



**DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN TECNOLÓGICA INDUSTRIAL
SUBDIRECCIÓN DE ENLACE OPERATIVO EN EL ESTADO DE SINALOA**

**CURSO DE PREPARACIÓN PARA LAS PRUEBAS
CENEVAL Y ENLACE (HABILIDAD MATEMÁTICA)**



EDICIÓN A CARGO DE:

**MC GERARDO
VALDÉS**

BERMÚDES



**ACADEMIA ESTATAL DE
MATEMÁTICAS DGETI SINALOA**

2015

03-2013-070313434100-01

Contenido

Introducción	2
Justificación	2
La Prueba ENLACE en Educación Media Superior	3
Relación entre reactivos de Diagnóstico Enlace 2014 y Programa DGETI	5
Clasificación de Reactivos de la Prueba Enlace	7
Español	7
Matemáticas.....	7
Análisis de resultados del Test ENLACE 2014.....	8
Problemas relacionados a la recta numérica.....	10
Problemas que involucran operaciones aritméticas básicas	17
Fracciones.....	20
Conversión de fracciones impropias a números mixtos	20
Conversión de números mixtos a fracciones impropias	21
Fracciones equivalentes	21
Operaciones con fracciones.....	22
Suma y resta de números fraccionarios	22
Suma de números mixtos.....	23
Multiplicación de fracciones	24
Multiplicación de números mixtos.....	24
División de fracciones.....	24
División con números mixtos	25
Más problemas sobre fracciones	30
Problemas sobre de porcentajes.....	32
Problemas con razones y proporciones	41
Proporciones.....	41
Problemas sobre conversión de unidades	46
Problemas relacionados al lenguaje algebraico	48
Problemas sobre sustitución de formulas.....	50
Resolución de Sistema de Ecuaciones Lineales (ecuaciones de primer grado)	52
Ejemplo donde debe determinarse el sistema de ecuaciones	52
Problemas sobre Perímetros, Áreas y Volúmenes	59

Problemas sobre diagonales de Polígonos.....	73
Resolución de Triángulos	75
Resolución de Triángulos Rectángulos.....	75
Resolución de Triángulos Oblicuángulos.....	77
Ley de los Senos	77
Ley de Cosenos.....	78
Grafica de las funciones trigonométricas.....	86
Graficas de Seno y Coseno	86
Grafica de la función Tangente	86
Problemas sobre Sistema de Coordenadas.....	88
Distancia entre dos puntos	88
Determinación de gráficos	93
Problemas de Geometría Analítica	98
Ejercicios de Pendiente y Angulo de Inclinación	98
Las Cónicas	111
Ejercicios de Ecuación de la Circunferencia	113
Ecuación de la circunferencia en su forma general:.....	114
Problemas sobre Parábola	117
Problemas sobre Elipse	124
Problemas sobre funciones.....	131
Problemas sobre Probabilidad	147
Problemas de Habilidad Matemática (Espacio-Forma).....	150
Anexo A. Planteamiento y Solución a los problemas de la Prueba Enlace 2008 (Habilidad Matemática)	174
Problemas de la categoría: Cantidad	174
Problemas de la categoría: Matemáticas Básicas (1 ^a Parte).....	181
Problemas de la categoría: Cambios y Relaciones	183
Problemas de la categoría: Matemáticas Básicas (2 ^a Parte).....	189
Problemas de la categoría: Espacio y Forma.....	190
Problemas de la categoría: Matemáticas Básicas (3 ^a Parte).....	193
Glosario	196
Bibliografía	197

Introducción

La aplicación de pruebas estandarizadas a alumnos del Bachillerato ha sido una de los mecanismos mediante los cuales se ha querido determinar el nivel de conocimientos adquiridos por los estudiantes de ese nivel en áreas de conocimientos específicos.

La prueba ENLACE es un instrumento de evaluación del desempeño académico de los estudiantes de los diferentes niveles de estudios, desde la educación Básica hasta el nivel Medio Superior. La Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS) es la institución responsable de su aplicación en el Bachillerato mediante el Sistema de Evaluación de la Educación Media Superior (SEEMS), cuyos objetivos generales son: 1) proporcionar elementos para mejorar la calidad de la Educación Media Superior (EMS) en todas sus dimensiones, subsistemas, modalidades y planteles, y 2) proporcionar elementos para rendir cuentas a la sociedad sobre el funcionamiento de la EMS, mediante mecanismos transparentes en beneficio de todos los sectores interesados.

Por la diversidad de programa de estudios que existe en nuestro país, se ha determinado evaluar dos ámbitos compartidos por todos los currículos: Comprensión Lectora y Matemáticas.

Justificación

Los resultados obtenidos en estas dos áreas desde su primera aplicación en 2008, han justificado la implementación de diversas estrategias para mejorar los mismos. En consideración a esos esfuerzos, el autor considera que la presente guía puede ser de utilidad para los propósitos de mejora que ha establecido la Subdirección de Enlace Operativo de la DGETI en el estado de Sinaloa.

El objetivo principal del presente trabajo es facilitar el análisis y resolución de los reactivos que en el área de matemáticas se han propuesto en la prueba ENLACE 2008, 2009, 2010, 2011 y 2012 en el marco del programa de estrategias que se han implementado en los planteles DGETI en el estado de Sinaloa con la participación activa de los integrantes de las academias estatales y las academias locales del área de matemáticas y LEOyE.

La Prueba ENLACE en Educación Media Superior

ENLACE en Educación Media Superior evalúa¹ el desempeño individual de los estudiantes de último grado de Educación Media Superior en dos habilidades que son fundamentales para el buen desempeño de los jóvenes, tanto en la educación superior, como en el mercado de trabajo y en el ámbito social: la habilidad lectora y la habilidad matemática.

El Comité Académico que diseñó la prueba precisó que para los fines de esta evaluación, la habilidad lectora se define como la capacidad de un individuo para comprender, utilizar y analizar textos escritos, con el fin de alcanzar sus propias metas, desarrollar el conocimiento y el potencial personal, y participar en la sociedad.

La habilidad matemática es considerada como la aptitud de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, alcanzando razonamientos bien fundados y utilizándolas en función de las necesidades de su vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.

¹ La Dirección General de Evaluación de Políticas (DGEP) de la Secretaría de Educación Pública es responsable de imprimir, aplicar y procesar la información. Además, esta instancia gubernamental se encarga de la calificación de los sustentantes, de la asignación de los sustentantes a los niveles de dominio y de la elaboración de los reportes.

Para el área de Habilidad Matemática, los resultados se mostrarán con base en los niveles de dominio que se presentan a continuación. Es importante considerar que cada nivel de dominio expresa que los alumnos demostraron poseer esos conocimientos y los de todos los niveles anteriores, es recomendable revisar los demás para que se identifiquen los aspectos que se deben mejorar.

INSUFICIENTE	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Sólo resuelves problemas donde la tarea se presenta directamente. ✓ Identificas información en esquemas o gráficas y realizas estimaciones. ✓ Efectúas sumas y restas con números enteros y traduces del lenguaje común al algebraico. ✓ Resuelves problemas en los que se requiere identificar figuras planas y tridimensionales.
ELEMENTAL	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Realizas multiplicaciones y divisiones con números enteros, y sumas que los combinan con números fraccionarios. ✓ Calculas porcentajes, utilizas fracciones equivalentes, ordenas y comparas información numérica. ✓ Estableces relaciones entre variables y resuelves problemas que combinan datos en tablas y gráficas. ✓ Aplicas conceptos simples de probabilidad y estadística. ✓ Construyes expresiones equivalentes a una ecuación algebraica y resuelves ejercicios con sistemas de ecuaciones lineales. ✓ Manejas conceptos sencillos de simetría y resuelves problemas que involucran un razonamiento viso-espacial.
BUENO	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Resuelves problemas que involucran más de un procedimiento. ✓ Realizas multiplicaciones y divisiones combinando números enteros y fraccionarios. ✓ Calculas raíz cuadrada, razones y proporciones, y resuelves problemas con números mixtos. ✓ Analizas las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural y resuelve los sistemas de ecuaciones que las representan. ✓ Identificas funciones a partir de sus gráficas para estimar el comportamiento de un fenómeno. ✓ Construyes una figura tridimensional a partir de otras e identificas características de una figura transformada. ✓ Utilizas fórmulas para calcular superficies y volumen, y reconoce los elementos de una cónica a partir de su representación gráfica.
EXCELENTE	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Empleas operaciones con fracciones para solucionar problemas y resuelve combinaciones con signos de agrupación. ✓ Conviertes cantidad de sistema decimal a sexagesimal. ✓ Identificas la relación existente gráficas y funciones lineales o cuadráticas, y expresa algebraicamente una representación gráfica. ✓ Aplicas conceptos avanzados de probabilidad. ✓ Solucionas problemas con series de imágenes tridimensionales y aplica conceptos de simetría. ✓ Utilizas fórmulas para calcular el perímetro de composiciones geométricas. ✓ Determinas los valores de los elementos de la circunferencia, la parábola y la elipse a partir de su ecuación y viceversa; identificas la ecuación de una recta a partir de sus elementos y la aplicas para encontrar la distancia entre dos puntos. ✓ Solucionas problemas donde se aplican funciones y leyes trigonométricas.

Relación entre reactivos de Diagnóstico Enlace 2014 y Programa DGETI

Reactivo	Tema
20	Aritmética (fracciones)
21	Aritmética (Suma y resta de fracciones)
22	Aritmética (Multiplicación de fracciones)
23	Aritmética (Operaciones básicas)
24	Aritmética (División de fracciones)
25	Geometría (Conversión de medida de ángulos)
26	Aritmética (Recta Numérica)
27	Aritmética (Recta Numérica)
28	Aritmética (Recta Numérica)
29	Aritmética (Recta Numérica)
30	Aritmética (Conversión de unidades)
31	Aritmética (Operaciones Básicas)
32	Aritmética (Operaciones Básicas)
33	Aritmética/Geometría (Razones y Proporciones)
34	Aritmética/Geometría (Razones y Proporciones)
35	Aritmética (Porcentajes)
36	Aritmética (Operaciones Básicas)
37	Aritmética (Operaciones Básicas)/Geometría (Polígonos)
38	Aritmética/Geometría (Razones y Proporciones)
39	Geometría (Volúmenes)
40	Aritmética/Geometría (Razones y Proporciones)
41	Aritmética (Porcentajes)
42	Aritmética (Porcentajes)
43	Aritmética/Geometría (Razones y Proporciones)
44	Aritmética (Razones y proporciones)
45	Trigonometría (Funciones trigonométricas)
46	Geometría Analítica (Elipse)
47	Geometría Analítica (Recta-Pendiente)
48	Geometría Analítica (Recta-Pendiente)
49	Geometría Analítica (Circunferencia)
64	Algebra (Lenguaje Algebraico)
65	Geometría Analítica (Recta-Ecuación)
66	Cálculo (Funciones)
67	Cálculo (Funciones-Graficación)
68	Cálculo (Funciones-Operaciones)
69	Geometría Analítica (Recta-Ecuación)
70	Cálculo (Funciones-Graficación)
71	Algebra (Ecuaciones simultáneas de primer grado)
72	Estadística (Media Aritmética)
73	Aritmética/Geometría (Razones y Proporciones)
74	Aritmética/Geometría (Razones y Proporciones)
75	Estadística (Histogramas)
76	Estadística (Histograma)
77	Probabilidad (Probabilidad de eventos simples)

Cantidad

Matemáticas Básicas

Cambios y Relaciones

78	Probabilidad (Probabilidad de eventos simples)
79	Probabilidad (Probabilidad de eventos simples)
80	Cálculo (Funciones-tabulación)
81	Cálculo (Funciones-tabulación)
82	Álgebra (Lenguaje algebraico) y Geometría (Área de polígonos)
83	Algebra (Ecuaciones simultaneas de primer grado)
84	Cálculo (Funciones-Graficación)
85	Cálculo (Funciones-Tabulación)
86	Estadística (Interpretación de datos)
87	Álgebra (Interpretación gráfica de ecuaciones)
88	Algebra (Ecuaciones simultaneas de primer grado)
89	Geometría (Razones y Proporciones)
90	Trigonometría (Teorema de Pitágoras)
91	Trigonometría (Funciones trigonométricas)
92	Trigonometría (Funciones trigonométricas-Graficación)
93	Trigonometría (Ley de Senos/Cosenos)
111	Habilidad Matemática/Geometría (Volúmenes)
112	Habilidad matemática (Espacio-forma)
113	Habilidad Matemática/Geometría (Polígonos-Diagonales)
114	Habilidad Matemática
115	Habilidad Matemática
116	Habilidad Matemática/Geometría (Polígonos-Perímetro)
117	Habilidad matemática/Geometría (Área de Polígonos)
118	Habilidad Matemática/Geometría (Polígonos-Área)
119	Habilidad Matemática/Geometría Analítica (Ejes Coordenados)
120	Habilidad Matemática
121	Habilidad Matemática
122	Habilidad Matemática
123	Habilidad matemática (Espacio-forma)
124	Habilidad matemática (Espacio-forma)
125	Habilidad Matemática/Geometría Analítica (Ejes de Coordenadas)
126	Habilidad matemática (Espacio-forma)
127	Habilidad matemática (Espacio-forma)
128	Habilidad matemática (Espacio-forma)
129	Habilidad matemática (Espacio-forma)
130	Habilidad matemática (Espacio-forma)
131	Trigonometría (Ley de senos/Ley de Cosenos)
132	Geometría Analítica (Circunferencia)
133	Geometría Analítica (Parábola)
134	Geometría Analítica (Elipse)
135	Geometría Analítica (Distancia entre dos puntos)
136	Trigonometría (Ley de senos/Ley de Cosenos)
137	Trigonometría (Ley de senos/Ley de Cosenos)
138	Trigonometría (Funciones trigonométricas)
139	Geometría Analítica (Parábola)
140	Geometría Analítica (Elipse)

Cambios y
Relaciones

Matemáticas
Básicas

Espacio y
Forma

Matemáticas
Básicas

Clasificación de Reactivos de la Prueba Enlace

Español

Tema	Preguntas									
Apelativo	001 002 003 004 005 006 007 008 009									
Argumentativo	010 011 012 013 014 015 016 017 018 019									
Narrativo	050 051 052 053 054 055 056 057 058 059									
Expositivo	060 061 062 063 094 095 096 097 098 099 100 101 102 103									
	104 105 106 107 108 109 110									

Matemáticas

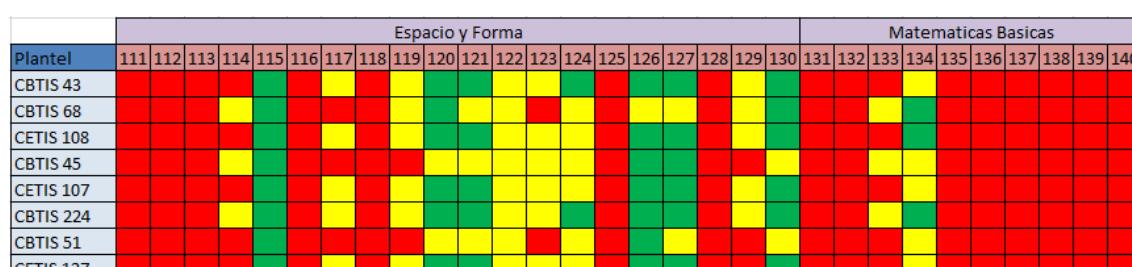
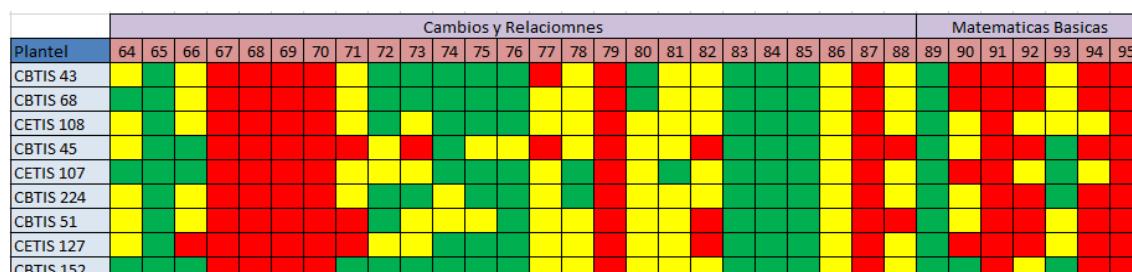
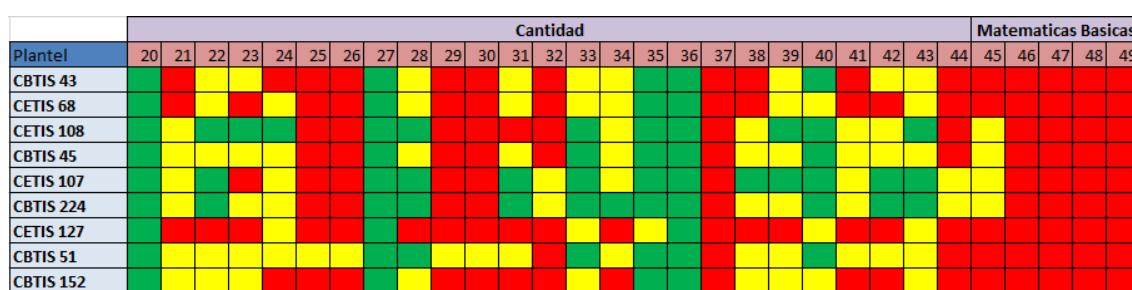
Tema	Preguntas									
Cantidad	020 021 022 023 024 025 026 027 028 029									
Matemáticas Básicas	030 031 032 033 034 035 036 037 038 039 040 041 042 043 044									
Cambios y Relaciones	045 046 047 048 049 089 090 091 092 093 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140									
Espacio y Forma	064 065 066 067 068 069 070 071 072 073 074 075 076 077 078 079 080 081 082 083 084 085 086 087 088									
	111 112 113 114 115 116 117 118 119 120									
	121 122 123 124 125 126 127 128 129 130									

Análisis de resultados del Test ENLACE 2014

Uno de los aspectos tratados en la reunión académica de los días 01 y 02 de diciembre de 2014 en la ciudad de Guamúchil, Sinaloa, fue el análisis de los resultados obtenidos por cada uno de los 9 planteles de DGETI en el estado de Sinaloa. Las coincidencias que se observan en la forma en que los alumnos de la generación 2012-2015 contestaron cada uno de los reactivos nos lleva a la reflexión sobre las mejoras que podemos hacer a las estrategias que debemos implementar para el siguiente ciclo.

En las siguientes “Graficas de Semáforo” se muestran los resultados separados por turnos (matutino y vespertino). Los contrastes observados sirven de base para reorientar las estrategias que propone la academia estatal de matemáticas en el estado de Sinaloa para implementarse en los planteles con el fin de mejorar el desempeño de los alumnos de DGETI en la resolución de problemas.

Turno Matutino



Simbología Utilizada

- Preguntas que contestaron incorrectamente menos del 40% de los alumnos de la Escuela
 - Preguntas que contestaron incorrectamente entre el 40% y el 60% de los alumnos de la Escuela
 - Preguntas que contestaron incorrectamente mas del 60% de los alumnos de la Escuela

Turno Vespertino



Simbología Utilizada

- Preguntas que contestaron incorrectamente menos del 40% de los alumnos de la Escuela
 - Preguntas que contestaron incorrectamente entre el 40% y el 60% de los alumnos de la Escuela
 - Preguntas que contestaron incorrectamente mas del 60% de los alumnos de la Escuela

El presente trabajo está orientado considerando las necesidades de instrucción y aprendizaje de los temas anteriores. En la reproducción de los cursos-talleres locales llevados a cabo en diciembre de 2014, se realizaron las gráficas de semáforo para todos los grupos de sexto semestre de cada uno de los nueve planteles en el estado. Con esta información, el titular de la materia podrá reforzar estratégicamente los temas que se hayan detectado como debilidades en su grupo.

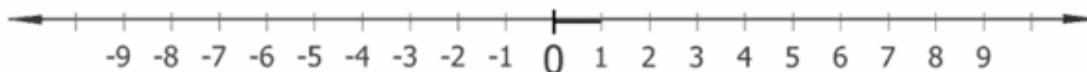
Problemas adicionales a los propuestos en éste manual pueden obtenerse en la página oficial de la academia de matemáticas de DGETI en Sinaloa:

www.matematicassinaloa.net

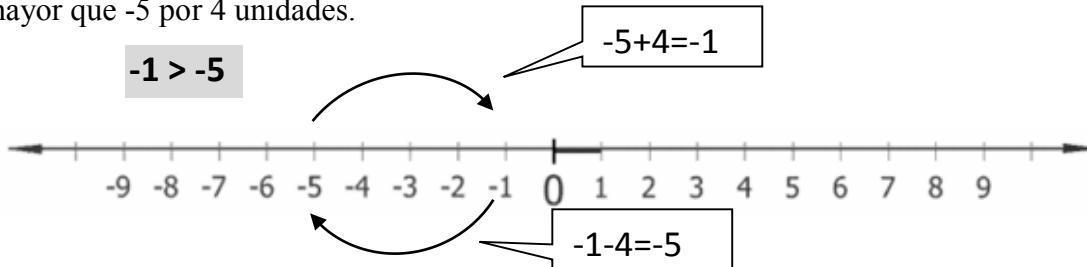


Problemas relacionados a la recta numérica

Es una representación geométrica del conjunto de los números reales. Consiste en una recta en la que se establece como punto de referencia el cero, la recta se extiende en ambas direcciones, los números positivos se ubican en un sentido (normalmente hacia la derecha) y los negativos en el otro (normalmente a la izquierda). Existe una correspondencia uno a uno entre cada punto de la recta y un número real.



Los problemas relacionados al empleo de la recta numérica generalmente consisten en hacer comparativos entre diferentes números reales. En una recta numérica, un número es mayor que otro si se encuentra a su derecha y viceversa. Por ejemplo: el número -1 es mayor que -5 por 4 unidades.



EJERCICIOS:

26E08. ¿Cuál de los siguientes números se encuentra entre los valores $-\frac{1}{2}$ y 3.14 ?

- A) -1 B) $-\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\sqrt{10}$

27E08. Ulises registró los puntos obtenidos de lunes a viernes en la Bolsa de Valores en un lapso de 3 semanas.

Semana Puntos registrados

1	$+23$	-12	$+20$	-11	$+18$
2	-29	$+8$	-27	$+12$	$+6$
3	-12	$+22$	-21	-13	-7

¿Cuál es la mayor ganancia de puntos obtenida en alguna de las 3 semanas?

- A) -31 B) $+38$ C) $+30$ D) $+31$

28E08. En una fiesta de cumpleaños la animadora hace un juego con los niños en el que les da un minuto para comer una dona que cuelga frente a ellos, sin utilizar las manos. La animadora registra en fracciones el tiempo empleado por cada niño para comerse la dona y, con base en ello, premia a los cuatro primeros lugares.

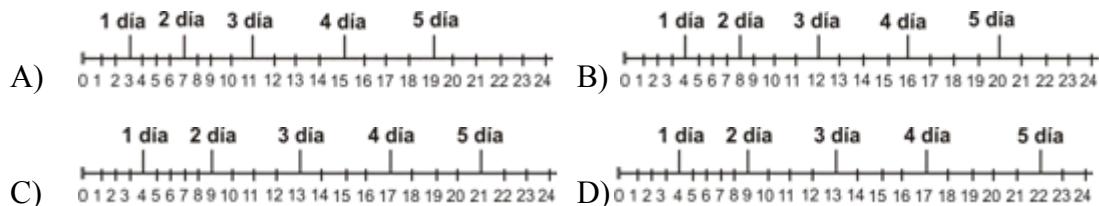
Ordene de menor a mayor el tiempo que tardaron los cuatro niños en comerse la dona para que la animadora otorgue los premios.

Tiempo de cada niño

$$1. \frac{5}{6} \quad 2. \frac{5}{8} \quad 3. \frac{5}{5} \quad 4. \frac{5}{7}$$

- A) 1, 2, 3, 4 B) 2, 4, 1, 3 C) 3, 1, 4, 2 D) 4, 3, 2, 1

29E08. Un ejército al iniciar un combate avanza 6 kilómetros cada noche y en el día retrocede 2 kilómetros. ¿A qué distancia del punto inicial se encuentra al finalizar el quinto día?



26E09. ¿Cuál de los siguientes números se encuentra entre $-\frac{7}{3}$ y $\frac{3}{8}$?

- A) $-\frac{14}{5}$ B) $-\frac{5}{16}$ C) $\frac{11}{17}$ D) $\frac{19}{18}$

27E09. En la ciudad de Monterrey se registraron, por cuatro días, las siguientes temperaturas en grados centígrados: -7° , -5° , 2° , 4° . ¿En cuál día se registró la temperatura que sobrepasaba los -6° pero estaba por debajo de los -3° ?

- A) **Primero** B) **Segundo** C) **tercero** D) **Cuarto**

28E09. En un laboratorio de química tienen frascos con los siguientes elementos: $\frac{83}{97}$ g de sodio, $\frac{5}{7}$ g de magnesio, $\frac{2}{5}$ g de yodo y $\frac{15}{31}$ g de potasio.

¿Cuál de los frascos contiene la menor cantidad de gramos?

- A) **Potasio** B) **Sodio** C) **Magnesio** D) **Yodo**

29E09. La temperatura registrada en una ciudad a las 3 a.m. fue de 0.9°C . Si para las 4 a.m. la temperatura se redujo a la mitad, ¿en cuál de las siguientes rectas numéricas se ubica la temperatura registrada a las 4 a.m.?

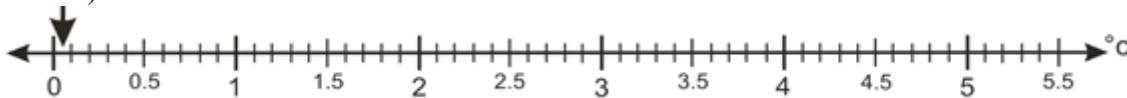
A)



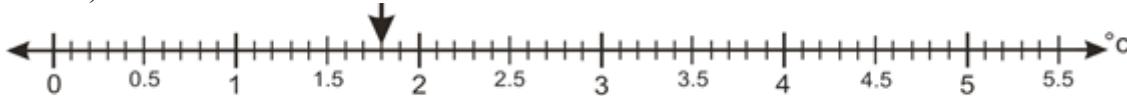
B)



C)



D)



26E10. Identifique el número real que se encuentra entre

$$-\sqrt{25} \text{ y } \frac{4}{5}$$

A) -6

B) -2

C) 5

D) 8

27E10. Un investigador químico observa la temperatura de una determinada sustancia durante una semana en la que se obtuvieron los siguientes datos:

Día	1	2	3	4	5	6	7
Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	4	-5	0	-2	2	1	5

¿En qué día de la semana se registró la menor temperatura de la sustancia?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

28E10. En una asamblea vecinal se realizaron votaciones para elegir al representante de colonia. La fracción del total de votos que obtuvo cada uno de los cuatro candidatos postulados, se presenta en la siguiente tabla:

Candidato	Fracción del total de votos recibidos
1	$\frac{2}{6}$
2	$\frac{1}{7}$
3	$\frac{3}{11}$
4	$\frac{1}{4}$

¿Cuál de los cuatro candidatos obtuvo el primer lugar por la cantidad de votos que recibió?

A) 1

B) 2

C) 3

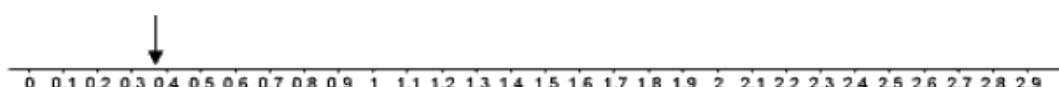
D) 4

29E10. Martha compró 2 metros de listón y utilizó solamente 5 retazos de $\frac{1}{8}$ de metro cada uno. ¿Qué opción representa los metros de listón sobrantes?

A)



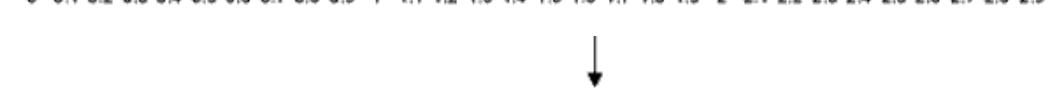
B)



C)



D)



26E11. ¿Qué número hay entre -2.36 y $\frac{25}{15}$?

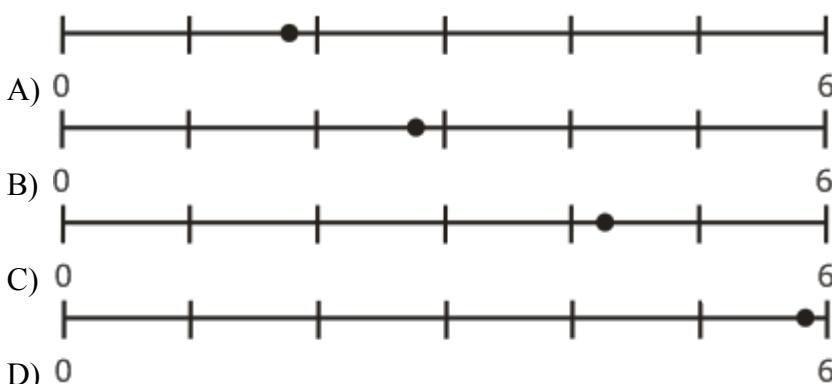
A) -2.40

B) -2.09

C) $\frac{29}{17}$

D) $\frac{36}{13}$

27E11. Para conocer la cantidad de agua que contiene una cisterna, ésta se encuentra dividida en 6 niveles. El primer día se encuentra completamente vacía y se suministra agua hasta $\frac{3}{4}$ de nivel. Durante la noche desciende $\frac{1}{4}$ de nivel. Al iniciar el segundo día se suministra agua que equivale a un nivel y medio, y desciende $\frac{1}{3}$ de nivel durante la noche. El tercer día se incrementa 2 niveles, y en la noche desciende $\frac{3}{4}$ de nivel. ¿En qué nivel inicia el agua al cuarto día?



28E11. Una empresa de refrescos desea comprar una huerta de mango para elaborar su producto. De las opciones de compra se han sintetizado las siguientes características:

Huerta	Periodo de producción	Cantidad producida durante el periodo (miles)	Cantidad de pulpa por mango
1	Bimestral	5	50 g
2	Anual	15	100 g
3	Trimestral	8	50 g
4	Semestral	4	100 g

Para obtener la mayor cantidad de pulpa al mes, ¿qué huerta conviene comprar?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

41E08. La señora Bertha le deja una nota a su hijo Luis para que vaya al mercado a comprar lo necesario para la comida. La nota incluye la siguiente tabla:

Producto	Cantidad requerida	Costo por kilogramo
Jitomates	2.50 kg.	\$8
Chiles	$\frac{1}{4}$ kg.	\$3
Aguacate	Kilo y cuarto	\$35

Si junto a la nota le deja un billete de \$100.00 para las compras, ¿cuál es el cambio que Luis debe regresar a su mamá?

- A) \$24.25 B) \$34.95
C) \$35.50 D) \$64.50

32E11. Un agente viajero recibe viáticos para 5 días por concepto de transporte, comida y hospedaje. El gasto diario mínimo y máximo que puede efectuar se presenta en la siguiente tabla:

Concepto	Gasto diario	
	Mínimo	Máximo
Transporte	\$ 250	\$280
Comida	\$150	\$220
Hospedaje	\$300	\$400

Se estima que la cantidad de dinero que gastó durante los 5 días que viajó se encuentra entre:

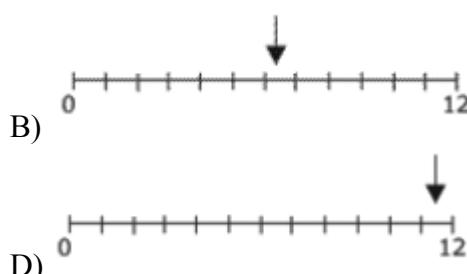
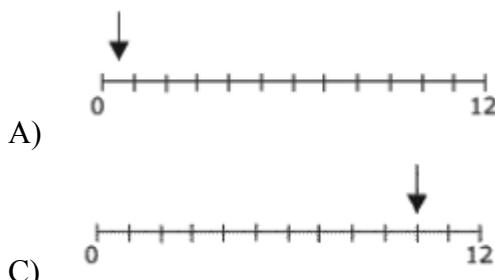
- A) \$1,000 y \$1,200 B) \$2,800 y \$3,400
C) \$3,500 y \$4,500 D) \$4,600 y \$5,000

26E12. ¿Cuál número es mayor que $-\frac{2}{3}$ y menor que 1.29?

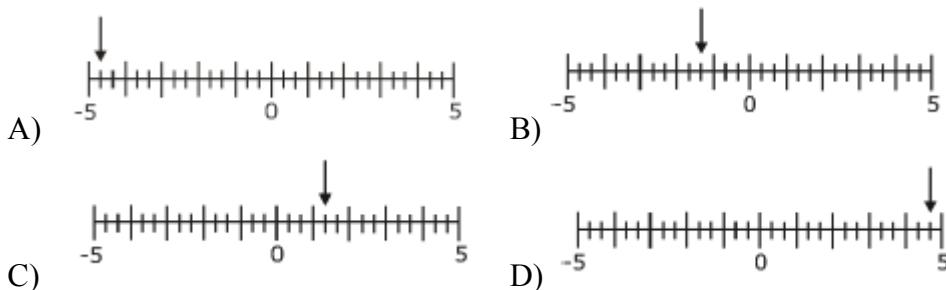
- A) -1.25 B) -0.75 C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{2}$

27E12. Inicialmente un recipiente contiene 6 L de agua, se utilizan $\frac{19}{4}$ L y, posteriormente, se le agregan $\frac{3}{4}$ L.

¿Cuál es la recta que indica los litros que contiene el recipiente al final?



37E12. Un entomólogo mide el movimiento de los segmentos en una lombriz al moverse. Observa que por cada $\frac{4}{3}$ de centímetro que avanza por segundo, el segmento regresa $\frac{1}{6}$ para dar el siguiente movimiento. Graficando este desplazamiento en una recta numérica, ¿cuántos centímetros se movió después de 4 segundos?



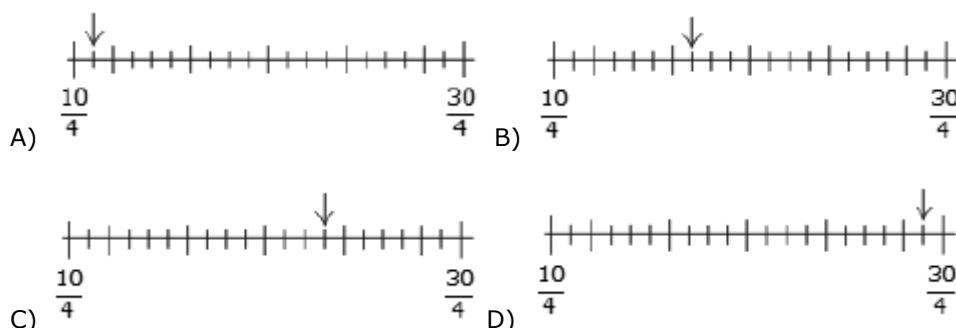
21E13. Es la fracción equivalente a $\frac{24}{18}$

- A) $\frac{6}{9}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{8}{2}$

26E13. ¿Cuál de los siguientes números se encuentra entre los valores $-\frac{1}{3}$ y 1.5?

- A) -0.40 B) -0.34 C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{7}{4}$

27E13. Un biólogo registra la distancia que nada un salmón contra corriente. Él se desplaza 5 m, la corriente lo regresa $\frac{9}{4}$ de m y posteriormente avanza 3 m más. Considerando que el punto de inicio del registro es 0, ¿en qué punto de la recta numérica se representa el avance del salmón?

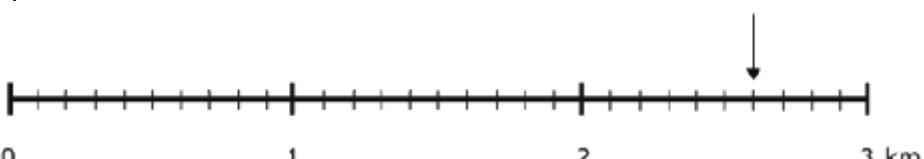


37E13. Por recomendación médica, José debe correr diariamente e ir aumentando semanalmente su recorrido. La primera semana corre $1\frac{1}{2}$ km diarios, la segunda aumenta una tercera parte su recorrido diario inicial, y en la tercera aumenta 0.6 km su recorrido diario. ¿Cuántos kilómetros estará corriendo diariamente al finalizar la tercera semana?

A)



B)



C)



D)



Problemas que involucran operaciones aritméticas básicas

En el planteamiento de algunos problemas es importante identificar palabras clave que están relacionadas con determinada operación aritmética. Por ejemplo la palabra “por” o la expresión “por cada” implica en algunos casos hacer una división.

Ejemplo: Si 3 panes cuestan \$6, puede establecerse entre ambas cantidades dos razones con diferente significado:

$$\left(\frac{3 \text{ panes}}{\$6}\right) = 0.5 \text{ panes/peso}$$

Significa que puede comprarse medio pan por cada peso disponible

$$\left(\frac{\$6}{3 \text{ panes}}\right) = \$2/\text{pan}$$

Significa que se paga 2 pesos por cada pan que se compra

El planteamiento del problema nos indica cual es la razón que debe calcularse en cada caso.

EJERCICIOS

32E08. Con base en los datos de la siguiente tabla, determine la marca de paquetes de lápices que ofrece más producto por menos dinero.

Marca	Costo por paquete
Escritor	10 bolsas por \$ 28.00
Palabras	12 bolsas por \$ 32.40
Portador	13 bolsas por \$ 37.70
Durable	15 bolsas por \$ 42.75

- A) Escritor B) Palabras C) Portador D) Durable

32E09. En un centro comercial se vende chocolate en polvo en cuatro diferentes presentaciones:

Presentación	Cantidad del producto en gramos	Precio
Mini	250	\$ 11.75
Chica	400	\$ 18.00
Mediana	1,800	\$ 82.80
Grande	3,500	\$161.00

De acuerdo con la cantidad y el precio, la presentación que proporciona el menor costo por producto es:

- A) mini B) chica C) mediana D) grande

32E10. Jorge desea comprar una crema dental en el supermercado; de las siguientes opciones, la que ofrece el menor precio por producto es la que contiene _____ gramos, con un precio de _____.

