

# **Recursividade**

Aula 17

# Recursão

- É um conceito geral (independe da computação)
  - Letras: GNU, Allegro (Allegro Low-Level Game Routines)
  - Matemática
  - Artes: música, pintura
- **É a definição da solução de um problema em função de uma instância menor dele mesmo!**

# Exemplo de definição recursiva

- Fatorial de um número:
  - $5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1$
  - $4! = 4 * 3 * 2 * 1$
  - $5! = 5 * 4!$
- Podemos dizer que  $\text{fatorial}(n) = n * \text{fatorial}(n-1)!$

# Forma Recursiva

- A recursão precisa de três elementos base:
  - Caso base ou condição de parada
  - Processamento a cada etapa
  - Chamada recursiva



# Exemplo

```
int fatorial(int n){  
    if(n == 1 || n == 0)  
        return 1;  
    else  
        return n*fatorial(n-1);  
}
```

```
int main(){  
    int n;  
    scanf("%d", &n);  
    printf("%d\n", fatorial(n));  
    return 0;  
}
```

- **Condição de Parada**
- **Processamento**
- **Chamada recursiva**

# Recursividade x Iteratividade

- Muitas vezes, a forma recursiva é mais natural para abordarmos um problema
  - Série de Fibonacci

$$f(n) = \begin{cases} n=0 & 0 \\ n=1 & 1 \\ n>1 & f(n-1) + f(n-2) \end{cases}$$

# Fibonacci Iterativo

```
#include <stdio.h>
int main( void )
{
    int i, j, n, fib;
    scanf( "%i", &n );
    fib = 0;
    j = 1;
    for(i=1; i<n; i++)
    {
        j = fib + j;
        fib = j - fib;
    }
    printf( "%d\n", fib );
    return 0;
}
```



# Fibonacci Recursivo

```
int fib( int x )
{
    if( x <= 1 )
        return x;
    else
        return fib(x-1) + fib(x-2);
}

int main(){
    int n;
    scanf("%d", &n);

    printf("%d\n", fib(n));
    return 0;
}
```





# Explorando as possibilidades

- A recursão pode ser usada como procedimento
- Normalmente usamos recursão quando queremos explorar todas as possibilidades de um problema
  - Backtracking

# Processamento

- O processamento de informações pode ocorrer:
  - antes da chamada recursiva (pré-processamento)
  - após a chamada recursiva (pós-processamento)
- Uma recursão que faz todo o processamento antes da chamada recursiva é uma **recursão em cauda** (similar a um loop)

# Exemplo - Conversão de Base

- Faça um programa que converta um número da base decimal para a base binária
  - Ex:  $15 = 1111$

# Solução Recursiva

- Para  $n = 10$ 
  - $10 / 2 = 5$  (Resto 0)
  - $5 / 2 = 2$  (Resto 1)
  - $2 / 2 = 1$  (Resto 0)
  - $1 / 2 = 0$  (Resto 1)
- O valor binário é a ordem invertida dos restos: 1010

# Solução Recursiva

- A divisão é um **pré-processamento** (você divide e então faz a chamada)
- A impressão é um **pós-processamento** (você só imprime o número após a chamada da função retornar)

# Solução Recursiva

```
#include <stdio.h>
```

```
void binario(int n){  
    if(n > 0){  
        binario(n/2);  
        printf("%d", n%2);  
    }  
}
```

```
int main(){  
    int n;  
  
    scanf("%d", &n)  
    binario(n);  
    printf("\n");  
  
    return 0;  
}
```

# Recursão Mútua ou Indireta

- Uma recursão pode ser montada usando mais de uma função
- Nesse caso, a recursão se dá quando um ciclo de chamadas é feito
  - Ex: função1 → função2 → função 1

