Filtragem espacial

CESAR HENRIQUE COMIN

Filtragem espacial

- Novamente, temos a transformação

$$g(x, y) = T[f(x, y)]$$

- Mas agora, a transformação de um pixel depende dos valores na *vizinhança* do pixel
- Um filtro espacial é definido pela:

1) Vizinhança utilizada

2) Operação a ser aplicada nos pixels da vizinhança

Filtragem espacial

Imagem original

4	1	43	1	7	64	47
0	10	23	68	45	3	94
19	36	66	35	3	51	5
0	57	6	11	34	36	65
27	0	62	27	45	76	38
58	38	37	63	1	0	45
8	65	83	35	12	4	6

$f(x, y)$

$\longrightarrow$

Imagem transformada

6	1	2	1	4	4	4
0	4	4	10	1	3	6
8	4	5	5	3	8	5
0	0	3	7	4	3	1
2	0	6	1	6	3	8
7	4	3	1	1	0	6
8	4	7	9	2	4	6

$g(x, y)$

Filtragem espacial

- Filtragem espacial pode ser dividida em duas classes
  - Filtragem linear:
    - Algoritmos eficientes
    - Fácil de se obter resultados analíticos que melhoram a performance do filtro
  - Filtragem não-linear:
    - Usualmente possuem alto custo computacional
    - Poucos resultados analíticos
    - Em alguns casos pode proporcionar resultados muito melhores do que filtros lineares

Filtragem espacial linear

- Dada uma imagem $f(x, y)$ e um filtro $w(s, t)$.
- Filtragem espacial linear corresponde a uma combinação linear dos valores na vizinhança de cada pixel, com coeficientes dados pelo filtro.
- Cada pixel (x, y) da imagem resultante da transformação, $g(x, y)$, possui valor dado pela equação

$$g(x, y) = \sum_{s=0}^{a} \sum_{t=0}^{b} w(s, t) f(x + s - \frac{a}{2}, y + t - \frac{b}{2})$$

x e y indicam a linha e coluna do pixel sendo analisado
s e t indicam a linha e coluna do filtro
a é o número de linhas do filtro menos 1
b é o número de colunas do filtro menos 1

Filtragem espacial linear

Exemplo de aplicação de um filtro em um único pixel da imagem:

Imagem original $f(x, y)$

4	1	1	2	3	4	2
0	2	3	1	6	5	5
7	2	1	5	3	1	3
0	3	2	1	3	3	2
2	0	2	3	1	2	2
3	7	5	3	10	3	1
3	5	2	4	2	4	5

Imagem transformada g(x, y)

			?			

Filtro $w(s, t)$

1	2	1
2	4	1
0	1	1

$a = 2$
$b = 2$

$$g(x, y) = \sum_{s=0}^{a} \sum_{t=0}^{b} w(s, t) f(x + s - \frac{a}{2}, y + t - \frac{b}{2})$$

Filtragem espacial linear

Exemplo de aplicação de um filtro em um único pixel da imagem:

Imagem original $f(x,y)$

4	1	1	2	3	4	2
0	2	3	1	6	5	5
7	2	1	5	3	1	3
0	3	2	1	3	3	2
2	0	2	3	1	2	2
3	7	5	3	10	3	1
3	5	2	4	2	4	5

Imagem transformada $g(x,y)$

			?			

Pixel (2,3)

Filtro $w(s,t)$

1	2	1
2	4	1
0	1	1

$a = 2$
$b = 2$

$$g(x,y) = \sum_{s=0}^{a}\sum_{t=0}^{b} w(s,t) f(x+s-\frac{a}{2}, y+t-\frac{b}{2})$$

Filtragem espacial linear

Exemplo de aplicação de um filtro em um único pixel da imagem:

Imagem original $f(x,y)$

4	1	1	2	3	4	2
0	2	3	1	6	5	5
7	2	1	5	3	1	3
0	3	2	1	3	3	2
2	0	2	3	1	2	2
3	7	5	3	10	3	1
3	5	2	4	2	4	5

Imagem transformada $g(x,y)$

			?			

Pixel (2,3)

Filtro $w(s,t)$

1	2	1
2	4	1
0	1	1

$$g(2,3) = \sum_{s=0}^{2}\sum_{t=0}^{2} w(s,t)f(2+s-1, 3+t-1)$$

$$a = 2$$
$$b = 2$$

$$g(x,y) = \sum_{s=0}^{a}\sum_{t=0}^{b} w(s,t)f(x+s-\frac{a}{2}, y+t-\frac{b}{2})$$

Filtragem espacial linear

Exemplo de aplicação de um filtro em um único pixel da imagem:

Imagem original $f(x,y)$

4	1	1	2	3	4	2
0	2	3	1	6	5	5
7	2	1	5	3	1	3
0	3	2	1	3	3	2
2	0	2	3	1	2	2
3	7	5	3	10	3	1
3	5	2	4	2	4	5

Imagem transformada $\mathrm{g}(x,y)$

			?			

