EST-25134: Aprendizaje Estadístico – ITAM

Primavera 2017

Sesión 01

Funciones de distribución

Traten de identificar el kernel y constante de normalización en las siguientes distribuciones:

- *Distribución Bernoulli.*- Para X v.a. con soporte en $\mathcal{X} = \{0, 1\}$, la función de masas de probabilidades es,
$$f_X(x|\alpha, \beta) = \alpha^x (1-\alpha)^{1-x} \mathbf{1}_{\{0,1\}}(x), \tag{1}$$
con $0 < \alpha < 1$.
- *Distribución beta.*- Para X v.a. con soporte en $\mathcal{X} = (0, 1)$, la función de densidad,
$$f_X(x|\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} \mathbf{1}_{(0,1)}(x), \tag{2}$$
con $\alpha, \beta > 0$.
- *Distribución multinomial.*- Para X variable aleatoria con soporte en $\mathcal{X} = \{0, 1\}^K$, con K finito y conocido, tenemos que la función de masas de probabilidades es,
$$f_X(x|\alpha_1, \ldots, \alpha_K) = \prod_{k=1}^{K} \alpha_k^{x_k} \mathbf{1}_{\{0,1\}^K}(x), \tag{3}$$
donde $\alpha_k \geq 0$ y $\sum_{k=1}^{K} = 1$.
- *Distribución Dirichlet.*- Para X v.a. con soporte en $\mathcal{X} = \mathcal{S}_K$ (simplex de dimensión $(K-1)$), de tiene que la función de densidad es,
$$f_X(x|\alpha_1, \ldots, \alpha_K) = \frac{\Gamma(\alpha_0)}{\Gamma(\alpha_1)\cdots\Gamma(\alpha_K)} \prod_{k=1}^{K} x_k^{\alpha_k} \mathbf{1}_{\mathcal{S}_K}(x), \tag{4}$$
donde $\alpha_0 = \sum_{k=1}^{K} \alpha_k$, con $\alpha_k > 0$.