Universidad Nacional
Autónoma de México

Facultad de
Ingeniería

Bases de Datos (1644)

Grupo 1

Tarea 5

Profesor: Ing. Fernando Arreola Franco

Alumno: Medina Guzmán Santiago

Semestre: 2025-2

Axiomas de Armstrong

Decimos que F es el conjunto de dependencias funcionales especificadas en un esquema de relación R. Habitualmente, el diseñador del esquema especifica las dependencias funcionales que son *semánticamente obvias*; sin embargo, es habitual que otras muchas dependencias funcionales se encuentren en *todas* las instancias de relación legales entre los conjuntos de atributos que pueden derivarse y satisfacen las dependencias de F. Esas otras dependencias pueden *inferirse* o *deducirse* de las DF de F. En la vida real, es imposible especificar todas las dependencias funcionales posibles para una situación concreta. Por ejemplo, si cada departa mento tiene un director, de manera que `NúmeroDpto` determina de forma única `DniDirector` (`NúmeroDpto` → `DniDirector`), y un director tiene un único número de teléfono `TeléfonoDirector` (`DniDirector` → `TeléfonoDirector`), entonces ambas dependencias juntas suponen que `NúmeroDpto` → `TeléfonoDirector`. Esto es una DF inferida y no tiene que declararse explícitamente. Por tanto, formalmente es útil definir un concepto llamado *clausura (closure)* que incluye todas las posibles dependencias que pueden inferirse de un conjunto F dado.

Definición. Formalmente, el conjunto de todas las dependencias que incluyen F, junto con las dependencias que pueden inferirse de F, reciben el nombre de **clausuras** de F; está designada mediante F^+.

Por ejemplo, supóngase que especificamos el siguiente conjunto F de dependencias funcionales obvias en el esquema de relación siguiente:

$$F = \{Dni \rightarrow \{NombreE, FechaNac, Dirección, NúmeroDpto\},$$

$$NúmeroDpto \rightarrow \{NombreDpto, DniDirector\}\}$$

Las siguientes son algunas de las dependencias funcionales adicionales que se pueden *inferir* de F:

$$Dni \rightarrow \{NombreDpto, DniDirector\}$$

$$Dni \rightarrow Dni$$

$$NúmeroDpto \rightarrow NombreDpto$$

Una $DF\ X \rightarrow Y$ es **inferida de** un conjunto de dependencias F especificado en R si $X \rightarrow Y$ se cumple en todo estado de relación legal r de R; es decir, siempre que r satisfaga todas las dependencias en F, $X \rightarrow Y$ también se cumple en r. La clausura F^+ de F es el conjunto de todas las dependencias funcionales que pueden inferirse de F. Para determinar una manera sistemática de inferir dependencias, debemos descubrir un conjunto de **reglas de inferencia** que puedan usarse para deducir nuevas dependencias a partir de un conjunto de dependencias concreto. A continuación, vamos a considerar algunas de estas reglas de inferencia. Usamos la nota ción $F \mid = X \rightarrow Y$ para indicar que la dependencia funcional $X \rightarrow Y$ se infiere del conjunto de dependencias funcionales F.

En la siguiente explicación, se usará una notación abreviada para hablar de las dependencias funcionales. Por conveniencia, concatenamos las variables de atributo y eliminamos las comas. Por tanto, la $DF\ \{X, Y\} \rightarrow Z$ se expresa de forma abreviada como $XY \rightarrow Z$, mientras que la $DF\ \{X, Y, Z\} \rightarrow \{U, V\}$ se indica como $XYZ \rightarrow UV$. Las reglas de la RI1 a la RI6 son reglas de inferencia bien conocidas para las dependencias funcionales:

- RI1 (regla reflexiva): Si $X \supseteq Y$, entonces $X \rightarrow Y$.
- RI2 (regla de aumento): $\{X \rightarrow Y\} \mid = XZ \rightarrow YZ$.
- RI3 (regla transitiva): $\{X \rightarrow Y, Y \rightarrow Z\} \mid = X \rightarrow Z$.
- RI4 (regla de descomposición, o proyectiva): $\{X \rightarrow YZ\} \mid = X \rightarrow Y$.
- RI5 (regla de unión, o aditiva): $\{X \rightarrow Y, X \rightarrow Z\} \mid = X \rightarrow YZ$.
- RI6 (regla seudotransitiva): $\{X \rightarrow Y, WY \rightarrow Z\} \mid = WX \rightarrow Z$.

La regla reflexiva (RI1) especifica que un conjunto de atributos siempre se determina a sí mismo o cualquiera de sus subconjuntos, lo que es obvio. Ya que la RI1 genera dependencias que siempre son verdaderas, éstas reciben el nombre de *triviales*. Formalmente, una dependencia funcional $X \rightarrow Y$ es **trivial** si $X \supseteq Y$; en cualquier otro caso es **no trivial**. La regla de aumento (RI2) dice que añadir el mismo conjunto de atributos a ambos lados de una dependencia genera otra dependencia válida. Según la

RI3, las dependencias funcionales son transitivas. La regla de descomposición (RI4) especifica que podemos eliminar atributos del lado derecho de una dependencia; si aplicamos esta regla repetidamente podemos descomponer la DF $X \rightarrow \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ en el conjunto de dependencias $\{X \rightarrow A_1, X \rightarrow A_2, \ldots, X \rightarrow A_n\}$. La regla de unión (RI5) nos permite realizar lo contrario: podemos combinar un conjunto de dependencias $\{X \rightarrow A_1, X \rightarrow A_2, \ldots, X \rightarrow A_n\}$ en una única DF $X \rightarrow \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$.