Pixel (2,3)

Filtro $w(s,t)$

1	2	1
2	4	1
0	1	1

$$a = 2$$
$$b = 2$$

$$g(2{,}3) = \sum_{s=0}^{2} \sum_{t=0}^{2} w(s,t) f(2+s-1, 3+t-1)$$

$$g(2{,}3) = \sum_{s=0}^{2} w(s,0) f(2+s-1, 2) + w(s,1) f(2+s-1, 3) + w(s,2) f(2+s-1, 4)$$

Filtragem espacial linear

Exemplo de aplicação de um filtro em um único pixel da imagem:

Imagem original $f(x,y)$

4	1	1	2	3	4	2
0	2	3	1	6	5	5
7	2	1	5	3	1	3
0	3	2	1	3	3	2
2	0	2	3	1	2	2
3	7	5	3	10	3	1
3	5	2	4	2	4	5

Imagem transformada $g(x,y)$

			?			

Pixel (2,3)

Filtro $w(s,t)$

1	2	1
2	4	1
0	1	1

$a = 2$
$b = 2$

$$g(2,3) = \sum_{s=0}^{2}\sum_{t=0}^{2} w(s,t)f(2+s-1, 3+t-1)$$

$$\begin{aligned} g(2,3) = {} & w(0,0)f(1,2) + w(0,1)f(1,3) + w(0,2)f(1,4) + w(1,0)f(2,2) \\ & + w(1,1)f(2,3) + w(1,2)f(2,4) + w(2,0)f(3,2) + w(2,1)f(3,3) \\ & + w(2,2)f(3,4) \end{aligned}$$

Filtragem espacial linear

Exemplo de aplicação de um filtro em um único pixel da imagem:

Imagem original $f(x,y)$

4	1	1	2	3	4	2
0	2	3	1	6	5	5
7	2	1	5	3	1	3
0	3	2	1	3	3	2
2	0	2	3	1	2	2
3	7	5	3	10	3	1
3	5	2	4	2	4	5

Imagem transformada $g(x,y)$

			?			

Pixel (2,3)

Filtro $w(s,t)$

1	2	1
2	4	1
0	1	1

$$a = 2$$
$$b = 2$$

$$g(2,3) = \sum_{s=0}^{2} \sum_{t=0}^{2} w(s,t) f(2+s-1, 3+t-1)$$

$$g(2,3) = 1 * 3 + w(0,1)f(1,3) + w(0,2)f(1,4) + w(1,0)f(2,2) \\ + w(1,1)f(2,3) + w(1,2)f(2,4) + w(2,0)f(3,2) + w(2,1)f(3,3) \\ + w(2,2)f(3,4)$$

Filtragem espacial linear

Exemplo de aplicação de um filtro em um único pixel da imagem:

Imagem original $f(x, y)$

4	1	1	2	3	4	2
0	2	3	1	6	5	5
7	2	1	5	3	1	3
0	3	2	1	3	3	2
2	0	2	3	1	2	2
3	7	5	3	10	3	1
3	5	2	4	2	4	5

Imagem transformada g(x, y)

			?			

Pixel (2,3)

Filtro $w(s, t)$

1	2	1
2	4	1
0	1	1

$$a = 2$$
$$b = 2$$

$$g(2,3) = \sum_{s=0}^{2} \sum_{t=0}^{2} w(s, t) f(2 + s - 1, 3 + t - 1)$$

$$g(2,3) = 1 * 3 + 2 * 1 + 1 * 6 + 2 * 1 + 4 * 5 + 1 * 3 + 0 * 2 + 1 * 1 + 1 * 1$$

Filtragem espacial linear

Exemplo de aplicação de um filtro em um único pixel da imagem:

Imagem original $f(x, y)$

4	1	1	2	3	4	2
0	2	3	1	6	5	5
7	2	1	5	3	1	3
0	3	2	1	3	3	2
2	0	2	3	1	2	2
3	7	5	3	10	3	1
3	5	2	4	2	4	5

Imagem transformada g(x, y)

			38			

Pixel (2,3)

Filtro $w(s, t)$

1	2	1
2	4	1
0	1	1

$$a = 2$$
$$b = 2$$

$$g(2,3) = \sum_{s=0}^{2}\sum_{t=0}^{2} w(s,t) f(2 + s - 1, 3 + t - 1)$$

$$g(2,3) = 1 * 3 + 2 * 1 + 1 * 6 + 2 * 1 + 4 * 5 + 1 * 3 + 0 * 2 + 1 * 1 + 1 * 1$$

$$g(2,3) = 38$$

Filtragem espacial linear

Exemplo de aplicação de um filtro em um único pixel da imagem:

Imagem original $f(x, y)$

4	1	1	2	3	4	2
0	2	3	1	6	5	5
7	2	1	5	3	1	3
0	3	2	1	3	3	2
2	0	2	3	1	2	2
3	7	5	3	10	3	1
3	5	2	4	2	4	5

Imagem transformada $g(x, y)$

			38			

Pixel (2,3)

Filtro $w(s, t)$

1	2	1
2	4	1
0	1	1

$a = 2$
$b = 2$

Para aplicarmos a transformação na imagem toda, o mesmo procedimento é aplicado para cada pixel da imagem

Filtragem espacial linear

4	1	1	2	3	4	2
0	2	3	1	6	5	5
7	2	1	5	3	1	3
0	3	2	1	3	3	2
2	0	2	3	1	2	2
3	7	5	3	10	3	1
3	5	2	4	2	4	5

Imagem original $f(x, y)$

Pixel (0,0)

?						
			38			

Imagem transformada $g(x, y)$

E se quisermos aplicar o filtro em um pixel na borda da imagem?