- A) 76, \$ 7.90 B) 152, \$12.80 C) 200, \$16.2 D) 228, \$18.86

36E09. José recibe \$250.00 a la semana para sus gastos. De lunes a viernes va a la escuela, por lo que aborda dos tipos de transporte público: uno le cobra \$4.00 y el otro \$5.50; considere los mismos gastos para su regreso. Además, en la comida de un día gasta \$25.00. José quiere comprar un CD de videojuegos con lo que le sobra de la semana; si el videojuego cuesta \$80.00, ¿cuánto le falta para comprar el CD?

- A) \$ 2.50 B) \$25.00 C) \$50.00 D) \$52.50

En la tabla siguiente se muestran las compras que realizó Raquel en un supermercado.

Concepto	Cantidad en kilogramos	Precio por kilo
Jamón	1/2	\$45.00
Queso	3/4	\$50.00

En total, ¿cuánto pagó por su compra?

- A) \$ 60.00 B) \$ 89.16 C) \$ 95.00 D) \$172.50

36E10. El profesor Alberto pide para su curso un libro de ejercicios, cuyo precio unitario es de \$87.50. Si adquiere todos los libros del grupo en una sola compra la librería le cobrará un total de \$2682.50. Si están inscritos 37 estudiantes en el curso, ¿cuánto ahorra todo el grupo al comprar todos los libros juntos?

- A) \$15 B) \$72 C) \$555 D) \$655

38E10. El espesor de cada hoja de papel que se utiliza en una fotocopiadora es de 0.105 mm. Si en la bandeja donde se coloca el papel caben diez paquetes de 50 mm de ancho, la cantidad de hojas de papel que caben en la bandeja se encuentra entre:

- A) 3000 y 3500 B) 4000 y 4500 C) 4501 y 5000 D) 5001 y 5500

28E12. Una máquina requiere una reparación de ejes, cojinetes y sistema hidráulico. Existen cuatro diferentes compañías que pueden realizarla; cada una cobra una cantidad determinada por cada reparación, como se observa en la siguiente tabla:

Empresa	Ejes	Cojinetes	Sistema hidráulico
Morgan	\$5,900	\$3,500	\$1,200
Labone	\$4,800	\$5,200	\$3,800
García	\$5,600	\$4,200	\$1,900
Santoyo	\$3,900	\$6,300	\$2,500

Identifique la compañía que ofrece el mejor costo para llevar a cabo la reparación.

- A) Morgan B) Labone C) Santoyo D) García

70E12. Un agente de seguros vendió en enero \$40,200 en productos, siendo su comisión de \$3,216. ¿Cuál fue la comisión que recibió en febrero si vendió \$50,500?

- A) \$3,721 B) \$4,040 C) \$5,576 D) \$6,312

28E13. Juan Manuel quiere contratar servicio de tv por cable y teléfono para su casa y cotiza el costo del servicio en cuatro compañías de las que obtiene los siguientes datos:

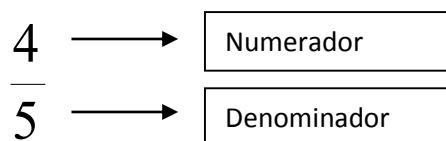
Compañía	Plazo del contrato (meses)	Costo del servicio de tv por plazo	Costo servicio teléfono por plazo
Servicable	3	\$800	\$700
Telnal	6	\$1,200	\$1,600
Cablemex	12	\$2,400	\$2,000
Cabletel	24	\$6,000	\$4,000

¿Cuál es la compañía que ofrece el servicio al menor costo mensual?

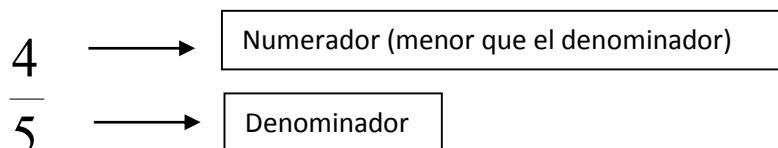
- A) Servicable B) Telnal C) Cablemex D) Cabletel

Fracciones

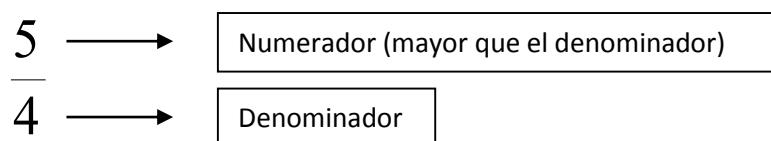
Fracciones son números tales como $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{20}{5}$. Son escritos con un número entero “sobre” (o dividido por) otro número entero. El número en la parte de arriba es el numerador. El de abajo es el denominador.



Las fracciones son descritas como fracciones propias o fracciones impropias. Una **fracción propia** es una fracción como $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{5}$ o $\frac{8}{9}$. En una fracción propia, el numerador es siempre **menor** en valor que el denominador.



Una **fracción impropia** es un fracción como $\frac{8}{3}$, $\frac{9}{8}$ o $\frac{10}{10}$. En una fracción impropia, el numerador es siempre **igual a o más grande** en valor que el denominador.



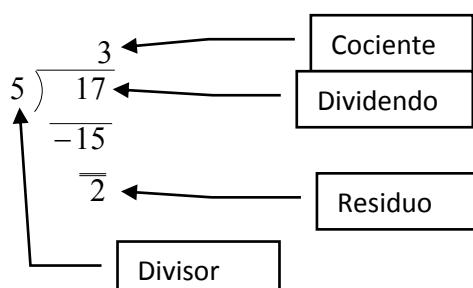
Los Número Mixtos son combinaciones de números enteros y fracciones. Por ejemplo:

$$9\frac{3}{8}, 2\frac{1}{4}$$

Conversión de fracciones impropias a números mixtos

1. Se divide la fracción sin llegar a decimales.
2. El cociente será la parte entera y la fracción estará formada por el residuo y el divisor.

Ejemplo: Convertir $\frac{17}{5}$ a número mixto



$$\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$$

Conversión de números mixtos a fracciones impropias

El procedimiento inverso al descrito anteriormente:

1. Multiplicar el entero por el denominador
2. Sumar el producto obtenido con el numerador.
3. Escribir la fracción cuyo numerador sea el resultado del paso 2 y el denominador se conserva.

Ejemplo: Convertir $3\frac{2}{5}$ a fracción impropia.

$$1. \quad (5)(3)=15$$

$$2. \quad 15+2=17$$

$$3. \quad \frac{17}{5}$$

$$3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$$

Fracciones equivalentes

Las fracciones equivalentes son aquellas que se escriben de diferente forma y tiene el mismo valor.

Las fracciones equivalentes se pueden obtener de dos maneras diferentes:

- a) Multiplicando el numerador y el denominador por un mismo número.

Ejemplo: Obtener una fracción equivalente a $\frac{3}{5}$

Al multiplicar numerador y denominador por cualquier número (por ejemplo 2) se obtiene su equivalente, es decir:

$$\frac{3}{5} = \frac{(3)(2)}{(5)(2)} = \frac{6}{10}$$

Por lo tanto, tres quintos es igual a seis decimos.

- b) Dividiendo numerador y denominador por un mismo numero

Ejemplo: Obtener una fracción equivalente a $\frac{6}{10}$

En este caso, si se divide numerador y denominador por 2, se obtiene:

$$\frac{6}{10} = \frac{(6) \div (2)}{(10) \div (2)} = \frac{3}{5}$$

Por lo tanto, seis decimos es igual a tres quintos.

EJERCICIOS:

20E08. ¿Cuál es la forma equivalente de la siguiente fracción? $\frac{9}{12}$

- A) $\frac{18}{48}$ B) $\frac{27}{36}$ C) $\frac{10}{13}$ D) $\frac{11}{15}$

20E09. Una fracción equivalente a $\frac{7}{4}$ es:

- A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{49}{16}$ C) $\frac{56}{32}$ D) $\frac{49}{4}$

20E10. Identifique una fracción equivalente a $\frac{5}{3}$.

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{6}{10}$ C) $\frac{15}{9}$ D) $\frac{10}{9}$

21E11. Es una fracción equivalente de $\frac{3}{5}$.

- A) $\frac{6}{15}$ B) $\frac{9}{15}$ C) $\frac{15}{20}$ D) $\frac{18}{20}$

21E12. ¿Cuál de las siguientes opciones es una fracción equivalente a $\frac{16}{36}$?

- A) $\frac{4}{18}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{8}{12}$ D) $\frac{8}{9}$

Operaciones con fracciones**Suma y resta de números fraccionarios**

Cuando se suman números fraccionarios pueden presentarse los siguientes casos:

1. Suma de fracciones con igual denominador.

Para sumar fracciones con igual denominador se suman los numeradores, conservando en mismo denominador

Ejemplo: $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+2+1}{4} = \frac{6}{4}$

2. Suma de fracciones con distinto denominador.

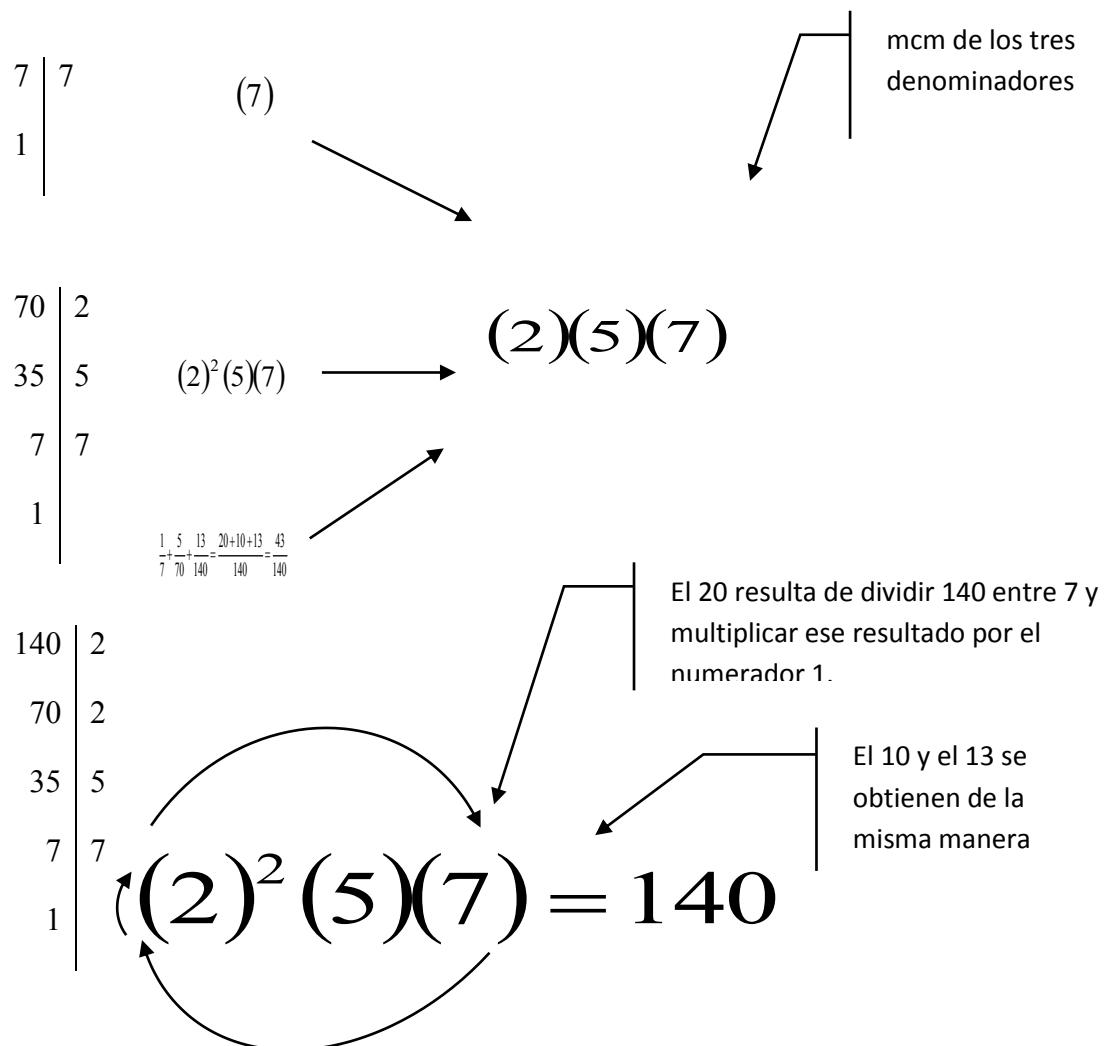
Para sumar fracciones con distinto denominador se procede como sigue:

1. Se calcula en primer lugar el mínimo común múltiplo (mcm) de los denominadores. Este será el denominador común.
2. Se divide el denominador común entre el denominador de la primera fracción y el resultado se multiplica por el numerador correspondiente. Se coloca el número obtenido en el numerador de la fracción resultante.



3. Se repite el paso anterior hasta la última fracción.
4. Se suman los números obtenidos en los pasos 2 y 3.
5. La fracción resultante se forma de la suma obtenida en el paso 4 (numerador) y el mcm (denominador).

Ejemplo: $\frac{1}{7} + \frac{5}{70} + \frac{13}{140}$



Suma de números mixtos

Si en una suma de fracciones aparecen números mixtos, se convierten a fracciones impropias y se procede como en los casos anteriores.

Ejemplo:

$$2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{5} + 4\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{7}{3} + \frac{17}{5} + \frac{33}{8} + \frac{1}{4} = ?$$

Resuelve la suma anterior

Multiplicación de fracciones

Para multiplicar una fracción por otra, se multiplica numerador y denominador por denominador

$$\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{(3)(1)}{(4)(5)} = \frac{3}{20}$$

Multiplicación de números mixtos

Para multiplicar fracciones mixtas, se convierten las fracciones mixtas a fracciones impropias y se procede como en el caso anterior.

Ejemplo:

Multiplicar

$$\left(5\frac{1}{4}\right)\left(3\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{21}{4}\right)\left(\frac{11}{2}\right) = \frac{231}{8}$$

División de fracciones

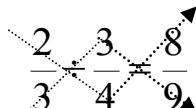
La operación de división de fracciones se puede representar de diferentes formas. Puede emplearse los símbolos: ó \div . Otra forma es representándola como una fracción de fracciones.

Ejemplos:

$$a) \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \qquad b) \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} =$$

Para el primer caso (independientemente de que se empleen los símbolos de división) existen dos formas de resolver la operación:

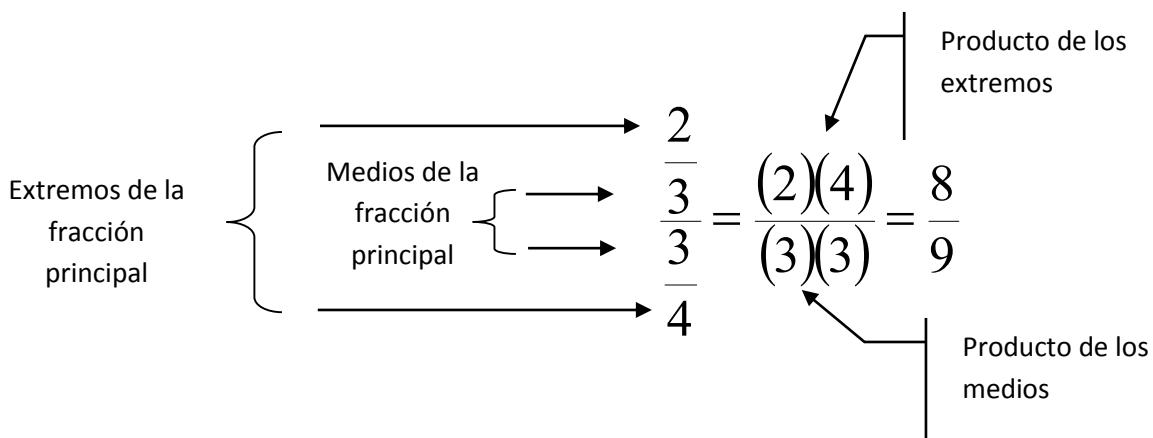
1. Se efectúa el “producto cruzado”:



2. Se invierte la segunda fracción y se efectúa la operación de multiplicación:

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{8}{9}$$

En el caso de la fracción entre fracciones, se multiplican entre sí los extremos (numerador de la fracción de arriba y denominador de la de abajo). Lo mismo se hace con los medios (denominador de la fracción de arriba y numerador de la de abajo). El primer valor es el numerador de la fracción resultante. El segundo es el denominador.



División con números mixtos

Para dividir números mixtos, se convierten los números mixtos a fracciones impropias y se procede como en el caso anterior.

Ejemplo:

$$4\frac{2}{3} \div 5\frac{3}{4} = \frac{\frac{14}{3}}{\frac{23}{4}} = \frac{(14)(4)}{(3)(23)} = \frac{56}{69}$$

EJERCICIOS:

21E08. ¿Cuál es el resultado al realizar la siguiente operación? $\frac{7}{12} + \frac{1}{4} + \frac{3}{8}$

- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{11}{24}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{29}{24}$

22E08. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación? $\frac{4}{9} \times \frac{2}{5} \times 3\frac{2}{7}$

- A) $\frac{16}{315}$ B) $\frac{48}{315}$ C) $\frac{80}{315}$ D) $\frac{184}{315}$

23E08. ¿Qué cantidad se obtiene al resolver la siguiente operación?

$$\left[3 \left\{ (2 - 5)^2 - 4 \left(\frac{3}{2} - \frac{10}{4} \right)^3 \right\} + 3 \left(\frac{7}{9} \right) \right] - \sqrt{49}$$

- A) $\frac{40}{3}$ B) $\frac{103}{3}$ C) $\frac{166}{3}$ D) $\frac{169}{3}$

24E08. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?

$$\left(3\frac{7}{12}\right) \div \left(\frac{8}{9}\right) =$$

- A) $1\frac{5}{9}$ B) $1\frac{31}{32}$ C) $3\frac{5}{27}$ D) $4\frac{1}{32}$

21E09. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?

$$\frac{12}{5} + \frac{3}{4} + 2 =$$

- A) $\frac{17}{9}$ B) $\frac{17}{20}$ C) $\frac{65}{20}$ D) $\frac{103}{20}$

22E09. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación de fracciones?

$$\left(5\frac{3}{4}\right) \left(\frac{1}{3}\right) (2) =$$

- A) $3\frac{5}{6}$ B) $5\frac{1}{2}$ C) $7\frac{1}{4}$ D) $10\frac{1}{4}$

38E12. Se colocan en un contenedor 12 kg de carne de res, 18 kg de carne de cerdo y 30 kg de carne de pollo, empacados en bolsas con igual peso y con la máxima cantidad de carne posible. ¿Cuál es el peso, en kilogramos, de cada bolsa?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 20

23E09. ¿Cuál es el resultado de la siguiente expresión?

$$2^3 - \left[(\sqrt{4}) \left(\frac{6}{3} - 1 \right) \right]$$

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

24E09. ¿Cuál es el resultado de la siguiente división de fracciones?

$$\left(2\frac{1}{3}\right) \div \left(\frac{3}{8}\right) =$$

- A) $1\frac{7}{9}$ B) $2\frac{1}{8}$ C) $2\frac{8}{9}$ D) $6\frac{2}{9}$

21E10. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación aritmética?

$$\frac{10}{3} + \frac{2}{7} - \frac{1}{2}$$

- A) $-\frac{20}{42}$ B) $\frac{11}{8}$ C) $\frac{131}{42}$ D) $\frac{173}{42}$

22E10. El resultado de la operación $\left(\frac{7}{5}\right)(2)\left(\frac{4}{3}\right)$ es:

- A) $\frac{13}{8}$ B) $\frac{13}{10}$ C) $\frac{56}{15}$ D) $\frac{56}{30}$

23E10. ¿Cuál es el resultado de la siguiente expresión?

$$\left(\frac{2^5 - \sqrt{400}}{2}\right) - \{-[3(3+1)]\}$$

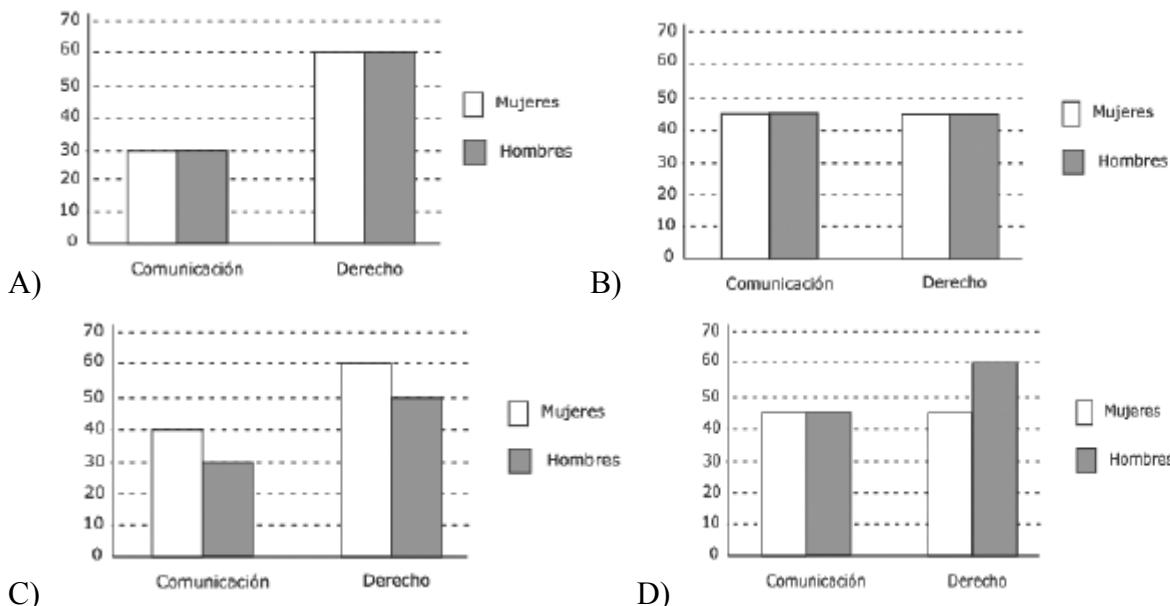
- A) -6 B) 7 C) 16 D) 18

24E10. Realice la división de las siguientes fracciones

$$\frac{5}{6} \div \frac{2}{3}$$

- A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{9}{5}$

33E12. En una universidad, de 180 estudiantes de nuevo ingreso en las carreras de comunicación y derecho, la mitad son mujeres, de las cuales 60 estudian derecho, mientras que la tercera parte de la población son alumnos de comunicación. ¿Cuál de los siguientes gráficos indica la distribución de los estudiantes de nuevo ingreso?



22E11. ¿Cuál es el resultado de $\frac{4}{9} + \frac{6}{18} + \frac{5}{3}$?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{22}{9}$ D) $\frac{11}{3}$

24E11. Resuelva la siguiente operación. $\sqrt{9} - \{2^3 + [-1 + 8(10 - 3)]\}$

- A) -62 B) -60 C) 63 D) 68

25E11. ¿Cuál es el resultado que se obtiene de la operación $\frac{7}{2} \div \frac{11}{4}$?

A) $\frac{8}{77}$

B) $\frac{11}{14}$

C) $\frac{14}{11}$

D) $\frac{77}{8}$

23E11. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación? $\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{2}{4}\right)$

A) $\frac{5}{16}$

B) $\frac{9}{20}$

C) $\frac{5}{7}$

D) $\frac{20}{9}$

42E10. De la población estudiantil de una escuela, $\frac{4}{7}$ son mujeres; de esa cantidad, la tercera parte son mayores de edad. Si la población total de dicha escuela es de 777 estudiantes, ¿cuántas mujeres son mayores de edad?

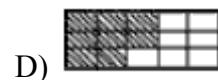
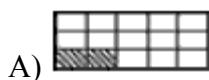
A) 148

B) 185

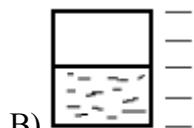
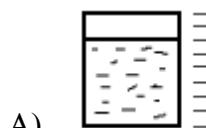
C) 259

D) 444

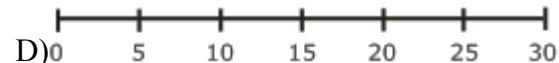
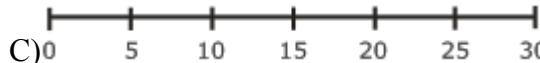
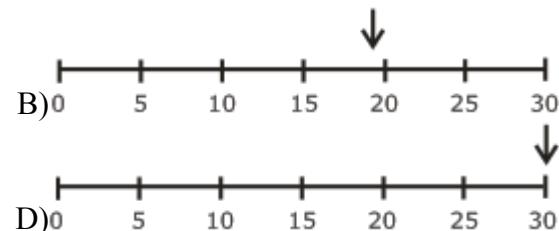
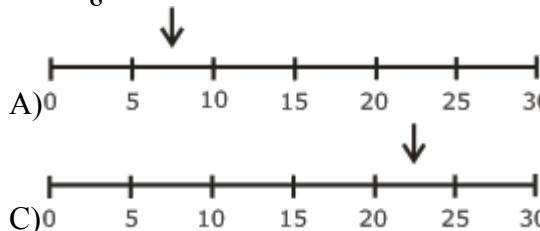
44E10. Angélica realiza un trabajo en el que emplea $\frac{2}{3}$ partes de $\frac{4}{5}$ de una cartulina que le quedaba de otro trabajo. ¿Qué parte del total de la cartulina utilizó?



44E08. Cada hora una llave llena un recipiente a $\frac{1}{8}$ de su capacidad. Al mismo tiempo, se utiliza $\frac{1}{3}$ del agua que entra. Transcurridas 6 horas, ¿qué cantidad de agua hay en el recipiente?



37E11. Un autobús cuya capacidad es de 30 pasajeros recorre una ruta de 100 km. Inicia su recorrido con 7 personas, en el kilómetro 10 suben la mitad de su capacidad, en el km 25 se queda con $\frac{1}{2}$ de pasajeros que traía y en el km 75 el camión queda lleno. ¿Cuántos se subieron en el km 75?



38E11. Tres ferrocarriles pasan por una estación de vía múltiple con los siguientes intervalos: uno cada 6 minutos, otro cada 9 minutos y el tercero cada 15 minutos. Si a las 16 horas pasan simultáneamente, ¿a qué hora pasarán de nuevo los tres trenes al mismo tiempo?

- A) 16:45 B) 17:00 C) 17:15 D) 17:30

22E12. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{2}{4}$$

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$

23E12. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?

$$\left(\frac{33}{21}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

- A) $\frac{11}{21}$ B) $\frac{28}{33}$ C) $\frac{33}{28}$ D) $\frac{18}{13}$

24E13. Calcule el resultado de la siguiente operación.

$$(3+2)^2 \cdot \{(2)^3 + [(2 \cdot 4) - (3 \cdot 2)]\}$$

- A) 100 B) 130 C) 190 D) 250

24E12. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?

$$[(40 \div 10) - 5] + [(\sqrt{36} \times 1^2)3]$$

- A)-17 B) -2 C) 17 D) 35

25E12. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?

$$\frac{9}{10} \div \frac{3}{5}$$

- A) $\frac{27}{50}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{50}{27}$

22E13. ¿Cuál es el resultado de la operación $\frac{1}{3} + \frac{3}{6} + \frac{1}{2}$?

- A) $\frac{3}{36}$ B) $\frac{6}{18}$ C) $\frac{5}{11}$ D) $\frac{4}{3}$

23E13. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación $\left(\frac{4}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{5}\right)$?

- A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{3}{40}$ C) $\frac{9}{16}$ D) $\frac{41}{30}$

25E13. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?

$$\frac{7}{6} + \frac{2}{3}$$

- A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{7}{9}$ C) $\frac{9}{7}$ D) $\frac{7}{4}$

32E13. En la carretera de 8 km que lleva a San Miguel, la pollería se encuentra después

del mercado (km 4), a una distancia equiparable a $\frac{2}{5}$ de la distancia entre la ferretería (km 3.5), y la panadería (km 6.25). ¿Entre qué kilómetros se encuentra la pollería?

- A) 1.1 a 2.0 B) 2.5 a 4.0 C) 4.1 a 6.0 D) 6.5 a 8.0

35E13. Un terreno de 3,000 m² será dividido. $\frac{2}{3}$ será para los pobladores de San

Sebastián; de los cuales $\frac{3}{4}$ de la fracción correspondiente serán para 5 familias en especial. ¿Cuántos m² tendrá el terreno que le toque a cada familia?

- A) 300 B) 450 C) 600 D) 1,500

38E13. Elena tiene cubos de 12, 16 y 18 mm. Ella desea hacer tres torres, una con cada tipo de cubo. Las tres torres deben ser lo más pequeñas posible pero también deben compartir la misma altura. ¿Qué altura, en milímetros deberán tener las torres?

- A) 36 B) 48 C) 144 D) 288

Más problemas sobre fracciones

En algunos casos en que es común el planteamiento de un problema con el uso del álgebra, puede emplearse como alternativa una sencilla operación aritmética de suma de fracciones.

Ejemplo: Un grifo tarda en llenar un depósito tres horas y otro grifo tarda en llenarlo seis horas. ¿Cuánto tiempo tardarán en llenar los dos grifos juntos el depósito?

El planteamiento se facilita si se considera el tiempo que tarda cada grifo en llenar la alberca por separado.

El primer grifo tarda tres horas en llenar el depósito:

$$\frac{1 \text{ deposito}}{3 \text{ horas}} = \frac{1}{3} \text{ deposito/hora}$$

Se llena la tercera parte del depósito en una hora

El segundo grifo tarda seis horas en llenar el depósito:

$$\frac{1 \text{ deposito}}{6 \text{ horas}} = \frac{1}{6} \text{ deposito/hora}$$

Se llena la sexta parte del depósito en una hora

Para saber con qué rapidez se llena el depósito empleando ambos grifos, sumamos los dos valores anteriores:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

Se llena medio depósito cada hora

Por lo tanto el depósito debe llenarse en dos horas.

EJERCICIOS:

43E08. Tres grifos tardan en llenar una alberca 4, 6 y 12 horas, respectivamente. Si se colocan los tres grifos para llenar la alberca al mismo tiempo, ¿cuántas horas tardan en llenarlo?

- A) 1 B) 2 C) 7 D) 22

43E09. Una tortillería tiene tres máquinas para completar un pedido. El tortillero sabe que la primera máquina tarda un día en completar el pedido, la segunda tarda 36 horas y la tercera 3 días. Si las tres máquinas trabajan simultáneamente para el pedido, ¿cuántas horas tardarán en hacerlo?

- A) 12 B) 6 C) 72 D) 132

43E10. Cada día, a uno de tres hermanos le toca llenar una cisterna con agua. Artemio puede llenarla en 6 horas, Valente en 9 horas y Guillermo en 18 horas. ¿En cuánto tiempo podrían llenarla si trabajan juntos?

- A) 1 hr B) 2 hr C) 3 hr D) 4 hr

36E11. Tres hermanos elaboran adornos para una fiesta. Raúl realiza un adorno en 5 minutos, Carlos en 2 y María en 4 minutos. ¿Cuántos adornos completos harán en 20 minutos si los tres trabajan en equipo?

- A) 9 B) 14 C) 15 D) 19

36E13. El control de calidad de una fábrica señala que un obrero experimentado elabora 50 tornillos en una hora, un técnico lo hace en 2 horas y un aprendiz en 5 horas. ¿Cuántos tornillos se elaboran en 6 horas al trabajar los tres al mismo tiempo?

- A) 400 B) 510 C) 650 D) 716

Problemas sobre de porcentajes

La expresión “por ciento” significa “por cada 100”. Los porcentajes están íntimamente relacionados con las fracciones y los números decimales. 5% se lee “5 por ciento” y se refiere a una fracción cuyo numerador es 5 y el denominador es 100. En un ejercicio práctico nos estaríamos refiriendo a 5 elementos de un total de 100 o “5 por cada 100”

$$5\% = \frac{5}{100} = 0.05$$

$$62\% = \frac{62}{100} = 0.62$$

Para convertir un porcentaje en decimal se procede como sigue:

1. Se quita el símbolo de %
2. Se recorre el punto decimal dos unidades hacia la izquierda (esto equivale a dividir por 100)
3. Se agrega un cero a la izquierda del punto decimal en caso de que el porcentaje sea menor de 100% para hacer más evidente la posición del punto.

Para convertir un decimal en porcentaje se invierte el procedimiento anterior.

Ejemplos:

Porcentajes a decimales

$$43\% = 0.43$$

$$54.5\% = 0.545$$

$$156\% = 1.56$$

$$20\% = 0.20$$

Decimales a porcentajes

$$0.762 = 76.2\%$$

$$0.034 = 3.4\%$$

$$0.00085 = 0.085\%$$

$$25.67 = 2567\%$$

Esto es particularmente útil cuando calculamos el porcentaje de un número determinado.

Ejemplos:

El 45% de 60 se calcula: $60 (0.45)=27$

El 15% de IVA de un producto con un valor de \$300, se calcula: $\$300(0.15)=\45

Si se quiere saber cuál es el costo de un producto con un valor de \$450 con el impuesto incluido (15%), se calcula: $\$450(1.15)=\517.5

EJERCICIOS:

35E08. Francisco se dedica a la compraventa de libros. Si adquiere un libro cuyo valor es de \$357 y desea ganar 15% de su inversión, ¿a qué precio deberá venderlo?

- A) 362.35 B) 372.00 C) 410.55 D) 428.40

36E08. Ximena compra una caja de despensa que cuesta \$850. Al momento de pagar, la cajera le indica que la despensa tiene una rebaja de 15%. Si Ximena paga con un billete de \$1000, ¿cuánto dinero le devuelven?

- A) \$127.50 B) \$277.50 C) \$278.50 D) \$722.50

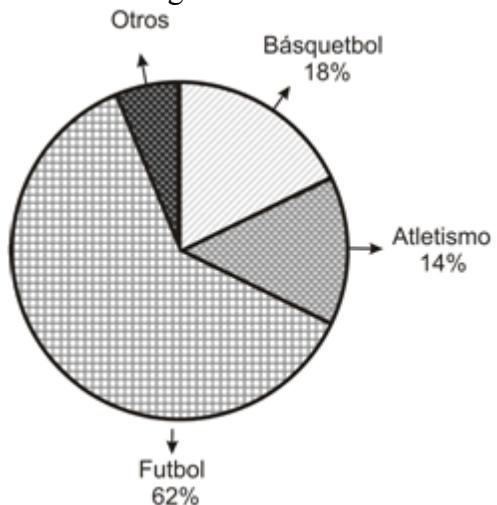
38E08. Una tienda ofrece 25% de descuento en ropa. Juan escogió una camisa de \$300, un pantalón de \$500 y una playera de \$200. Al llegar a la caja pagó por la ropa entre...

- A) \$200 y \$550 B) \$600 y \$950
C) \$1000 y \$1350 D) \$1400 y \$1750

42E08. En la cuarta parte del volumen de una cisterna hay 200 litros. Por tener paredes inclinadas, cada cuarta parte hacia arriba contiene 50% más que la anterior. ¿Con cuántos litros se llena la cisterna?

- A) 1100 B) 1200 C) 1600 D) 1625

76E08. Una encuesta realizada a 1400 alumnos sobre sus preferencias deportivas, mostró los siguientes resultados:



Determine cuántos alumnos prefieren otros tipos de deportes a los que la mayoría prefiere.

- A) 6
B) 84
C) 840
D) 1316

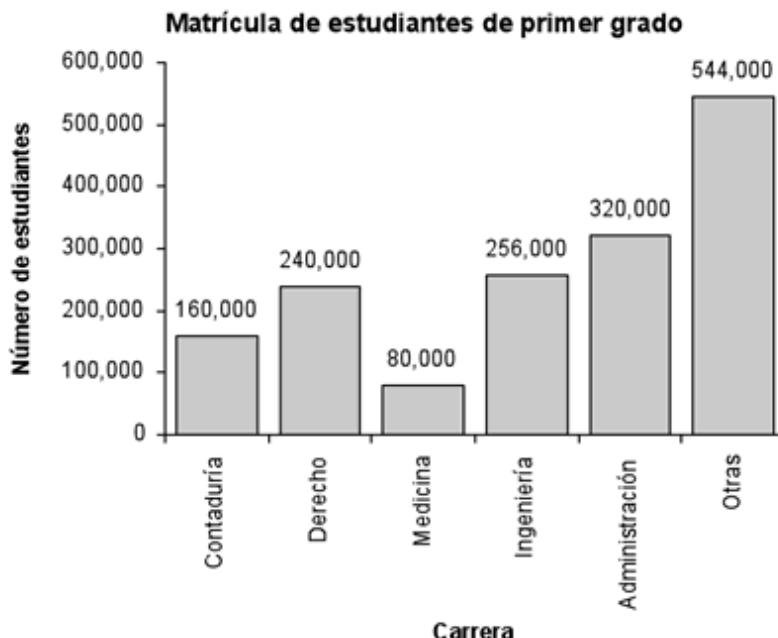
35E09. En una tienda hay una oferta de pantalones y Sonia quiere saber el precio con descuento para decidir su compra. Si el costo del pantalón es de \$355.00 y tiene un descuento de 25%, ¿cuál es el precio del pantalón?

- A) \$ 88.75 B) \$105.00 C) \$266.25 D) \$330.00

42E09. En una compañía de autos, 30% de los empleados son miembros de algún club deportivo; de ellos, 20% se ubica en la zona sur. Si la compañía cuenta con 300 empleados, ¿cuántos de ellos asisten a un club deportivo en la zona sur?

- A) 18 B) 20 C) 60 D) 150

75E09. La gráfica muestra la matrícula de ingreso de estudiantes en una universidad. Si al año siguiente se da de baja 13% de los estudiantes en cada carrera, ¿cuántos estudiantes de ingeniería permanecerán en la carrera en el segundo año escolar?



- A) 33,280 B) 208,000 C) 222,720 D) 255,987

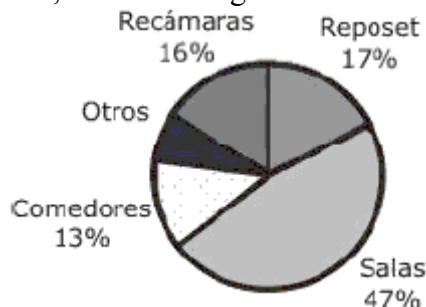
35E10. Una persona compró una computadora de \$9,728.20. Al momento de pagar recibió un descuento de 15%. ¿Cuánto pagó por el aparato?

- A) \$ 1,459.23 B) \$ 8,268.97 C) \$ 9,713.20 D) \$11,187.43

41E10. Fernando vendió 2,000 pollos a diferentes precios: 45% lo vendió a \$10.00 cada uno y 55% a \$8.00 cada uno. Si obtuvo una ganancia de \$2,670.00, ¿cuál es el porcentaje de la ganancia sobre el total obtenido?