# Exemplo

```
int ehPar(int n){  
    if(n == 0)  
        return 1;  
    else  
        return ehImpar(n-1);  
}
```

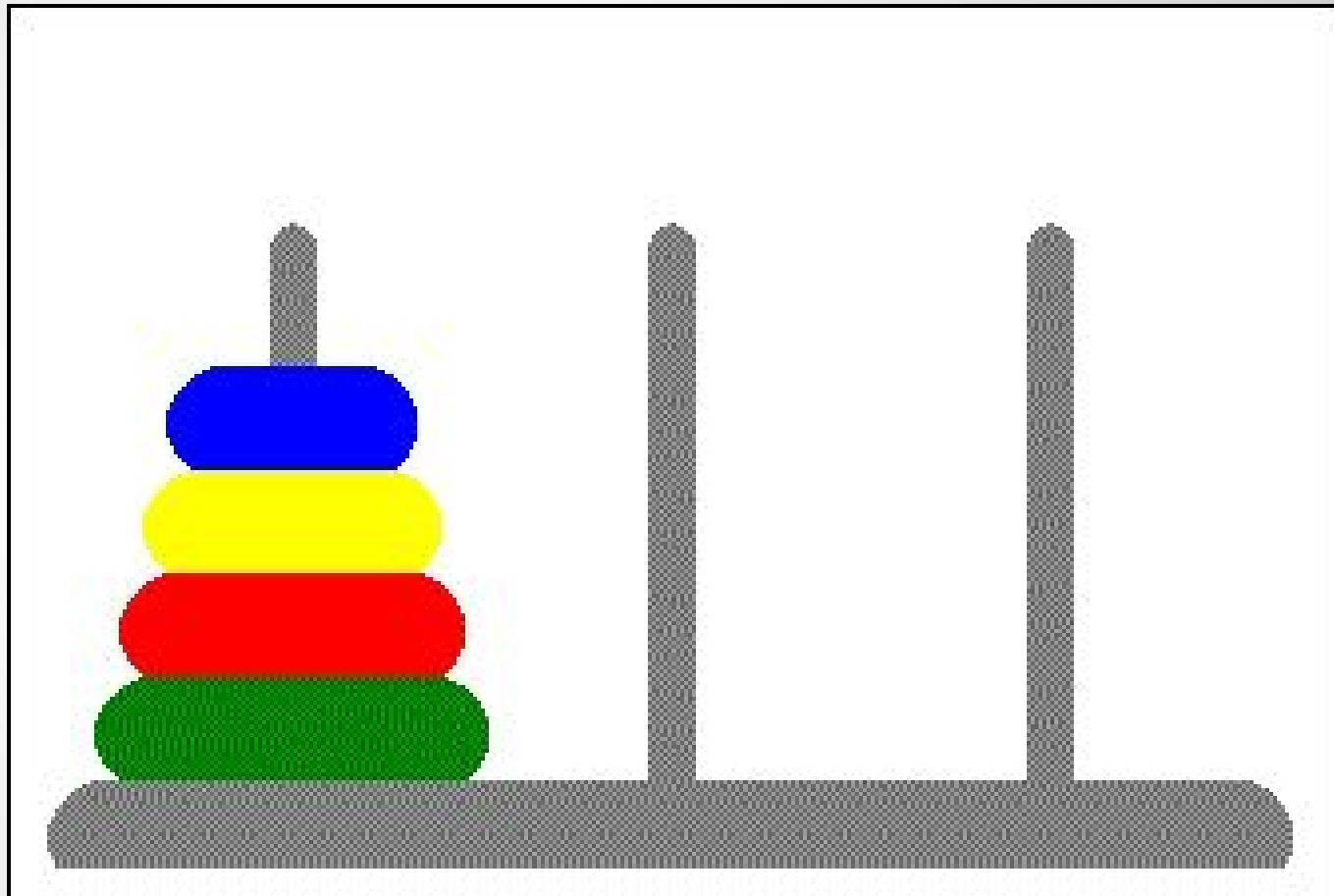
```
int ehImpar(int n){  
    if(n == 0)  
        return 0;  
    else  
        return ehPar(n-1);  
}
```



# Dúvidas?



# Torres de Hanói



# Torres de Hanói

- Mover os discos de uma torre para a outra
- Um disco maior não pode ser colocado sobre um disco menor

# Solução Recursiva

```
int main(){
    int n;

    printf("Digite o numero de discos a serem movidos: ");
    scanf("%d", &n);

    //Considerando os 3 pinos respectivamente A, B e C
    resolve_hanoi(n, 'A', 'B', 'C');

    return 0;
}
```