Filtragem espacial linear

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	4	1	1	2	3	4	2	0
0	0	2	3	1	6	5	5	0
0	7	2	1	5	3	1	3	0
0	0	3	2	1	3	3	2	0
0	2	0	2	3	1	2	2	0
0	3	7	5	3	10	3	1	0
0	3	5	2	4	2	4	5	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Imagem original $f(x, y)$

Pixel (0,0)

?						
			38			

Imagem transformada $g(x, y)$

E se quisermos aplicar o filtro em um pixel na borda da imagem?
Uma possível estratégia é adicionar zeros ao redor da imagem!

Filtragem espacial linear

- A transformação é uma combinação linear dos valores na vizinhança de cada pixel, com coeficientes dados pelo filtro

$$f(x,y) \circ w(x,y) = \sum_{s=0}^{a} \sum_{t=0}^{b} w(s,t) f(x+s-\frac{a}{2}, y+t-\frac{b}{2})$$

- Esta equação define a chamada correlação cruzada entre a imagem *f* e o filtro, ou máscara, *w.*

Filtragem espacial linear

- A transformação é uma combinação linear dos valores na vizinhança de cada pixel, com coeficientes dados pelo filtro

$$f(x,y) \circ w(x,y) = \sum_{s=0}^{a} \sum_{t=0}^{b} w(s,t) f(x + s - \frac{a}{2}, y + t - \frac{b}{2})$$

- Esta equação define a chamada correlação cruzada entre a imagem *f* e o filtro, ou máscara, *w.*
- Para uma imagem de tamanho $N \times N$ e um filtro de tamanho $R \times R$, a correlação necessita de $\approx N^2R^2$ operações.

Filtragem espacial linear

- A transformação é uma combinação linear dos valores na vizinhança de cada pixel, com coeficientes dados pelo filtro

$$f(x,y) \circ w(x,y) = \sum_{s=0}^{a} \sum_{t=0}^{b} w(s,t) f(x+s-\frac{a}{2}, y+t-\frac{b}{2})$$

- Esta equação define a chamada correlação cruzada entre a imagem f e o filtro, ou máscara, *w*.
- Para uma imagem de tamanho $N \times N$ e um filtro de tamanho $R \times R$, a correlação necessita de $\approx N^2R^2$ operações.

Nota: essa equação as vezes é escrita como:

$$f \circ w = g(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x+s, y+t)$$

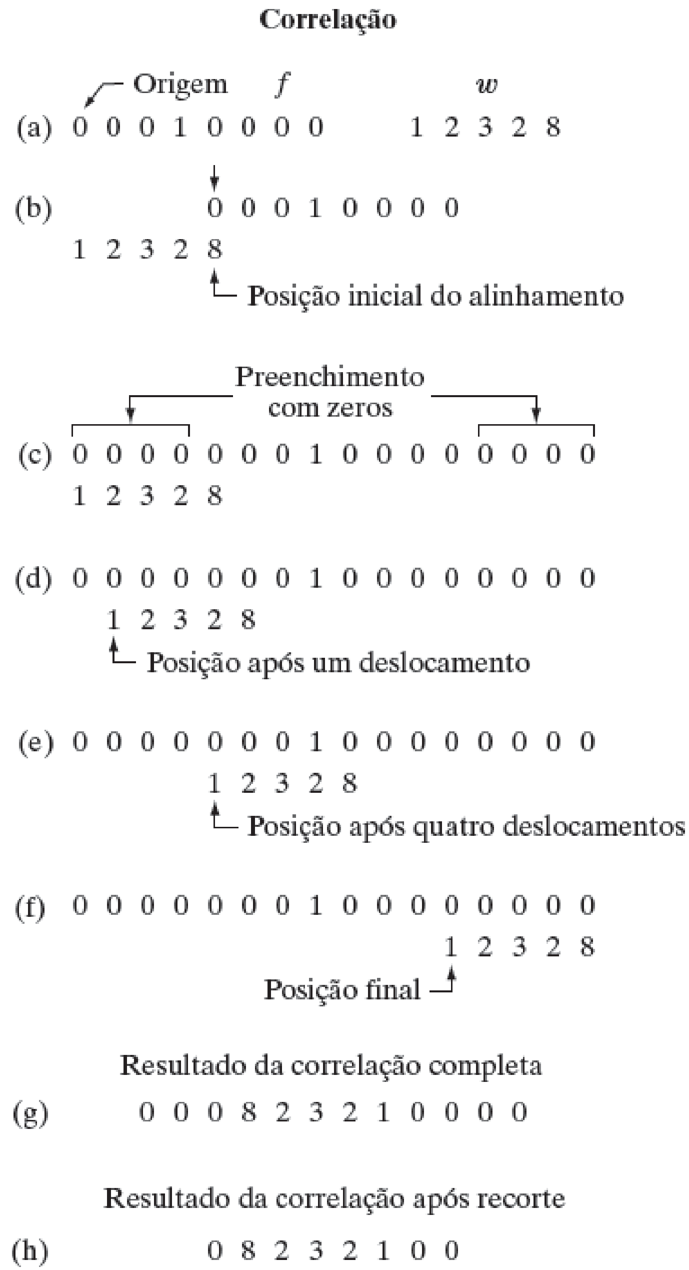
Convolução

- Similar à correlação:

$$f(x,y) \star w(x,y) = \sum_{s=0}^{a}\sum_{t=0}^{b} w(s,t) f(x - s + \frac{a}{2}, y - t + \frac{b}{2})$$

- O que muda em relação à correlação são apenas os sinais. Porque?