- A) 15.00% B) 17.64% C) 82.36% D) 85.00%

76E10. La producción de 5000 muebles para el hogar en la empresa Muebles Tapizados, S.A, durante el segundo trimestre del año, se presenta en el siguiente gráfico.



Dados los datos de la gráfica, ¿cuántos muebles en el sector otros se produjeron en la citada empresa?

- A) 350 B) 400 C) 3500 D) 4650

31E11. Jorge pagó \$2,600 por una televisión que tenía un descuento del 25%. ¿Cuánto costaba originalmente?

- A) \$3,250.00 B) \$3,466.66 C) \$4,550.00 D) \$7,800.00

34E11. En la jornada de salud, se le pide a una enfermera que entregue la contabilidad del número de enfermos por padecimiento. Los diferentes especialistas le entregan los siguientes datos:

Población con:			Total de pacientes
Caries	Fiebre	Dermatitis	
$\frac{15}{20}$	5 %	$\frac{12}{60}$	120

Cuál es el reporte que debe entregar con la cantidad de pacientes correspondiente?

- | Habitantes enfermos con: | | |
|--------------------------|--------|------------|
| Caries | Fiebre | Dermatitis |
| 72 | 24 | 24 |
- B)
- | Habitantes enfermos con: | | |
|--------------------------|--------|------------|
| Caries | Fiebre | Dermatitis |
| 36 | 60 | 24 |
-
- | Habitantes enfermos con: | | |
|--------------------------|--------|------------|
| Caries | Fiebre | Dermatitis |
| 75 | 5 | 40 |
- C)
- D)
- | Habitantes enfermos con: | | |
|--------------------------|--------|------------|
| Caries | Fiebre | Dermatitis |
| 90 | 6 | 24 |

35E11. Santiago tiene \$200 para sus gastos de la semana.

Utiliza 40% en transporte, de lo que resta ocupa la mitad para ir al cine y gasta una tercera parte del sobrante en palomitas. ¿Cuánto dinero le queda al final de la semana?

- A) \$ 13.33 B) \$ 40.00 C) \$ 50.80 D) \$ 60.00

38E11. Una escuela pide a un sastre la fabricación de los uniformes de sus alumnos con las siguientes especificaciones sobre el porcentaje de color que debe tener cada uno:

Color %

Gris 60

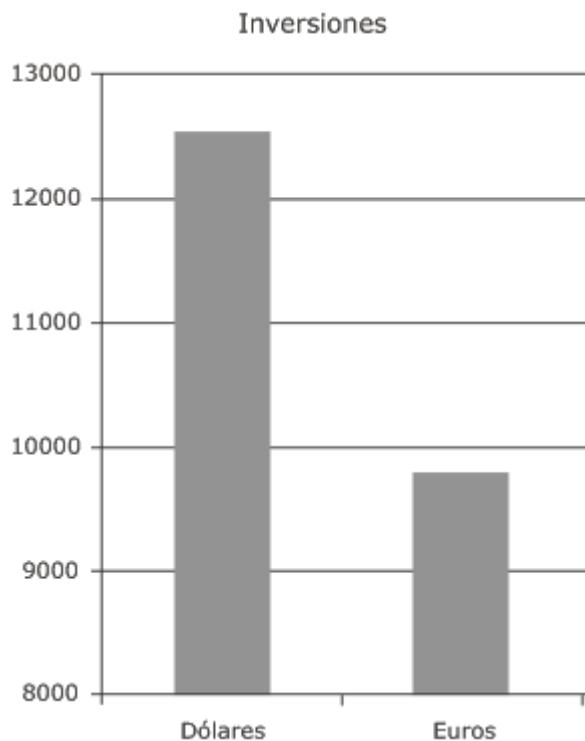
Azul 30

Blanco 10

Al tomar medidas de los 100 alumnos, el sastre observa que necesita 150 cm de tela en promedio para cada uniforme. Tomando en cuenta que el alumno más alto necesita 5 cm más y el más bajo 5 cm menos de la media, ¿cuántos metros de tela gris necesitará aproximadamente para el total de uniformes?

- A) 30 a 50 B) 50 a 70 C) 80 a 100 D) 140 a 150

40E11. Una empresa tiene dos cuentas de ahorro, una en dólares y otra en euros. Los montos de cada cuenta se presentan en la siguiente gráfica:



Si la cuenta en dólares crece anualmente un 10%, y la de euros 15%, el capital total de ambas cuentas, en dólares, después de un año se encuentra entre _____. Consideré que 1 euro = 1.26 dólares.

- A) 25,000 y 25,750 B) 26,250 y 27,000 C) 27,500 y 28,250 D) 28,750 y 29,500

31E12. En un restaurante, la distribución del tipo de bebida vendida por cliente se da de la siguiente forma: 15% pide agua, 20% pide vino y el 65% pide refresco. Si en este momento hay 140 clientes, ¿cuántos de ellos están bebiendo vino?

- A) 21 B) 28 C) 49 D) 91

34E12. Para un trabajo de sociología, alumnos de secundaria investigaron el nivel de educación de los pobladores de su comunidad. Se hicieron 3 grupos y obtuvieron los siguientes datos de la escolaridad del grupo encuestado.

Escolaridad			Total de encuestados
Primaria	Secundaria	Preparatoria	
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{5}$	8%	150
Se sabe que hay un grupo de pobladores que no tienen estudios escolares.			

¿Qué tabla representa el número de pobladores con su respectivo nivel escolar?

A)

Habitantes		
Primaria	Secundaria	Preparatoria
10	20	120

B)

Habitantes		
Primaria	Secundaria	Preparatoria
66	20	8

C)

Habitantes		
Primaria	Secundaria	Preparatoria
100	30	12

D)

Habitantes		
Primaria	Secundaria	Preparatoria
116	30	4

39E12. El señor Sánchez tiene 80 m de tela para hacer las cortinas de los salones de una escuela de acuerdo con las siguientes medidas:

Salón	Medida
Segundo semestre	250 cm
Cuarto semestre	320 cm
Sexto semestre	3.5 m
Subdirección	5.2 m
Dirección	El doble del salón de cuarto semestre
Biblioteca	El 10% de la tela
Audiovisual	El resto

Aproximadamente, ¿cuántos metros quedan para el salón de audiovisual?

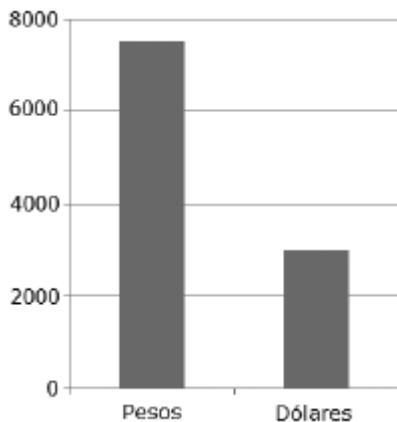
- A) 28 B) 31 C) 51 D) 54

40E12. Alejandra vende en su negocio artículos relacionados con la informática.

Algunos de sus productos los compra en pesos y otros más en dólares. El importe de sus compras se muestra en la siguiente gráfica:



Importe por compras

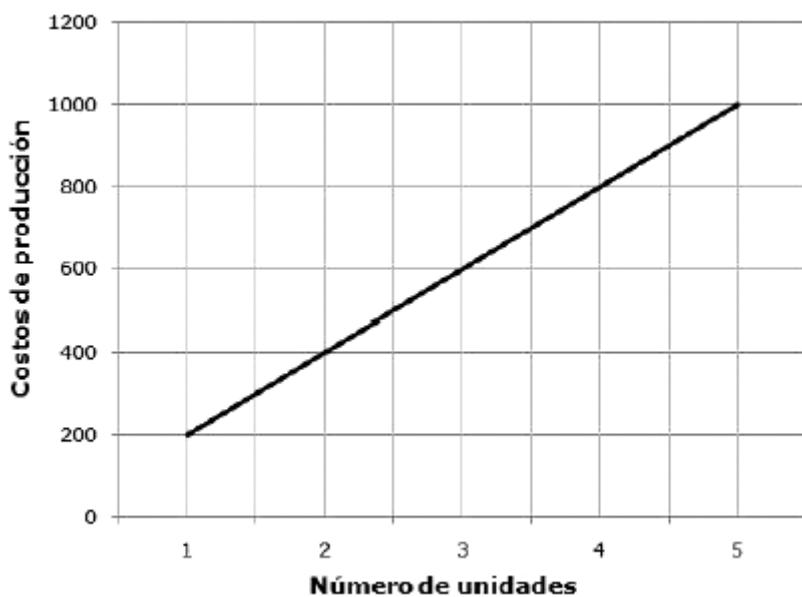


Alejandra decide abrir una sucursal de su negocio y planea incrementar sus compras; en pesos se incrementarán 35% y en dólares aumentarán 45%. Considerando el total de compras después del aumento, ¿cuánto dinero en pesos gastará en total?

Consideré que 1 dólar = \$13.6.

- A) \$10,000 a \$15,000 B) \$35,000 a \$40,000
C) \$55,000 a \$60,000 D) \$65,000 a \$70,000

85E12. El costo de producción de pantalones en una fábrica se muestra en la siguiente gráfica:



Si el costo de producción de una chamarra es 75% mayor que el de un pantalón, ¿cuántas chamarras se pueden producir con el costo de 14 pantalones?

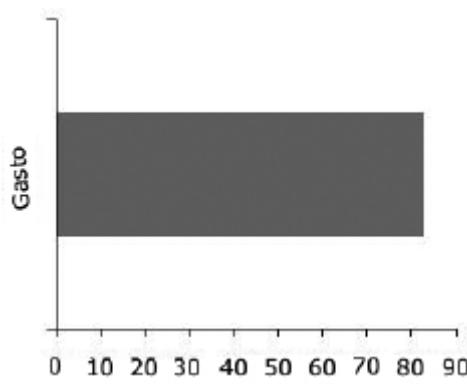
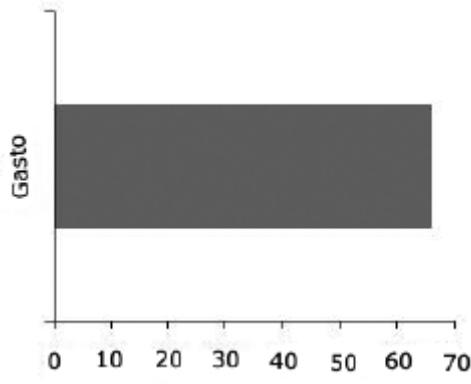
- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14

31E13. Un disco compacto de colección cuesta \$522. Si tiene un descuento del 12%, ¿cuánto cuesta el disco?

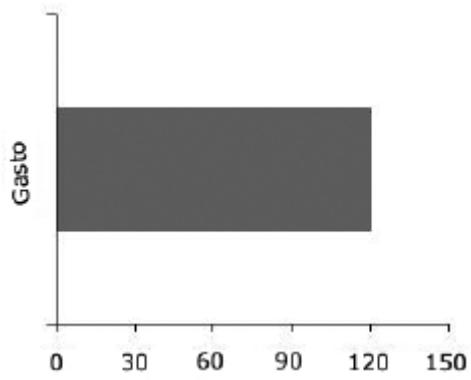
- A) \$457.60 B) \$459.36 C) \$510.00 D) \$521.12

33E13. Susana recibe \$1,000 al mes para sus gastos; utiliza 40% en diversión y ahorra 50% del resto. De lo destinado para diversión, utiliza 30% para ir al cine, de los cuales 5% lo utilizó para pasajes y 50% para comprar el boleto de entrada. ¿Cuánto dinero en total gastó en pasajes y en entradas?

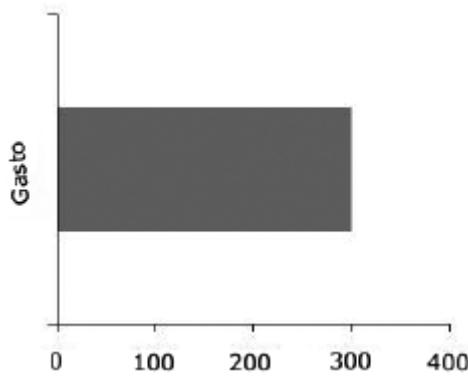
A)



C)



D)



34E13. En la jornada de salud, se le pide a una enfermera entregue la contabilidad del número de enfermos por padecimiento. Los diferentes especialistas le entregan los siguientes datos:

Población con:			Pacientes
Caries	Fiebre	Dermatitis	
$\frac{3}{4}$	5%	$\frac{1}{5}$	120

¿Cuál es el reporte que debe entregar con la cantidad de pacientes correspondiente?

A)

Habitantes enfermos con:		
Caries	Fiebre	Dermatitis
72	24	24

B)

Habitantes enfermos con:		
Caries	Fiebre	Dermatitis
36	60	24

C)

Habitantes enfermos con:		
Caries	Fiebre	Dermatitis
75	5	40

D)

Habitantes enfermos con:		
Caries	Fiebre	Dermatitis
90	6	24

39E13. Se tienen tres contenedores con diferentes volúmenes de alcohol como se muestra en la tabla siguiente.

Contenedor	Volumen existente	Porcentaje de alcohol evaporado
A	350 a 370 L	31%
B	47 a 49 hL	42%
C	760 a 780 L	48%

El alcohol existente en los tres contenedores después de la evaporación se va a transportar en una pipa. La pipa transportará entre ____ y ____ litros. Considere que 1 hL es equivalente a 100 L.

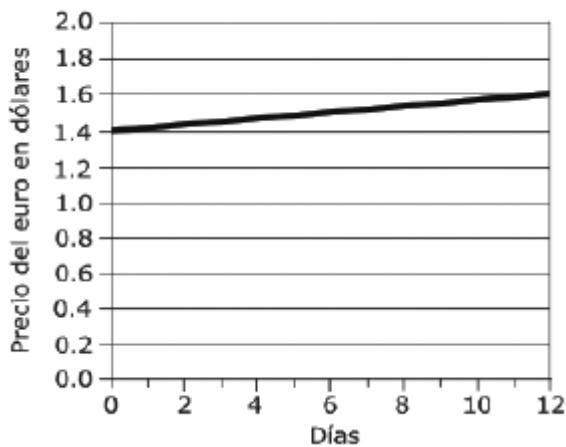
- A) 600 — 700 B) 900 — 1,000 C) 2,300 — 2,600 D) 3,300 — 3,600

40E13. Toño viajará a Europa en 8 días y necesita saber el precio del euro (en pesos) cuando esté a punto de salir del país. Su agente de viajes le dice que durante los próximos 12 días se espera que el precio del euro (en dólares) aumente a razón de

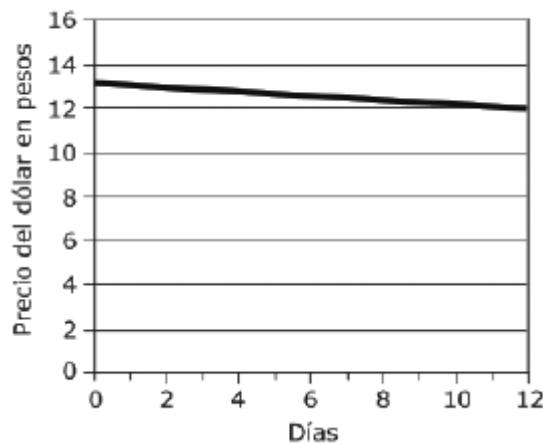
$$\frac{1}{60} \frac{\text{dólar}}{\text{día}}$$

(gráfica 1), y también se espera que el precio del dólar (en pesos) baje a razón de $\frac{1}{12} \frac{\text{pesos}}{\text{día}}$ (gráfica 2).

Gráfica 1



Gráfica 2



¿En qué intervalo de valores se encontrará el precio del euro (en pesos) dentro de 8 días?

- A) \$10 a \$12 B) \$13 a \$16 C) \$17 a \$21 D) \$22 a \$25

Problemas con razones y proporciones

Una razón (o razón geométrica) es una comparación entre dos números mediante la operación de división. Las razones nos dicen cuántas veces es más grande o pequeña una cantidad de otra. Por ejemplo: Si Juan tiene 16 años y su padre tiene 48 años, puede hacerse el comparativo de ambas edades con una razón.

$$\frac{\text{Edad de Juan}}{\text{Edad de su Padre}} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3}$$

Significa que la edad de Juan es la tercera parte que la de su padre

$$\frac{\text{Edad del Padre}}{\text{Edad de Juan}} = \frac{48}{16} = 3$$

Significa que la edad del padre de Juan es tres veces mayor que la de Juan

Proporciones

A la igualdad entre dos razones se le llama proporción. La igualdad entre cualquier par de fracciones equivalentes forma una proporción.

Por ejemplo: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

En una proporción, el valor de ambas fracciones es el mismo.

También el producto cruzado (numerador de una fracción por el denominador de la otra) es siempre igual.

$$(3)(8) = 24$$

$$(4)(6) = 24$$

Ésta propiedad se emplea en la solución de problemas en los que se conocen 3 de los 4 números que forman las fracciones. El procedimiento para el cálculo de la incógnita se conoce como “Regla de 3”.

Ejemplo: ¿Cuál es el valor de x en la siguiente proporción? $\frac{5}{x} = \frac{15}{18}$

Solución: Como el producto cruzado debe ser igual, se despeja la incógnita:

$$(15)(x) = (5)(18) \therefore x = \frac{(5)(18)}{(15)}$$

por lo tanto, $x=6$

Sustituyendo $x=6$ en la proporción original se comprueba la igualdad.

EJERCICIOS:

34E08. Un autobús salió de la terminal a las 7:30 a.m. y llegó a su destino a las 18:00 p.m. del mismo día. Si se desplazó a una velocidad constante de 95 km/h, ¿cuántos kilómetros recorrió en total?

- A) 978.5 B) 997.5 C) 1016.5 D) 1045.0

40E08. Un naturalista realiza un estudio sobre cuatro especies de pinzones en una isla. Sus resultados para las cantidades de cada población son los siguientes:

- Hay 84 pinzones de la especie 1.
- Por cada 7 pinzones de la especie 1 hay 4 de la especie 2.
- Por cada 2 pinzones de la especie 2 hay 5 de la especie 3.
- Por cada 60 pinzones de la especie 3 hay 8 de la especie 4.

¿Cuántos pinzones de la especie 4 hay en la isla?

- A) 16 B) 48 C) 84 D) 120

34E09. Un vendedor de helados gana \$9.00 por cada 5 helados que vende. ¿Cuántos helados necesita vender para obtener una ganancia de \$144.00?

- A) 32 B) 48 C) 80 D) 112

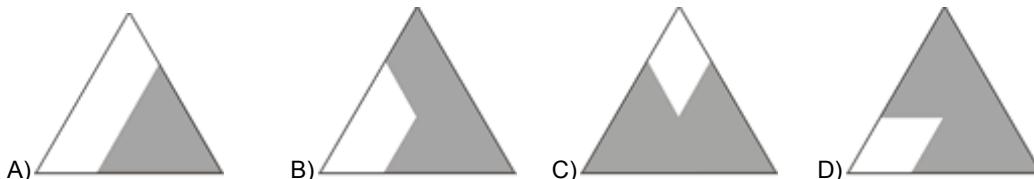
38E09. En el grupo de Juan se aplicó un examen de Historia; el examen con el número mayor de aciertos fue de 43 con calificación 10; y el menor, de 22 con calificación de 5. ¿Cuántos aciertos tuvo Juan para obtener una calificación de 8?

- A) De 28 a 31 B) De 32 a 35 C) De 36 a 39 D) De 40 a 43

40E09. Juan tiene 15 vacas, Pedro 20 y Luis 60; deciden venderlas juntas para repartir las ganancias. Determine las relaciones que guarden sus ganancias.

- A) Luis gana el triple que Pedro y el cuádruple que Juan
 B) Luis gana el cuádruple que Pedro y el doble que Juan
 C) Pedro gana el doble que Juan y el triple que Luis
 D) Luis gana el doble que Pedro y Juan juntos

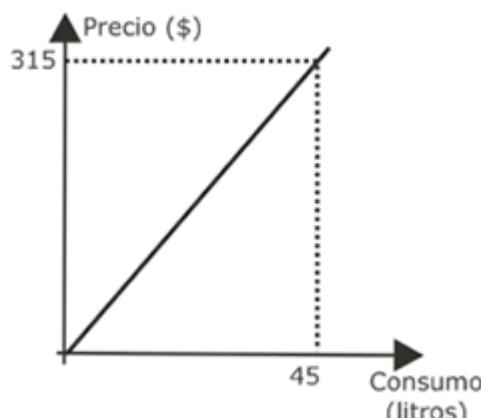
44E09. Mario está armando un rompecabezas en forma triangular. Si lleva armada la parte blanca que equivale a $\frac{10}{18}$ ¿cuál de las figuras representa la cantidad que le falta para completarlo?



73E09. Un auto compacto usa gasolina que cuesta \$1.25 por litro, cada litro da un rendimiento de 9 kilómetros. Para un recorrido de 99 kilómetros, ¿cuánto dinero se debe invertir en gasolina?

- A) \$11.25 B) \$13.75 C) \$86.40 D) \$123.75

74E09. La relación entre precio y consumo de gasolina se expresa en la gráfica:



¿Cuánto se paga por 22 litros?

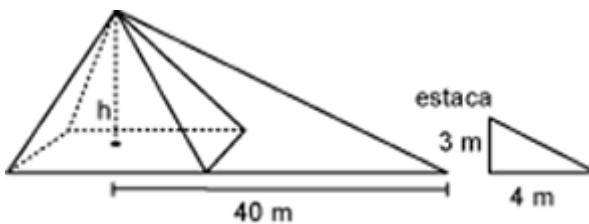
- A) \$144.00 B) \$150.00
C) \$154.00 D) \$158.00

80E09. Carlos y José son vendedores de una tienda de libros. En la siguiente tabla se muestra el sueldo que obtiene cada uno de ellos dependiendo del número de libros que vendan. Para este periodo de pago cada uno debe obtener un sueldo de \$600.00. ¿Cuántos libros debe vender Carlos (C) y cuántos José (J) para que obtengan el sueldo deseado?

Libros vendidos	Sueldo (\$) Carlos	Sueldo (\$) José
0	50.00	0.00
1	60.00	20.00
2	70.00	40.00
3	80.00	60.00
4	90.00	80.00
5	100.00	100.00

- A) $C = 10$ y $J = 30$ B) $C = 30$ y $J = 55$
C) $C = 55$ y $J = 30$ D) $C = 60$ y $J = 30$

89E09. Un profesor de matemáticas envió a sus alumnos, como práctica de campo, a medir la altura de una pirámide en las ruinas cercanas a su localidad. Los estudiantes colocaron una estaca de 3 metros de altura como se muestra en la figura y midieron las sombras que proyectaban la estaca y la pirámide, que resultaron ser de 4 m y 40 m, respectivamente.



¿C

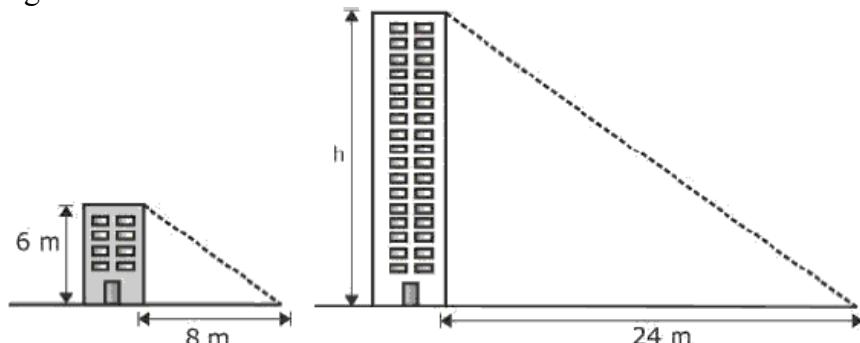
¿Cuál es la altura (h) de la pirámide en metros?

- A) 12 B) 30 C) 53 D) 108

34E10. La razón de la votación obtenida por el partido A y el partido B que se ha presentado en las últimas cuatro elecciones fue de 3 a 5, respectivamente. Si en las elecciones pasadas, el partido B obtuvo 3200 votos, ¿cuál fue la votación que obtuvo el partido A?

- A) 1920.0 B) 5333.3 C) 9600.0 D) 16000.0

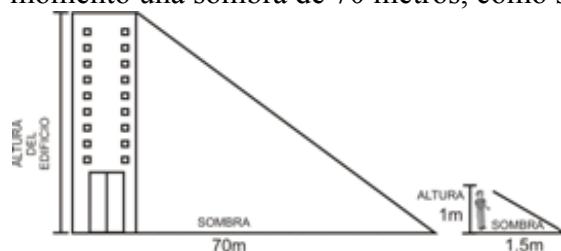
89E10. Un edificio de 6 m de altura proyecta una sombra de 8 m; a la misma hora, un edificio que se encuentra a su lado proyecta una sombra de 24 m, como se muestra en la figura:



¿Cuál es la altura (h), en metros, del segundo edificio?

- A) 16 B) 18 C) 30 D) 32

136E08. Pedro camina por la calle y se detiene frente a un edificio que proyecta en ese momento una sombra de 70 metros, como se muestra en la figura.



Pedro desea calcular la altura del edificio: su hijo mide 1 metro y proyecta una sombra de 1.5 metros. ¿Cuál es el resultado en metros de su cálculo?

- A) 35.0 B) 46.6 C) 68.5 D) 105.0

40E10. Las estadísticas en una preparatoria muestran que de cada 100 estudiantes, 25 fuman y, que de éstos, 10 son mujeres. Con base en esta relación, en un grupo de 60 estudiantes, ¿cuántas mujeres fumadoras hay?

- A) 3 B) 6 C) 15 D) 24

73E08. Para una muestra cultural, se tiene un terreno de forma rectangular que mide 270 m de largo, la repartición del espacio será proporcional entre los participantes de tres categorías diferentes. Las categorías y número de participantes en cada una son:

Categoría	Participantes
Gastronomía	9
Ropa	5
Cerámica	4

¿De cuántos metros de largo será el espacio asignado para la categoría de cerámica?

- A) 45 B) 60 C) 68 D) 90

30E11. El automóvil de Jorge consume 12 L de gasolina en 132 km. Si en el tanque hay 5 L, ¿cuántos kilómetros puede recorrer su automóvil?

- A) 26.40 B) 45.83 C) 50.00 D) 55.00

30E11. En una sala de cine con cupo para 160 personas se registra la asistencia del público a una película. La sala se encuentra llena. La gráfica muestra la relación de adultos y menores de edad en la sala.



■ Adultos
■ Menores de edad

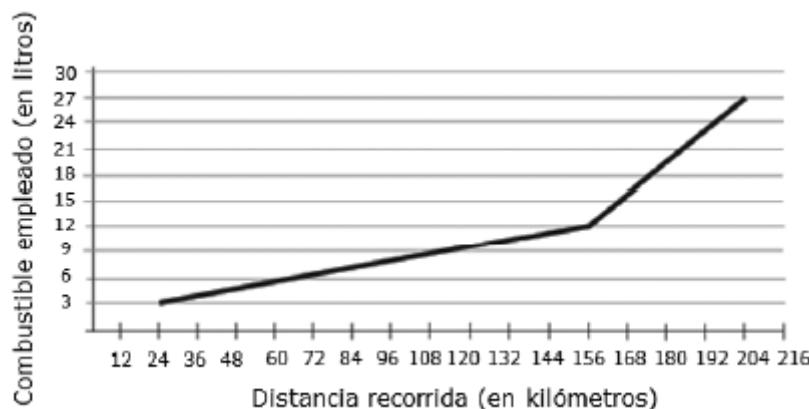
Si hay 18 niñas por cada 12 niños presentes,
¿cuántas niñas hay en toda la sala?

- A) 12 B) 48 C) 60 D) 72

30E12. Joaquín compró cinco cuadernos por \$110. Si dos son para su hermana, ¿cuánto debe cobrarle?

- A) \$22 B) \$40 C) \$44 D) \$66

71E12. Un vehículo recorre un camino en tres etapas: primero dentro de una ciudad, luego por una autopista y al final por terracería. La siguiente gráfica muestra cuál fue el consumo de combustible durante cada etapa del recorrido.



¿Cuál es el
rendimiento por litro
en la etapa de
terracería?

- A) 3.2
B) 7.5
C) 8.0
D) 14.7

30E13. Josué está haciendo un mapa a escala en donde 2 cm equivalen a 50 km. Si necesita trazar una línea de 640 km, ¿cuántos centímetros debe considerar?

- A) 6.4 B) 12.8 C) 25.6 D) 64.0

70E13. Un automóvil recorre 18 km con 5 L de gasolina. ¿Cuántos kilómetros recorrerá con 13 litros?

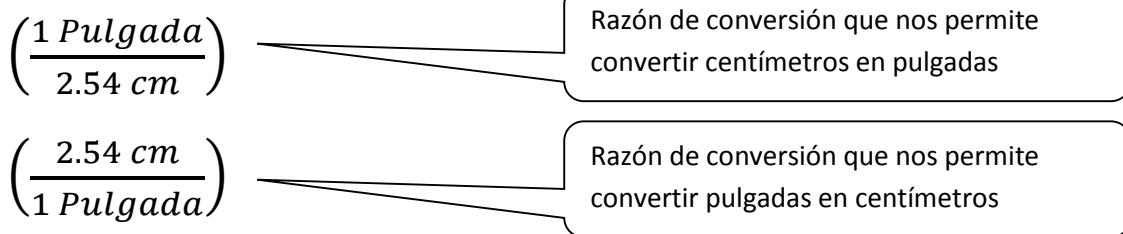
- A) 27.69 B) 36.11 C) 46.80 D) 69.23

Problemas sobre conversión de unidades

Las razones y proporciones estudiadas anteriormente también son herramientas útiles en problemas que involucran conversión de unidades. Cada equivalencia en unidades de diferentes sistemas puede plantearse como una razón que llamamos **razón de conversión**. El procedimiento de aplicar las razones de conversión es otra forma de aplicar el procedimiento conocido como “regla de tres”.

Por ejemplo, si sabemos que **1 pulgada=2.54 cm**, podemos establecer con esta equivalencia dos razones de conversión, una nos servirá para convertir unidades de pulgadas a centímetros y la otra para la conversión de unidades de centímetros a pulgadas.

$$1 \text{ Pulgada} = 2.54 \text{ cm}$$



Para recordar cual nos es útil para cada caso, basta recordar que las unidades “nuevas” (las que queremos obtener) deben colocarse en el numerador.

Ejemplos de aplicación:

1. Para la fabricación de una repisa, las especificaciones indican que debe medir 15 pulgadas de largo, si contamos con una cinta métrica debemos conocer cuál es la medida en centímetros, por lo que debemos convertir las pulgadas a centímetros.

$$\cancel{15 \text{ pulgadas}} \left(\frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ Pulgada}} \right) = 38.1 \text{ centímetros}$$

2. Una tuerca que debe ser removida en una pieza mecánica mide 1.905 cm, ¿que medida de llave en pulgadas debe ser empleada para hacer ese trabajo?

El problema consiste en convertir la medida en centímetros a pulgadas

$$\cancel{1.905 \text{ centímetros}} \left(\frac{1 \text{ Pulgada}}{2.54 \text{ cm}} \right) = 0.75 \text{ pulgadas}$$

Debe emplearse la llave de $\frac{3}{4}$ de pulgada.

EJERCICIOS:

25E08. ¿A cuántos grados, minutos y segundos equivale la cantidad 10.47?

- A) $10^{\circ}28'02''$ B) $10^{\circ}28'12''$ C) $10^{\circ}40'07''$ D) $10^{\circ}47'00''$

30E08. En un velocímetro se registra una velocidad de $9.09 \frac{m}{s}$. Cuál es la velocidad en $\frac{k}{h}$? A) 0.54 B) 2.52 C) 32.72 D) 151.50

33E08. Luis viaja en su auto a una velocidad constante de 50 km/h. Si la velocidad, la distancia y el tiempo están relacionados, $(v = \frac{d}{t})$

¿cuántos metros recorre Luis en su auto en 9 segundos?

- A) 1.54 m B) 124.92 m C) 162.00 m D) 1620.00 m

25E09. ¿Qué resultado se obtiene al convertir 128.5° a grados sexagesimales?

- A) $1^{\circ} 28' 5''$ B) $12^{\circ} 8' 5''$ C) $120^{\circ} 8' 30''$ D) $128^{\circ} 30' 0''$

30E09. Una profesora de inglés quiere hacer una presentación teatral y pide material a sus alumnos para construir el escenario, le pidió a una alumna que llevará 9.50 pies de listón azul. Si la alumna sabe que 1 pie equivale a 0.305 metros, ¿cuántos centímetros pide en la papelería?

- A) 28.975 B) 31.147 C) 289.750 D) 311.475

33E09. Pedro se desplazó en su automóvil por toda la avenida Juárez a una velocidad constante de 50 kilómetros por hora y tardó 5 minutos en recorrerla. Si $velocidad = \frac{distancia}{tiempo}$, ¿qué longitud, en kilómetros, tiene la avenida Juárez?

- A) 2.50 B) 4.17 C) 5.00 D) 10.00

25E10. Relacione el número decimal con su equivalente sexagesimal (grados, minutos y segundos).

- A) 1a y 2c B) 1a y 2d
C) 1b y 2c D) 1b y 2d

Decimal	Sexagesimal
1. 6.22°	a) $6^{\circ} 02' 02''$
2. 7.68°	b) $6^{\circ} 13' 12''$ c) $7^{\circ} 06' 08''$ d) $7^{\circ} 40' 48''$

30E10. Un automóvil viaja a una velocidad de 80.3 km/h. ¿Cuántos metros por segundo recorre?

- A) 1.338 B) 2.230 C) 22.305 D) 1338.330

29 Jorge salió de Naucalpan rumbo a Tepotzotlán. Recorrió una distancia de 40 km a una velocidad constante de 80 km/h. ¿En cuántos minutos realizó su viaje?

Se sabe que tiempo = $\frac{distancia}{velocidad}$ y que 1 hora = 60 minutos.

- A) 30.00 B) 53.33 C) 59.50 D) 120.00

Problemas relacionados al lenguaje algebraico

En el planteamiento de problemas desde el punto de vista algebraico, es importante la interpretación y la representación que se dé a las condiciones dadas. Los siguientes son ejemplos de cómo puede representarse algebraicamente expresiones del lenguaje común.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
Un numero cualquiera	x
La suma de dos números	x+y
El cuadrado de un numero cualquiera	x^2
La diferencia entre el cuadrado de un número y el cubo de otro número	$x^2 - y^3$
El cuadrado de la suma de tres números	$(a+b+c)^2$
La semisuma del triple de un número y el doble del cuadrado de otro numero	$\frac{(3a + 2b^2)}{2}$

EJERCICIOS:

64E08. ¿Cuál es la expresión algebraica que corresponde al siguiente enunciado?
El cociente de la suma de dos números al cuadrado entre la diferencia de dichos números.

- A) $\frac{(c+d)^2}{(c-d)^2}$ B) $\frac{c^2 + d^2}{c - d}$ C) $\frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2}$ D) $\frac{(c+d)^2}{c - d}$

82E08. Para encontrar el valor de un artículo deportivo se debe multiplicar el valor del artículo por su mismo valor disminuido en ocho, y esto dará como resultado 48.
Encuentre el valor del artículo.

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 56

64E09. ¿Cuál enunciado corresponde a la siguiente expresión algebraica? $\frac{x^2}{2} + \frac{y}{3}$

- A) La mitad del triple de un número más el doble de otro número
- B) La mitad de un número al cuadrado más la tercera parte de otro número
- C) La mitad de un número más otro número al cubo
- D) El doble de un número más la mitad del triple de otro número

64E10. ¿Cuál es el enunciado que describe a la siguiente expresión algebraica?

$$3x - (2y)^2$$

- A) La diferencia del cubo de un número y el doble del cuadrado de otro
- B) La diferencia del triple de un número y el cuadrado del doble de otro
- C) El producto del triple de un número y el cuadrado del doble de otro
- D) El producto del cubo de un número y el doble del cuadrado de otro

66E12. Identifique la expresión algebraica que corresponde al enunciado: "la diferencia entre la cuarta parte del cubo de un número y la tercera parte del cuadrado de otro número".

A) $\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{3}y^2$ B) $\frac{1}{4}\left(x^3 - \frac{1}{3}y^2\right)$ C) $\frac{1}{(4x^2)} - \frac{1}{(3y^3)}$ D) $\left(\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{3}y\right)^2$

80E13. La señora Márquez escribió su testamento dividiendo sus bienes de la siguiente manera: dos tercios a su único hijo y los restantes \$30,000 a la caridad. ¿Cuál es la ecuación que representa la cantidad a la que asciende su herencia?

A) $\frac{2}{3}x = 30,000$ B) $\frac{2}{3}x + 30,000 = x$ C) $\frac{2}{3}x + 30,000 = 0$ D) $\frac{2}{3} + 30,000 = x$

Problemas sobre sustitución de fórmulas

La ventaja en el empleo de fórmulas radica en que la igualdad expresada en la misma se cumple para infinitos valores. Por ejemplo, la fórmula para calcular el área de un círculo es $A = \pi r^2$. La fórmula es válida para cualquier valor del radio (siempre que ese valor sea positivo).

valor de r	Área del círculo
1 cm	$A = \pi(1\text{cm})^2 = 3.14 \text{ cm}^2$
3.5 cm	$A = \pi(3.5\text{cm})^2 = 38.4 \text{ cm}^2$
10 m	$A = \pi(10\text{m})^2 = 314 \text{ m}^2$
3 km	$A = \pi(3)^2 = 28.3 \text{ km}^2$

EJERCICIOS:

37E08 La velocidad a la que se mueve un automóvil se puede estimar midiendo la longitud de sus raspaduras, a través de $v = \sqrt{20L}$, v es la velocidad en millas por hora, L la longitud de la raspadura en pies. Si $L = 70$ pies, la velocidad estimada es:

- A) $4\sqrt{35}$ B) $2\sqrt{35}$ C) $10\sqrt{14}$ D) $10\sqrt{7}$

33E10. En la Ciudad de México la temperatura máxima pronosticada en los noticieros para mañana es de 75° Fahrenheit. Si la fórmula para convertir de grados Fahrenheit a

$${}^\circ\text{C} = \frac{5}{9}({}^\circ\text{F} - 32)$$

Centígrados es: _____, ¿cuál es la temperatura máxima pronosticada en grados Centígrados?

- A) 9.7 B) 23.9 C) 38.1 D) 41.7

73E10. El importe del consumo de electricidad es directamente proporcional al número de kilowats-hora consumida y se representa mediante la siguiente relación $I = KV$ donde I es el importe en pesos, V es el número de kilowats-hora consumidos y K es la constante

de proporcionalidad en kilowat - hora.