# Solução Recursiva

```
#include <stdio.h>
```

```
void resolve_hanoi(int n, char origem, char inter, char destino){  
    if(n>0){  
        resolve_hanoi(n-1, origem, destino, inter);  
        printf("Mova %d de %c para %c\n", n, origem, destino);  
        resolve_hanoi(n-1, inter, origem, destino);  
    }  
}
```

# Problema 01

- Zoro é um grande espadachim, porém ele tem um péssimo senso de direção! Isso faz com que ele constantemente se perca dos outros e acabe indo parar no lugar errado dos duelos.



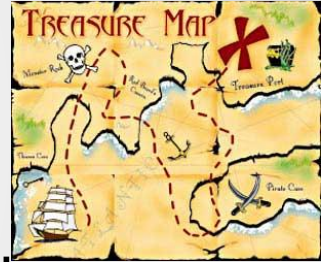
# Mapa do (T?)Zoro

- Preocupados que isso possa afetar a sua equipe, o bando do Chapéu de Palha resolveu pedir que os alunos de ITP fizessem um programa que ajudasse o Zoro a achar os locais corretos das batalhas!



# Zoro Total?

- Seu programa lerá quatro valores inteiros: a posição (x,y) inicial de Zoro e a posição (x,y) onde a batalha acontece.



- Você deverá traçar um mapa para que o zoro chegue da posição inicial até a posição final, imprimindo cada passo que Zoro deve dar (senão, ele irá se perder)!



# Exemplo de Entrada e Saída

## ● Entrada

0 0 5 0



## Saída

Passa por (0,0)

Passa por (1,0)

Passa por (2,0)

Passa por (3,0)

Passa por (4,0)

Chega em (5,0)

# Proposta de Solução

```
void caminho(int origx, int origy, int* destx, int* desty){  
    if(origx < 0 || origy < 0)  
        return;  
    else if(origx != *destx){  
        if(origx > *destx){  
            printf("Passa por (%d,%d)\n", origx, origy);  
            caminho(--origx, origy, destx, desty);  
        }  
        else{  
            printf("Passa por (%d,%d)\n", origx, origy);  
            caminho(++origx, origy, destx, desty);  
        }  
    }  
}
```

# Proposta de Solução

```
else if(origy != *desty){
    if(origy > *desty){
        printf("Passa por (%d,%d)\n", origx, origy);
        caminho(origx, --origy, destx, desty);
    }
    else{
        printf("Passa por (%d,%d)\n", origx, origy);
        caminho(origx, ++origy, destx, desty);
    }
}
else{
    printf("Chega em (%d,%d)\n", origx, origy);
}}
```

# Proposta de Solução

```
int main(){
    int iniciox, inicioy;
    int finalx, finaly;

    scanf("%d %d %d %d", &iniciox, &inicioy, &finalx, &finaly);
    caminho(iniciox, inicioy, &finalx, &finaly);

    return 0;
}
```