Exemplo de correlação:



Exemplo de convolução:

Convolução

Origem f w rotacionado 180º

0 0 0 1 0 0 0 0 8 2 3 2 1 (i)

0 0 0 1 0 0 0 0 (j)

8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 (k)

8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 (l)

8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 (m)

8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 (n)

8 2 3 2 1

Resultado da convolução completa

0 0 0 1 2 3 2 8 0 0 0 0 (o)

Resultado da convolução após recorte

0 1 2 3 2 8 0 0 (p)

Convolução

- Convolução é comutativa:

$$f(x,y) \star w(x,y) = w(x,y) \star f(x,y)$$

- Correlação não é

$$f(x,y) \circ w(x,y) = f(-x,-y) \circ w(-x,-y)$$

- Para uma imagem e um filtro possuindo valores reais (o que é muito comum), se o filtro for simétrico, convolução e correlação dão o mesmo resultado.

Exemplo de correlação 2D:

Origem $f(x, y)$

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$w(x, y)$

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$$

(a)

f preenchida com zeros

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(b)

Posição inicial de w

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(c)

Resultado da correlação completa

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 5 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(d)

Resultado da correlação após recorte

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 8 & 7 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(e)

Exemplo de convolução 2D:

Origem $f(x, y)$

$$\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & w(x, y) & \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array}$$

(a)

f preenchida com zeros

$$\begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

(b)

w rotacionado

$$\begin{array}{ccccccccc} 9 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

(f)

Resultado da convolução completa

$$\begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

(g)

Resultado da convolução após recorte

$$\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 8 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

(h)

Implementação da correlação e convolução

Notebook "***Correlação e Convolução***"

Filtragem espacial

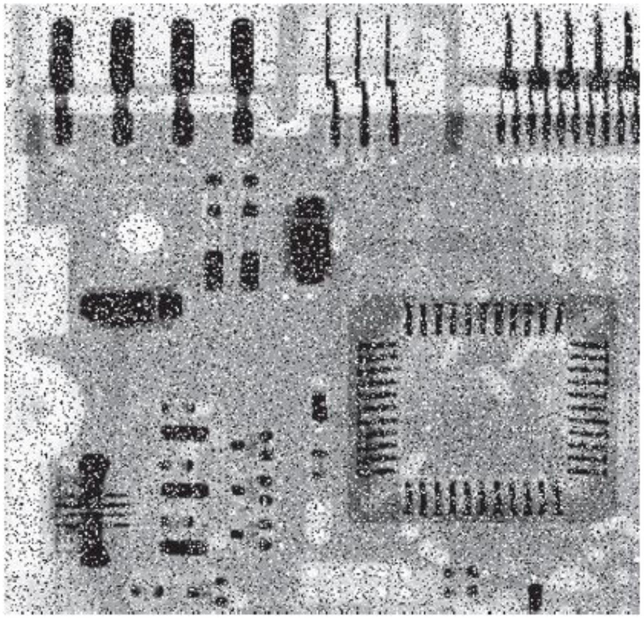
- Usos comuns de filtragem espacial:
  - Suavização de imagem
  - Remoção de ruído
  - Realce de imagens
  - Detecção de formas
- Focaremos em dois tipos de filtros:
  - Suavização (filtros lineares e não-lineares)
  - Derivada

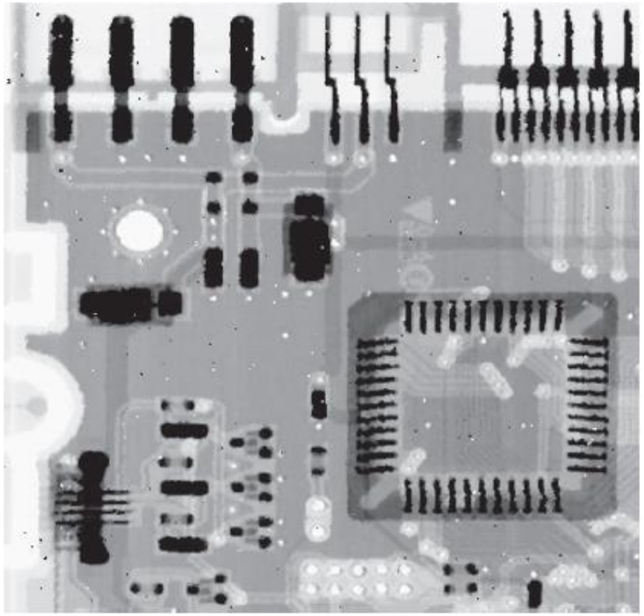
Filtragem espacial - Suavização

- Principais aplicações:
  - Corrigir imperfeições na imagem (tornar objetos mais uniformes)