¿Qué importe en pesos se debe pagar por el consumo de 250 kilowats-hora, si $K=3$?

- A) 83 B) 247 C) 253 D) 750

29E11. Un ingeniero debe medir la aceleración con la que un tren cambia su velocidad de $\frac{40 \text{ pies}}{\text{s}}$ a $\frac{60 \text{ pies}}{\text{s}}$ en un lapso de tiempo de 5 segundos. Si la aceleración está dada por $a = \frac{V_f - V_0}{t}$, ¿qué aceleración en $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ lleva el tren si 1 pie = 0.30 m?

- A) -13.33 B) -1.20 C) 1.20 D) 13.33

66E11. ¿Cuál es el enunciado que corresponde a la expresión $(a+b)^2$?

- A) El cuadrado de dos números
- B) La suma y el cuadrado de dos números
- C) El cuadrado de la suma de dos números
- D) La suma del cuadrado de dos números

70E11. La cantidad de miligramos de bacterias (B) en un individuo infectado con el microorganismo de influenza después de días (D) de contagio, es k veces el cuadrado de los días transcurridos. Considerando la constante de proporcionalidad k = 2, ¿cuántos miligramos de bacterias tendrá el individuo a los 12 días de su contagio?

- A) 48 B) 72 C) 288 D) 576

29E13. Una enfermera toma la temperatura a un paciente extranjero en grados centígrados. Él pide que le indique su temperatura en grados Fahrenheit. Si la temperatura registrada es de 37°C y la fórmula para la conversión es ${}^\circ\text{F} = \frac{9}{5} {}^\circ\text{C} + 32$, ¿cuál es la temperatura en ${}^\circ\text{F}$?

- A) 66.60 B) 88.60 C) 94.60 D) 98.60

66E13. ¿Cuál expresión algebraica describe correctamente el enunciado: el cuadrado de la suma de dos números entre la diferencia de sus cuadrados?

- A) $\frac{(x+y)^2}{x^2-y^2}$
- B) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$
- C) $\frac{x^2+y^2}{(x-y)^2}$
- D) $\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}$

Resolución de Sistema de Ecuaciones Lineales (ecuaciones de primer grado)

No es recomendable resolverlas cuando se dan varias opciones por respuesta (demasiado tiempo invertido).

Es más sencillo comprobar cuál de las respuestas satisface al sistema de ecuaciones.

¿Cuándo se dice que los valores satisfacen un sistema de ecuaciones?

Ejemplo: $x=1$ e $y=3$ satisfacen las ecuaciones:

$2x+3y-11=0$ y $x-2y+5=0$ porque:

$$2(1)+3(3)-11=0 \text{ y } 1-2(3)+5=0$$

Ejemplo donde debe determinarse el sistema de ecuaciones

83E08. La cantidad de dinero que tienen Manuel (m), y Erika (e) suma \$45; la diferencia de lo que tiene Manuel con el doble de lo que tiene Erika da \$21. ¿Cuánto tiene cada uno?

Determinando el sistema de ecuaciones: $m+e=45$ $m-2e=21$

- A) $m = \$33$, $e = \$12$ B) $m = \$35$, $e = \$10$
 C) $m = \$37$, $e = \$8$ D) $m = \$39$, $e = \$8$

En el caso en que sea necesario, el sistema de ecuaciones simultáneas puede resolverse por los diferentes métodos (Reducción, igualación, sustitución, determinantes) estudiados en el curso de Algebra. Por ejemplo, resolviendo el ejercicio anterior por el método de reducción.

$$\begin{array}{l} m + e = 45 \\ m - 2e = 21 \end{array}$$

Ecuación 1
Ecuación 2

- Se determina cual es la incógnita que puede ser eliminada de una forma más sencilla al sumar o restar ambas ecuaciones. En éste caso los coeficientes de m son iguales por lo que basta multiplicar una de las dos ecuaciones por -1

$$\text{Ecuación 1 multiplicada por } -1: \quad -m - e = -45$$

Ecuación 1 multiplicada

- Se suman ambas ecuaciones para que se elimine la incógnita m

$$\begin{array}{r} -m - e = -45 \\ m - 2e = 21 \\ \hline -3e = -24 \end{array}$$

Ecuación 1 multiplicada
Ecuación 2

- Despejando, se obtiene el valor de $e: e=8$

4. Al sustituir $e=8$ en cualquiera de las dos ecuaciones se obtiene el valor de m .

Sustituyendo $e=8$ en ecuación 2:

$$\begin{aligned} m - 2e &= 21 && \text{Ecuación 2} \\ m - 2(8) &= 21 \\ m - 16 &= 21 \\ m &= 21 + 16 = 37 \\ m &= 37 \end{aligned}$$

La solución al sistema de ecuaciones es: $e=8$ y $m=37$

Se puede comprobar la solución sustituyendo ambos valores en las dos ecuaciones.

EJERCICIOS:

71E08. ¿Cuál es la solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales?

$$x + y = 15$$

$$3x - 2y = 20$$

- A) $x = 5, y = 10$ B) $x = 7, y = 8$ C) $x = 8, y = 7$ D) $x = 10, y = 5$

88E08. En un examen de 40 preguntas, Diego ha obtenido 7 de calificación. Si cada acierto vale 1 punto y cada error le resta 2 puntos, ¿cuál es la representación algebraica de la situación planteada?

$$\begin{array}{llll} x + y = 40 & x + y = 24 & x + y = 33 & x + y = 40 \\ A) 3x - 2y = 10 & B) x - 4y = 16 & C) x - 2y = 8 & D) x - 2y = 7 \end{array}$$

73E09. ¿Cuál es el valor de x y w en el siguiente sistema de ecuaciones?

$$\frac{x}{2} + \frac{w}{3} = 0$$

$$2x + \frac{w}{2} = -15$$

- A) $x = -60, w = 90$ B) $x = -12, w = 18$
 C) $x = 12, w = -18$ D) $x = -60, w = -90$

83E09. Luis y Hugo caminaban juntos llevando sacos de igual peso. Si Luis tomara un saco de Hugo, su carga sería el doble que la de Hugo. En cambio, si Hugo tomara un saco de Luis, sus cargas se igualarían. ¿Cuántos sacos lleva Hugo y cuántos Luis?

- A) Luis 7 y Hugo 5 B) Luis 4 y Hugo 6
 C) Luis 3 y Hugo 2 D) Luis 3 y Hugo 5

88E09. Un comerciante tiene \$50.00 y desea adquirir 20 artículos de papelería entre cuadernos (c) y bolígrafos (b), si el costo de cada cuaderno es de \$7.00 y de cada bolígrafo de \$3.00, el sistema de ecuaciones que representa dicho problema es:

A) $c + b = 20 \quad 3c + 7b = 50$

B) $c + b = 20 \quad 7c + 3b = 50$

C) $c + b = 50 \quad 7c + 3b = 20$

D) $c + b = 50 \quad 3c + 7b = 20$

71E10. ¿Cuál es el valor de x del siguiente sistema de ecuaciones simultáneas?

$$2x + y = 7$$

$$5x - 3y = 1$$

A) $x = 2$

B) $x = 3$

C) $x = 4$

D) $x = 5$

83E10. Karla compra 1 chocolate y 2 paletas con \$4, Lorena compra 3 chocolates y 1 paleta con \$7, al llegar a casa su mamá les pregunta, ¿cuál es el costo de cada producto?
Chocolate ____ y paleta ____

A) \$1, \$2

B) \$2, \$1

C) \$4, \$2

D) \$3, \$1

88E10. La edad de Sergio (s) es la mitad de la edad de Pedro (p). Si ambas edades suman 45 años, ¿cuál es la representación algebraica que permite obtener las edades de ambos?

$$2s - p = 0$$

$$s + \frac{p}{2} = 0$$

$$2s + p = 0$$

$$\frac{s}{2} - p = 0$$

A) $s + p = 45$

B) $s - p = 45$

C) $s - p = 45$

D) $s + p = 45$

65E08. ¿Cuál es la ecuación equivalente de la siguiente expresión algebraica?

$$9x + 7y = 4$$

A) $7x + 9y = 4$

B) $9x - 7y = 4$

C) $28x - 36y = 16$

D) $36x + 28y = 16$

74E11. En una fiesta hay 7 hombres menos que las mujeres presentes. Si los hombres sólo saludan a las mujeres habrá 1,248 saludos. ¿Cuántas mujeres hay en la fiesta?

A) 32

B) 39

C) 178

D) 185

75E11. En un juego de la feria subió un grupo con adultos y niños. Los adultos pagaron \$2 y los niños \$1. En total subieron 40 y pagaron \$55. ¿Cuántos adultos eran?

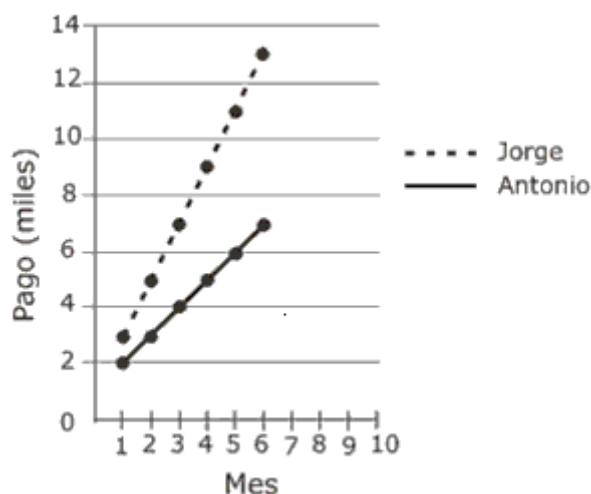
A) 5

B) 10

C) 15

D) 25

78E11. Los salarios de Antonio y Jorge, quienes trabajan vendiendo celulares en compañías diferentes, se muestran en la siguiente gráfica:



Con los datos de la gráfica se deduce que el pago mensual de Jorge, en comparación con el salario de Antonio, es...

- A) la mitad del salario más mil
- B) el salario más mil
- C) el doble del salario menos mil
- D) el doble del salario más mil

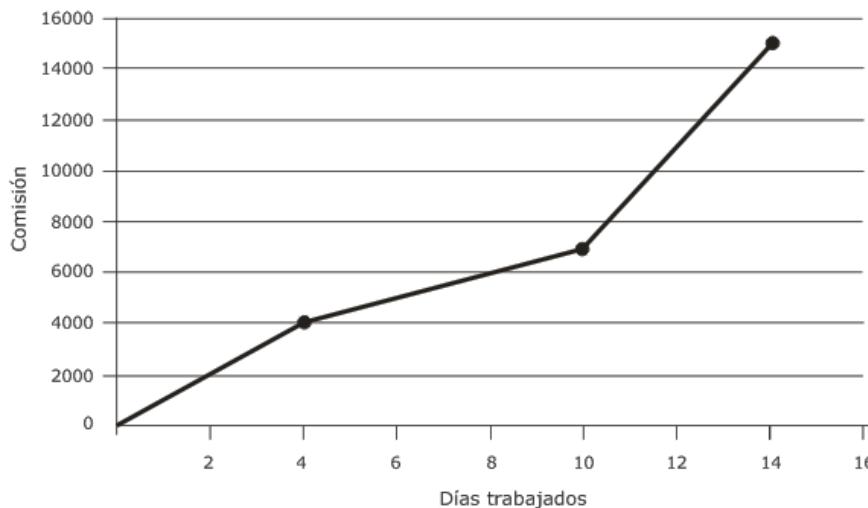
79E11. A Manuel le pagan \$40 el día si trabaja tiempo completo y \$25 si es medio tiempo. Después de 30 días recibe \$1,020. Con esta información se concluye que Manuel trabajó:

- A) igual número de días completos que de medios tiempos
- B) más días de medio tiempo que de tiempo completo
- C) solo días completos
- D) más días de tiempo completo

80E11. Una compañía establece que sus empleados recibirán una gratificación del 4% de su percepción anual (x) al final del año, más un bono de \$1,000. ¿De qué forma calculará el departamento de administración la gratificación (y) de cada empleado?

- A) $y = 0.04x + 1000$
- B) $y = 0.04 + 1000x$
- C) $y = 4x + 1000$
- D) $y = 4 + 1000x$

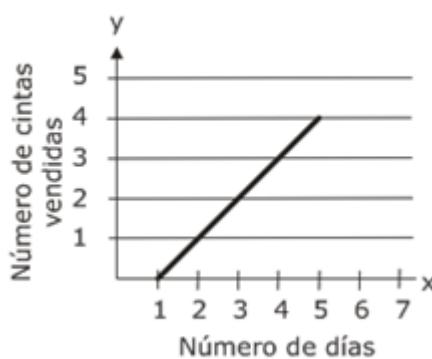
82E11. Un vendedor de autos recibe una comisión diaria que depende de la cantidad de días trabajados, como se observa en la gráfica.



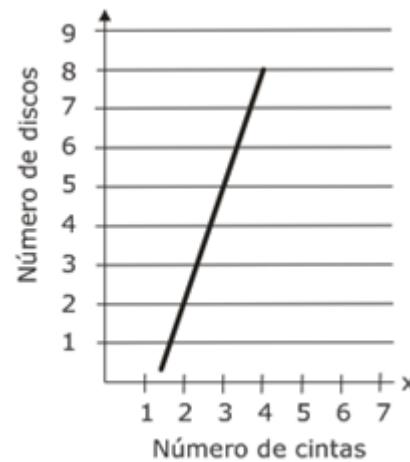
¿Cuál es la expresión algebraica que describe su comisión de los días 4 al 10?

- A) $y = 500x + 2000$ B) $y = 700x$ C) $y = 1000x$ D) $y = 2000x - 13000$

83E11. En la gráfica 1 se muestran las ventas de cintas (C) diarias en una tienda de música. A su vez, el número de discos vendidos (D), que es igual a $3C - 4$, está representado en la gráfica 2.



Gráfica 1



Gráfica 2

¿Cuál es el número de discos vendidos el séptimo día?

- A) 6 B) 11 C) 14 D) 17

74E12. Un grupo de alumnos de bachillerato compra en \$900 una licencia de software. Si se incorporan 5 alumnos más al grupo y se paga la misma cantidad por la licencia, la aportación de cada uno se reduce \$9. ¿Cuántos alumnos había originalmente en el grupo?

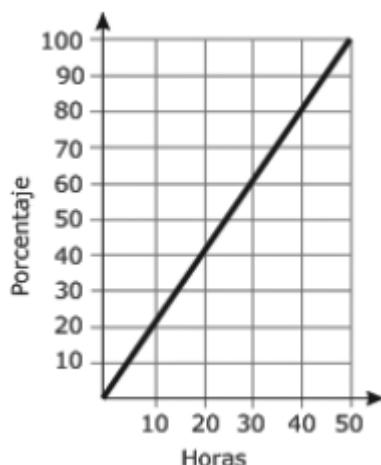
- A) 20 B) 25 C) 36 D) 45

75E12. José trabaja en una fábrica de lácteos envasando 3,100 litros diarios de yogurt, en envases de 1 y 4 litros. Si diariamente llena 1,000 envases en total, ¿cuántos envases de cuatro litros llena José al día?

- A) 300 B) 420 C) 580 D) 700

81E12. En un laboratorio se estudia el moho que se desarrolla en dos panes de diferentes marcas para determinar una fecha de caducidad más exacta. Una vez que aparece el moho se cuentan las horas que tarda en cubrir 100% del pan; los registros se muestran a continuación.

Primer pan:



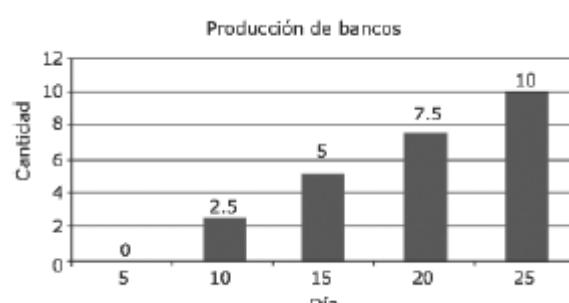
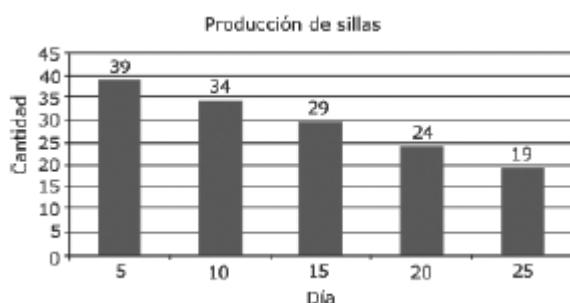
Segundo pan:

Horas	10	20	30
Porcentaje	10	40	90

¿En qué intervalo de tiempo ambos panes tienen la misma cantidad de moho?

- A) 6 a 9 B) 11 a 14 C) 19 a 22 D) 26 a 29

83E12. Una fábrica de muebles que elabora sillas y bancos registró, cada cinco días, la producción de ambos productos en las siguientes gráficas:



¿En qué día se producen la misma cantidad de sillas y bancos?

- A) 31 B) 33 C) 35 D) 40

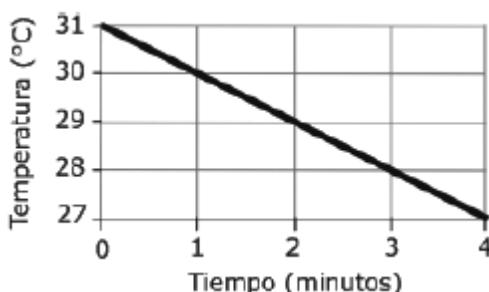
75E13. Diana compró 20 pliegos de cartulina y 12 paquetes de crayones por \$340. Al día siguiente, compró al mismo precio 18 pliegos de cartulina y 6 paquetes de crayones por los que pagó \$210. ¿Cuánto costó el paquete de crayones?

- A) 5 B) 10 C) 16 D) 20

79E13. En un juego de lotería se cobra dependiendo del día de la semana en que se asista, los lunes el precio es de \$25, los martes \$35, miércoles \$30, jueves \$40 y viernes \$45. Rodrigo juega tres veces un día y cinco otro día, y gasta en total \$330. Alberto asiste los mismos días, juega una vez más el primero y tres menos el segundo, gastando \$100 menos que Rodrigo. ¿Qué días fueron a jugar la lotería?

- A) Lunes y martes B) Lunes y viernes C) Martes y viernes D) Miércoles y jueves

85E13. Se tienen dos cuerpos a diferentes temperaturas. Uno de ellos se enfriá, mientras que otro se calienta. La gráfica representa el comportamiento de la temperatura del primer cuerpo.

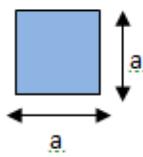
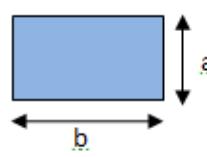
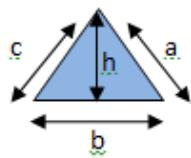
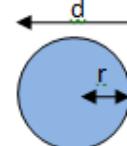
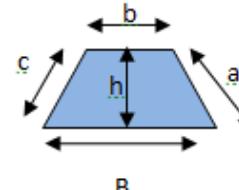


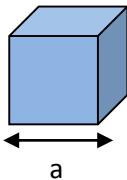
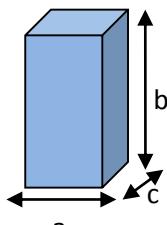
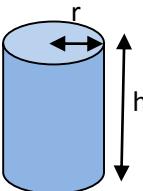
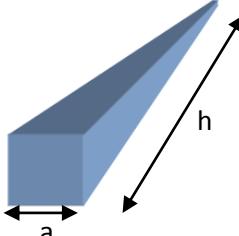
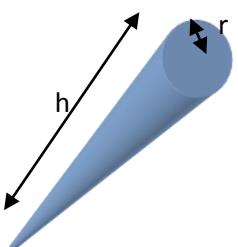
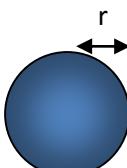
En contraste, el cuerpo que se calienta tiene una temperatura inicial de 23 °C, la cual aumenta tres veces más rápido de lo que disminuye la temperatura del que se enfriá. ¿En qué minuto las temperaturas de ambos cuerpos son iguales?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Problemas sobre Perímetros, Áreas y Volúmenes

Para resolver este tipo de problemas es necesario conocer las fórmulas para calcular las áreas y volúmenes de los cuerpos geométricos más conocidos o comunes. Algunas fórmulas de utilidad son las siguientes:

Cuerpo Geométrico	Perímetro	Área
	$P = 4a$	$A = a^2$
	$P = 2a + 2b$	$A = ab$
	$P = a + b + c$	$A = \frac{bh}{2}$
	$P = 2\pi r$ $P = \pi d$	$A = \pi r^2$
	$P = a + b + c + B$	$A = \frac{(B + b)h}{2}$

Cuerpo Geométrico	Volumen
	$V = a^3$
	$V = abc$
	$V = \pi r^2 h$
	$V = \frac{1}{3} a^2 h$
	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$

EJERCICIOS:

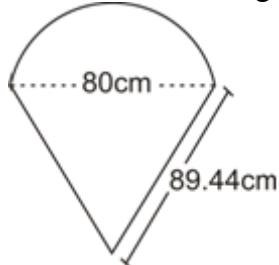
31E08. Pablo tiene un terreno de forma cuadrada con un área de 169 m², que quiere emplear como gallinero. ¿Cuántos metros de tela de alambre tiene que comprar para poder cercar los cuatro lados?

- A) 13 B) 26 C) 39 D) 52

39E08. Una fábrica produce galletas cuadradas y las empaca en cajas en forma de cubo. Las cajas miden 15 cm por lado; cada galleta mide 5 cm por lado y 1 cm de espesor. ¿Cuántas galletas caben en una caja?

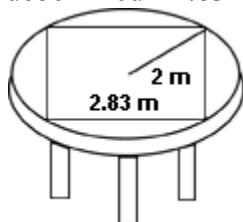
- A) 27 B) 45 C) 90 D) 135

116E08. Martín quiere poner una manguera color neón alrededor del helado que está afuera de su nevería para llamar la atención de más clientes. Considerando las dimensiones del helado como se muestra en la figura, ¿cuál es la longitud en centímetros de manguera que se requiere para rodear el helado?



- A) 215.04 B) 295.04 C) 304.48 D) 384.48

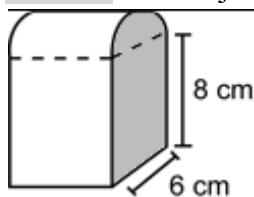
117E08. A un carpintero le encargaron cambiar la forma de una mesa, de circular a cuadrada. El radio de la mesa mide 2m y los lados del cuadrado que le encargaron deben medir 2.83m, como se muestra en la figura.



¿Cuántos metros cuadrados de área tiene que eliminar para que quede la mesa cuadrada?

- A) 4.56 B) 8.00 C) 11.32 D) 12.56

118E08. Un alhajero tiene la forma de la figura.



Se necesitan construir más alhajeros para lo cual se debe calcular el área lateral, que en este caso está sombreada. ¿Cuál es el valor de dicha área, en centímetros cuadrados?

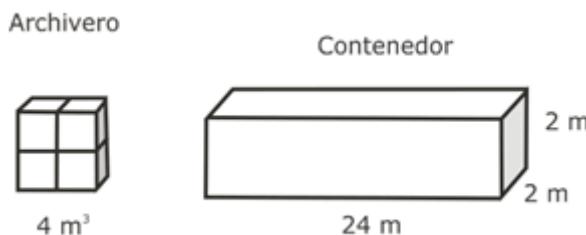
- A) 23.42 B) 62.13 C) 76.26 D) 153.42

31E09. El tío de Armando compró un terreno de forma cuadrada con un área de 625 m^2 , que sólo está cercado por tres lados.

¿Cuál es la longitud, en metros, de malla metálica necesaria para cubrir el lado que falta por cercar?

- A) 15 B) 25 C) 35 D) 45

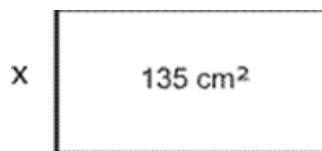
39E09. La oficina de correos desea trasladar sus archiveros de 4 m^3 a unas nuevas oficinas ubicadas en un edificio del otro lado de la ciudad. Para el traslado emplean contenedores como el que se muestra en la figura. ¿Cuántos archiveros caben en un contenedor?



¿Cuántos archiveros caben en un contenedor?

- A) 24 B) 32 C) 48 D) 96

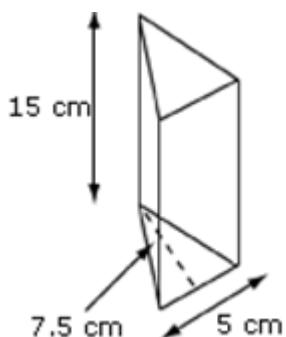
82E09. Una fábrica de papel realizará tarjetas publicitarias en forma rectangular de 135 cm^2 de área, de tal forma que el largo del rectángulo es 6 cm mayor que el ancho



¿Cuál es el valor del ancho de la tarjeta?

- A) -15 B) -9 C) 9 D) 15

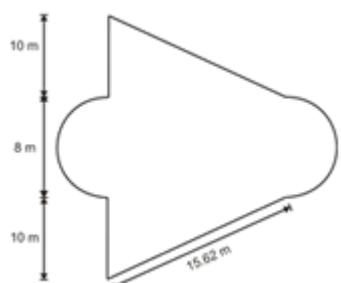
111E09. Observe la siguiente figura.



¿Cuál es el volumen, en centímetros cúbicos, del prisma mostrado?

- A) 160.67 B) 187.50 C) 281.25 D) 562.50

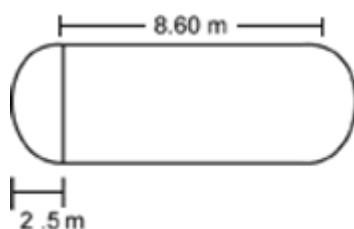
116E09. Una sala de museo tiene la forma como se muestra en la figura.



Para la instalación eléctrica se necesita tender un cable alrededor de todos los muros. ¿Cuántos metros deberá medir el cable?

- A) 67.24 B) 76.36 C) 82.64 D) 101.48

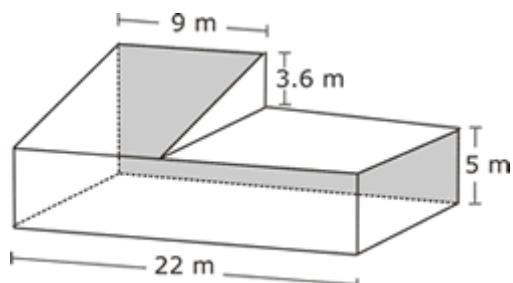
117E09. Una empresa desea construir una alberca en el patio de una casa como se muestra en la figura.



¿Cuántos metros cuadrados de mosaico se necesitan para cubrir el fondo de la alberca?

- A) 52.81
B) 58.70
C) 62.62
D) 121.50

118E09. La siguiente figura corresponde a un edificio escolar.



¿Cuál es el área, en metros, de la parte trasera (parte sombreada)?

- A) 111.8 B) 142.4 C) 189.2 D) 266.6

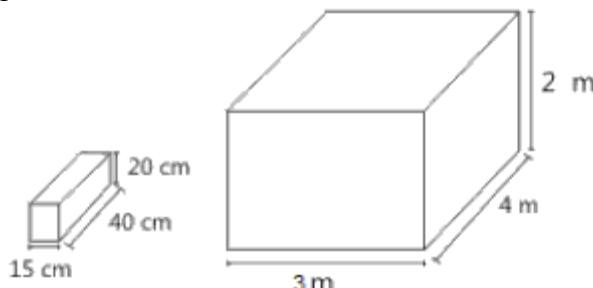
31E10. Un terreno cuadrado está bardado en tres de sus cuatro lados. ¿Cuántos metros se deben bardear en la parte faltante, si el área del terreno mide 196 m^2 ?

- A) 14 B) 49 C) 63 D) 98

37E10. El señor Ramón tiene un terreno rectangular cuya área es de 600 m^2 y el largo es el doble de su ancho. ¿Cuál es el ancho del terreno expresado en su forma radical simplificada?

- A) $2\sqrt{75}$ B) $5\sqrt{2}$ C) $5\sqrt{12}$ D) $10\sqrt{3}$

39E10. El empleado de una ferretería debe almacenar bloques que tienen 15 cm de ancho, 40 cm de largo y 20 cm de altura. Si acomoda los bloques por su base, en una caja como la que se muestra en la figura, ¿cuál es el número máximo de bloques que puede acomodar?

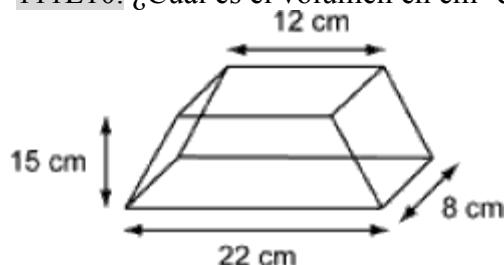


- A) 200 B) 400 C) 500 D) 2000

82E10. Encuentre el ancho en metros de un rectángulo, si el largo es 18 m más grande que el ancho y su área es de 144 m^2 .

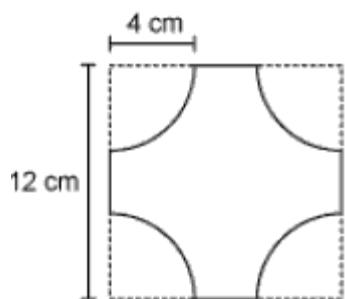
- A) 6 B) 8 C) 17 D) 24

111E10. ¿Cuál es el volumen en cm^3 del siguiente prisma?



- A) 2040 B) 2064 C) 2400 D) 2640

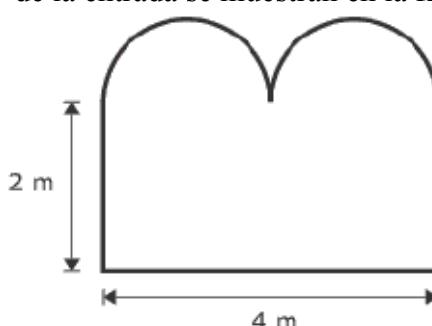
116E10. Un diseñador elabora el boceto de una loseta, como se muestra en la figura, recortando un cuarto de circunferencia en cada vértice de un cuadrado con un lado de 12 cm.



Si se colocan dos de estas losetas en fila, ¿cuál es el perímetro, en centímetros, de la figura que se forma?

- A) 41.21
- B) 49.12
- C) 74.24
- D) 82.42

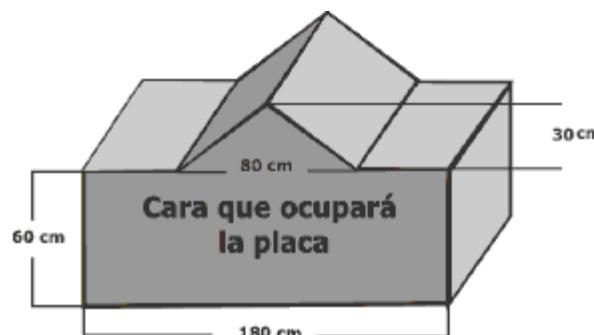
117E10. El propietario de un restaurante quiere remodelar la entrada de su negocio y colocar un vitral en la superficie para que se vea de tipo colonial; el diseño y dimensiones de la entrada se muestran en la figura.



¿Cuántos metros cuadrados tendrá el vitral?

- A) 8.78
- B) 11.14
- C) 14.28
- D) 20.56

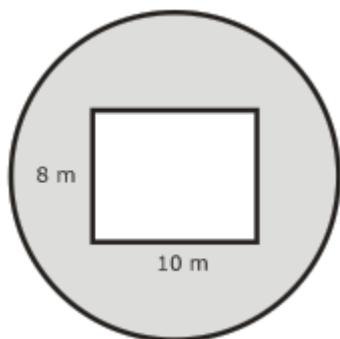
118E10. En una escuela se proyecta la construcción de una base con una placa conmemorativa en la cara frontal, como se observa en la figura.



¿Cuál es el área de la placa?

- A) $10,800 \text{ cm}^2$
- B) $11,400 \text{ cm}^2$
- C) $12,000 \text{ cm}^2$
- D) $13,200 \text{ cm}^2$

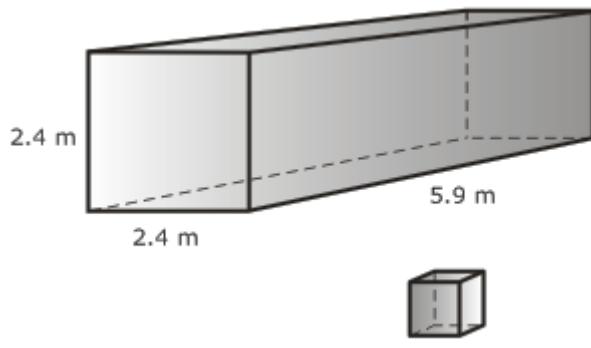
48E11. Un salón de fiestas circular, con 20 metros de diámetro, tiene dos zonas: una para mesas y una rectangular para la pista de baile, como se muestra en la figura:



Calcule el área, en metros cuadrados, de la zona ocupada por mesas. Considere π como 3.14.

- A) 80
- B) 234
- C) 278
- D) 394

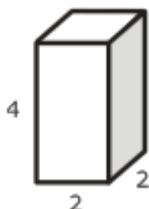
50E11. Se desea transportar cajas cúbicas de 80 cm en contenedores cuyas dimensiones se muestran en la siguiente figura.



Estime el número máximo de cajas que caben en cada contenedor.

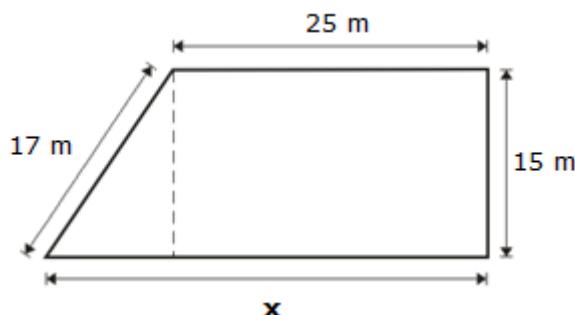
- A) Entre 40 y 62 B) Entre 63 y 85 C) Entre 110 y 132 D) Entre 150 y 172

87E11. Calcule el volumen del siguiente prisma.



- A) 4 B) 8 C) 10 D) 16

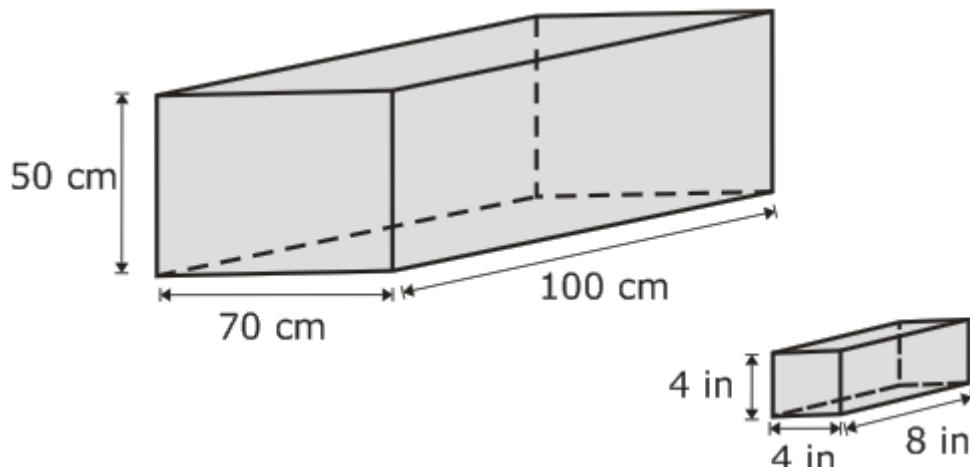
89E11. Observe el trapecio mostrado en la figura:



¿Cuál es la medida en metros de la base?

- A) $\sqrt{274}$ B) $\sqrt{514}$ C) 33 D) 42

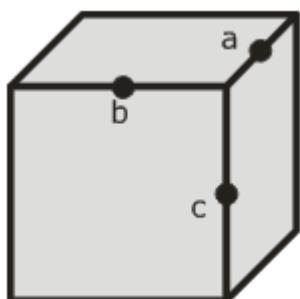
91E11. En un contenedor se van a acomodar paquetes de queso para su distribución. Las dimensiones del contenedor y de los paquetes se muestran en la siguiente figura.



¿Cuántos paquetes de queso se pueden transportar como máximo en cada caja?
Considere 1 in = 2.5 cm.

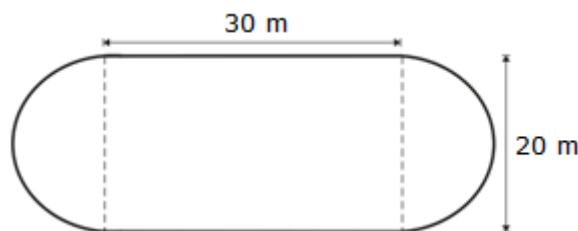
- A) 175 B) 420 C) 1020 D) 2448

92E11. Si el siguiente cubo es cortado por un plano que pasa por los puntos a, b y c, ¿cuántos vértices tendrá la figura después del corte?



- A) 10 B) 11 C) 12 D) 15

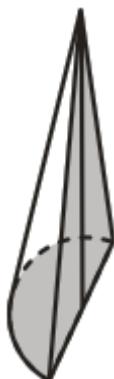
93E11. La empresa AGDI construirá una pista de patinaje como la mostrada en la figura:



Alrededor de la pista se colocará una barrera de contención. ¿Cuál será su longitud en metros? Considere pi como 3.14.

- A) 75.7 B) 91.4 C) 122.8 D) 185.6

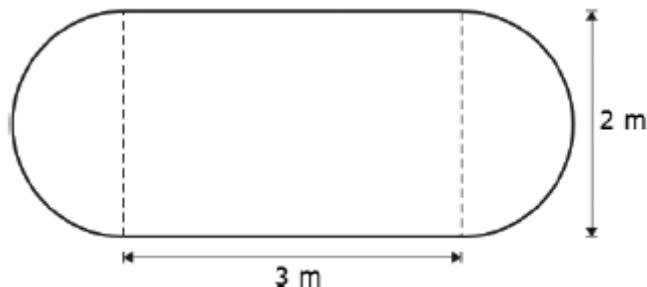
95E11. Un cono con diámetro de 1 m y altura de 2 m se corta por la mitad para colocarse como escultura. Si se desea pintar las dos caras planas de la escultura, ¿qué superficie en m² se va a pintar?



