Instituto Tecnológico Autónomo de México

EST-25134: Aprendizaje Estadístico

Primavera 2017

Tareas

F: 25 de enero de 2017

1. Consideremos que (Y,X) son variables aleatorias que toman valores en $\Re^2$. Supongamos que

$$(Y,X) \sim N_2\left((y,x)|(\mu_y,\mu_x),\Sigma\right),$$

donde

$$\mathbf{\Sigma} = \left(\begin{array}{cc} \sigma_y^2 & \sigma_{yx} \\ \sigma_{yx} & \sigma_x^2 \end{array} \right).$$

Se sabe que tanto para X como para Y las corespondientes distribuciones marginales son gaussianas con,

$$\begin{aligned} f_Y(y) &= \int N_2\left((y,x)|(\mu_y,\mu_x),\Sigma\right) dx = N\left(y|\mu_y,\sigma_y^2\right), \\ f_X(x) &= \int N_2\left((y,x)|(\mu_y,\mu_x),\Sigma\right) dy = N\left(x|\mu_x,\sigma_x^2\right). \end{aligned}$$

Muestra que la distribución condicional de Y dado $X = x$ es de la forma,

$$Y|X = x \sim N(y|a + bx, \sigma^2),$$

i.e. $\mathbb{E}(Y|X = x) = a + bx$, y exhibe que a (a, b, σ^2) como función de $(\mu_y, \mu_x, \sigma_y^2, \sigma_x^2, \sigma_{yx})$.

2. Para un conjunto de datos, $(y_i, \boldsymbol{x}_i)_{i=1}^n$ con

$$y_i|\boldsymbol{x}_i \sim N(y_i|\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\theta}, \sigma^2),$$

muestra que la verosimilitud para $(\boldsymbol{\theta}, \sigma^2)$ es

$$lik(\boldsymbol{\theta}, \sigma^2) \propto N_n\left(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{X}'\theta, \sigma^2\mathbb{I}_n\right),$$

como función de $(\boldsymbol{\theta}, \sigma^2)$.

F: 13 de febrero de 2017

1. Definan una función real objetivo, y ejecuten diferentes ejercicios con el modelo planteado para estarla.
2. Elaboren ideas acerca de cómo estimar $(\gamma_j)_{j=1}^J$ y $(\boldsymbol{c}_j)_{j=1}^J$, simultáneamente con

$$(\omega_j)_{j=1}^J$$

.