Filtragem espacial - Suavização

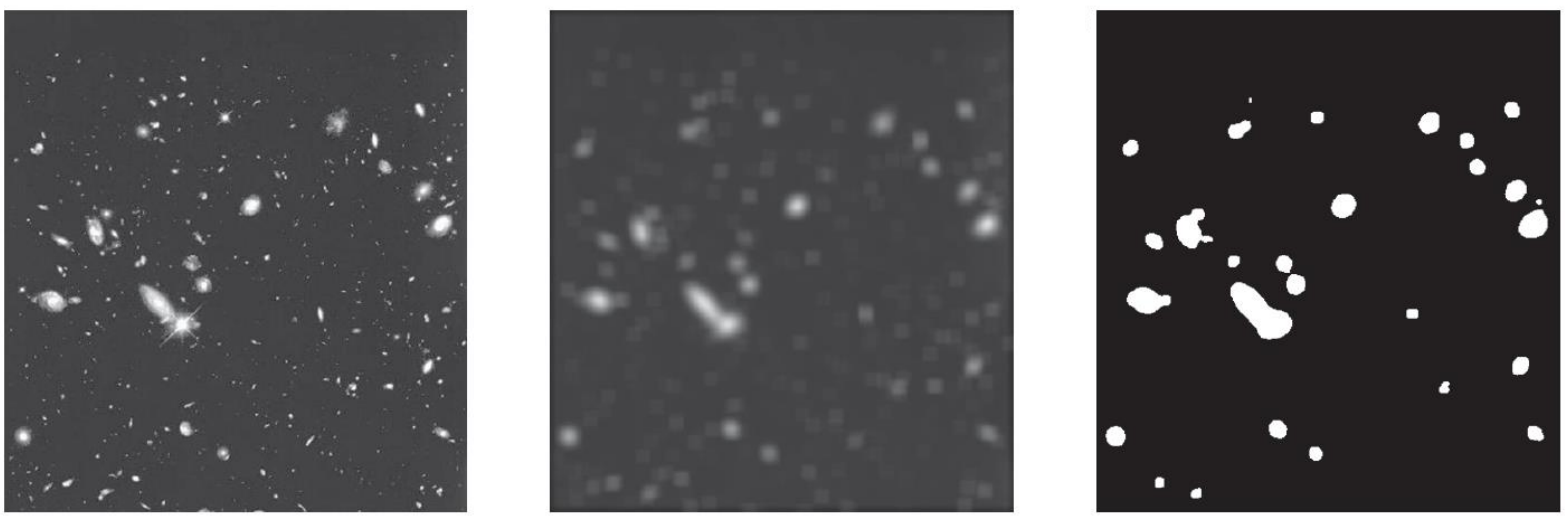
- Principais aplicações:
  - Corrigir imperfeições na imagem (tornar objetos mais uniformes)
  - Remoção de ruído





Filtragem espacial - Suavização

- Principais aplicações:
  - Corrigir imperfeições na imagem (tornar objetos mais uniformes)
  - Remoção de ruído
  - Selecionar uma escala apropriada para processamento adicional



Filtragem espacial - Suavização

- Seja S_{xy} o conjunto de pixels na imagem f que estão na vizinhança do pixel (x, y):
- O filtro de média simples é calculado utilizando a equação

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} f(s, t)$$

Filtragem espacial - Suavização

- Seja S_{xy} o conjunto de pixels na imagem f que estão na vizinhança do pixel (x, y):
- O filtro de média simples é calculado utilizando a equação

$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} f(s,t)$$

Exemplo, os pixels marcados em vermelho pertencem ao conjunto S_{21} (linha 1 e coluna 2)

4	1	43	1	7	64	47
0	10	23	68	45	3	94
19	36	66	35	3	51	5
0	57	6	11	34	36	65
27	0	62	27	45	76	38
58	38	37	63	1	0	45
8	65	83	35	12	4	6

Filtragem espacial - Suavização

- Seja S_{xy} o conjunto de pixels na imagem f que estão na vizinhança do pixel (x, y):
- O filtro de média simples é calculado utilizando a equação

$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} f(s,t)$$

- Esta operação é equivalente a definir o filtro

$$w = \frac{1}{9} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ \hline 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ \hline 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ \hline \end{array}$$