Consideré pi como 3.14.

- A) 1.4 B) 2.0 C) 4.0 D) 6.6

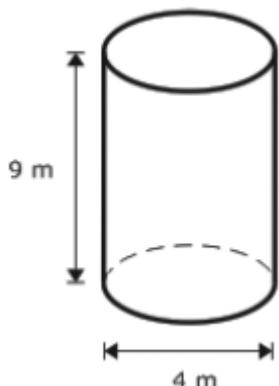
48E12. La señora Eva tiene una mesa con la forma y dimensiones mostradas en la figura:



Para que se conserve mejor va a colocarle un recubrimiento de vidrio en la superficie, ¿qué cantidad de vidrio, en metros cuadrados, usará para cubrir la mesa? Consideré pi como 3.14.

- A) 7.57 B) 9.14 C) 12.28 D) 18.56

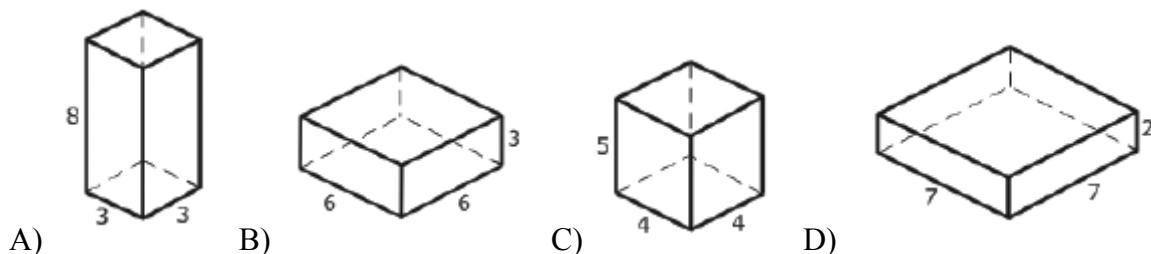
87E12. Calcule el volumen en metros cúbicos de la siguiente figura.



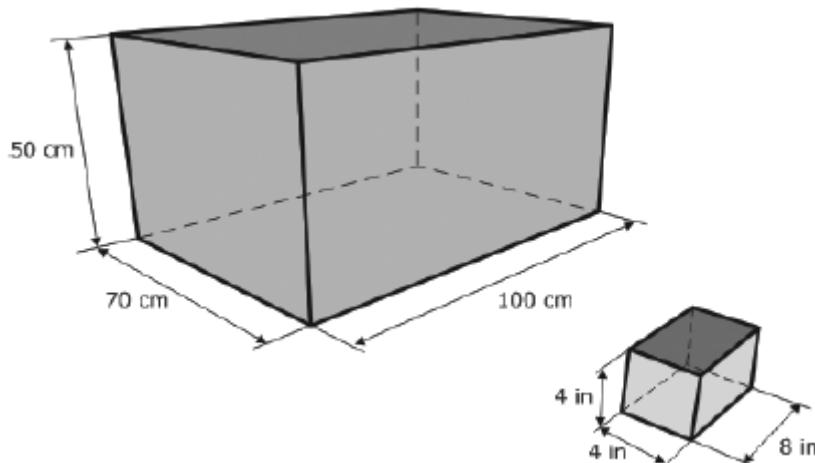
Consideré pi como 3.14.

- A) 56.52 B) 113.04 C) 226.08 D) 452.16

90E12. Un fabricante desea diseñar una caja abierta. ¿Cuál de los siguientes diseños presenta la caja con mayor volumen?



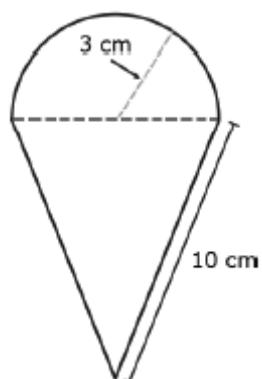
91E12. En un contenedor se van a acomodar paquetes de queso para su distribución. Las dimensiones del contenedor y de los paquetes se muestran en la siguiente figura.



¿Cuántos paquetes de queso se pueden transportar como máximo en cada caja?
Considere 1 in = 2.5 cm.

- A) 175 B) 420 C) 1,020 D) 2,448

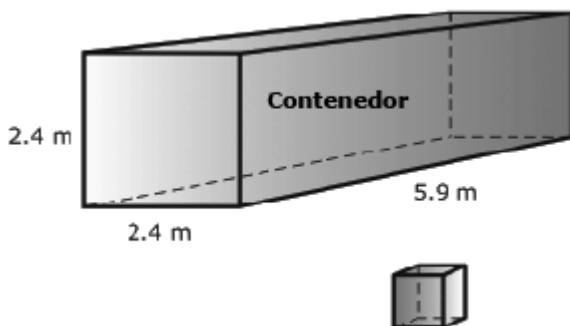
93E12. Guadalupe desea elaborar adornos en forma de helado, como el que se muestra en la imagen.



Puesto que requiere ponerle listón alrededor, necesitó calcular la medida del contorno de la figura y obtuvo _____ cm, considerando pi como 3.14.

- A) 24.71 B) 29.42 C) 35.42 D) 38.84

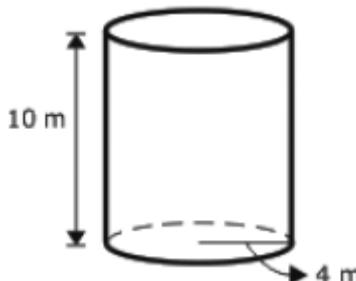
50E13. Se desea transportar cajas cuadradas de 80cm en contenedores cuyas dimensiones se muestran en la siguiente figura.



Estime el número de cajas que caben en cada contenedor. Entre...

- A) 40 y 62 B) 63 y 85
C) 110 y 132 D) 150 y 172

87E13. Observe la siguiente figura.

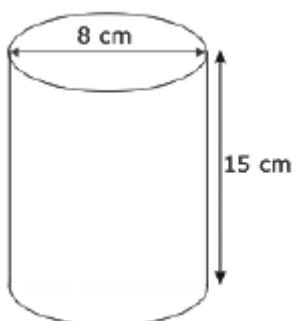


¿Cuál es el volumen en metros cúbicos del cilindro?

Considere a pi como 3.14.

- A) 80.0 B) 125.6 C) 251.2 D) 502.4

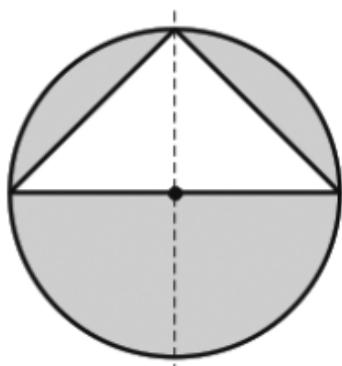
95E12. En una escuela se harán vasos de cartón para el Día de las Madres. Cada vaso tiene las siguientes especificaciones:



¿Cuántos centímetros cuadrados de cartón se necesitan para elaborar un vaso? Considere $\pi = 3.14$.

- A) 320.96 B) 427.04 C) 477.28 D) 577.76

48E13. Una glorieta circular de radio de 60 m tiene una parte triangular que se cubrirá con adoquín y, el resto, con pasto como se muestra en la figura:



¿Cuántos m^2 se cubrirán con pasto? Considere π como 3.14.

- A) 2,052 B) 3,600 C) 4,104 D) 7,704

74E13. Para ampliar una avenida, a un terreno cuadrado se le quita un metro de frente, su superficie final es de 506 m^2 . ¿Cuál era la superficie inicial del terreno?

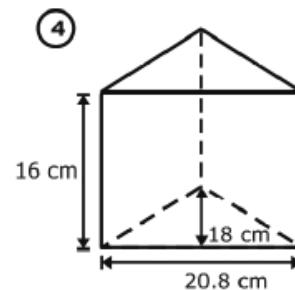
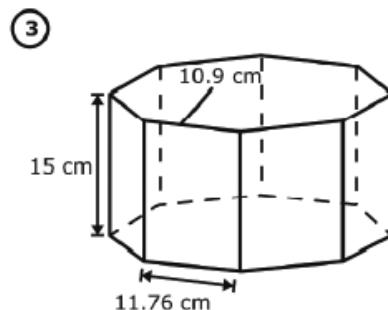
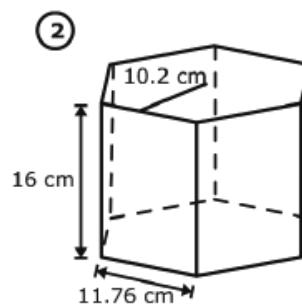
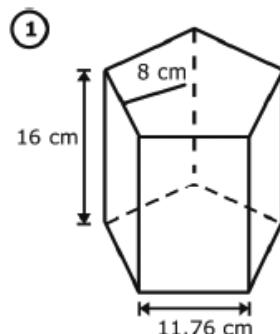
A) 507

B) 529

C) 552

D) 576

90E13. Una persona desea elegir de entre los siguientes moldes el que le servirá para elaborar mini-pasteles con el mayor volumen posible. ¿Qué molde debe utilizar?



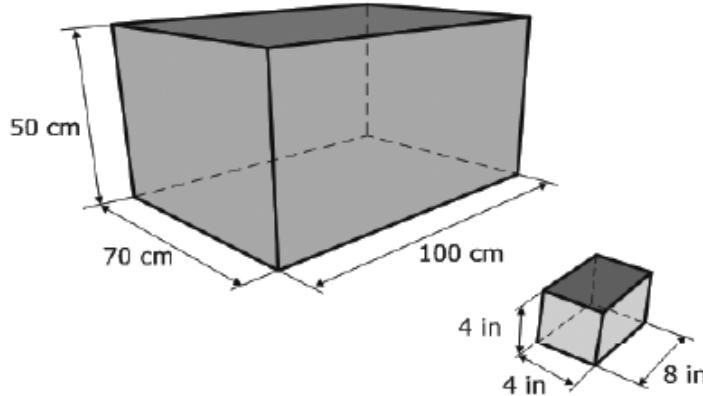
A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

91E13. En un contenedor se van a acomodar paquetes de queso para su distribución. Las dimensiones del contenedor y de los paquetes se muestran en la siguiente figura.



¿Cuántos paquetes de queso se pueden transportar como máximo en cada caja? Considere 1 in = 2.5 cm.

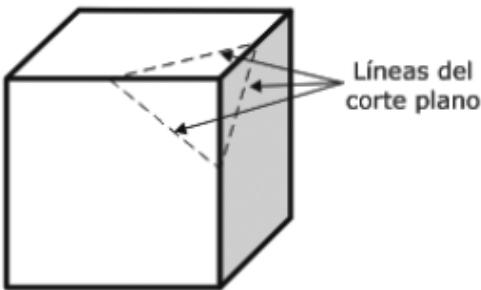
A) 175

B) 420

C) 1,020

D) 2,448

92E13. ¿Cuántas caras tendrá el poliedro que resulte de cortar con un plano cada esquina de un cubo sólido como se muestra en la figura que sigue?



- A) 6 B) 8 C) 12 D) 14

93E13. Debido a una ceremonia se adornará el contorno de un ventanal que cuenta con las siguientes medidas.

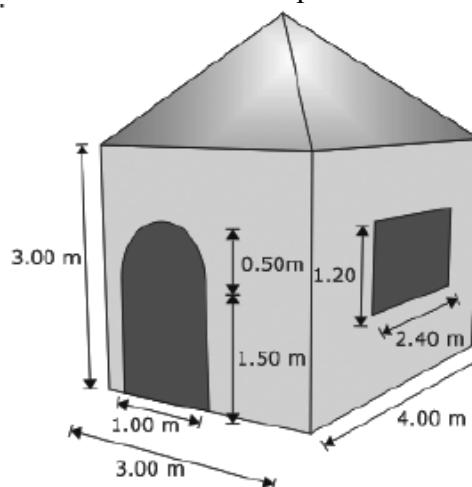


¿Cuál es el perímetro, en metros, del ventanal?

Considere pi como 3.14.

- A) 29.14 B) 30.28 C) 32.28 D) 34.28

95E13. Artemio desea pintar dos muros de su cuarto del jardín. Si los muros que quiere pintar y sus dimensiones son como se ilustran en la siguiente figura, ¿cuántos metros cuadrados deberá pintar?



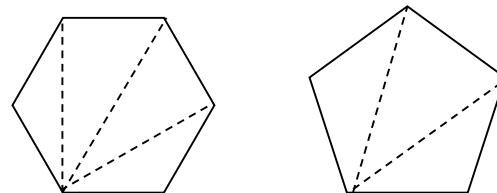
Considere pi como 3.14.

- A) 16.23 B) 16.62 C) 18.12 D) 21.00

Problemas sobre diagonales de Polígonos.

A partir de un vértice de un polígono de n lados, se pueden trazar $n-3$ diagonales (no puede trazarse diagonales a los vértices consecutivos y al vértice mismo).

Numero de vértices	diagonales
3 (Triangulo)	0
4 (Cuadrilátero)	1
5 (Pentágono)	2
6 (Hexágono)	3
n	$n-3$



$$d=n-3$$

El número de diagonales totales (las que pueden trazarse entre todos los vértices se obtiene al multiplicar el número de diagonales desde un vértice por el numero de vértices y dividiendo el resultado por dos (puesto que como cada diagonal une dos vértices, al contarlas desde cada vértice se duplica el conteo)).

$$D = \frac{n(n - 3)}{2}$$

Por ejemplo en un hexágono se pueden trazar 3 diagonales desde un vértice y 9 diagonales totales.

Para un hexágono: $n=6$

Diagonales desde un vértice: $d=6-3=3$

Diagonales totales:

$$D = \frac{6(6-3)}{2} = \frac{6(3)}{2} = 9$$

EJERCICIOS:

80E08. En la clase de Matemáticas II, el profesor mostró la siguiente tabla, en la cual n representa los lados de un polígono y D el total de diagonales que se pueden trazar en sus vértices.

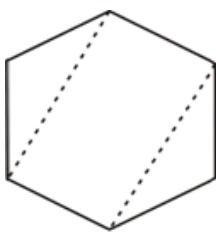
n 4 6 8 10 12 14

D 2 9 20 35 54 77

¿Cuál es el número de diagonales que se pueden trazar en un polígono de 18 lados?

- A) 96 B) 104 C) 135 D) 170

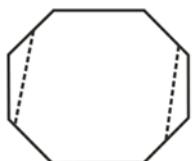
113E08. Si se corta por las líneas punteadas al hexágono, como se muestra en la figura,



¿Cuántas diagonales internas se pueden trazar en la figura resultante?

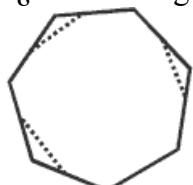
- A) 2 B) 4 C) 5 D) 9

113E09. Si se corta por las líneas punteadas al octágono, como se muestra en la figura, ¿cuántas diagonales internas se pueden trazar en la figura resultante?



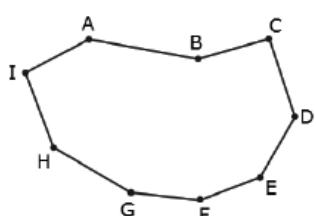
- A) 9 B) 14 C) 20 D) 27

113E10. Si se corta por las líneas punteadas al heptágono, como se muestra en la figura, ¿cuántas diagonales internas se pueden trazar en la figura resultante?



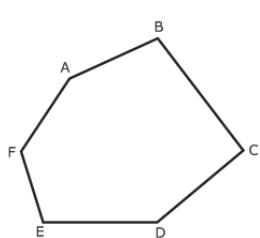
- A) 18 B) 20 C) 27 D) 35

47E12. Si se hace un corte recto por los puntos B y E de la siguiente figura, ¿cuántas diagonales tiene la figura resultante con mayor número de vértices?



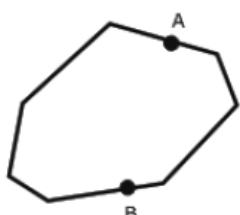
- A) 4 B) 6 C) 14 D) 28

47E11. La siguiente figura sufre un cambio: se toma el triángulo BCD y se elimina el resto del hexágono. Se coloca un espejo que toca los vértices B y D, y se forma una nueva figura, que es la unión del triángulo BCD y de su reflejo en el espejo. ¿Cuántas diagonales tiene la nueva figura?



- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

47E13. Se corta la siguiente figura con una línea recta de A a B.



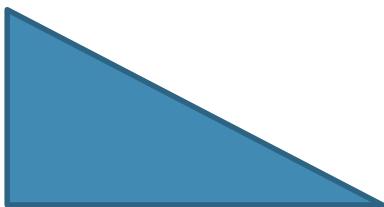
¿Cuántas diagonales se pueden trazar en la figura más grande?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 9

Resolución de Triángulos

Primero se determina qué tipo de triángulo es el del problema:

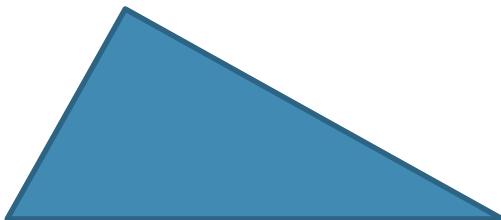
Triángulo Rectángulo



Teorema de Pitágoras

Funciones Trigonométricas

Triángulo Oblicuángulo



Ley de Senos

Ley de Cosenos

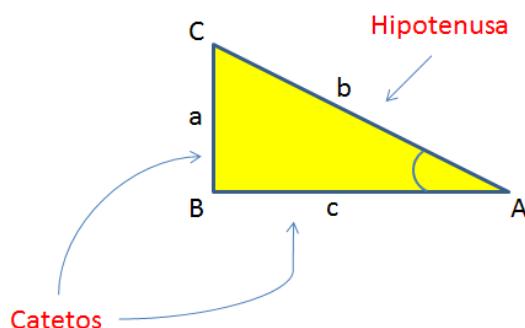
Funciones Trigonométricas

Es indispensable saber la relación entre los lados de un triángulo rectángulo (las tres primeras son suficientes pues las otras tres son sus recíprocos).

$$\operatorname{Sen} A = \frac{\text{Cat. Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{Cos} A = \frac{\text{Cat. Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{c}{b}$$

$$\operatorname{Tg} A = \frac{\text{Cat. Opuesto}}{\text{Cat. Adyacente}} = \frac{a}{c}$$



Resolución de Triángulos Rectángulos

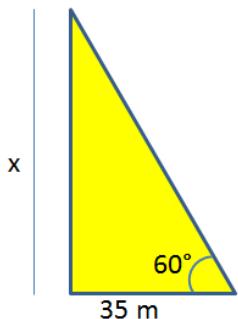
47E08. ¿Cuál es la altura, en metros, de una torre de comunicaciones que proyecta una sombra sobre el piso de 35 m, cuando el ángulo de elevación del sol es 60° ?

A) $35\sqrt{3}$

B) $\frac{\sqrt{3}}{35}$

C) $\frac{35}{\sqrt{3}}$

D) $35 + \sqrt{3}$



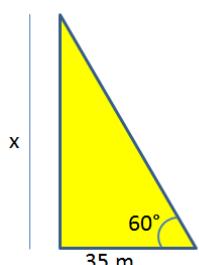
¿Qué lados del triángulo están involucrados (con respecto al ángulo conocido)?

El cateto opuesto y el cateto adyacente

¿Qué función trigonométrica relaciona a ambos lados?

La tangente

$$\operatorname{Tg} 60^\circ = \frac{\text{Cat. Opuesto}}{\text{Cat. Adyacente}} = \frac{x}{35}$$

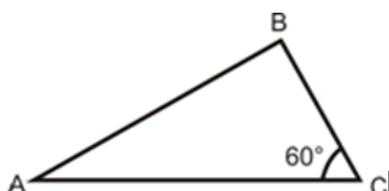


$$\operatorname{Tg} 60^\circ = \frac{x}{35}$$

$$(35)\operatorname{Tg} 60^\circ = x$$

$$(35)(\sqrt{3}) = x$$

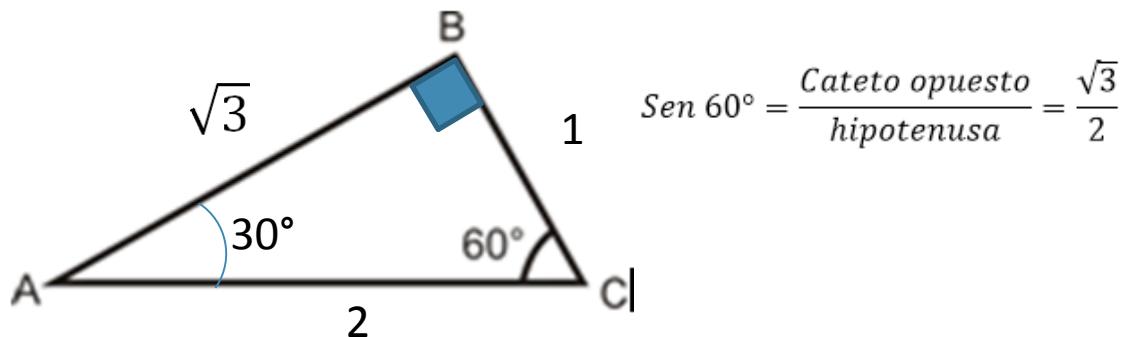
- 131E08. La siguiente figura muestra un triángulo rectángulo, cuyo ángulo recto es B, y C mide 60° .



¿Cuál es valor de Sen A?

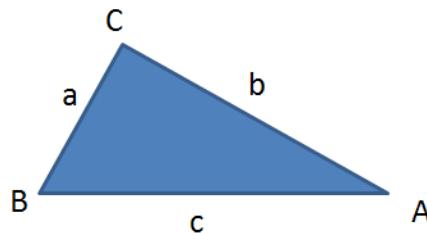
- A) 0.00 B) 0.50 C) 0.86 D) 1.00

Solución: Se trata del triángulo de $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ (que vimos en clase para deducir las funciones trigonométricas de estos ángulos)



$$\operatorname{Sen} 60^\circ = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Resolución de Triángulos Oblicuángulos



¿Cuándo emplear la Ley de Senos?

$$\frac{a}{\operatorname{Sen} A} = \frac{b}{\operatorname{Sen} B} = \frac{c}{\operatorname{Sen} C}$$

¿Cuándo emplear la Ley de Cosenos?

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

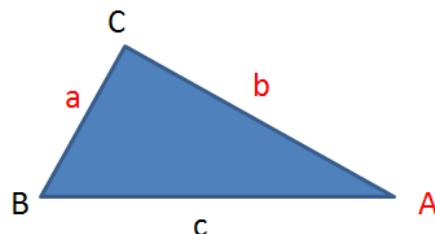
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Ley de los Senos

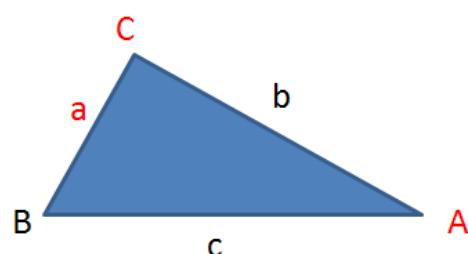
Cuando se conocen dos lados y un ángulo opuesto a uno de ellos

$$\frac{a}{\operatorname{Sen} A} = \frac{b}{\operatorname{Sen} B}$$



Cuando se conocen dos ángulos y un lado opuesto a uno de ellos

$$\frac{a}{\operatorname{Sen} A} = \frac{c}{\operatorname{Sen} C}$$



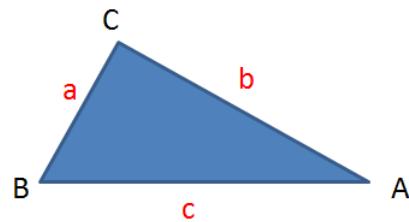
Siempre un lado con su ángulo correspondiente



Ley de Cosenos

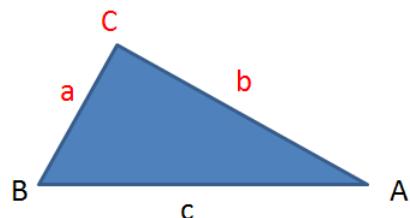
Cuando se conocen los tres lados y ningún ángulo

$$\begin{aligned}a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B\end{aligned}$$



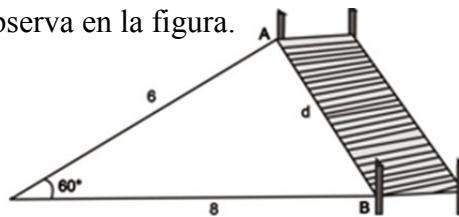
Cuando se conocen dos lados y el ángulo que forman

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$



Ejemplo

45. Dos barcos, A y B parten del embarcadero y avanzan 6 y 8 millas náuticas respectivamente, como se observa en la figura.



Si las trayectorias forman un ángulo de 60° entre sí, ¿cuál es la distancia (d) en línea recta entre ellos?

- A) 10 B) 14 C) $\sqrt{52}$ D) $\sqrt{148}$

Solución:

Se conocen dos lados y el ángulo que forman por lo que se aplica la ley de cosenos:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$d^2 = (6)^2 + (8)^2 - 2(6)(8) \cos 60^\circ$$

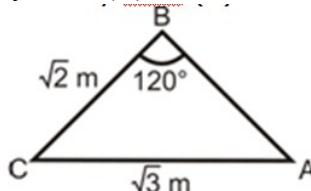
$$d^2 = 36 + 64 - 96 (0.5)$$

$$d^2 = 100 - 48 = 52$$

$$d = \sqrt{52}$$

EJERCICIOS:

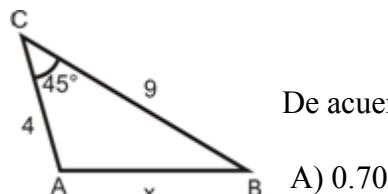
46E08. Ana (A) y Carlos (C) se encuentran separados m de distancia, mientras que Carlos y Beto (B) m , como se muestra en la figura.



Si el ángulo formado entre las líneas que van de Carlos a Beto y de Beto a Ana es de 120° , ¿cuál es el valor del ángulo formado por las líneas que van de Beto a Ana y de Ana a Carlos?

- A) 30° B) 45° C) 60° D) 120°

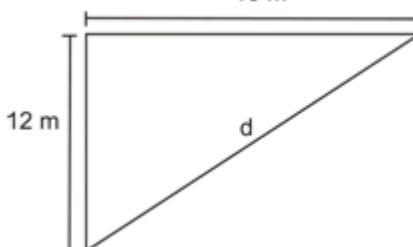
89E08. Observe el siguiente triángulo.



De acuerdo con los datos, ¿cuál es el valor de x ?

- A) 0.70 B) 6.78 C) 9.10 D) 36.00

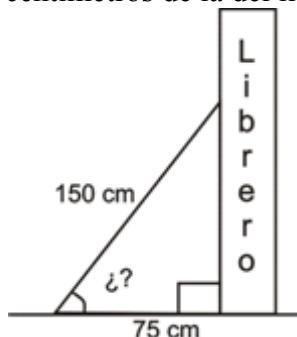
137E08. Una persona desea dividir su terreno rectangular en dos partes iguales; una parte será para vivienda y la otra para instalar un negocio. En la diagonal (d) colocará una cerca que divida al terreno.



¿Cuántos metros tendrá que cercar?

- A) 14 B) 20
C) 22 D) 28

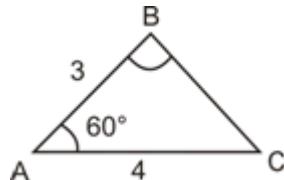
137E08. David necesita alcanzar un libro que se encuentra en la parte superior de un librero; coloca una escalera de 150 centímetros de longitud, cuya base queda a 75 centímetros de la del librero, como se muestra en la figura.



¿Cuál es el valor del ángulo que tiene la escalera con respecto al piso?

- A) 30° B) 45° C) 60° D) 75°

140E08. En la siguiente figura se dan las magnitudes de dos lados de un triángulo y el ángulo entre ellos.



Cuál es la longitud del lado BC?

A) 5

B) $\sqrt{13}$

C) $\sqrt{37}$

D) $\sqrt{5}$

37E09. Una tubería atraviesa diagonalmente un terreno de forma cuadrada. La tubería mide 30 m. ¿Cuál es la longitud, en metros, del lado del cuadrado?

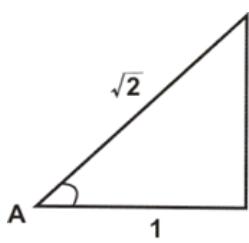
A) $\frac{\sqrt{30}}{2}$

B) $15\sqrt{2}$

C) $\sqrt{15}$

D) $30\sqrt{2}$

45E09. Observe el siguiente triángulo



1 A partir de los datos, ¿cuál es el valor de Cos (A)?

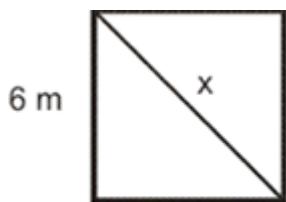
A) $\sqrt{2}$

B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

C) 1

D) $\frac{1}{2}$

90E09. Ángel y su hermano compraron un pequeño terreno cuadrangular que se dividió en dos partes iguales como se muestra en la figura. Es necesario saber la longitud de x en metros, para hacer una división con algún enrejado. ¿Cuánto mide x?



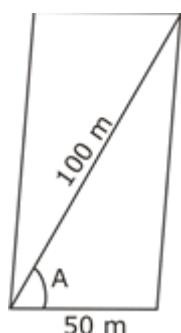
A) 8.48

B) 12.00

C) 18.00

D) 36.00

6 m 6 m 91E09. En un parque público se necesita instalar una tubería subterránea que lo atravesese de forma diagonal, como se muestra en la siguiente figura:



Para realizar esta instalación, se requiere conocer el valor del ángulo A que es igual a:

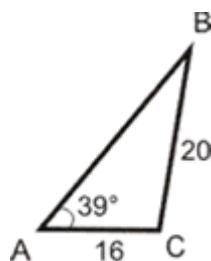
A) 30°

B) 45°

C) 60°

D) 75°

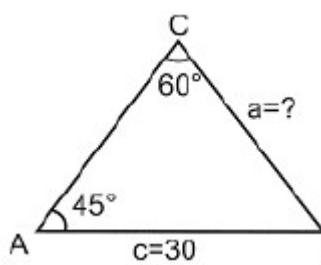
93E09. Analice la siguiente figura.



Si $\text{Sen } 39^\circ = 0.6293$ y $\text{Cos } 39^\circ = 0.7771$ ¿cuál es el valor aproximado del ángulo B?

- A) 30° B) 35° C) 40° D) 45°

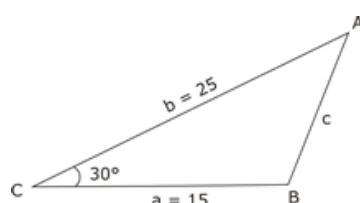
131E09. Analice la siguiente figura.



¿Cuál es el valor del lado a?

- A) 24.5 B) 30.6 C) 35.1 D) 36.7

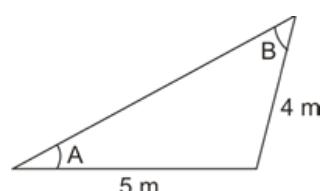
136E09. En una escuela hay un espacio triangular para el área de juegos, similar al que se observa en la figura.



Se requiere colocar una cerca en el lado que da a la calle (c) para evitar que los niños se salgan. ¿Cuál será la longitud de la cerca?

- A) 12.47 B) 14.16 C) 16.74 D) 18.61

137E09. Un ingeniero trabaja con piezas metálicas, como la que se muestra en la figura, y necesita encontrar el valor del ángulo A con el fin de hacer algunos ajustes.



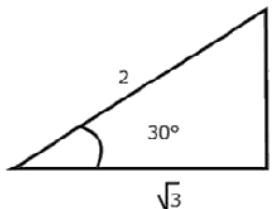
De acuerdo con las dimensiones del esquema, y dado que $\text{sen}(B) = 0.625$, ¿cuál es el valor del ángulo A?

- A) 15° B) 30° C) 45° D) 60°

138E09. Un hombre empuja una caja desde el suelo por una rampa con una inclinación de 30° con respecto al piso hasta un descanso que se encuentra exactamente 4 metros por encima del nivel del piso. ¿Cuántos metros empujó el hombre la caja?

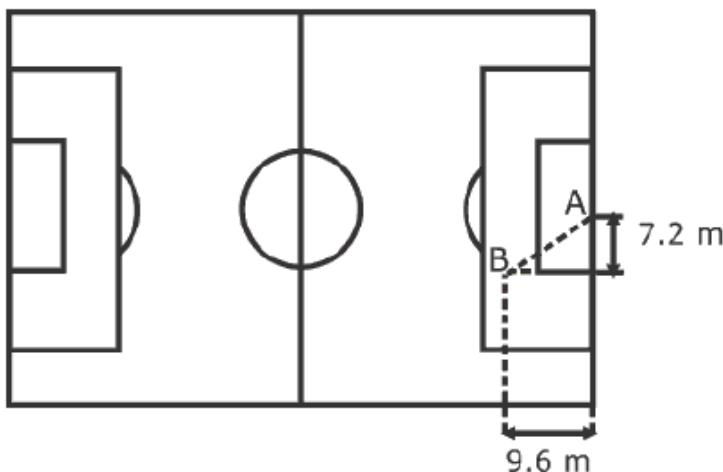
- A) $8\sqrt{3}$ B) $\sqrt{48}$ C) 8 D) 16

45E10. De acuerdo con la figura mostrada, ¿cuál es el valor del coseno de 30° ?



- A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

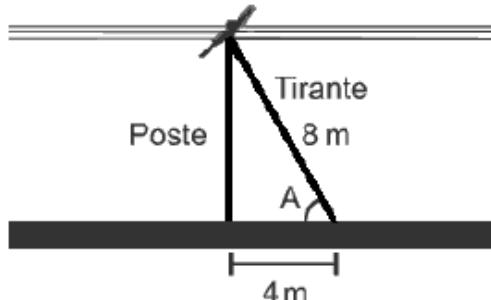
90E10. La figura muestra la posición de un jugador en la cancha de futbol. El jugador dispara desde el punto B hacia el punto A.



¿Cuál es la distancia horizontal, en metros, que recorre el balón?

- A) 8.31 B) 12.00 C) 14.40 D) 16.80

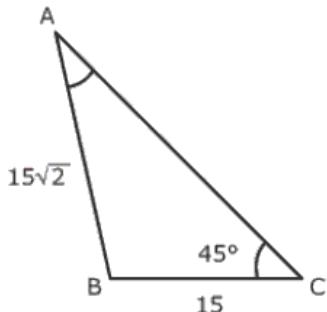
91E10. Juan tiene que calcular el ángulo A que se forma entre la banqueta y el tirante del poste de luz instalado frente a la escuela con los datos que se muestran en la figura.



¿Cuál es el valor de este ángulo?

- A) 15° B) 30°
C) 45° D) 60°

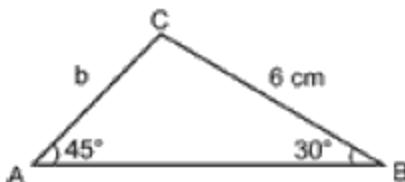
93E10. Observe el siguiente triángulo,



Dadas las medidas de los lados del triángulo y el valor del ángulo C, ¿cuántos grados tiene el ángulo A?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60

131E10. De acuerdo con las medidas del siguiente triángulo, ¿cuántos centímetros mide el lado b?

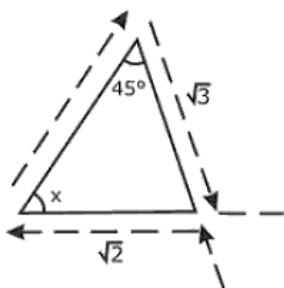


- A) $3\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{6}$
C) $6\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{6}$

136E10. En una plaza Juan camina en tramos rectos, a partir del asta bandera, en un punto cambia de dirección girando 150° a su izquierda, avanza 64 metros y se detiene. Para regresar al asta tiene que girar 75° a la izquierda. ¿A qué distancia se encuentra el punto inicial?

- A) 16 B) 32 C) $16\sqrt{6}$ D) $32\sqrt{2}$

137E10. La figura muestra el proceso de producción de cierta bebida que consta de tres fases, las cuales se realizan sobre un aparato de forma triangular. Al entrar en un espacio de $\sqrt{2}$ metros, se coloca la etiqueta de las botellas; después giran un ángulo de _____ grados, avanzan y se llenan de líquido; al final, giran un ángulo de 45° y avanzan $\sqrt{3}$ metros para colocar las tapas y salir del proceso.

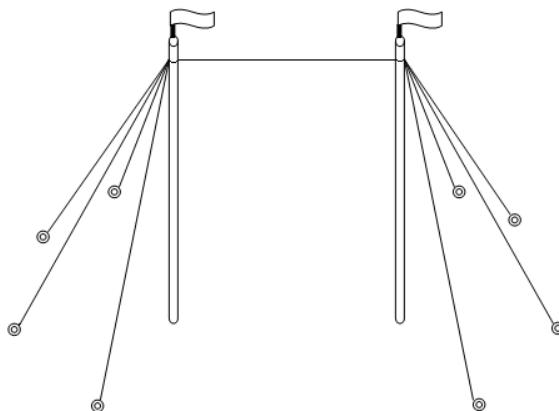


- A) 30° B) 45°
C) 60° D) 75°

138E10. ¿Cuál es la altura en metros de una torre si proyecta una sombra de 26 metros con un ángulo de elevación respecto al piso de 60° grados?

- A) 13 B) $\frac{26}{\sqrt{3}}$ C) $13\sqrt{3}$ D) $26\sqrt{3}$

45E11. Para instalar la carpeta de un circo, el técnico encargado debe fijar cada cable que sostiene cada mástil vertical a una armella colocada en el piso a cierta distancia de la base del poste y a cierta altura, además del cable que une ambos mástiles, como se muestra en la figura.

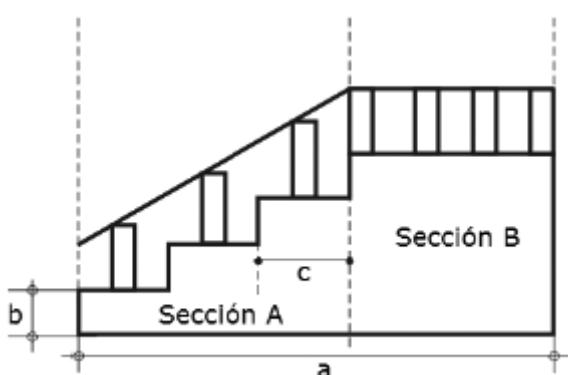


El técnico debe pedir al administrador la cantidad suficiente de cable para lograr este objetivo. ¿Cuáles de los siguientes procesos proporciona la información que el administrador le pide? Considere que un proceso puede ser utilizado más de una vez.

