Problema 1

Demuestren que la solucion dada para cada recurrencia es la correcta utilizando el método de sustitutción.

$T(n) = T(n-1) + n \qquad O(n^2)$

$= (n-1)^2 + n$

$= n^2 - 2n + 1 + n$

$= n^2 - n + 1$

$= n^2$ //

$T(n) = t\left(\frac{n}{2}\right) + 1 \qquad O(\log n)$

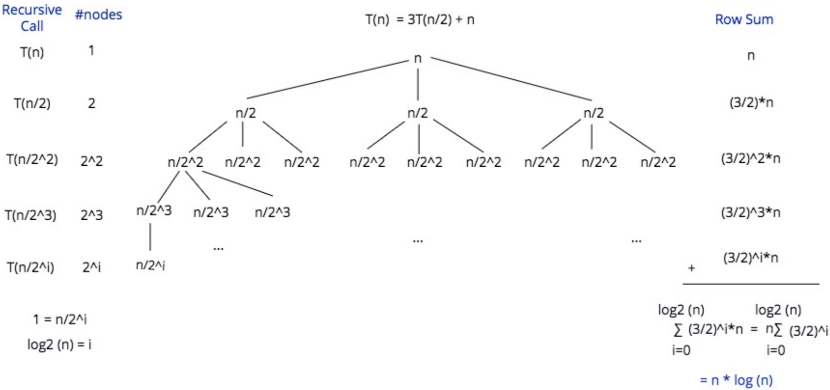
$= \lg\left(\frac{n}{2}\right) + 1$

$= \lg\left(\frac{n}{2}\right)$

$= \lg(n)$ //

Problema 2

Utilicen el metodo de arbol recursivo para encontrar un limite asintotico. Utilicen el metodo de sustitucion para comprobar.



Utilicen el metodo de sustitucion para comprobar.

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n \qquad O(n \lg n)$$

$$T(n) = 3\left[\frac{n}{2} \cdot \lg\left(\frac{n}{2}\right)\right] + n$$

$$<= \frac{3}{2}n \cdot \lg\left(\frac{n}{2}\right) + n$$

$$<= \frac{3}{2}n \cdot [\lg n - \lg 2] + n$$

$$<= \frac{3}{2}n \cdot \lg n - \frac{3}{2}n + n$$

$$\boxed{<= cn \cdot \lg n}$$

Problema 3

Encuentren un limite asintotico para cada problema utilizando el metodo maestro.

① $T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + 1$

- $a = 2 \quad b = 4 \quad f(n) = 1$
- $n^{\log_4 2} = \sqrt{n}$
- $n^{\log_4 2} = n^{1/2} > 1$

$= \text{indeterminado}$ //

② $T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n}$

- $a = 2 \quad b = 4 \quad f(n) = \sqrt{n}$
- $n^{\log_4 2} = \sqrt{n}$
- $\underset{n^{\log_b a}}{n^{1/2}} < \underset{f(n)}{n^{1/2}}$

● APLICA CASO 2 ●

$f(n) = o(\sqrt{n})$

$T(n) = (n^{\log_4 2} \cdot \log(n))$

$= O(\sqrt{n} \cdot \lg(n))$

③ $T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + n$

⊗ $a = 2 \quad b = 4 \quad f(n) = n$

$$n^{\log_4 2} = n^{1/2}$$

$\hookrightarrow n^{1/2} < \underset{f(n)}{n}$

● APLICA CASO 3 ●

Regularity condition.

$a \cdot f\left(\frac{n}{b}\right) <= cf(n)$ where $c < 1$.

$2 \cdot \sqrt{\frac{n}{4}} <= cn$

$\sqrt{n} <= cn \rightarrow$ comprobado

$f(n) = \Omega(n^{\log_4 2} + \varepsilon)$

$T(n) = \Theta(f(n)) = \Theta(n)$ //

④ $T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + n^2$

② $a=2 \quad b=4 \quad f(n) = n^2$

③ $n^{\log_4 2} = \sqrt{n}$

$\sqrt{n} = n^2$

• APLICA CASO 3 •

$a \cdot f\left(\frac{n}{b}\right) <= c \cdot f(n)$ where $c<1$

$2 \cdot \sqrt{\frac{n}{4}} \leq = cn^2$

$\sqrt{n} \leq cn^2$

$f(n) = \Omega(n^{\log_4 2} + \varepsilon)$

$T(n) = O(f(a)) = \Theta(n^2)$ //