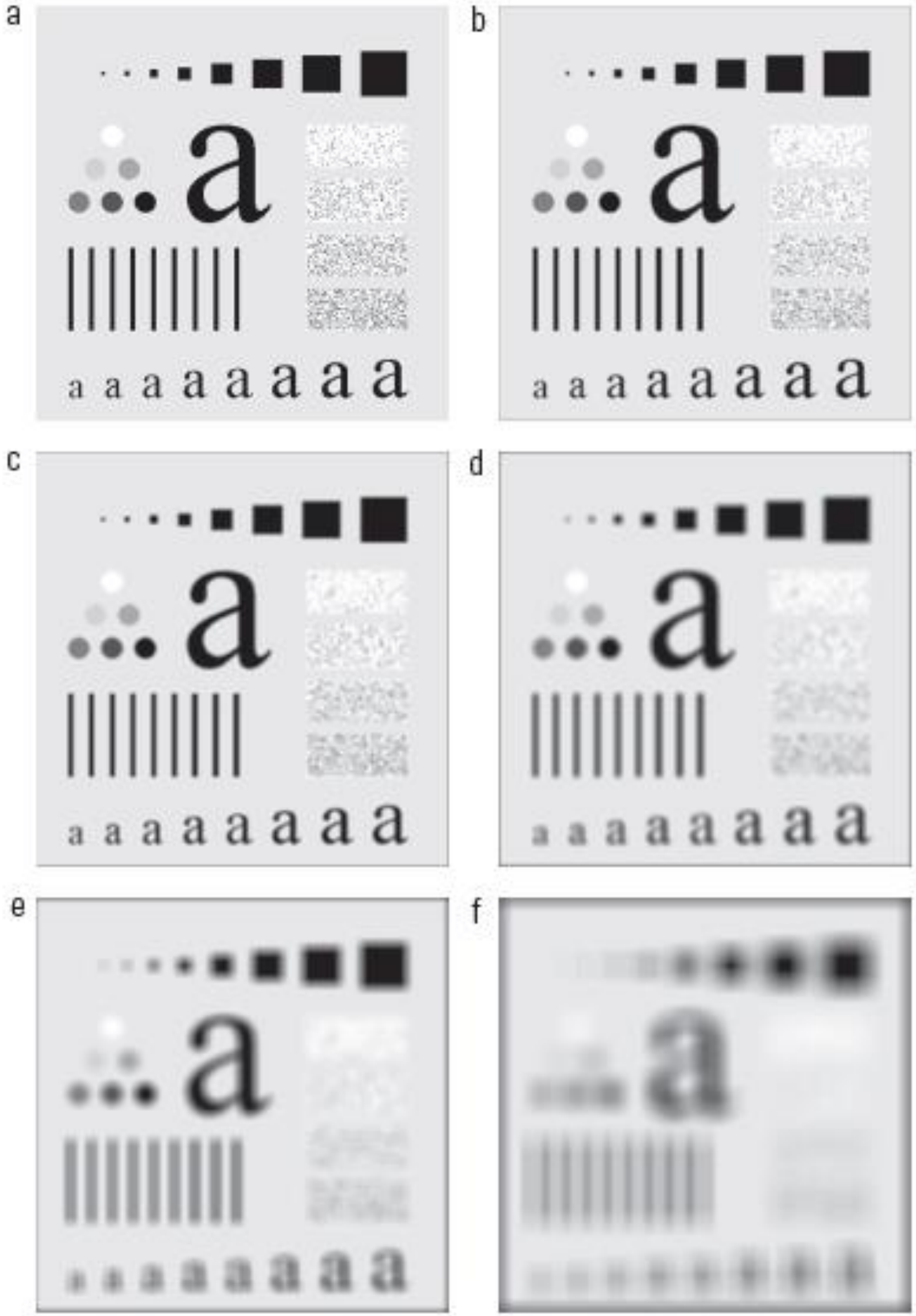
- E calcular a correlação entre w e f

Filtragem espacial - Suavização

- Naturalmente, podemos definir filtros maiores. Por exemplo

$$w = \frac{1}{25} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \end{bmatrix}$$

Exemplo de filtro de média utilizando diferentes tamanhos de filtro



Filtragem espacial - Suavização

- Vantagens do filtro de média uniforme:
  - Pode ser implementado de forma muito eficiente (utilizando uma técnica chamada soma corrente)
  - Os resultados para filtros maiores podem ser calculados utilizando os resultados obtidos de filtros menores, o que permite a rápida aplicação deste filtro para diferentes tamanhos.

Filtragem espacial - Suavização

- Vantagens do filtro de média uniforme:
  - Pode ser implementado de forma muito eficiente (utilizando uma técnica chamada soma corrente)
  - Os resultados para filtros maiores podem ser calculados utilizando os resultados obtidos de filtros menores, o que permite a rápida aplicação deste filtro para diferentes tamanhos.
- A grande desvantagem do filtro de média uniforme é que pixels próximos e distantes do pixel de referência possuem o mesmo peso no cálculo da média.
  - Pode causar efeitos indesejados

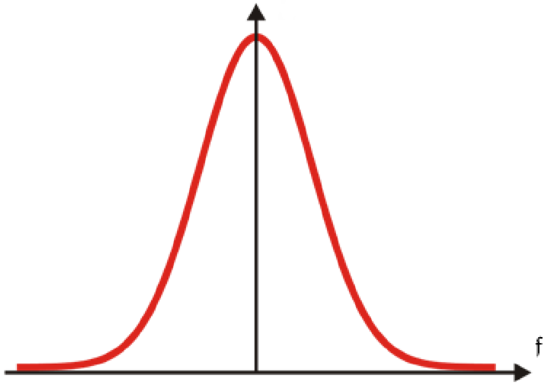
Filtragem espacial - Suavização

- Vantagens do filtro de média uniforme:
  - Pode ser implementado de forma muito eficiente (utilizando uma técnica chamada soma corrente)
  - Os resultados para filtros maiores podem ser calculados utilizando os resultados obtidos de filtros menores, o que permite a rápida aplicação deste filtro para diferentes tamanhos.
- A grande desvantagem do filtro de média uniforme é que pixels próximos e distantes do pixel de referência possuem o mesmo peso no cálculo da média.
  - Pode causar efeitos indesejados
- Solução: dar maior peso para pixels próximos!

Filtragem espacial - Suavização

- Filtro gaussiano
  - De longe o filtro de suavização mais comum
  - Os pesos são baseados na função gaussiana:

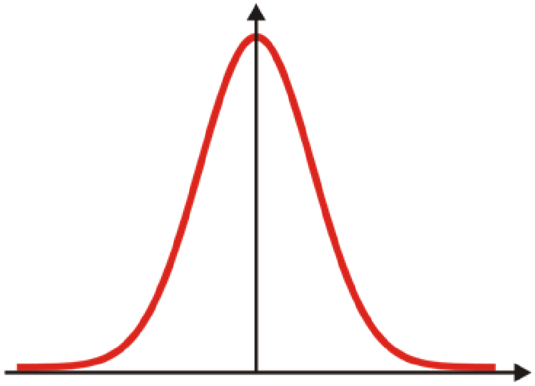
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$



Filtragem espacial - Suavização

- Filtro gaussiano
  - De longe o filtro de suavização mais comum
  - Os pesos são baseados na função gaussiana:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$