1. Aplicar Teorema de Pitágoras para calcular longitudes
2. Calcular costos
3. Calcular perímetros
4. Medir distancias
5. Realizar operaciones aritméticas
6. Resolver ecuaciones de segundo grado

- A) 1, 3, 6 B) 1, 4, 5 C) 2, 3, 5 D) 2, 4, 6

45E12. Se desea colocar barandal a una escalera, como se muestra en la figura:



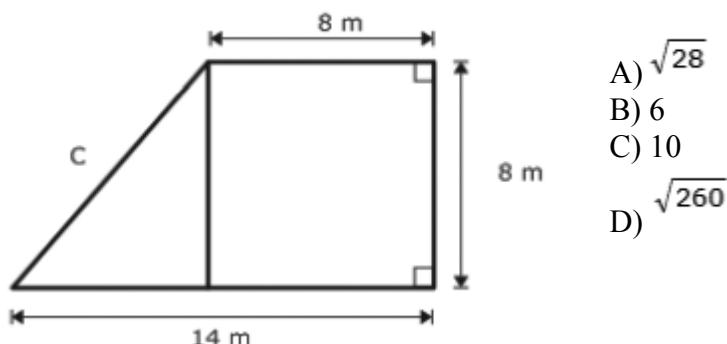
Si se conocen las longitudes a , b , c , ¿cuál es la secuencia correcta de operaciones para conocer la longitud total del pasamanos?

Calcular...

1. el largo de la sección A
2. el largo total del pasamanos
3. el largo del pasamanos de la sección B
4. el largo del pasamanos de la sección A, aplicando el teorema de Pitágoras
5. la altura de la escalera

- A) 1, 2, 3, 4, 5 B) 1, 5, 4, 3, 2 C) 4, 3, 1, 5, 2 D) 5, 1, 3, 2, 4

89E12. Determine la longitud del segmento C en la siguiente figura:



- A) $\sqrt{28}$
- B) 6
- C) 10
- D) $\sqrt{260}$

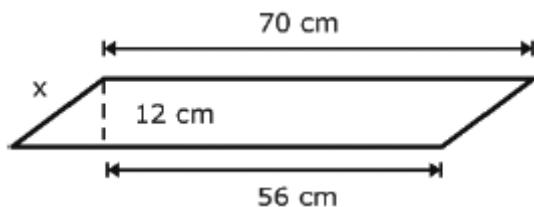
45E13. Alonso desea cercar su terreno con postes y alambre de púas. La distancia entre cada par de postes será de 5 m y estarán unidos con 4 hilos de alambre. Alonso conoce las dimensiones de su terreno, salvo el lado que colinda con el terreno de Javier, del que solo conoce las dimensiones de frente y fondo. ¿Qué operaciones deberá realizar Alonso para saber cuántos metros de alambre debe comprar? Las operaciones se pueden utilizar más de una vez.

1. Utilizar el teorema de Pitágoras
2. Utilizar el teorema de Thales
3. Calcular el perímetro
4. Calcular el área
5. Multiplicar el perímetro por 4
6. Multiplicar el área por 5



- A) 1, 3, 5
- B) 1, 4, 6
- C) 2, 3, 5
- D) 2, 4, 6

89E13. En la siguiente figura, ¿cuál es el valor en centímetros de x?



- A) $\sqrt{26}$
- B) $\sqrt{340}$
- C) 26
- D) 340

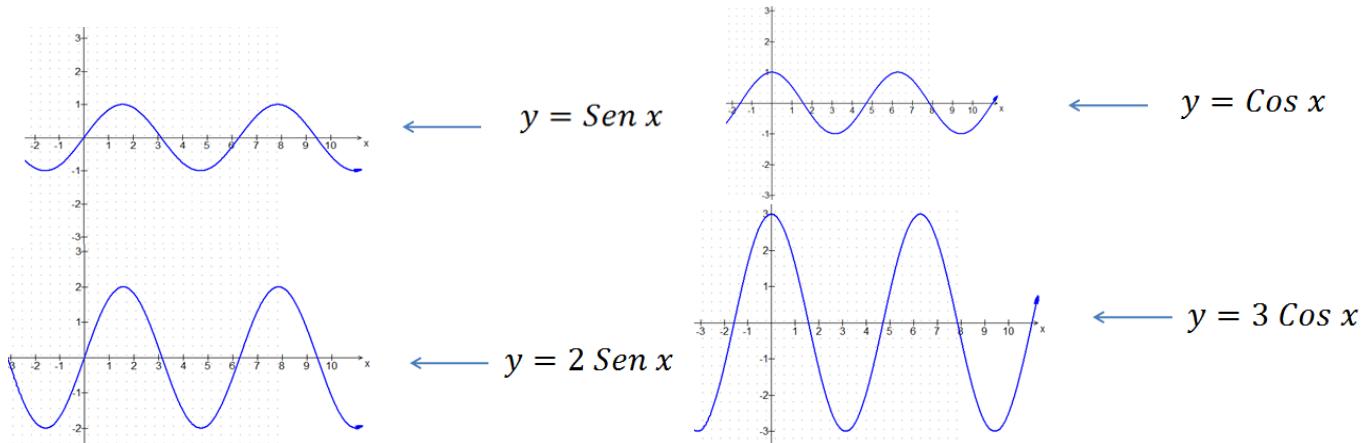
Grafica de las funciones trigonométricas

Es fácil identificar las gráficas de las funciones trigonométricas. Cada una posee características propias que hacen posible su deducción inmediata.

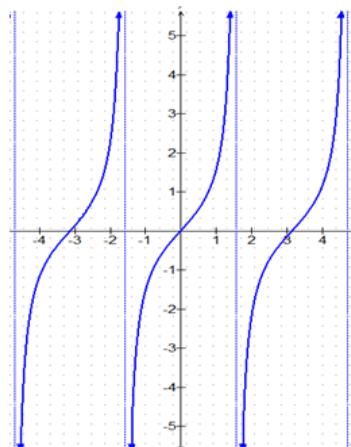
La función seno pasa por el origen (**Sen 0°=0**). La amplitud de la curva está representada por el coeficiente de la función.

La función coseno es similar a la de la función seno con un desfase de 90° (no pasa por el origen porque **Cos 0°=1**)

Graficas de Seno y Coseno



Grafica de la función Tangente



Se obtiene de la identidad:

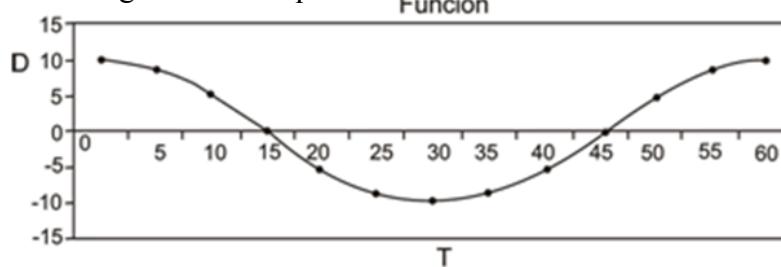
$$\text{Tg } A = \frac{\text{Sen } A}{\text{Cos } A}$$

Posee asíntotas (la curva tiende al infinito cada 90°)

EJERCICIOS:

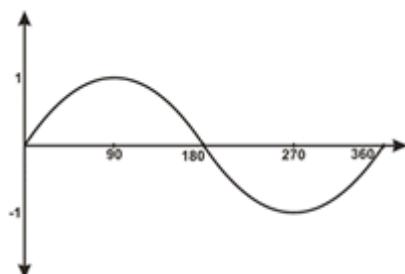
139E08. El brazo de una grúa bombea agua del subsuelo. La siguiente gráfica describe la distancia en metros a la que se encuentra el punto medio de este brazo, a medida que transcurre el tiempo en segundos.

El nivel puede ser positivo, cuando está sobre el suelo, o negativo, cuando está debajo. ¿Cuál es la función trigonométrica que describe a esta función de distancia $D(T)$?



- A) $10\sin(T)$ B) $10\cos(T)$ C) $10\tan(T)$ D) $60\sin(T)$

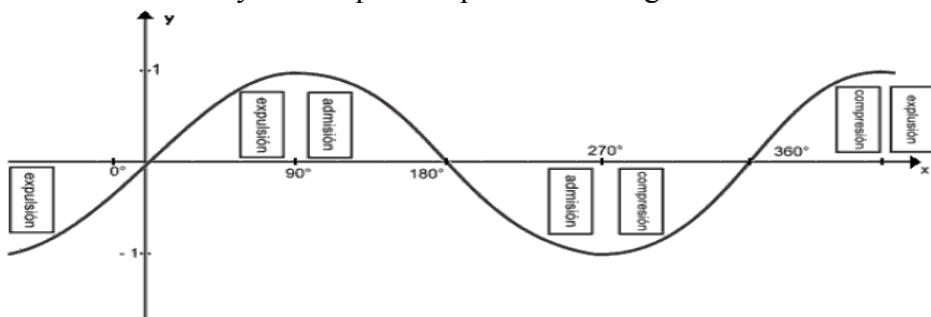
92E09. La descripción gráfica que arroja un sensor de movimiento es la siguiente:



¿Cuál es la función trigonométrica que la describe?

- A) $y=\sin(x)$ B) $y=\tan(x)$ C) $y=\cos(x)$ D) $y=-\sin(x)$

92E10. Un motor de combustión interna, impulsado por un eje de una pulgada de radio, describe una trayectoria que se representa en el gráfico dado a continuación.

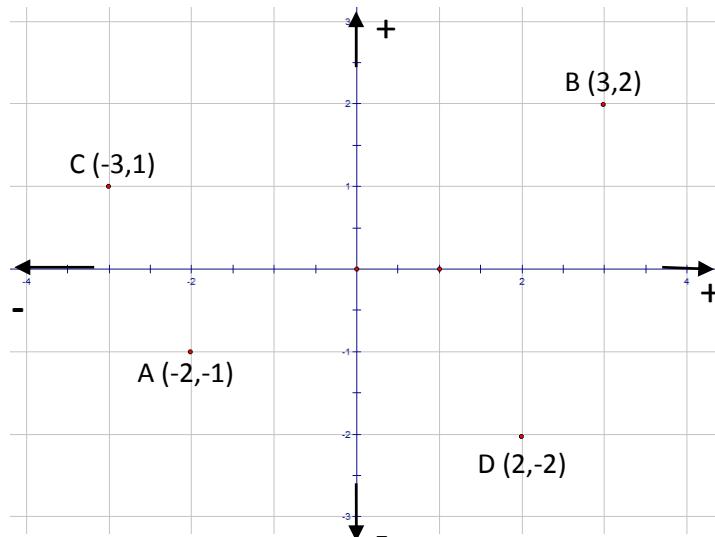


¿Qué función trigonométrica representa el recorrido señalado?

- A) $y = \text{Sen } X$ B) $y = \text{Cos } X$ C) $y = \text{Tan } X$ D) $y = \text{Cot } X$

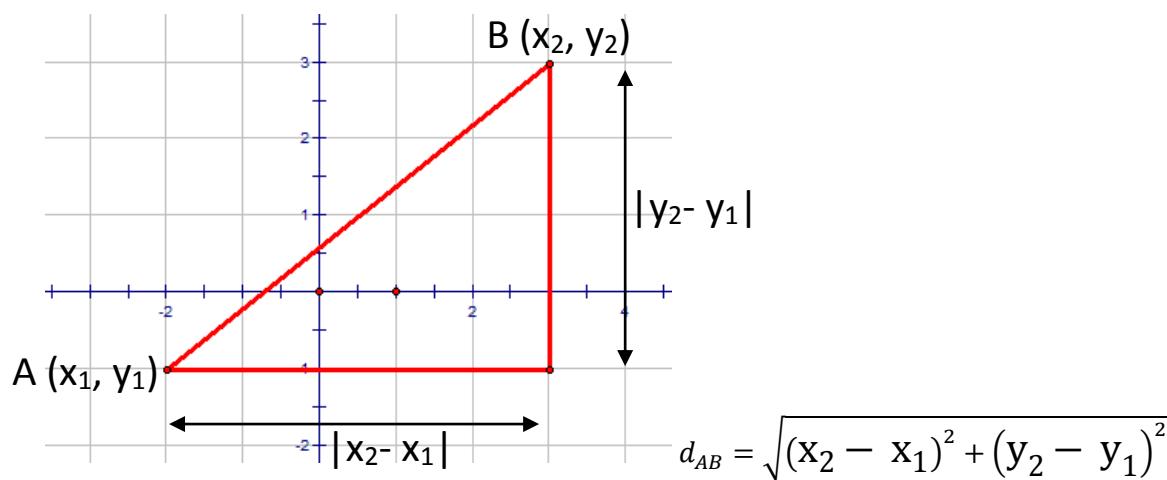
Problemas sobre Sistema de Coordenadas

Los problemas que se abordan en ENLACE están referidos a sistemas de coordenadas en dos y en tres dimensiones. En el primero se emplea como referencia dos ejes (x e y) que se intersecan en un punto llamado origen y desde el cual se ubican los puntos en el plano considerando un par de valores numéricos ordenados (coordenadas).



Distancia entre dos puntos

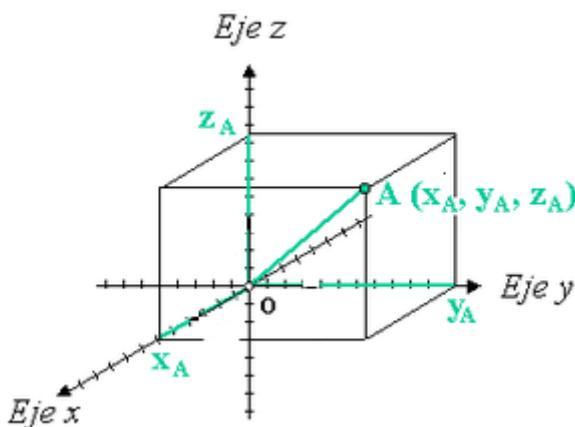
Puede calcularse aplicando el teorema de Pitágoras, considerando que entre dos puntos en el plano (que no determinen un segmento vertical u horizontal), puede formarse un triángulo rectángulo. La hipotenusa del rectángulo es la distancia entre los puntos.



Por ejemplo: La distancia entre los puntos $A(-2, -1)$ y $D(2, -2)$ mostrados en la grafica superior, puede calcularse:

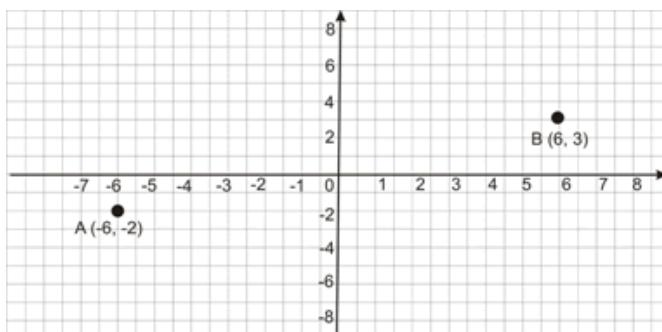
$$d_{AD} = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (-1 - (-2))^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$$

En los sistemas de tres dimensiones se siguen los mismos criterios para la ubicación de puntos, solo que al agregarse un tercer eje (z), las coordenadas de los puntos consisten en tres valores numéricos ordenados.



EJERCICIOS:

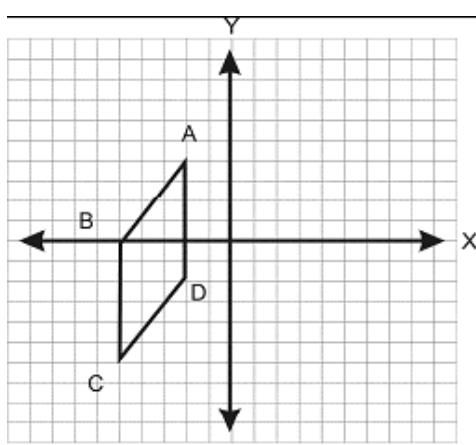
93E08. Observe la siguiente gráfica.



De acuerdo con los datos de la gráfica, ¿cuál es la distancia entre los puntos A y B?

- A) 5
- B) 12
- C) 13
- D) 17

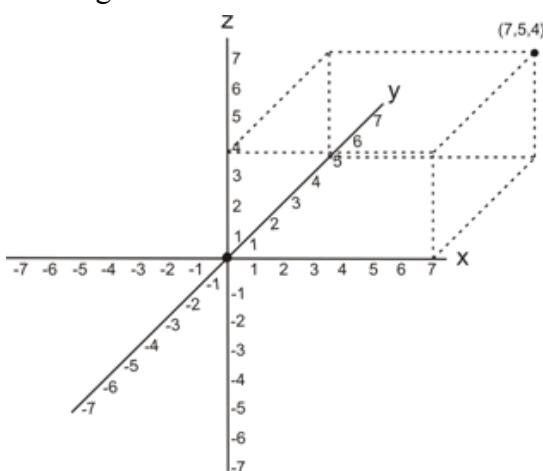
119E08. Observe la siguiente figura.



Considerando como eje de simetría al eje de las ordenadas, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices A' y B' de la figura simétrica?

- A) A' (0, 4) y B' (0, 0)
- B) A' (-2, 4) y B' (1, 0)
- C) A' (2, 4) y B' (5, 0)
- D) A' (4, 2) y B' (0, 5)

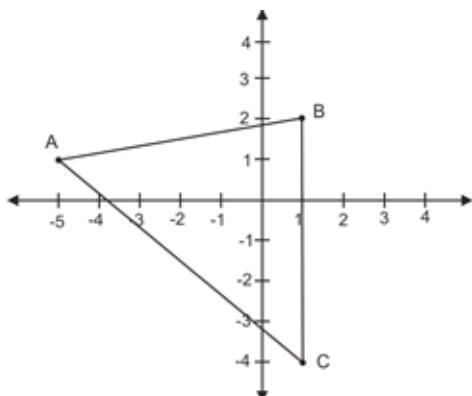
125E08. Un mosquito se encuentra en un espacio tridimensional, como el que se muestra en la figura.



El mosquito se localiza en las coordenadas $(7, 5, 4)$. Si vuela 2 unidades a la izquierda, 4 hacia delante y 6 hacia arriba, ¿cuáles son sus nuevas coordenadas?

- A) $(3, 8, -2)$
- B) $(5, 9, 10)$
- C) $(9, 1, -2)$
- D) $(11, 3, 10)$

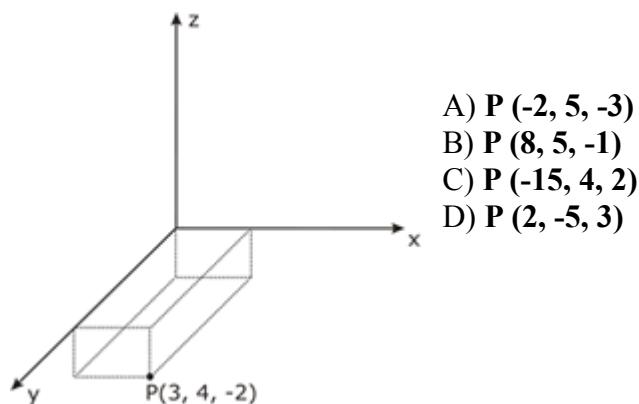
119E09. En la figura que se muestra, considere al eje de las abscisas (x) como eje de simetría.



¿Cuáles son las coordenadas de los puntos A y C del triángulo simétrico reflejado?

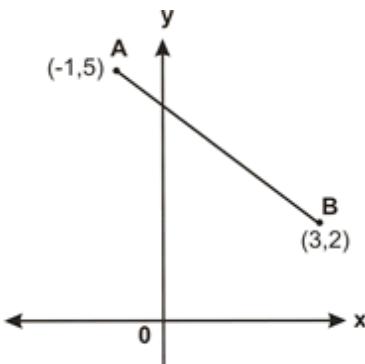
- A) $A'(-5, -1), C'(1, 4)$
- B) $A'(-5, 1), C'(-1, -4)$
- C) $A'(-1, 1), C'(-5, -4)$
- D) $A'(-4, -1), C'(-5, 1)$

125E09. Dadas las coordenadas del punto P que se muestra en la figura, ¿cuál de las siguientes opciones muestra las coordenadas de la posición final del punto P después de sufrir un desplazamiento de 5 unidades a la izquierda, 1 unidad hacia el lado positivo del eje yy 1 unidad hacia abajo?



- A) $P(-2, 5, -3)$
- B) $P(8, 5, -1)$
- C) $P(-15, 4, 2)$
- D) $P(2, -5, 3)$

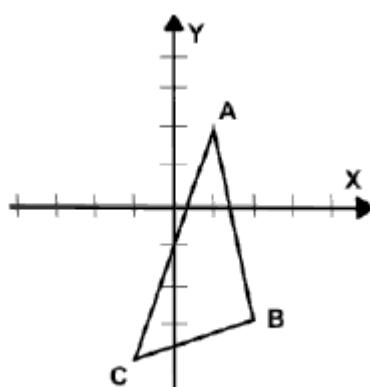
135E09. En una unidad habitacional se requiere instalar un transformador eléctrico y se necesita un cableado desde una subestación localizada en el punto A $(-1, 5)$, como se muestra en el plano. Los valores están dados en kilómetros.



¿Cuántos kilómetros de cableado se necesitan si el transformador debe instalarse en el punto $B(3,2)$?

- A) 3.60 B) 4.00
C) 5.00 D) 8.06

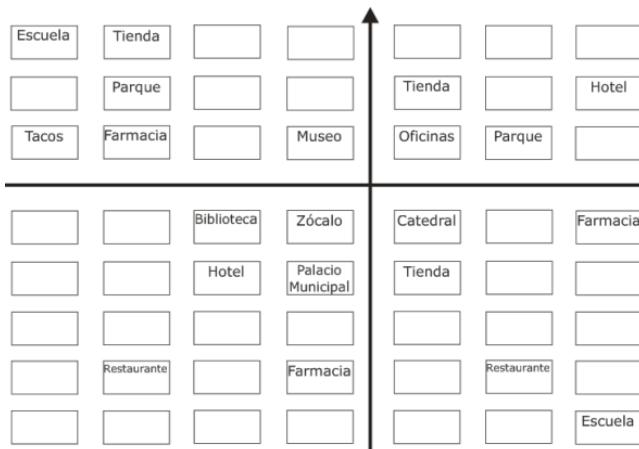
119E10. Observe la siguiente figura.



¿Cuáles son las coordenadas simétricas de la figura respecto al eje y?

- A) $A'(-3, 2), B'(-2, -3), C'(-5, -4)$
B) $A'(-1, 2), B'(-2, -3), C'(1, -4)$
C) $A'(-1, 7), B'(2, 2), C'(-1, 1)$
D) $A'(1, -2), B'(2, 3), C'(-1, 4)$

43E11. Este es el mapa del centro de un pueblo.

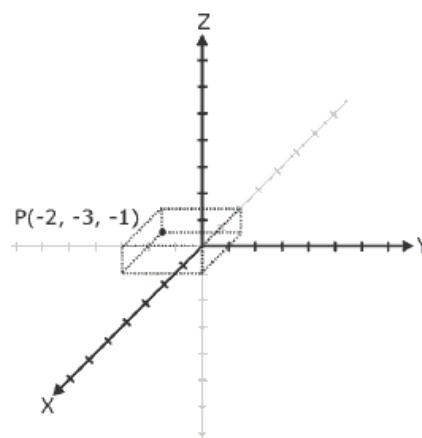


Determine las coordenadas de la ubicación de los hoteles.

- A) $(2, 3), (1, -2)$
B) $(2, 3), (2, 2)$
C) $(3, 2), (-2, -2)$
D) $(3, 2), (-2, 2)$

125E10. La siguiente figura muestra un espacio en tres dimensiones. El punto P, cuyas coordenadas se muestran en la figura, se desplaza 3 unidades hacia el frente, 3 unidades hacia abajo y 4 unidades hacia la derecha. ¿Cuáles son sus coordenadas finales?

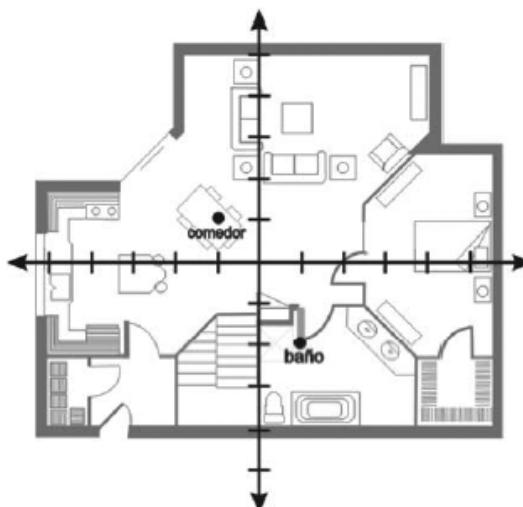
- A) $P(1, 0, 4)$
B) $P(1, -2, 4)$
C) $P(1, -2, 1)$
D) $P(1, 1, -4)$



135E10. En las coordenadas $(3, -1)$ se encuentra un registro de cableado telefónico; en el punto de coordenadas $(5, 4)$ se ubica la punta de una antena de señal telefónica. ¿Cuál es la distancia entre el registro y la punta de la antena?

- A) $\sqrt{7}$ B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{29}$ D) $\sqrt{37}$

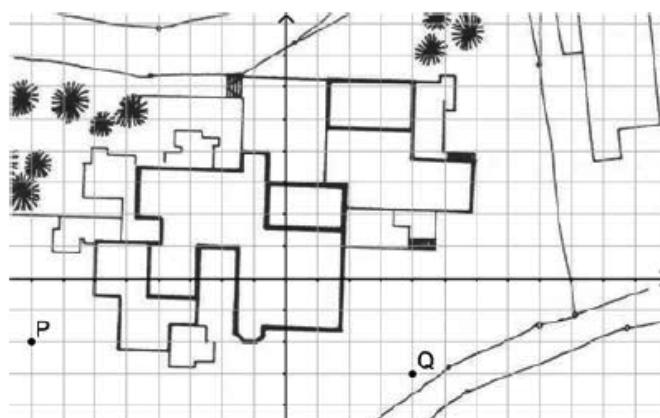
43E12. Una casa se encuentra distribuida como se ilustra en el siguiente plano arquitectónico:



Las coordenadas del centro del comedor y las coordenadas del centro del baño son, respectivamente:

- A) $(1, 1)$ y $(1, -2)$
 B) $(-1, 1)$ y $(1, 2)$
 C) $(-1, 1)$ y $(1, -2)$
 D) $(1, -1)$ y $(-1, -2)$

43E13. La figura muestra la vista aérea de una residencia. Los puntos P y Q señalan lugares donde deben ubicarse tomas de agua para el riego del jardín. De acuerdo con el plano cartesiano trazado, ¿cuáles son las coordenadas de dichos puntos?



- A) P $(-8, 2)$ y Q $(4, -3)$
 B) P $(-8, -2)$ y Q $(4, -3)$
 C) P $(-2, -8)$ y Q $(-3, 4)$
 D) P $(-8, 2)$ y Q $(4, 3)$

Determinación de gráficos

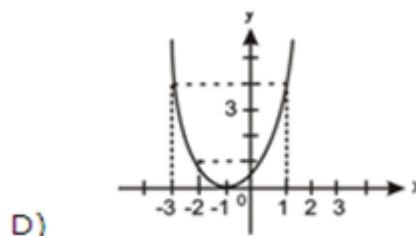
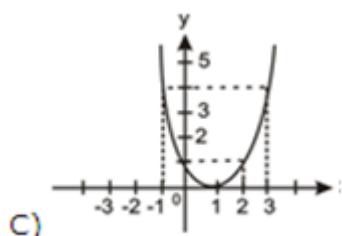
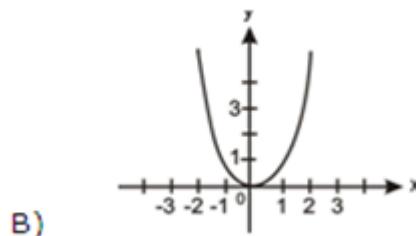
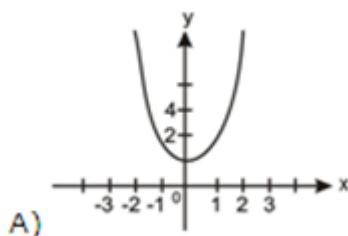
Las gráficas de algunas de las funciones y ecuaciones pueden determinarse por intuición.

En algunos casos ayuda calcular el valor de la función o ecuación para cierto valor de x.

Los valores más comunes (por la rapidez del cálculo) que pueden asignarse a x son x=0 o x=1 de tal manera que vayan descartándose algunos distractores en el examen.

Ejemplo

70E08. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la ecuación $y = x^2 - 2x + 1$



Solución: Determinar el valor de la función para x=0

$$y = x^2 - 2x + 1$$

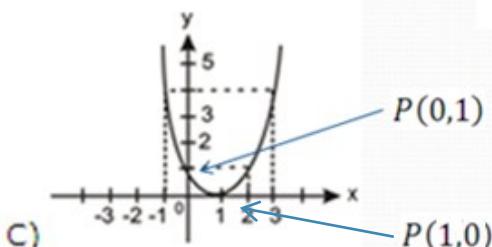
$$y = (0)^2 - 2(0) + 1 = 1$$

Lo cual significa que la gráfica pasa por el punto (0,1)

Las gráficas que cumplen esa condición son las de los incisos A) y C), por lo que hay que calcular el valor de la función para otro valor de x. Por ejemplo x=1.

$$y = (1)^2 - 2(1) + 1 = 0$$

Lo cual significa que la gráfica pasa por el punto (1,0). La única que satisface ambas condiciones es C)

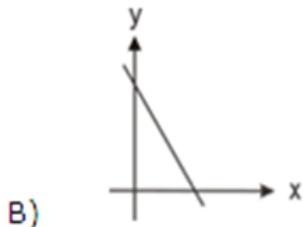
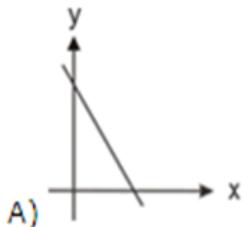


Observar el resto de las gráficas

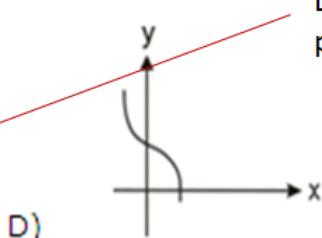
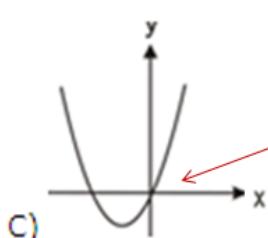
Ejemplo

67E08. ¿Cuál es la gráfica que representa la función? $f(x) = x(2x + 3)$

Se calcula el valor de la función para $x=0$



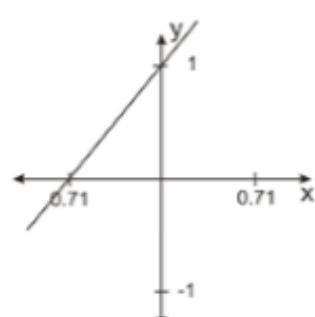
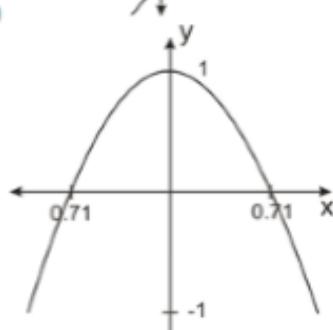
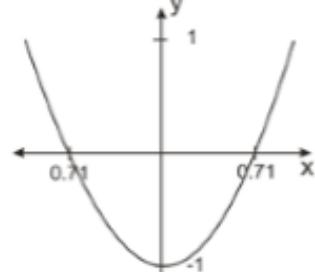
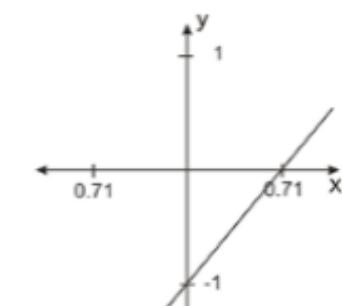
$$\begin{aligned}f(0) &= (0)[2(0) + 3] \\f(0) &= (0)[(0) + 3] \\f(0) &= (0)[3] = 0\end{aligned}$$



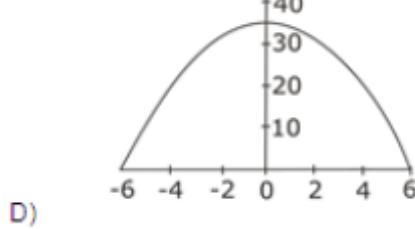
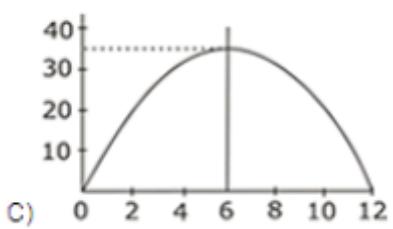
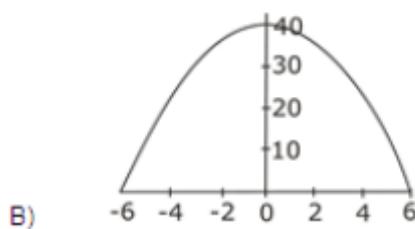
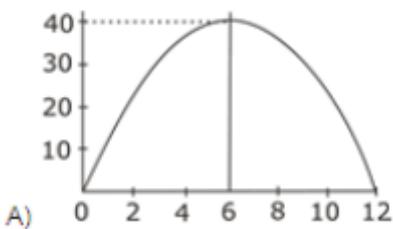
Lo cual significa que la gráfica pasa por el punto $(0,0)$ (El origen)

EJERCICIOS:

67E09. ¿Cuál gráfica corresponde a la siguiente ecuación? $y = 2x^2 - 1$

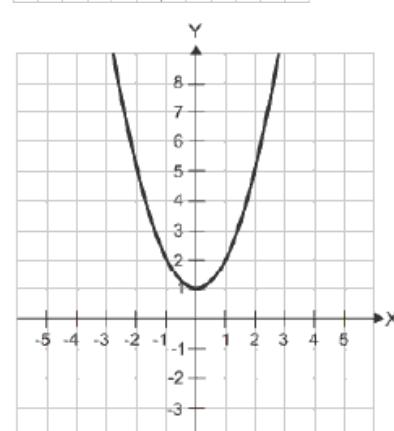
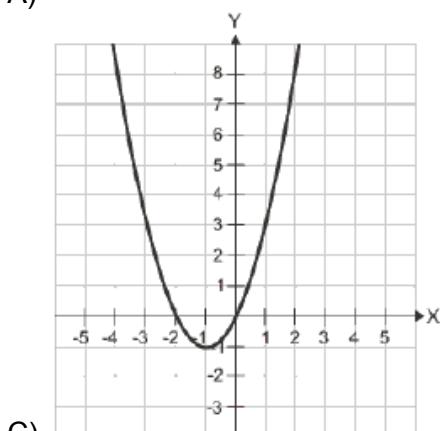
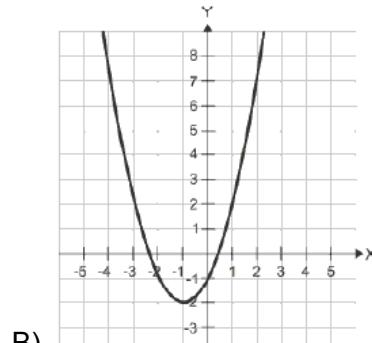
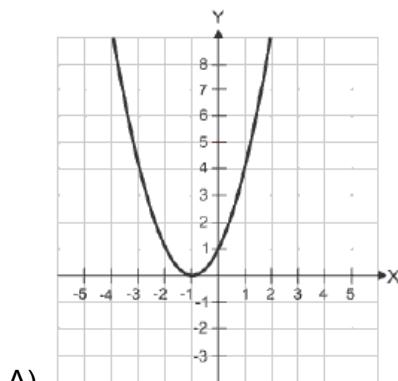


70E09. ¿Cuál es la gráfica que representa correctamente los valores numéricos de la ecuación $y = -x^2 + 12x$?



