

Método Jacobi-Richardson

Sistema $4x_0 + 2x_1 + x_2 = 7$
 Linear $x_0 + 3x_1 + x_2 = -8$
 $2x_0 + 3x_1 + 6x_2 = 6$

Matriz A

			Vet B
4	2	1	7
1	3	1	-8
2	3	6	6

Matriz A*

			Vet B*
0	0,5	0,25	1,75
0,333333	0	0,333333	-2,6667
0,333333	0,5	0	1

A* e B* tem seus valores divididos pelo respectivo elemento da diagonal principal de A. Diagonal de A* é nula

Converge? 0,75 =>Soma dos absolutos da linha A*[0]
 Se max < 1 0,666667 =>Soma dos absolutos da linha A*[1]
 0,833333 =>Soma dos absolutos da linha A*[3]

Vetor $x[i]^{k+1} = B^*[i] - (A^*[i][j].x[j]^k)$, para $i < j$ e $0 \leq j < n$

Iterações k	x[0]	x[1]	x[2]	Somat de (A*[i][j].x[j]^k)		
x^0	1,750	-2,667	1,000			
x^1	2,833	-3,583	1,750	1,083	-0,917	0,750
x^2	3,104	-4,194	1,847	1,354	-1,528	0,847
x^3	3,385	-4,317	2,063	1,635	-1,650	1,063
x^4	3,393	-4,483	2,030	1,643	-1,816	1,030
x^5	3,484	-4,474	2,110	1,734	-1,808	1,110
x^6	3,460	-4,531	2,076	1,710	-1,865	1,076
x^7	3,497	-4,512	2,112	1,747	-1,845	1,112
x^8	3,478	-4,536	2,090	1,728	-1,870	1,090
x^9	3,496	-4,523	2,109	1,746	-1,856	1,109
x^{10}	3,484	-4,535	2,096	1,734	-1,868	1,096
x^{11}	3,493	-4,527	2,106	1,743	-1,860	1,106
x^{12}	3,487	-4,533	2,099	1,737	-1,866	1,099
x^{13}	3,492	-4,529	2,104	1,742	-1,862	1,104

(comparando o resultado com B)
 7,01
 -7,99
 6,02

$i=0$ $A_{00}.X_0 + A_{01}.X_1 + A_{02}.X_2 = B_0$
 $-A_{00}.X_0 = A_{01}.X_1 + A_{02}.X_2 - B_0$
 $-X_0 = 1/A_{00} \cdot (-B_0 + A_{01}.X_1 + A_{02}.X_2)$
 $X_0 = 1/A_{00} \cdot (B_0 - A_{01}.X_1 - A_{02}.X_2)$ Substitui $x_1^{(k)}$ e $x_2^{(k)}$ para encontrar $x_0^{(k+1)}$.
 $X_0^{k+1} = 0.X_0 - (A_{01}/A_{00}).X_1 - (A_{02}/A_{00}).X_2 + B_0/A_{00}$

$i=1$ $A_{10}.X_0 + A_{11}.X_1 + A_{12}.X_2 = B_1$
 $-A_{11}.X_1 = A_{10}.X_0 + A_{12}.X_2 - B_1$
 $-X_1 = 1/A_{11} \cdot (-B_1 + A_{10}.X_0 + A_{12}.X_2)$
 $X_1 = 1/A_{11} \cdot (B_1 - A_{10}.X_0 - A_{12}.X_2)$ Substitui $x_0^{(k)}$ e $x_2^{(k)}$ para encontrar $x_1^{(k+1)}$.
 $X_1^{k+1} = - (A_{10}/A_{11}).X_0 - 0.X_1 - (A_{12}/A_{11}).X_2 + B_1/A_{11}$

$i=2$ $A_{20}.X_0 + A_{21}.X_1 + A_{22}.X_2 = B_2$
 $-A_{22}.X_2 = A_{20}.X_0 + A_{21}.X_1 - B_2$
 $-X_2 = 1/A_{22} \cdot (-B_2 + A_{20}.X_0 + A_{21}.X_1)$
 $X_2 = 1/A_{22} \cdot (B_2 - A_{20}.X_0 - A_{21}.X_1)$ Substitui $x_0^{(k)}$ e $x_1^{(k)}$ para encontrar $x_2^{(k+1)}$.
 $X_2^{k+1} = - (A_{20}/A_{22}).X_0 - (A_{21}/A_{22}).X_1 - 0.X_2 + B_2/A_{22}$

Qual é o critério de parada? Enquanto $mr^{k+1} > 0,001$
 $\text{Diff}[i]^{k+1} = \text{Abs}(x[i]^{k+1} - x[i]^k)$, para $0 \leq i < n$
 $Mr^{k+1} = \text{Max}(\text{Diff}[0]^{k+1}; \dots; \text{Diff}[n-1]^{k+1}) / \text{Max}(\text{Abs}(x[0]^{k+1}; \dots; x[n-1]^{k+1}))$

Dif.[0..n-1] ^{k+1}				Mr ^{k+1}
Dif[0]	Dif[1]	Dif[2]		
1,083	0,917	0,750		0,302
0,271	0,611	0,097		0,146
0,281	0,123	0,215		0,065
0,008	0,166	0,032		0,037
0,091	0,008	0,080		0,020
0,024	0,057	0,034		0,013
0,037	0,020	0,037		0,008
0,019	0,025	0,022		0,005
0,018	0,014	0,019		0,004
0,011	0,012	0,013		0,003
0,009	0,008	0,010		0,002
0,007	0,006	0,007		0,002
0,005	0,005	0,005		0,001

\leq critério de parada $Mr \leq 0,001$

O resultado final encontra-se na última iteração de x ($x^{13} = \{3,492; -4,529; 2,104\}$)
 Substituindo-se $x^{13}[0]$, $x^{13}[1]$ e $x^{13}[2]$ no sistema tem-se, aproximadamente, 7, -8 e 6