Una *nota preventiva* acerca del uso de estas reglas. Aunque $X \rightarrow A$ y $X \rightarrow B$ implican $X \rightarrow AB$ por la regla de unión antes comentada, $X \rightarrow A$ e $Y \rightarrow B$ *no implican* que $XY \rightarrow AB$. Además, $XY \rightarrow A$ *no* implica necesaria mente ni $X \rightarrow A$ ni $Y \rightarrow A$.

Armstrong(1974) demostró que las reglas de inferencia de la RI1 a la RI3 son sólidas y completas. Por **sólida** queremos decir que, dado un conjunto de dependencias funcionales F especificado en un esquema de relación R, cualquier dependencia que podamos inferir de F usando $RI1$, $RI2$ y $RI3$ se cumple en cada estado de relación r de R que $satisfaga\ las\ dependencias$ de F. Por **completa** decimos que, usando las tres primeras reglas repetidamente para inferir dependencias hasta que ya no se pueda determinar ninguna más, se genera el conjunto completo de *todas las dependencias posibles* que pueden inferirse a partir de F. En otras palabras, el conjunto de dependencias F^+, que hemos llamado **clausura** de F, pueden determinarse a partir de F sólo las reglas de inferencia de la RI1 a la RI3. Estas tres reglas se conocen como **reglas de inferencia de Armstrong**.

En la actualidad se conocen como **axiomas de Armstrong**. En un sentido estrictamente matemático, los *axiomas* (hechos dados) son las dependencias funcionales de F, ya que asumimos que son correctos, mientras que las reglas RI1, RI2 y RI3 son las *reglas de inferencia* para determinar nuevas dependencias funcionales (nuevos hechos).

Habitualmente, los diseñadores de bases de datos especifican, en primer lugar, el conjunto de dependencias funcionales F que pueden determinarse fácilmente a partir de la semántica de los atributos de R; por tanto, se usan las reglas RI1, RI2 y RI3 para inferir dependencias funcionales adicionales que también se almacenarán en R. Una forma semántica para determinar estas dependencias funcionales adicionales es determinar, en primer lugar, cada conjunto de atributos X que aparece en la parte izquierda de alguna dependencia funcional de F para, a continuación, determinar el conjunto de *todos los atributos* que son dependientes en X.

Definición. Para cada conjunto de atributos X como éste, determinamos el conjunto X^+ de atributos que están funcionalmente determinados por X basados en F; X^+ recibe el **nombre de clausura de $\boldsymbol{X}$ bajo $\boldsymbol{F}$**. Puede usarse el Algoritmo siguiente para calcular X^+.

Algoritmo. Determinación de X^+, la clausura de X bajo F:

$X^+ := X$;

repetir

antiguaX^+ := X^+;

por cada dependencia funcional $Y \rightarrow Z$ en F ejecutar

si $X^+ \supseteq Y$ entonces $X^+ := X^+ \cup Z$;

hasta que ($X^+ =$ antigua X^+);

El Algoritmo empieza asignado a X^+ todos los atributos de X. Según RI1, sabemos que todos esos atributos son funcionalmente dependientes de X. Usando las reglas de inferencia RI3 y RI4, añadimos atributos a X^+, usando cada dependencia funcional en F. Continuamos por todas las dependencias de F (el bucle *repetir*) hasta que no se añadan más atributos a X^+ *durante un ciclo completo* (del bucle *por cada*) a través de las dependencias de F. **Por ejemplo**, consideremos el esquema de relación EMP_PROY de la Figura siguiente; según la semántica de los atributos, especificamos el siguiente conjunto F de dependencias funcionales que deben cumplirse en EMP_PROY:

$$F = \{Dni \rightarrow NombreE, NumProyecto\} \rightarrow \{NombreProyecto, UbicaciónProyecto\},$$

$$\{Dni, NumProyecto\} \rightarrow Horas\}$$

Usando el Algoritmo, calculamos los siguientes conjuntos de clausura con respecto a F:

$$\{Dni\}+= \{Dni, NombreE\}$$

$$\{NumProyecto\}+= \{NumProyecto, NombreProyecto, UbicaciónProyecto\}$$

$$\{Dni, NumProyecto\}+ \\ = \{Dni, NumProyecto, NombreE, NombreProyecto, UbicaciónProyecto, Horas\}$$

Intuitivamente, el conjunto de atributos del lado derecho de cada una de las líneas anteriores representa a todos los atributos que son funcionalmente dependientes del conjunto de atributos del lado izquierdo en base al conjunto F dado.

Referencias

Elmasri, R., & Navathe, S. B. (2007). *Fundamentos de Sistemas de Bases de Datos* (5ª ed.). Pearson.