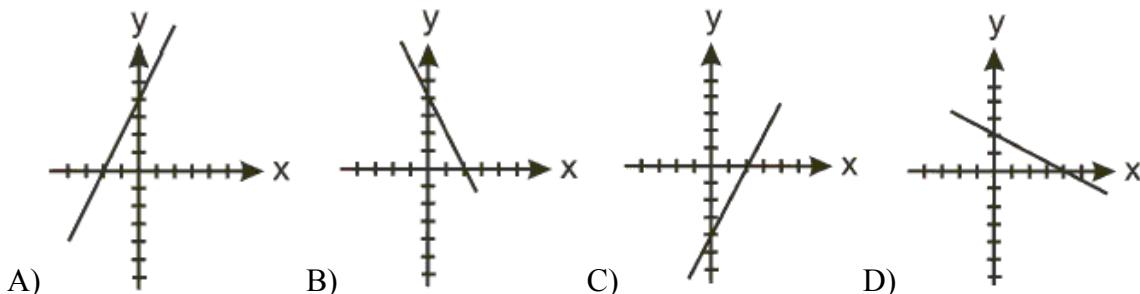
70E10. Identifique la gráfica de la siguiente función:

$$y = x^2 + 2x + 1$$

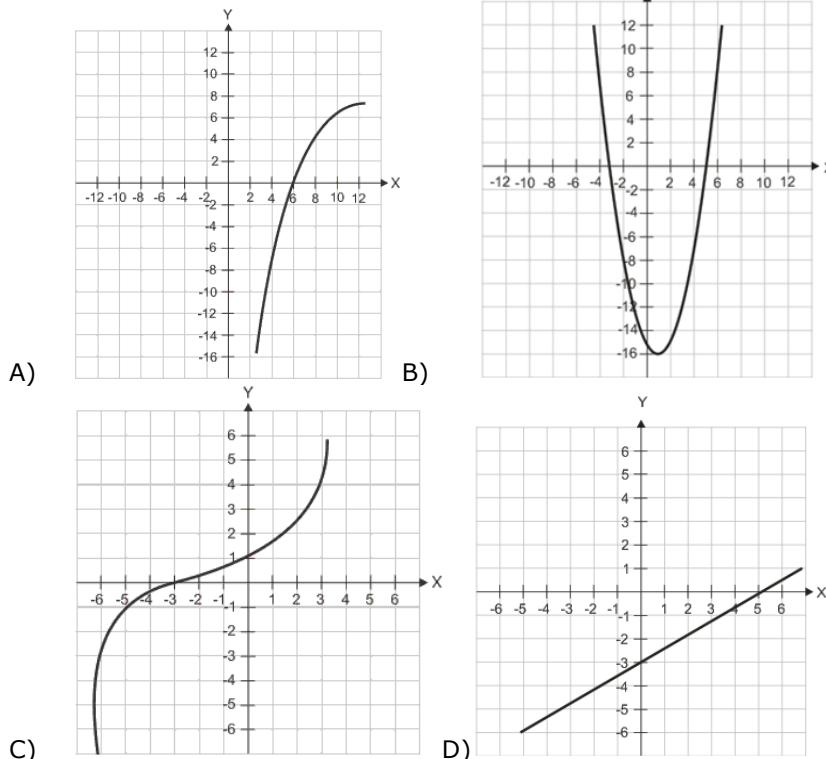


67E10. ¿Cuál gráfica corresponde a la siguiente representación algebraica?

$$y = -2x + 4$$

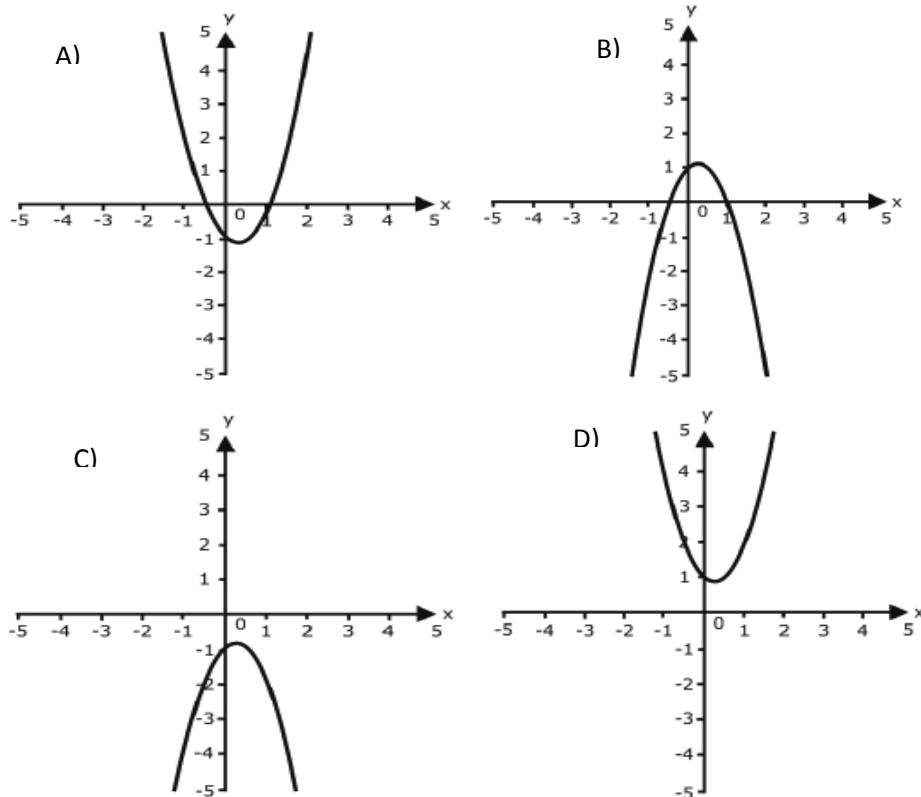


67E11. Identifique la gráfica que representa a la expresión algebraica de la función $f(x)=x^2-2x-15$.

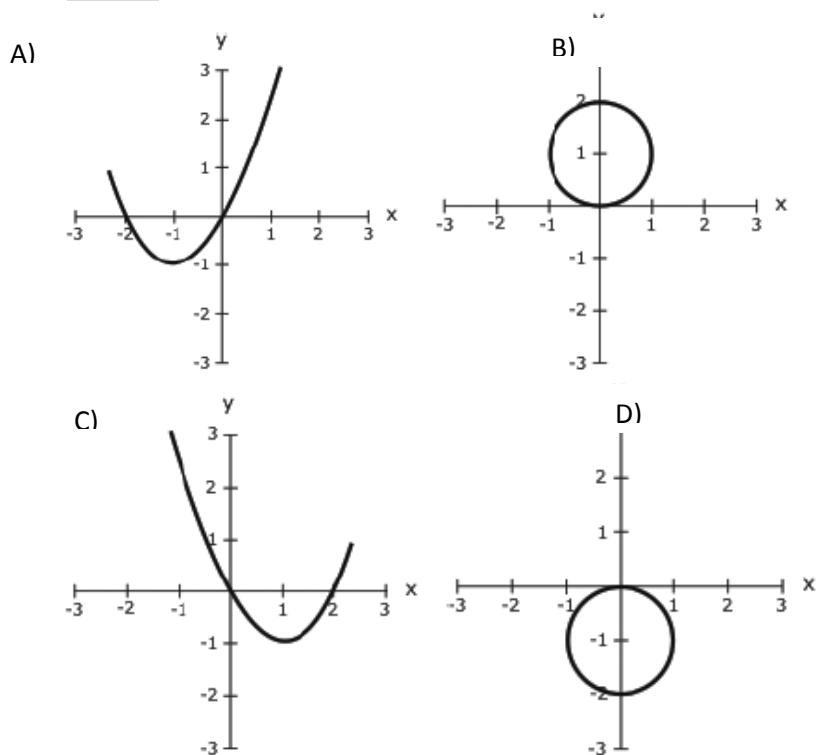


67E13. Identifique la gráfica de la función dada por la siguiente expresión:

$$f(x) = 2x^2 - x - 1$$



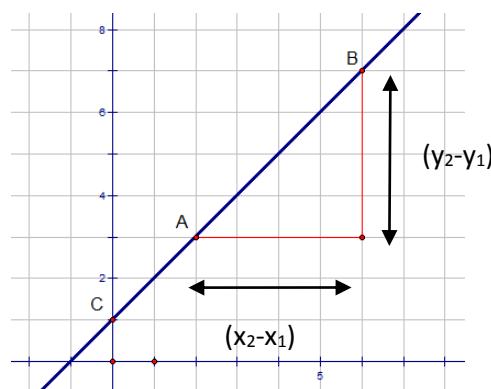
69E13. ¿Qué gráfica corresponde con la ecuación $y + 1 = (x - 1)^2$?



Problemas de Geometría Analítica

Ejercicios de Pendiente y Ángulo de Inclinación

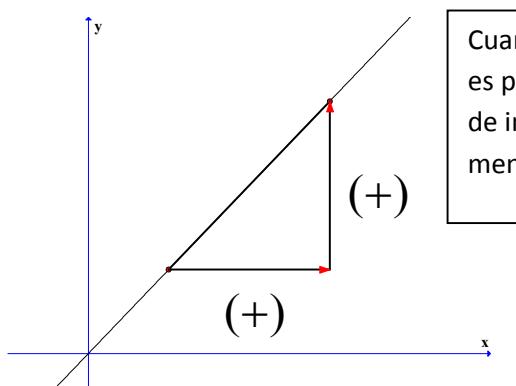
Se puede deducir directamente la ecuación de una recta cuando son evidentes algunos elementos en una gráfica. Basta recordar que para el cálculo de la pendiente empleamos una razón entre dos segmentos, uno vertical de longitud ($y_2 - y_1$) y otro horizontal de longitud ($x_2 - x_1$), componentes de un triángulo rectángulo formado entre dos puntos como se indica en la siguiente gráfica:



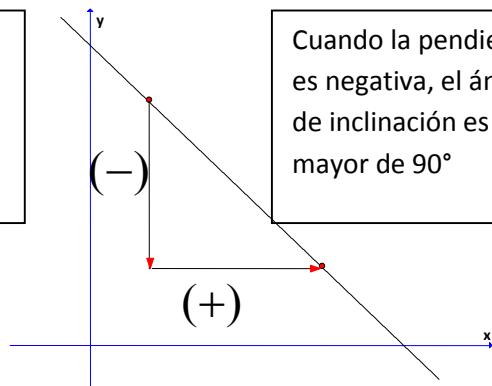
$$m = \frac{(+)}{(-)} = (-)$$

Del triángulo rectángulo se deduce que $m_{AB} = \operatorname{Tg} \Theta$

El signo de la pendiente de una recta está relacionado con su ángulo de inclinación.



Cuando la pendiente es positiva, el ángulo de inclinación es menor de 90°



Cuando la pendiente es negativa, el ángulo de inclinación es mayor de 90°

$$m = \frac{(+)}{(+)}$$

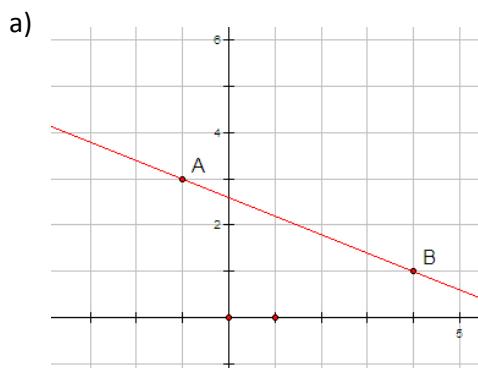
$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Las puntas de flecha indican los sentido positivo (derecha o arriba) y negativo (izquierda o abajo), si se invierten los sentidos los signos de las pendientes no cambian.



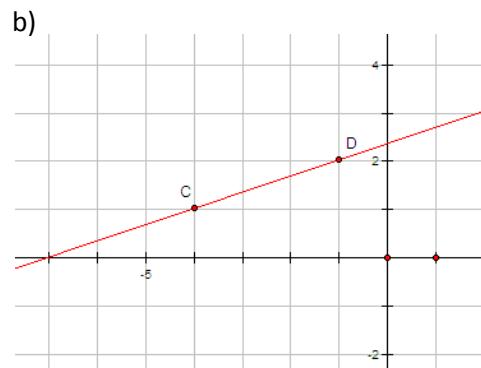
Ejercicios

1. Por simple inspección, determina la pendiente de cada recta. Calcula el ángulo de inclinación correspondiente:



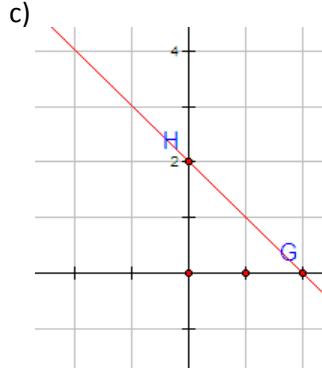
$m =$

$\alpha =$



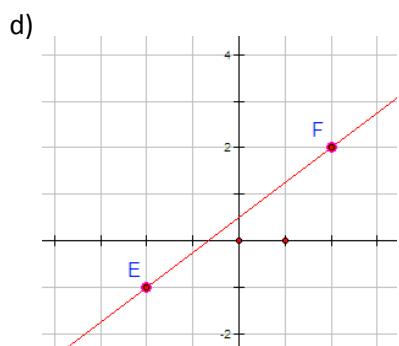
$m =$

$\alpha =$



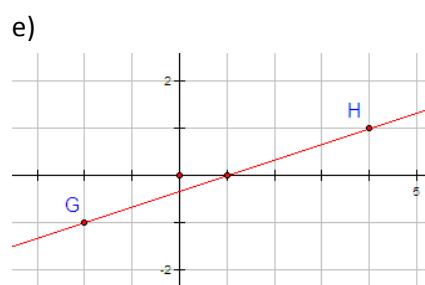
$m =$

$\alpha =$



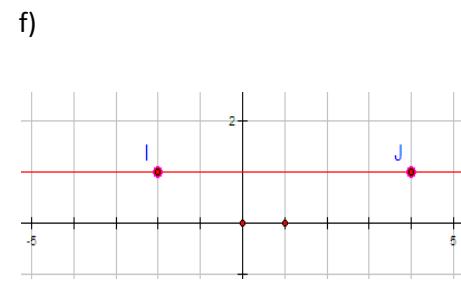
$m =$

$\alpha =$



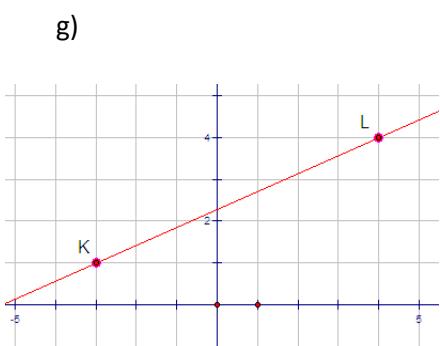
$m =$

$\alpha =$



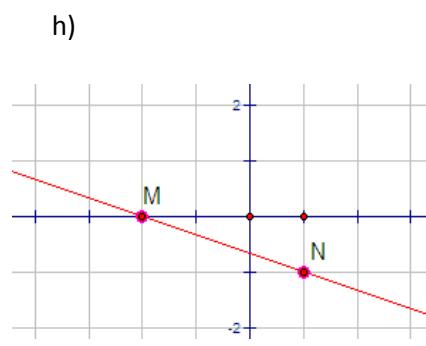
$m =$

$\alpha =$



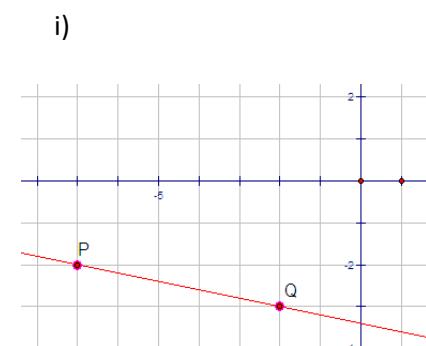
$m =$

$\alpha =$



$m =$

$\alpha =$



$m =$

$\alpha =$

2. Calcula el valor del ángulo que corresponde a los valores de las pendientes dados.

- a) $m_1=0$
 $\alpha_1=$ _____
b) $m_2=0.5$
 $\alpha_2=$ _____
c) $m_3=1$
 $\alpha_3=$ _____
d) $m_4=5$
 $\alpha_4=$ _____
e) $m_5=10$
 $\alpha_5=$ _____

- f) $m_6=-10$
 $\alpha_6=$ _____
g) $m_7=-5$
 $\alpha_7=$ _____
h) $m_8=-1$
 $\alpha_8=$ _____
i) $m_9=-0.5$
 $\alpha_9=$ _____
j) $m_{10}=-0.1$
 $\alpha_{10}=$ _____

3. Determina el valor de la pendiente que corresponde a los valores del ángulo de inclinación de una recta que se da en cada caso.

- f) $\alpha_1= 0^\circ$ $m_1=$ _____
g) $\alpha_2=15^\circ$ $m_2=$ _____
h) $\alpha_3=50^\circ$ $m_3=$ _____
i) $\alpha_4=80^\circ$ $m_4=$ _____
j) $\alpha_5= 90^\circ$ $m_5=$ _____

- a) $\alpha_6= 100^\circ$ $m_6=$ _____
b) $\alpha_7= 120^\circ$ $m_7=$ _____
c) $\alpha_8= 150^\circ$ $m_8=$ _____
d) $\alpha_9= 170^\circ$ $m_9=$ _____
e) $\alpha_{10}= 180^\circ$ $m_{10}=$ _____

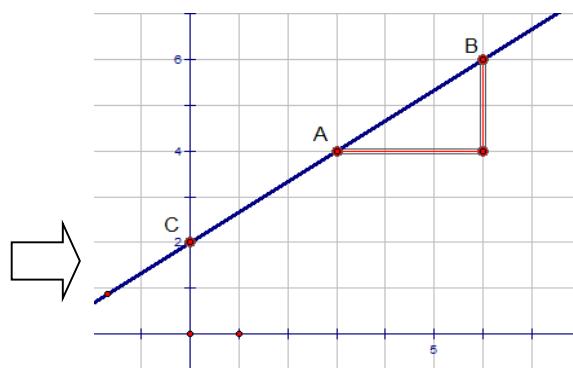
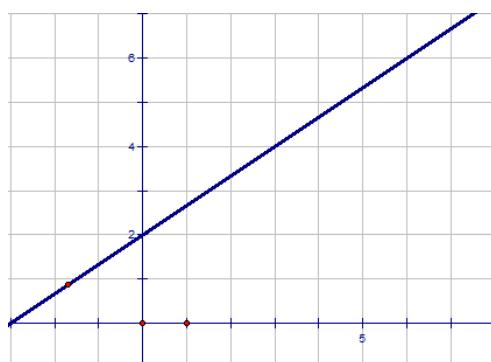
4. Completa correctamente los siguientes enunciados

- a) Para ángulos que oscilan entre los 0° y 90° los valores de la pendiente correspondiente son de signo _____.
b) Para ángulos que oscilan entre los 90° y 180° los valores de la pendiente correspondiente son de signo _____.
c) Cuando el ángulo de inclinación es de 0° , el valor de la pendiente es _____.
d) Cuando el ángulo de inclinación es de 90° , el valor de la pendiente es _____.
_____.

¿Cómo deducir la ecuación de una recta a simple vista?

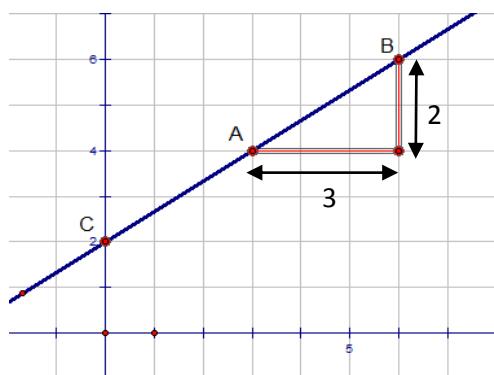
Para determinar directamente la ecuación de una recta en su forma pendiente ordenada al origen ($y=mx+b$), solo basta tomar como referencia dos puntos cualesquiera (siempre y cuando sus coordenadas sean evidentes) además de observar por donde cruza la recta al eje y para deducir el valor del parámetro b

Ejemplo: Para deducir en forma directa la ecuación de la recta siguiente



1. Aparentemente no hay datos disponibles. La clave está en localizar algunos puntos que nos faciliten la tarea.

2. Los puntos A y B nos ayudan a determinar directamente el valor de la pendiente. El punto C (intercepto con el eje y) nos proporciona el valor de b



3. Contamos cuadros para determinar distancias y ya podemos deducir la ecuación.

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

¿Cómo estamos seguros que respondimos correctamente?

Las coordenadas de cualquier punto que pertenezca a la recta deben satisfacer la igualdad expresada en la ecuación. En el caso anterior las coordenadas de los puntos que localizamos en la recta fueron el intercepto C(0,2) y los puntos A(3,4) y B(6,6). Sustituyendo cualquiera de esas coordenadas en la ecuación debe cumplirse la igualdad.

Para el punto C(0,2):

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

$$2 = \frac{2}{3}(0) + 2$$

$$2=2$$

Para el punto C(3,4):

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

$$4 = \frac{2}{3}(3) + 2$$

$$4=4$$

Para el punto C(6,6):

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

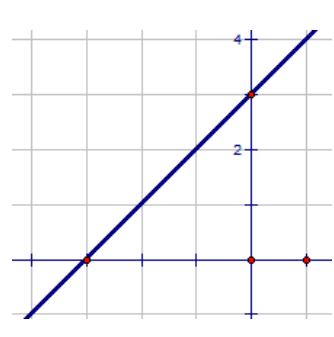
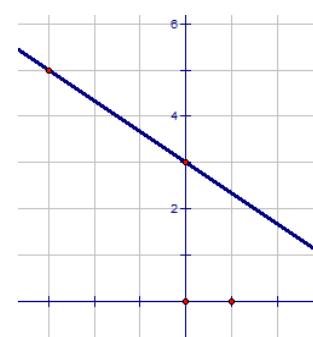
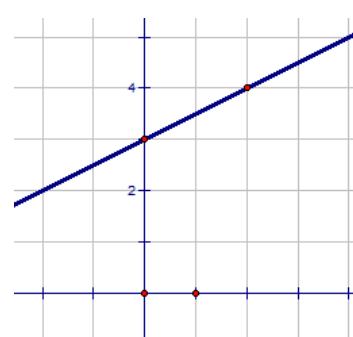
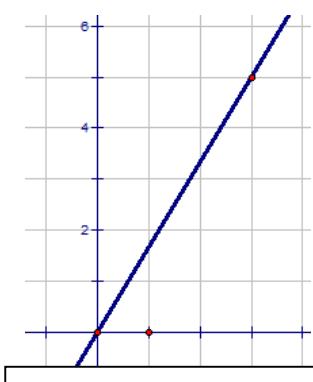
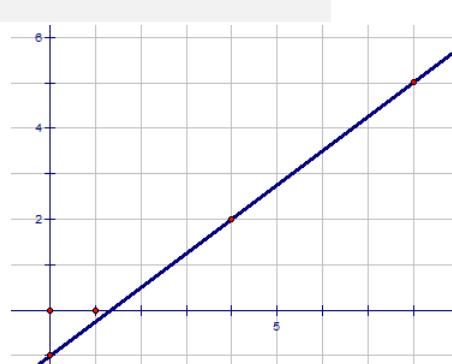
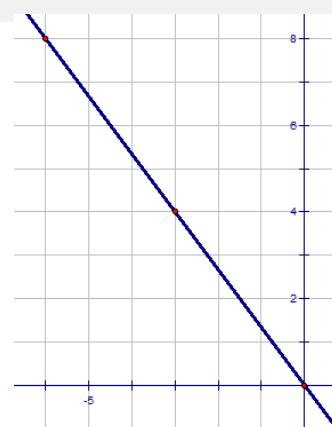
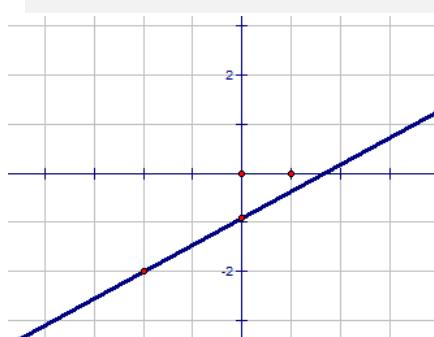
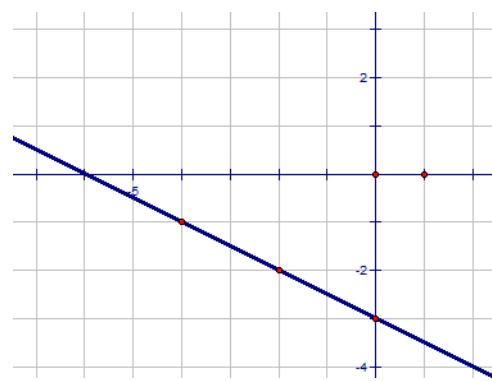
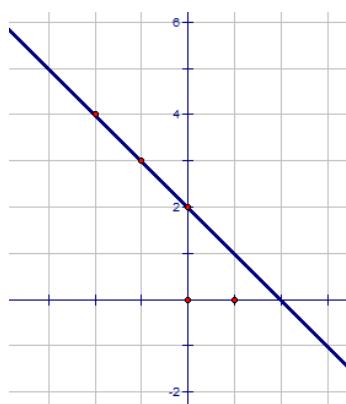
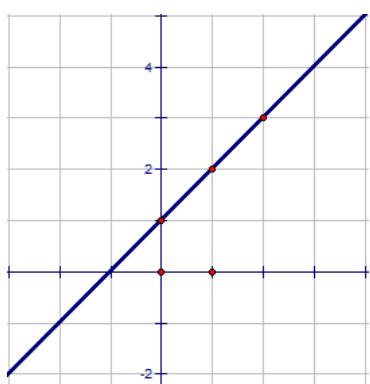
$$6 = \frac{2}{3}(6) + 2$$

$$6=6$$



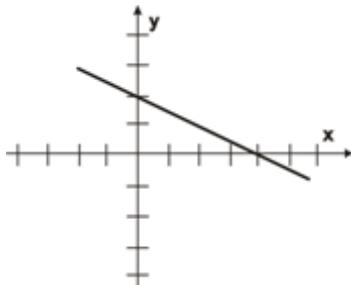
Resuelve correctamente cada uno de los ejercicios siguientes.

5. Deduce por simple inspección la ecuación de cada recta en su forma pendiente-ordenada al origen.



EJERCICIOS:

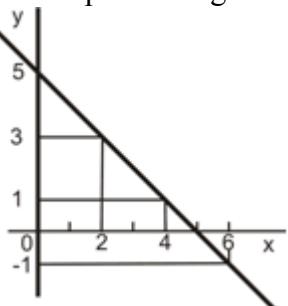
69E08. ¿Cuál es el valor de la pendiente (m) y la ordenada en el origen (b) de la recta que se muestra en la gráfica?



- A) $m = -\frac{1}{2}$, $b = 4$ B) $m = -2$, $b = 4$
 C) $m = -\frac{1}{2}$, $b = 2$ D) $m = -2$, $b = 2$

81E08. Observe la siguiente gráfica:

¿Cuál expresión algebraica satisface los datos presentados en la gráfica?

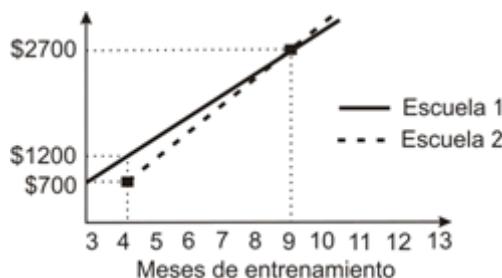


- A) $y = -x + 5$ B) $y = -x + 3$
 C) $y = 5x$ D) $y = 3x - 1$

87E08. Alejandro quiere ingresar a una escuela de deportes, busca información acerca de los costos en dos escuelas:

- La escuela 1, no cobra inscripción y cobra una cantidad fija por cada mes de entrenamiento.
- La escuela 2, cobra inscripción y las primeras 4 mensualidades son gratis. Después del cuarto mes se cobra una colegiatura constante.

En la gráfica se muestra la relación entre el número de meses por el costo de cada escuela.



¿Cuál es la expresión algebraica del número de meses (n), de tal forma que el costo sea el mismo en ambas escuelas?

- A) $400(n - 4) = 2700$ B) $1200 + 300n = 400(n - 4) + 700$
 C) $400(n - 4) + 700 = 300n$ D) $700 - 300(n - 4) = 400n$

133E08. ¿Cuál es la pendiente de una recta perpendicular a otra recta que tiene por ecuación $2X - 3Y + 3 = 0$?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$

134E08. El valor de la pendiente de una recta es $m = -3$ y las coordenadas de un punto por el que pasa, son $P(1, -2)$. ¿Cuál es la ecuación que representa a esta recta?

- A) $y + 2 = -3(x - 1)$ B) $y - 2 = -3(x - 1)$
 C) $y + 2 = -3(x + 1)$ D) $y + 2 = 3(x - 1)$

47E09. ¿Cuál es el valor de la pendiente de la recta que es perpendicular a otra recta que tiene por ecuación:

$$y = \frac{2}{9}x + \frac{7}{4}$$

- A) $-\frac{9}{2}$ B) $-\frac{4}{7}$ C) $-\frac{2}{9}$ D) $\frac{2}{9}$

48E09. ¿Cuál es la ecuación de la recta que tiene una pendiente $m = \frac{3}{5}$ y pasa por el punto $P(2, 7)$?

- A) $y - 7 = \frac{3}{5}(x - 2)$ B) $y - 3 = \frac{7}{2}(x - 5)$ C) $y + 7 = -\frac{3}{5}(x + 2)$ D) $y + 3 = -\frac{7}{2}(x + 5)$

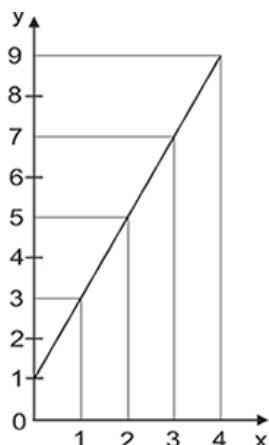
65E09. La ecuación equivalente a la expresión $3x + y + 5 = 15$ es:

- A) $-3x - y - 5 = 15$ B) $x + 3y + 5 = 15$
 C) $6x + 2y + 10 = 30$ D) $9x + 3y + 15 = 30$

69E09. Dada la ecuación lineal $3y - 4x + 9 = 0$, determine los valores de la pendiente (m) y la ordenada al origen (b).

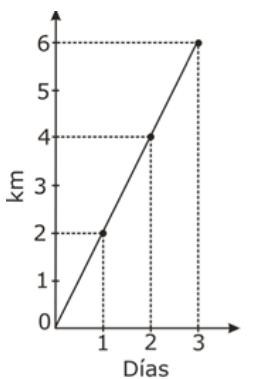
- A) $m = \frac{3}{4}, b = -3$ B) $m = -4, b = 9$
 C) $m = 4, b = -9$ D) $m = \frac{4}{3}, b = -3$

81E09. ¿Cuál expresión matemática representa correctamente la gráfica que se muestra?



- A) $y = 2x - 2$
- B) $y = -2x + 1$
- C) $y = -2x + 2$
- D) $y = 2x + 1$

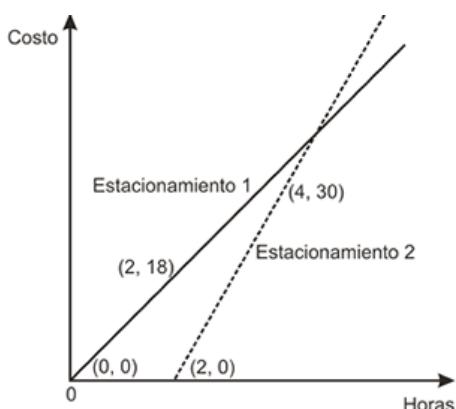
84E09. Un instructor de atletismo da un plan a Luis para mejorar su condición física; el primer día correrá dos kilómetros, el segundo día correrá cuatro kilómetros y el tercer día seis kilómetros, los datos se resumen en la gráfica.



¿Cuál es la regla de correspondencia de la función?

- A) $y = x + 2$
- B) $y = x^2$
- C) $y = 2x$
- D) $y = 2x + 2$

87E09. Rodrigo necesita estacionar su auto, encuentra dos estacionamientos y pregunta por los costos de cada uno. El Estacionamiento 1 cobra desde que se ingresa el automóvil e incrementa el costo a medida que pasa el tiempo. El Estacionamiento 2 empieza a cobrar hasta pasadas dos horas, pero incrementa su costo en una mayor proporción que el Estacionamiento 1. La siguiente gráfica muestra el comportamiento del costo con respecto al número de horas transcurridas de los dos estacionamientos.



¿Cuál de las siguientes opciones presenta la expresión de la que se obtiene el número de horas (h) tal que el costo de ambos estacionamientos es el mismo?

- A) $9h = 15h - 30$
- B) $5h = 3h - 6$
- C) $5h = 3h - 90$
- D) $9h = 15h - 2$

47E10. Una recta tiene por ecuación $y = -\frac{4}{5}x + \frac{1}{2}$, ¿Cuál es el valor de la pendiente de una recta perpendicular respecto a esta?

A) $-\frac{5}{4}$

B) $-\frac{4}{5}$

C) $\frac{4}{5}$

D) $\frac{5}{4}$

48E10. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(4, -7)$ y cuya pendiente es $m = \frac{5}{3}$?

A) $y + 7 = \frac{5}{3}(x + 4)$

B) $y + 4 = \frac{5}{3}(x + 7)$

C) $y + 7 = \frac{5}{3}(x - 4)$

D) $y - 4 = \frac{5}{3}(x - 7)$

65E10. ¿Cuál opción es una ecuación equivalente a la siguiente expresión?

$7x - 3y = 2$

A) $7x + 3y = 2$

B) $14x - 6y = 4$

C) $14x + 9y = 4$

D) $21x - 6y = 4$

69E10. ¿Cuáles son los valores de la pendiente (m) y la ordenada al origen (b) de la función

$$f(x) = \frac{2}{3} + \frac{x}{2}$$

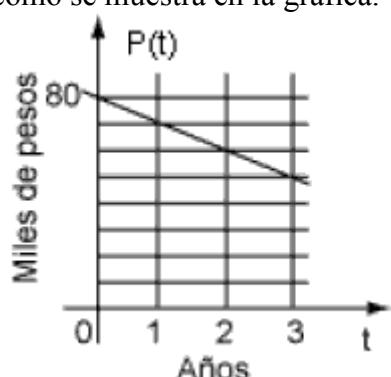
A) $m = \frac{1}{2}, b = \frac{2}{3}$

B) $m = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{2}$

C) $m = \frac{1}{2}x, b = \frac{2}{3}$

D) $m = \frac{2}{3}, b = \frac{x}{2}$

84E10. Una persona adquiere un auto en \$80,000, el cual se devalúa en \$10,000 cada año, como se muestra en la gráfica.



¿Cuál es la regla de correspondencia de la función que indica el valor del auto $p(t)$ en el año t ?

A) $p(t) = 80 - 10t$

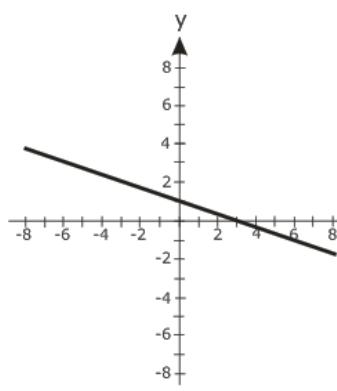
B) $p(t) = 80 + 10t$

C) $p(t) = 10 - 80t$

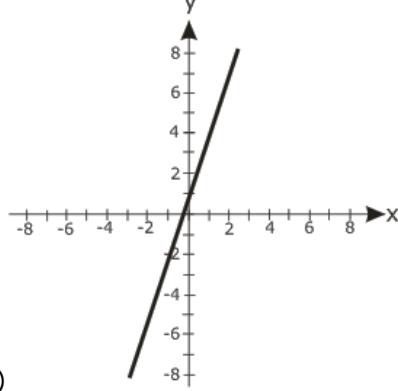
D) $p(t) = 10 + 80t$

84E11. Dada la ecuación de la recta $3x - y + 5 = 0$, identifique la gráfica de la recta perpendicular a ésta cuya ordenada al origen es -1 .

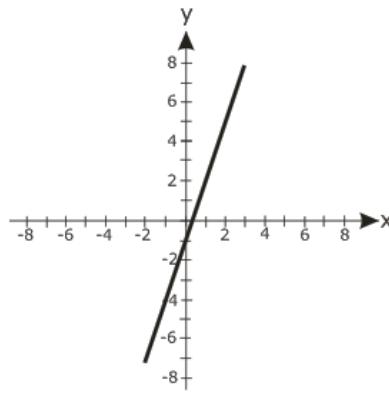
A)



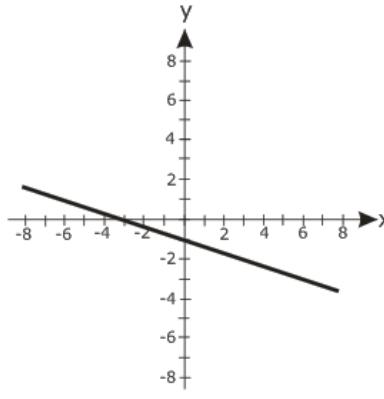
B)



C)



D)



73E12. En una fábrica de lápices se describe el costo de producción de los lápices mediante la siguiente tabla:

Número de lápices	Costo de producción en pesos
4	6
12	8
20	10

Identifique la expresión algebraica que representa el costo de producción en pesos (y) dado un número (x) de lápices.

A) $\frac{1}{2}x - y + 4 = 0$

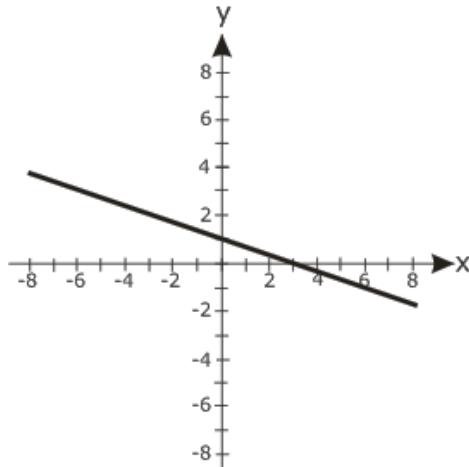
B) $\frac{3}{4}x - y - 1 = 0$

C) $x - 4y - 28 = 0$

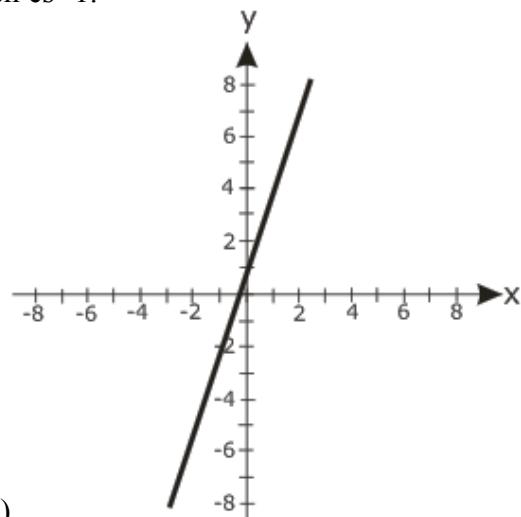
D) $x - 4y + 20 = 0$

84E11. Dada la ecuación de la recta $3x - y + 5 = 0$, identifique la gráfica de la recta perpendicular a ésta cuya ordenada al origen es -1.