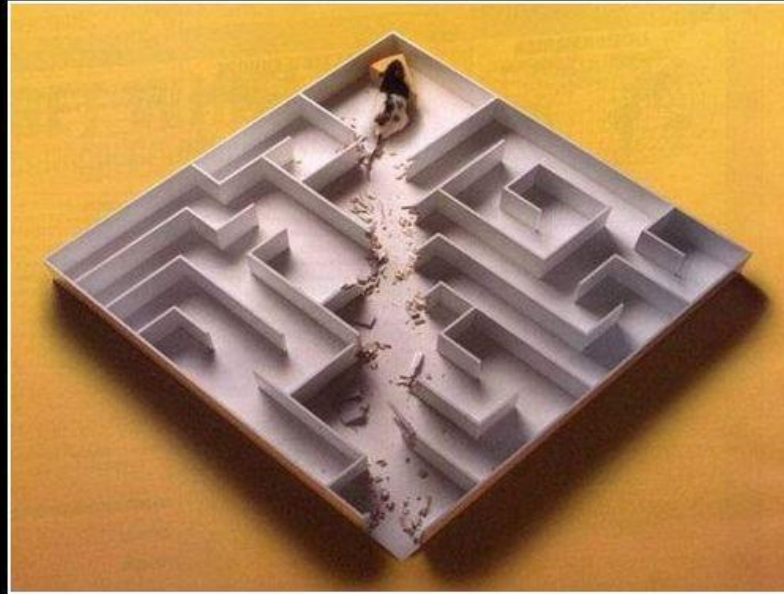
# Problema 02

- Dado um labirinto, descubra se é possível sair da posição inicial e chegar em uma determinada posição final.
- Seu programa lerá um mapa  $N \times N$  ( $N \leq 40$ ). Cada posição do mapa será representado por um valor inteiro, 0 sendo uma casa livre para andar e 1 sendo uma barreira
- Verificar se a partir de uma posição inicial  $(x,y)$  é possível chegar em uma posição final  $(x', y')$ .

# Maze Runner

- Seu programa lerá da entrada:
  - A dimensão do mapa  $N$
  - $N \times N$  entradas, representando cada posição do labirinto
  - A posição inicial
  - A posição final desejada
- Seu programa deve imprimir “Freedom” se conseguir alcançar a posição, e “Trapped” caso contrário.

# Maze Runner



**PROBLEMS**  
This is how you solve them

# Solução

- Vamos usar uma técnica mais avançada de programação para resolver esse problema: uma função que explora todas as possibilidades (backtracking), mas se lembra do caminho que fez até o ponto em que está.
- Dessa forma iremos evitar que fiquemos presos em um ciclo dentro do labirinto!



# Solução - Função Principal

```
#include <stdio.h>
#include <string.h>

int main(){
    int lab[41][41];
    int percurso[41][41];
    int n, ok, i, j;
    int origx, origy, destx, desty;
    memset(lab, 0, sizeof(lab));
    memset(percurso, 0, sizeof(percurso));
```

# Solução - Função Principal

```
scanf("%d", &n);

for(i=0; i<n; i++){
    for(j=0; j<n; j++){
        scanf("%d", &lab[i][j]);
    }
}

scanf("%d %d", &origx, &origy);
scanf("%d %d", &destx, &desty);
```

# Solução - Função Principal

```
    ok = percorreLab(origx, origy, destx, desty, n-1, lab,
percurso);

    if(ok)
        printf("Freedom\n");
    else
        printf("Trapped\n");

    return 0;
}
```

# Função de Movimento - Caso Base

```
int percorreLab(int ox, int oy, int dx, int dy, int tam, int  
mat[41][41], int path[41][41]){  
    int ok;  
  
    if(ox == dx && oy == dy)  
        return 1;
```

# Testa o movimento para baixo

```
else{
    if(ox < tam && mat[ox+1][oy] == 0 && path[ox+1][oy] ==
0){
        path[ox+1][oy] = 1;
        ok = percorreLab(ox+1, oy, dx, dy, tam, mat, path);
        if(ok) return 1;
        path[ox+1][oy] = 0;
    }
```

# Testa o movimento para direita

```
if(oy<tam && mat[ox][oy+1] == 0 && path[ox][oy+1] == 0){  
    path[ox][oy+1] = 1;  
    ok = percorreLab(ox, oy+1, dx, dy, tam, mat, path);  
    if(ok) return 1;  
    path[ox][oy+1] = 0;  
}
```

# Testa o movimento para esquerda

```
if(oy > 0 && mat[ox][oy-1] == 0 && path[ox][oy-1] == 0){  
    path[ox][oy-1] = 1;  
    ok = percorreLab(ox, oy-1, dx, dy, tam, mat, path);  
    if(ok) return 1;  
    path[ox][oy-1] = 0;  
}
```

# Testa o movimento para cima

```
    if(ox > 0 && mat[ox-1][oy] == 0 && path[ox-1][oy] == 0){  
        path[ox-1][oy] = 1;  
        ok = percorreLab(ox-1, oy, dx, dy, tam, mat, path);  
        if(ok) return 1;  
        path[ox-1][oy] = 0;  
    }  
  
    return 0;  
}  
}
```