  - A construção do filtro gaussiano consiste em amostrar uma função gaussiana 2D

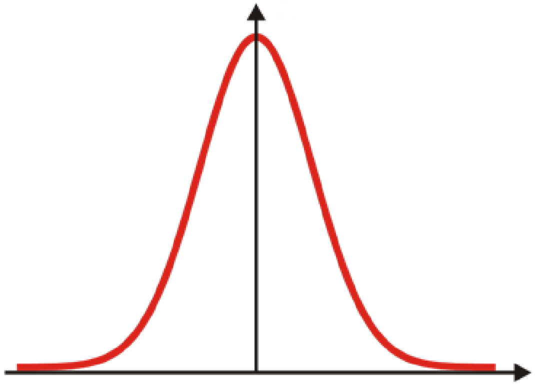
$$\frac{1}{273} \times$$

1	4	7	4	1
4	16	26	16	4
7	26	41	26	7
4	16	26	16	4
1	4	7	4	1

Filtragem espacial - Suavização

- Filtro gaussiano
  - De longe o filtro de suavização mais comum
  - Os pesos são baseados na função gaussiana:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$



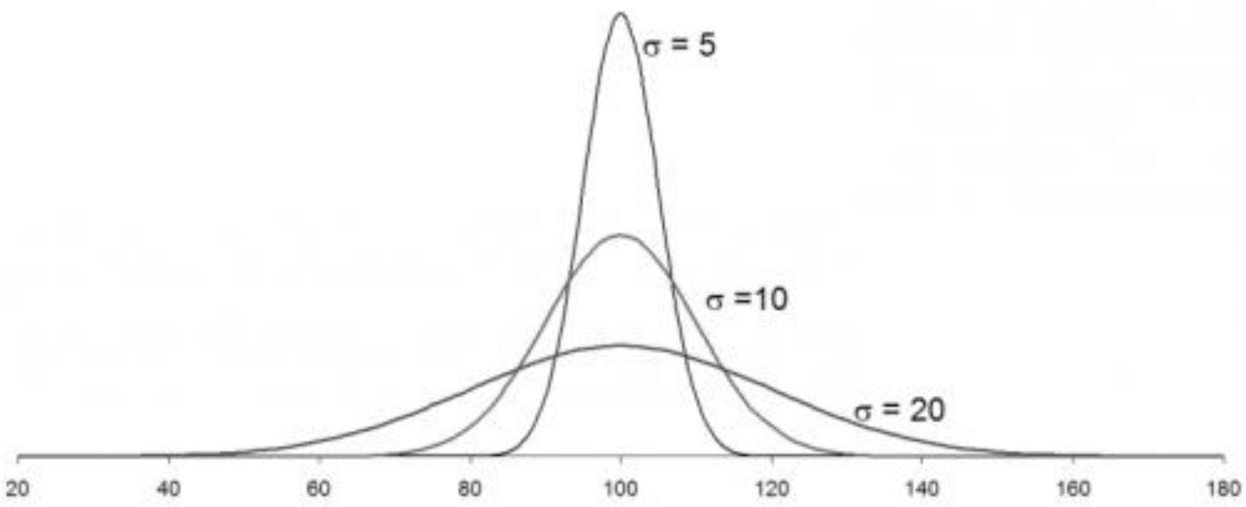
  - A construção do filtro gaussiano consiste em amostrar uma função gaussiana 2D
  - A máscara 3×3 é dada por

$$\frac{1}{16} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{1}{273} \times \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \\ \hline 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ \hline 7 & 26 & 41 & 26 & 7 \\ \hline 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ \hline 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Suavização gaussiana

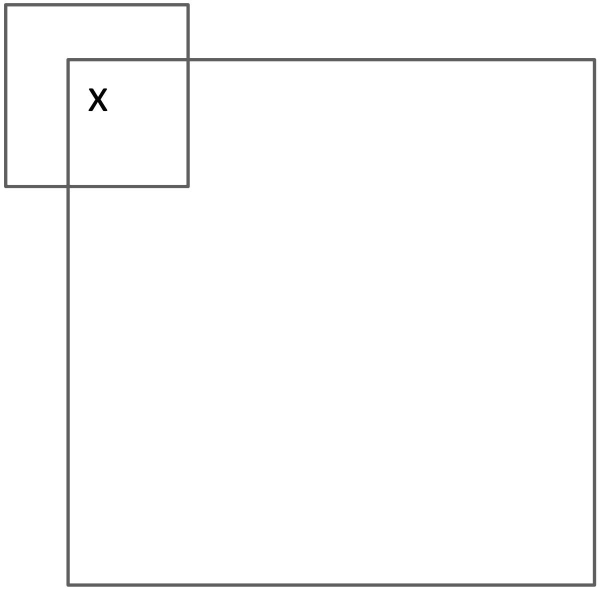
- O parâmetro σ ajusta o grau de suavização
- Cuidado! O tamanho da máscara deve levar em conta o valor de σ
- Como regra prática, utilizar um filtro de tamanho 6σ



