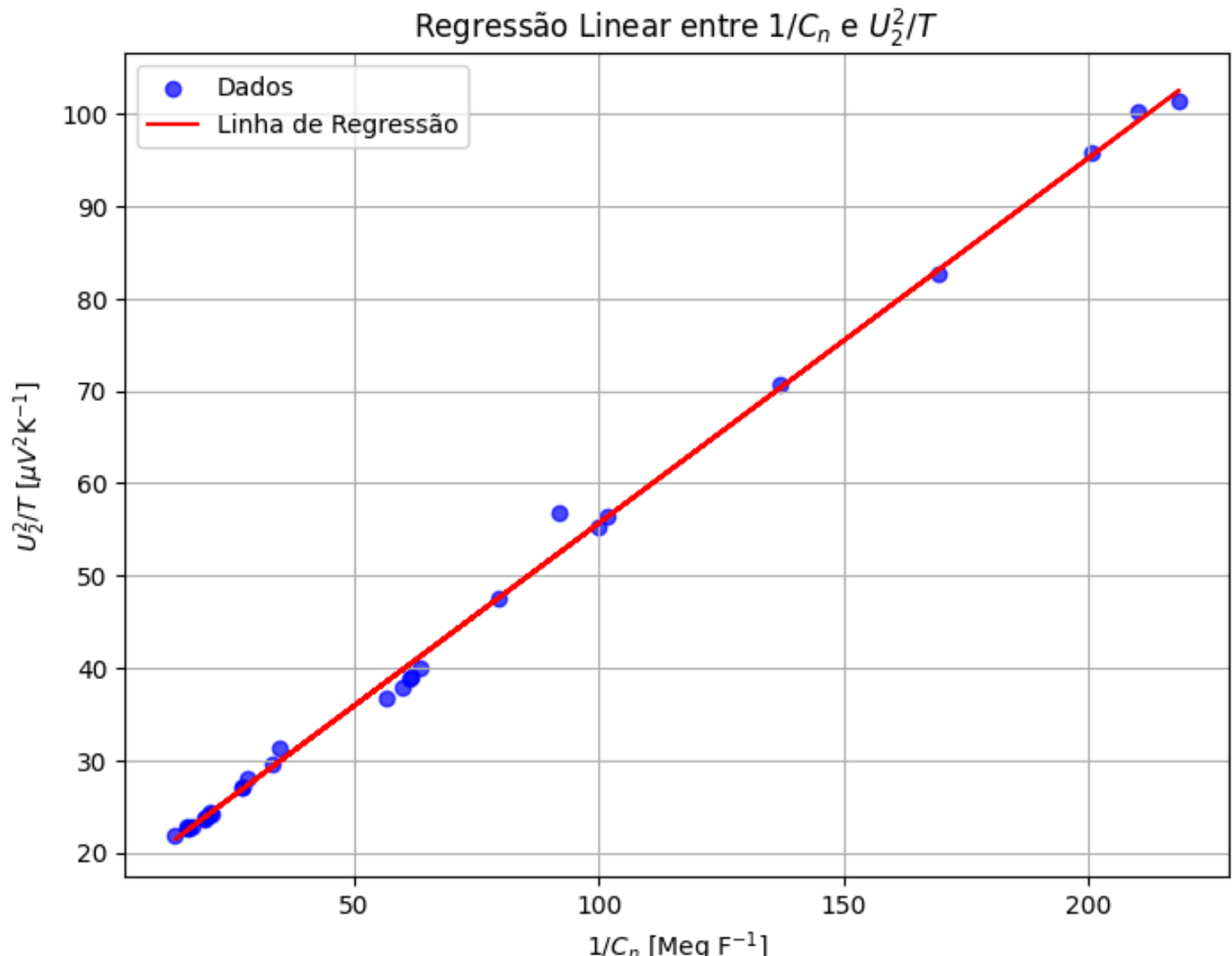


Figure 2: An Image

<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Coefficiente Angular (a):</b> 1, 401.10<sup>-2</sup></li><li>• <math>k_b</math> <b>(medido):</b> 1, 40.10<sup>-23</sup> ± 3, 0.10<sup>-25</sup> J.K<sup>-1</sup></li><li>• <b>R²:</b> 0, 9881</li><li>• <math>k_b</math> <b>(real):</b> 1, 38.10<sup>-23</sup></li><li>• <b>Erro Relativo (%):</b> 1, 5%</li></ul>
---

Figure 3: Resultados da Regressão Linear

## IV. REFERÊNCIAS

- T. M. Mishonov, V. N. Gourev, I. M. Dimitrova, N. S. Serafimov, A. A. Stefanov, E. G. Petkov, and A. M. Varonov, “Determination of the Boltzmann constant by the equipartition theorem for capacitors,” **European Journal of Physics**, vol. 40, no. 3, p. 035102, Apr. 2019. doi: [10.1088/1361-6404/ab07e0](https://doi.org/10.1088/1361-6404/ab07e0).
- B. P. Lathi and Z. Ding, **Modern Digital and Analog Communication Systems**, Oxford series in electrical and computer engineering. Oxford University Press, 2019. Available: [https://books.google.com.br/books?id=KZpnsWEACAAJ](https://books.google.com.br/books?id=KZpnsWEACAAJ)