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

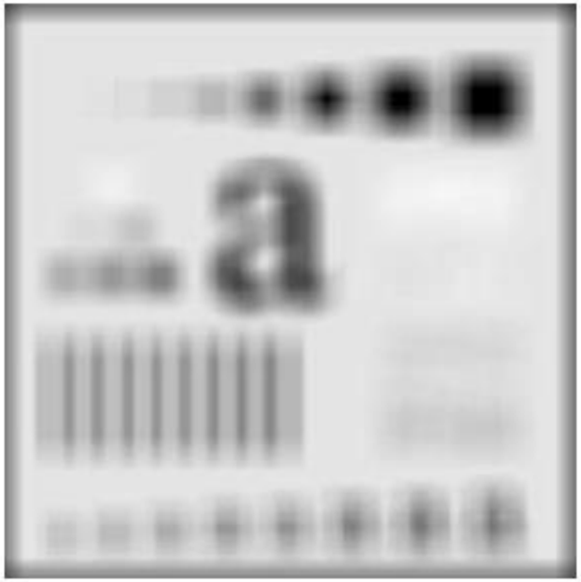
Detalhe importante – Borda das imagens

- Quando o filtro estiver na borda da imagem, vimos que uma estratégia é adicionar o valor 0 ao redor da imagem.



Detalhe importante – Borda das imagens

- Quando o filtro estiver na borda da imagem, vimos que uma estratégia é adicionar o valor 0 ao redor da imagem.



- Se os valores próximos à borda não forem pretos, temos um artefato no resultado: pixels próximos à borda ficam mais escuros.

Algumas estratégias de preenchimento

Estratégia	Valor adicionado			Valor na imagem								Valor adicionado		
Constante	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	0	0	0
Valor na borda	1	1	1	1	2	3	4	5	6	7	8	8	8	8
Espelhado	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5
Refletido	3	2	1	1	2	3	4	5	6	7	8	8	7	6
Wraparound	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3

Filtragem espacial - Suavização

- Podemos também definir filtros de suavização de imagens não-lineares
- Para filtros não-lineares, não podemos utilizar convolução para calcular o resultado

Filtragem espacial - Suavização

- Filtros de suavização não-lineares:

Média geométrica

$$\hat{f}(x,y) = \left[\prod_{(s,t)\in S_{xy}} f(s,t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

- Em alguns casos, preserva melhor detalhes na imagem

Média harmônica

$$\frac{1}{\hat{f}(x,y)} = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t)\in S_{xy}} \frac{1}{f(s,t)}$$

- Útil para alguns tipos de ruídos

Filtragem espacial - Suavização

- Filtro mediana

$$\hat{f}(x,y) = \underset{(s,t)\,\in\, S_{xy}}{\text{mediana}}[f(s,t)]$$

2	3	5	5	7	8	10	12	13

Filtragem espacial - Suavização

- Filtro mediana

$$\hat{f}(x,y) = \underset{(s,t) \in S_{xy}}{\text{mediana}}[f(s,t)]$$

2	3	5	5	7	8	10	12	13

- Excelentes resultados para ruído impulsivo (sal e pimenta)

Ruído impulsivo

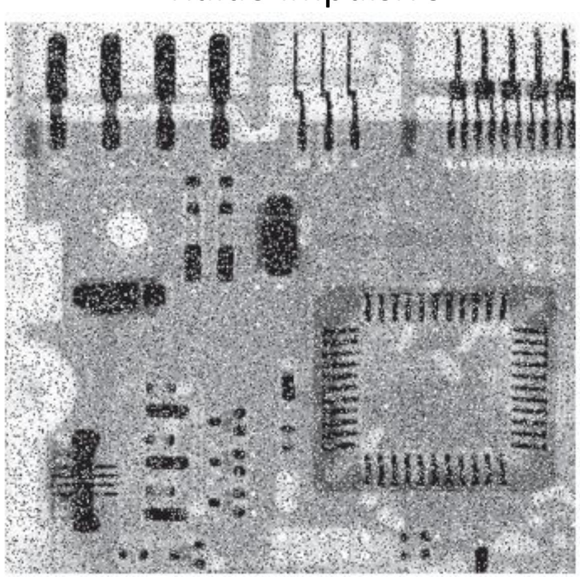
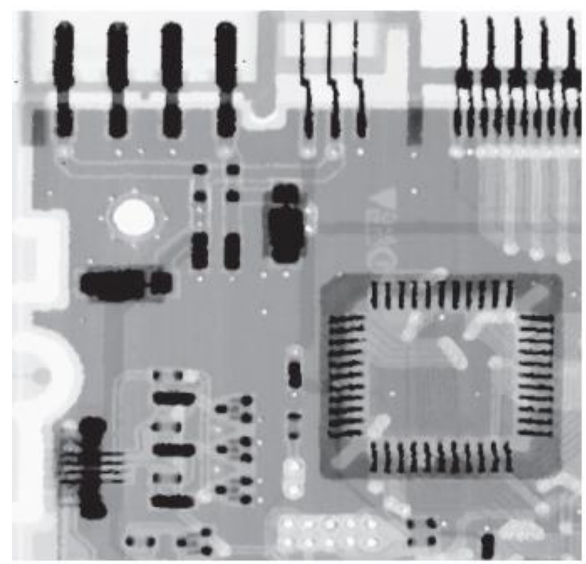


Imagem filtrada



Filtragem espacial - Suavização

- Filtros mais elaborados podem ser desenvolvidos.
- Um conjunto de heurísticas é utilizado para definir se o valor de um pixel foi causado por ruído.
- Essas heurísticas são aplicadas para cada pixel na imagem.

Filtragem espacial linear

Página web com uma interessante visualização sobre filtragem de imagens:

http://setosa.io/ev/image-kernels/

Filtragem espacial - Suavização

Notebook “**Suavizacao**”