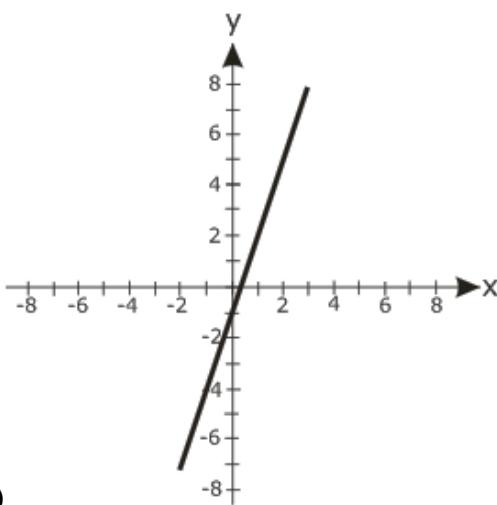
A)



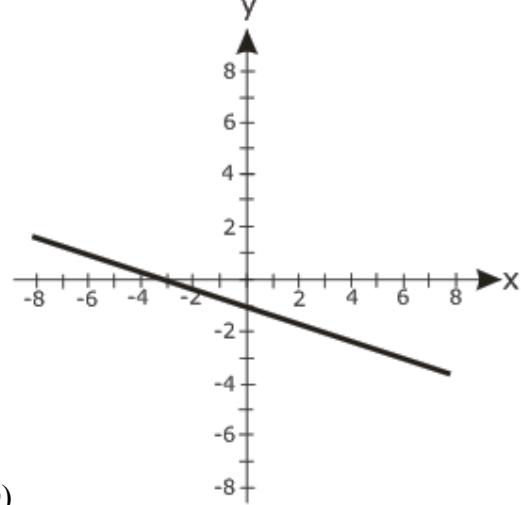
B)



C)



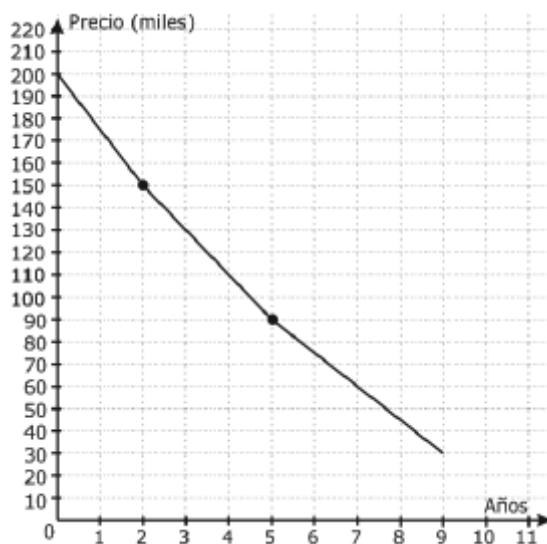
D)



79E12. En una ciudad, dos sitios de taxis tienen las siguientes tarifas: para el sitio A, el cobro inicial es de \$2.50 más \$5.80 por cada kilómetro; para el sitio B, es \$4.30 por kilómetro más un cobro inicial de \$6. Si para llegar a cierta colonia, partiendo del centro debe pasar por la catedral, el mercado, la secundaria y el monumento a Hidalgo, y la distancia entre cada par de puntos es aproximadamente de 1 km, ¿entre qué par de puntos los costos de ambos sitios coinciden?

- A) Centro – catedral
- B) Catedral – mercado
- C) Mercado – secundaria
- D) Secundaria - monumento

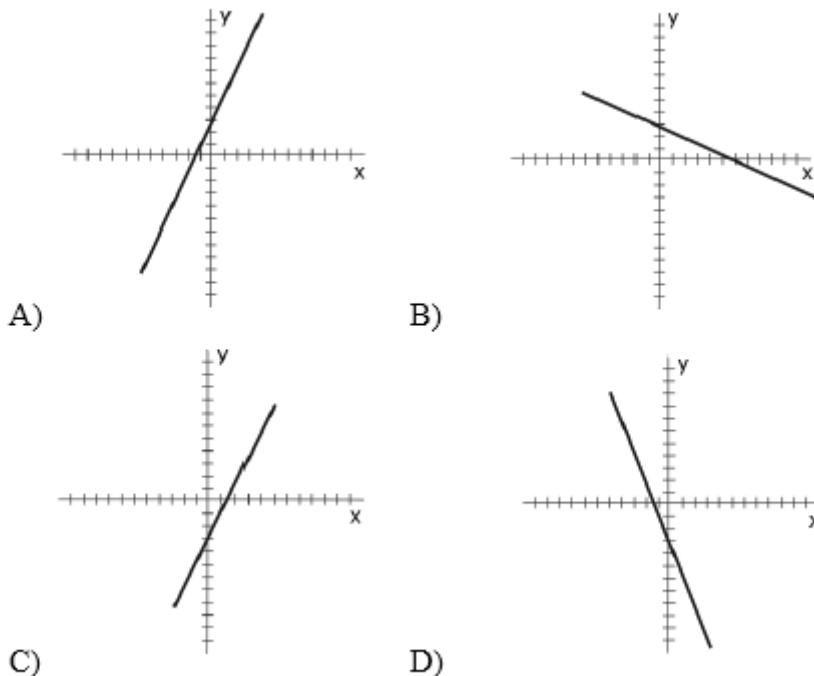
82E12. David compró un auto, el cual, a medida que pasen los años, disminuirá de valor, como se observa en la siguiente gráfica:



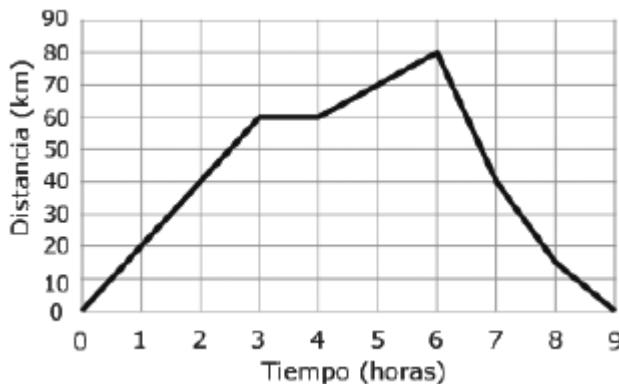
¿Cuál es la expresión algebraica que describe el precio del auto del año 2 al año 5?

- A) $y = 20x + 200$
- B) $y = -20x + 190$
- C) $y = -20x + 200$
- D) $y = 20x + 190$

84E12. ¿Cuál gráfica representa la perpendicular de la recta de la ecuación $2x - y + 3 = 0$ y ordenada al origen 3?

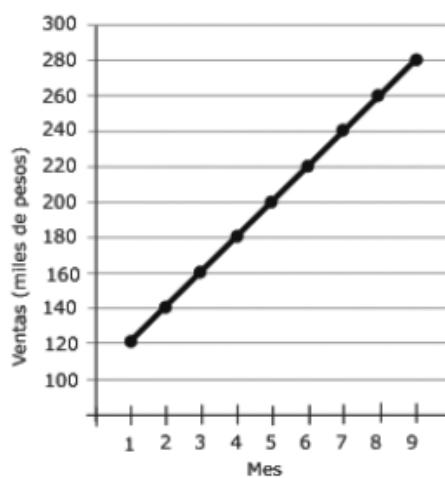
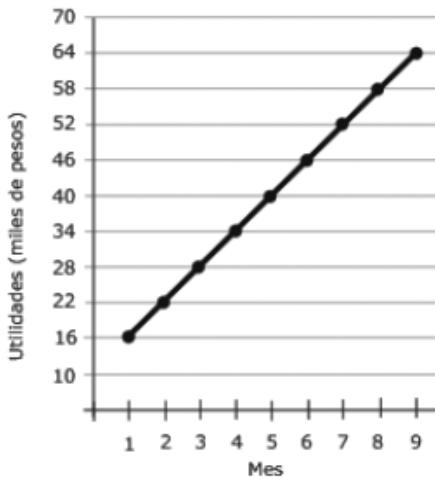


82E13. Un ciclista pedalea hasta que se detiene un momento para comer. Pedalea de nuevo y regresa a su casa. Si la gráfica representa el paseo del ciclista, identifique la expresión algebraica que describe su distancia, en términos del tiempo, durante la segunda pedaleada.



- A) $d = 10t + 20$ B) $d = 20t + 60$ C) $d = 50t + 8.5$ D) $d = 8.5t + 80$

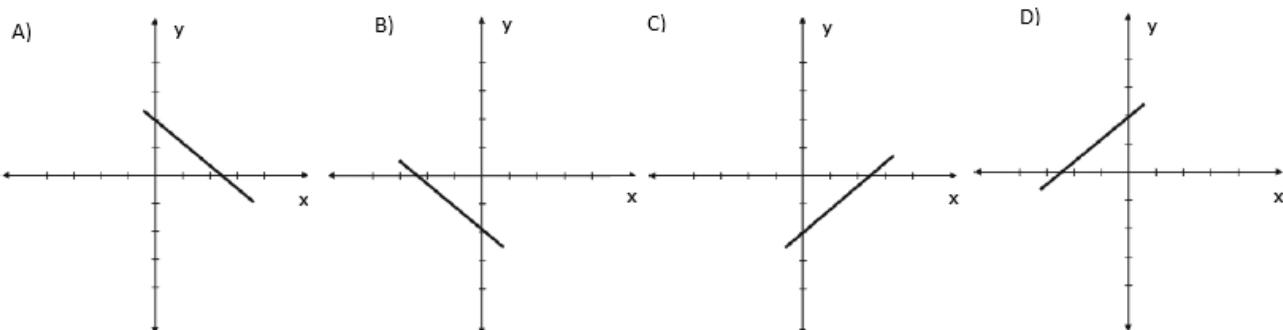
83E13. El contador de una empresa entrega las siguientes gráficas como parte del informe de ventas y utilidades durante los primeros nueve meses del año.



Si el rendimiento es igual a la utilidad obtenida entre la venta realizada en el mismo mes, de acuerdo con los datos, ¿cuánto rendimiento obtendrá la empresa en diciembre?

- A) 0.24 B) 0.30 C) 2.40 D) 4.15

84. ¿Cuál gráfica representa una recta perpendicular a la ecuación $4x + 3y - 12 = 0$, con ordenada en el origen 2?

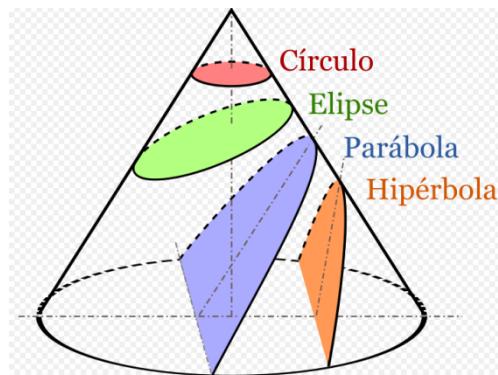




Las Cónicas

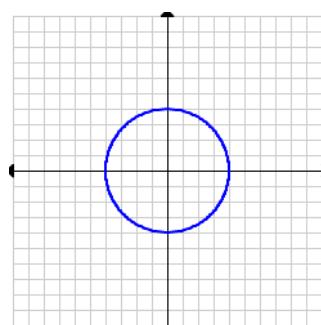
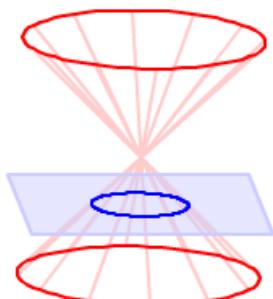
¿Qué son las cónicas?

Se llaman curvas cónicas a todas aquellas que se obtienen cortando un cono con un plano que no pasa por su vértice. Debido a su origen las curvas cónicas se llaman a veces secciones cónicas.



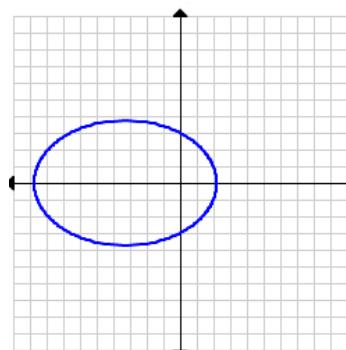
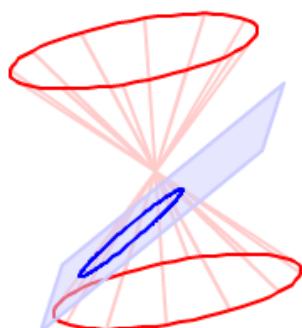
La Circunferencia

Si se hace un corte paralelo a la base se obtiene una circunferencia.



La Elipse

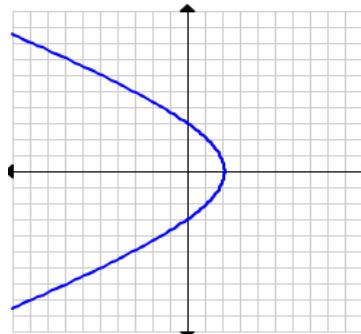
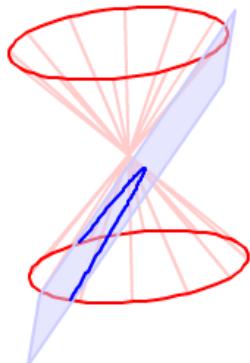
Se obtiene cortando una superficie cónica con un plano que no es paralelo a ninguna de sus generatrices.





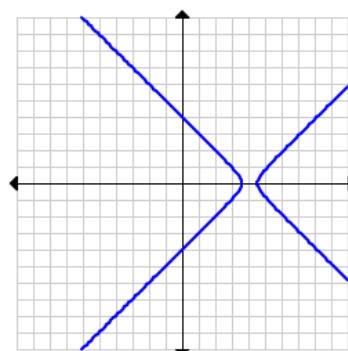
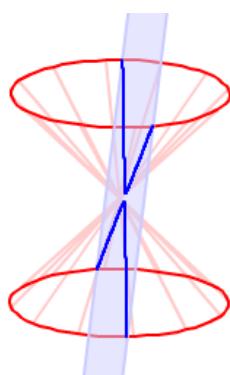
La Parábola

Se obtiene al cortar una superficie cónica con un plano paralelo a una sola generatriz (arista).



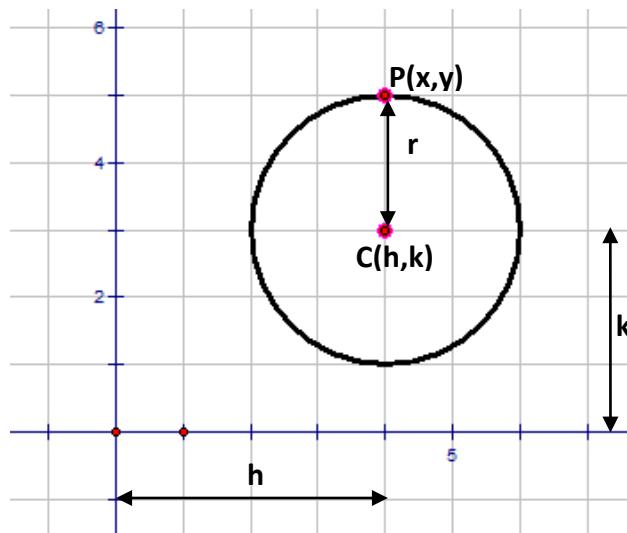
La Hipérbola

Se obtiene al cortar una superficie cónica con un plano que es perpendicular a la base del cono.



Ejercicios de Ecuación de la Circunferencia

La ecuación de una circunferencia es en su forma ordinaria: $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ donde h y k son las coordenadas de su centro (abscisa y ordenada, respectivamente). La longitud del radio es r .



Conociendo estos tres parámetros, podemos determinar la ecuación de la circunferencia correspondiente.

¿Cuáles son las coordenadas del centro de la circunferencia de la figura anterior? $C(\ , \)$.

¿Cuánto mide el radio? $r= \underline{\hspace{2cm}}$

Por lo tanto la ecuación de la circunferencia es: $(x- \underline{\hspace{2cm}})^2+(y- \underline{\hspace{2cm}})^2= \underline{\hspace{2cm}}^2$

De igual manera, cuando se conoce la ecuación de una circunferencia, puede deducirse las coordenadas de su centro y la longitud del radio.

Si la ecuación de una circunferencia es $(x-4)^2+(y-3)^2=4$,

¿Qué coordenadas tiene su centro?

¿Cuánto mide su radio?

Ejercicios:

6. En cada uno de los siguientes casos se da las coordenadas del centro de una circunferencia y la longitud del radio. Deduce por simple inspección la ecuación de la circunferencia en su forma reducida (ordinaria).

a) $C(3, 2), r=4$

$$(\underline{\hspace{2cm}})^2 + (\underline{\hspace{2cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

b) $C(-4, 1), r=9$

$$(\underline{\hspace{2cm}})^2 + (\underline{\hspace{2cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

c) $C(-1, -5), r=2$

$$(\underline{\hspace{2cm}})^2 + (\underline{\hspace{2cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

d) $C(0, 4), r=\sqrt{6}$

$$(\underline{\hspace{2cm}})^2 + (\underline{\hspace{2cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

7. En cada uno de los siguientes casos se da la ecuación de una circunferencia en su forma reducida (ordinaria). Por simple inspección deduce las coordenadas del centro y la longitud del radio. Gráfica.

a. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 16$	C(,) r= _____
b. $(x-5)^2 + (y+2)^2 = 9$	C(,) r= _____
c. $(x+1)^2 + (y+6)^2 = 4$	C(,) r= _____
d. $x^2 + (y-7)^2 = 10$	C(,) r= _____
e. $(x-1)^2 + y^2 = 25$	C(,) r= _____

Ecuación de la circunferencia en su forma general:

Desarrollando los binomios, reduciendo términos e igualando con cero, se obtiene la ecuación general de una circunferencia a partir de su forma reducida u ordinaria.

Por ejemplo: Para convertir la circunferencia de ecuación $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$, a su forma general se procede como sigue:

$$\begin{aligned}
 & (x-4)^2 + (y-3)^2 = 4 \\
 & (x^2 - 8x + 16) + (y^2 - 6y + 9) = 4 \\
 & x^2 - 8x + y^2 - 6y + 16 + 9 - 4 = 0 \\
 & x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0
 \end{aligned}
 \quad \begin{array}{l}
 \xrightarrow{\hspace{2cm}} \text{Se desarrollan los binomios} \\
 \xrightarrow{\hspace{2cm}} \text{Se iguala con cero} \\
 \xrightarrow{\hspace{2cm}} \text{Se reduce la expresión}
 \end{array}$$

Cuando se conoce la ecuación de una circunferencia en su forma general y se quiere convertir a su forma ordinaria, se invierte el procedimiento anterior.

$$\begin{aligned}
 & x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0 \\
 & (x^2 - 8x) + (y^2 - 6y) = -21 \\
 & (x^2 - 8x + 16) + (y^2 - 6y + 9) = -21 + 16 + 9 \\
 & (x-4)^2 + (y-3)^2 = 4
 \end{aligned}
 \quad \begin{array}{l}
 \xrightarrow{\hspace{2cm}} \text{Se agrupan los términos} \\
 \xrightarrow{\hspace{2cm}} \text{Se completan cuadrados} \\
 \xrightarrow{\hspace{2cm}} \text{Se reduce la expresión}
 \end{array}$$

Existe una forma directa con la cual se puede deducir la ecuación ordinaria. Consiste en realizar algunos cálculos sencillos.

$$\begin{array}{r}
 x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 (x-4)^2 + (y-3)^2 =
 \end{array}$$

Calcula la mitad de estos números. Con estos se forman los binomios (*¿Por qué?*)

Suma los cuadrados de los números obtenidos y resta (respetando el signo) el término independiente. El resultado es el cuadrado del radio (*¿Por qué?*).



Ejercicios

8. Las siguientes, son ecuaciones generales de circunferencias. En cada caso, deduce por simple inspección las coordenadas del centro y la longitud del radio. Luego, escribe la ecuación en la forma reducida (ordinaria).

a. $x^2+y^2-4x-2y-20=0$ $h=$, $k=$, $r=$ | $(\quad)^2+(\quad)^2=$

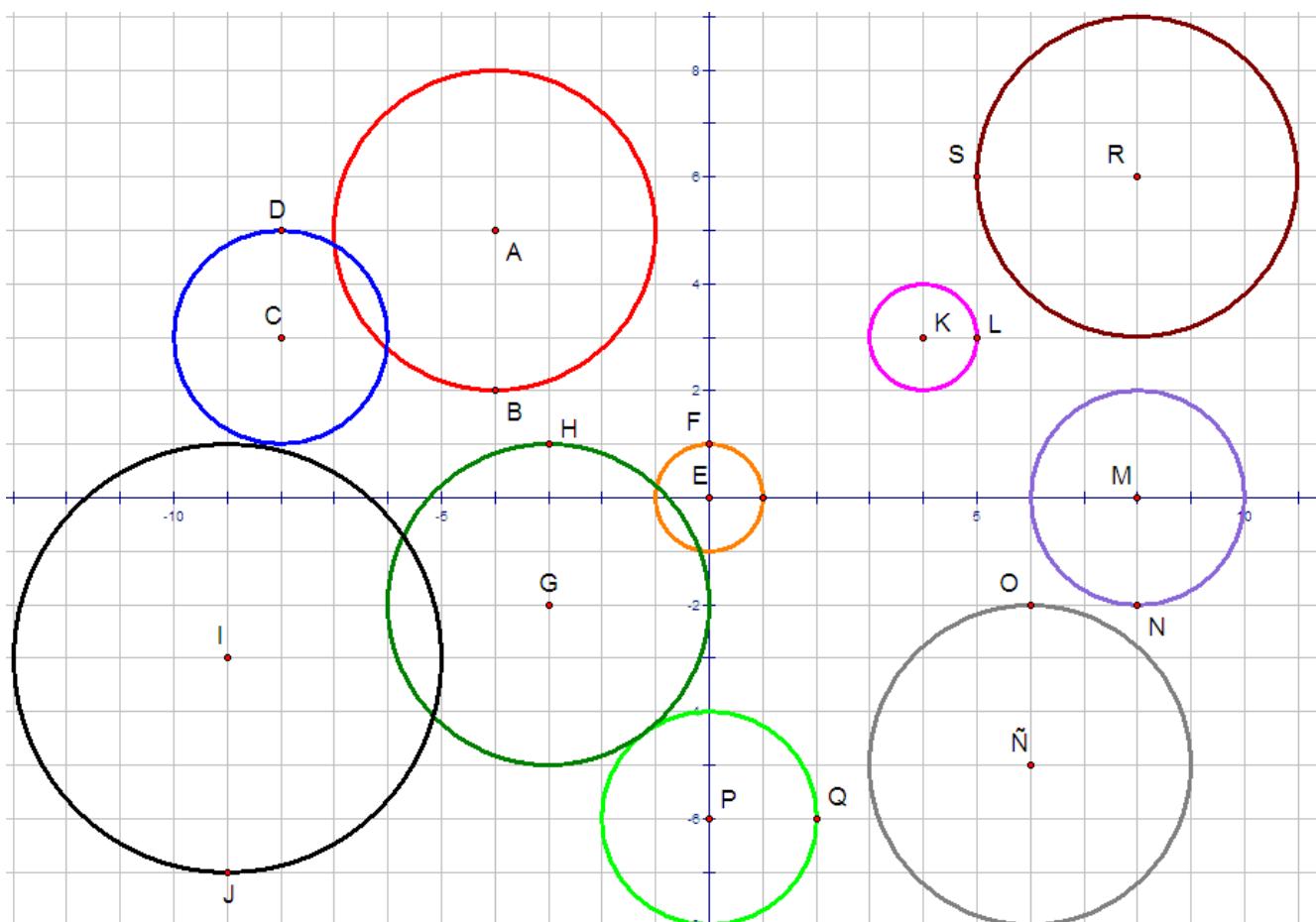
b. $x^2+y^2+6x-4y-3=0$ $h=$, $k=$, $r=$ | $(\quad)^2+(\quad)^2=$

c. $x^2+y^2+8x+8y-4=0$ $h=$, $k=$, $r=$ | $(\quad)^2+(\quad)^2=$

d. $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ $h=$, $k=$, $r=$ | $(\quad)^2+(\quad)^2=$

e. $x^2+y^2+3x-7y-3=0$ $h=$, $k=$, $r=$ | $(\quad)^2+(\quad)^2=$

9. Por simple inspección, deduce la ecuación de cada una de las circunferencias mostradas en la figura. Están identificadas por el segmento que representa el radio.



Circunferencia de radio AB: $(\quad)^2+(\quad)^2=$

Circunferencia de radio CD: $(\quad)^2+(\quad)^2=$

Circunferencia de radio EF: $(\quad)^2+(\quad)^2=$

Circunferencia de radio GH: $(\quad)^2+(\quad)^2=$

Circunferencia de radio IJ: $(\quad)^2+(\quad)^2=$

Circunferencia de radio KL: $(\quad)^2+(\quad)^2=$

Circunferencia de radio MN: $(\quad)^2+(\quad)^2=$

Circunferencia de radio OÑ: $(\quad)^2+(\quad)^2=$

Circunferencia de radio PQ: $(\quad)^2+(\quad)^2=$

Circunferencia de radio RS: $(\quad)^2+(\quad)^2=$

EJERCICIOS:

90E08. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia con centro en $(2, -1)$ y que pasa por el punto $(5, 3)$?

- A) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ B) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 7$
 C) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$ D) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 625$

135E08. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia con centro en el punto $C(3, -2)$ y radio $r = 4$?

- A) $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 16$ B) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$
 C) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$ D) $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 4$

49E09. Una circunferencia tiene su centro en el punto $C (-2, 1)$ y su radio es $r=3$. ¿Cuál es su ecuación?

- A) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$ B) $x^2 - y^2 = 9$
 C) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 3$ D) $x^2 + y^2 = 3$

132E09. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia cuyo centro está en el punto $C(-5, 4)$ y pasa por el punto $A(-2, 0)$?

- A) $(x+5)^2 + (y-4)^2 = 25$ B) $(x-4)^2 + (y+5)^2 = 25$
 C) $(x-5)^2 + (y-4)^2 = 25$ D) $(x+4)^2 + (y-5)^2 = 25$

49E10. El valor del radio de una circunferencia es $r = 5$ y las coordenadas de su centro son $C (-3, 2)$. Identifique la ecuación que la representa.

- A) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ B) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 5$
 C) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$ D) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$

132E10. Una circunferencia tiene su centro en $(-2, -2)$, y pasa por el punto $(1, -2)$. ¿Cuál es su ecuación?

- A) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 3$ B) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3$
 C) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ D) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$

69E12. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde con la ecuación $x^2 + y^2 = 16$?

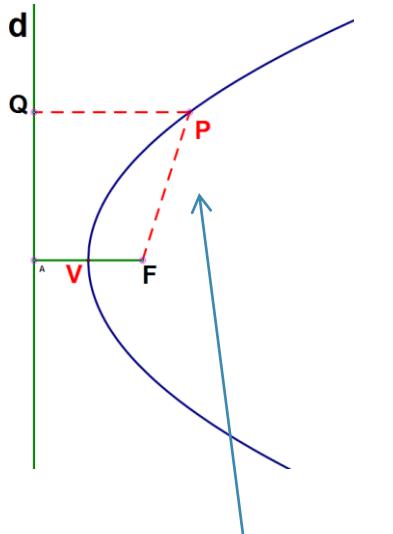
-
- A) B) C) D)

Problemas sobre Parábola

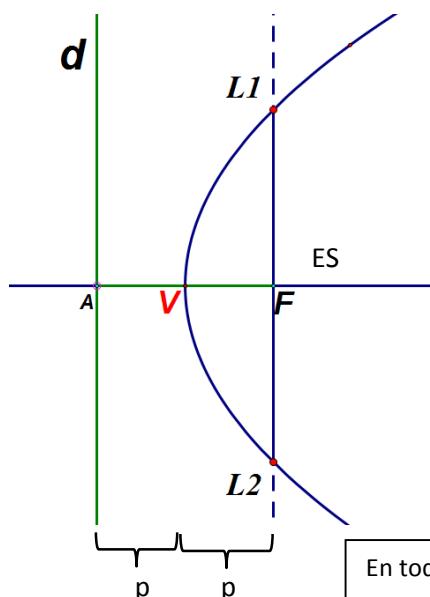
La parábola

Es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta fija llamada directriz.

Elementos de la Parábola:



La distancia entre cualquier punto **P** de la parábola al foco **F** siempre es igual a la distancia entre el mismo punto **P** y la directriz **d** (punto **Q**)



d: Directriz
F: Foco
V: Vértice
ES: Eje simétrico
 $\overline{L_1 L_2}$: Lado Recto

p : Distancia focal
(distancia entre el vértice y el foco o distancia entre el vértice y la directriz)

En toda parábola, el lado recto es 4 veces más grande que la distancia focal

$$\overline{L_1 L_2} = 4p$$

$$d_{PF} = d_{PQ}$$

Con base en esta propiedad se deduce la ecuación de la parábola para diferentes posiciones en el plano. Las ecuaciones de la Parábola cuando su vértice está en el origen son:

Abre hacia	Grafica	Ecuación	
		Vértice en el origen	Vértice fuera del origen
Derecha		$y^2 = 4px$	$(y - k)^2 = 4p(x - h)$
Izquierda		$y^2 = -4px$	$(y - k)^2 = -4p(x - h)$
Arriba		$x^2 = 4py$	$(x - h)^2 = 4p(y - k)$
Abajo		$x^2 = -4py$	$(x - h)^2 = -4p(y - k)$

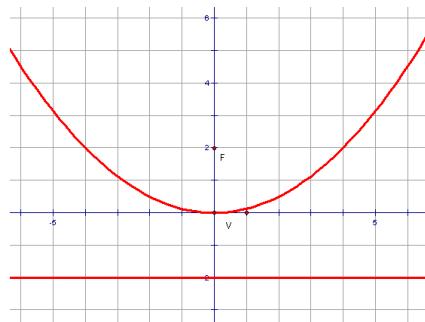


Consultar material adicional de apoyo de éste tema en la página web de la academia estatal de Matemáticas: www.matematicassinaloa.net



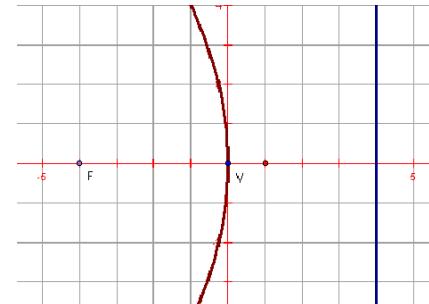
Ejercicios:

1. Deduce por simple inspección la ecuación de la parábola con vértice en el origen, y la ecuación de la directriz



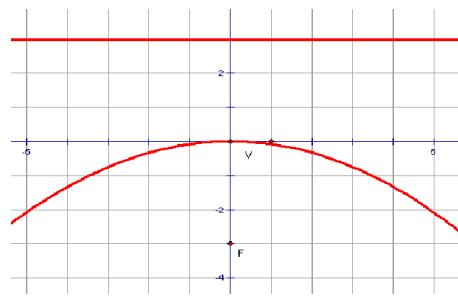
Ecuación de parábola: _____

Ecuación de directriz: _____



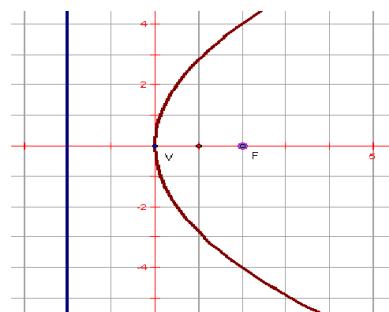
Ecuación de parábola: _____

Ecuación de directriz: _____



Ecuación de parábola: _____

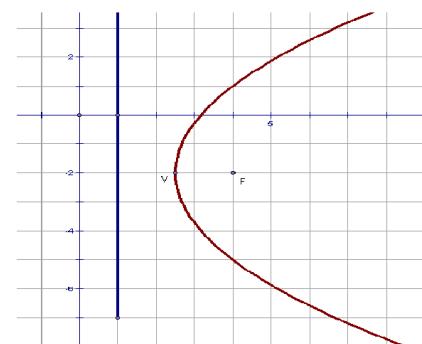
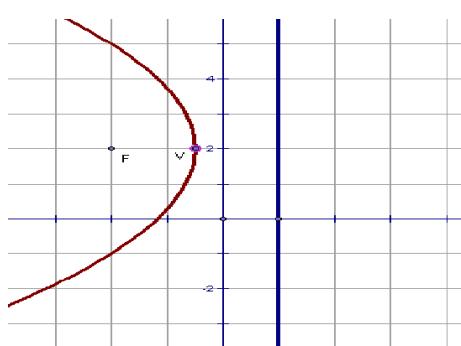
Ecuación de directriz: _____



Ecuación de parábola: _____

Ecuación de directriz: _____

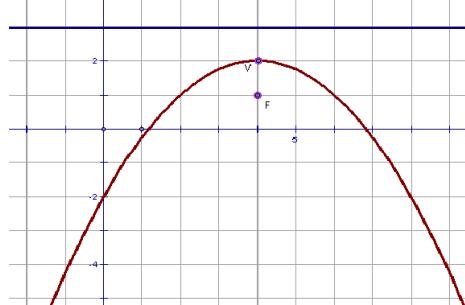
2. Determina por simple inspección la ecuación de la parábola, la ecuación de la directriz y la ecuación del eje simétrico en cada uno de los siguientes casos:



Ecuación de parábola: _____

Ecuación de directriz: _____

Ecuación del eje simétrico: _____



Ecuación de parábola: _____

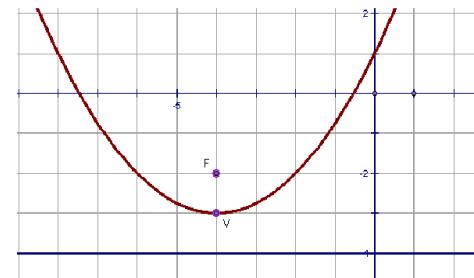
Ecuación de directriz: _____

Ecuación del eje simétrico: _____

Ecuación de parábola: _____

Ecuación de directriz: _____

Ecuación del eje simétrico: _____



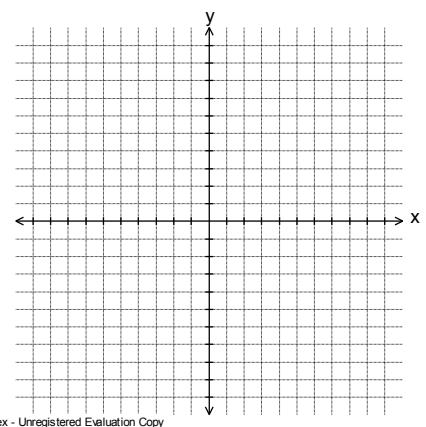
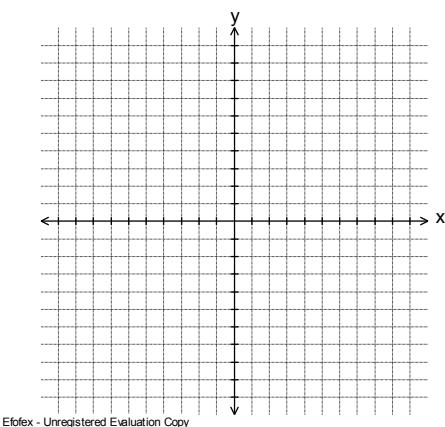
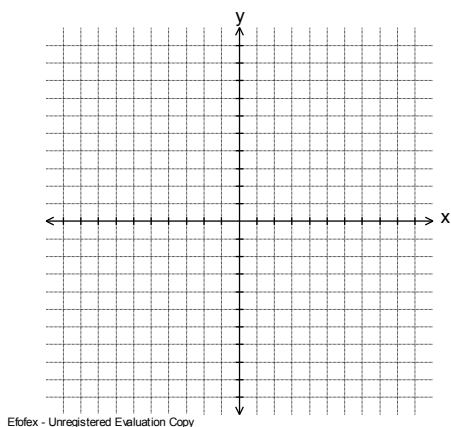
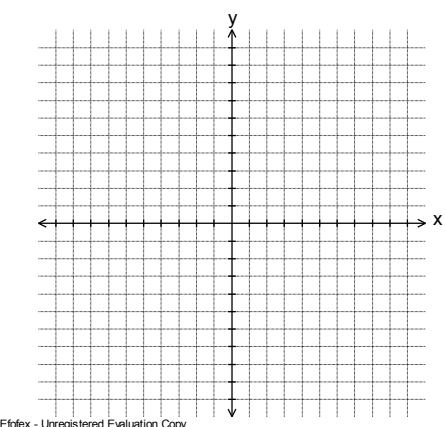
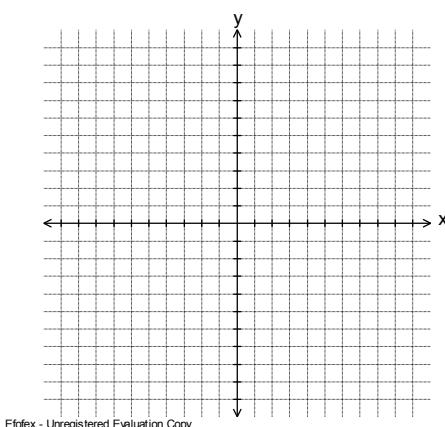
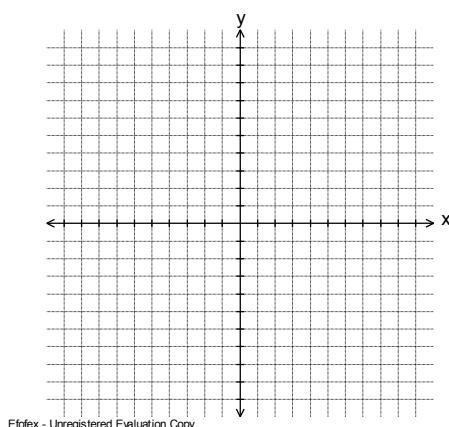
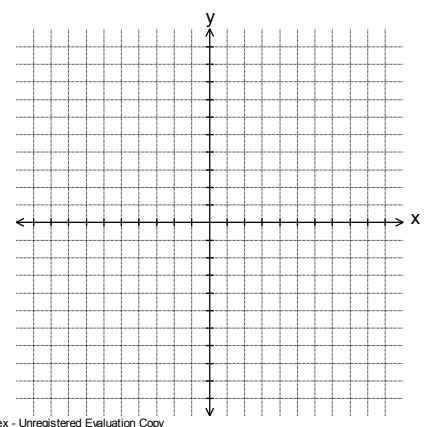
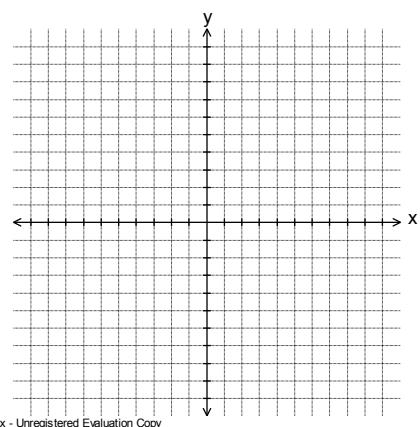
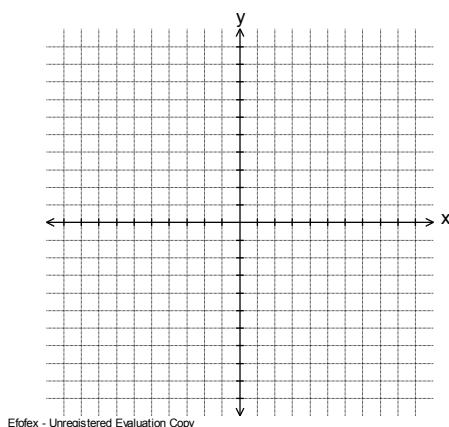
Ecuación de parábola: _____

Ecuación de directriz: _____

Ecuación del eje simétrico: _____

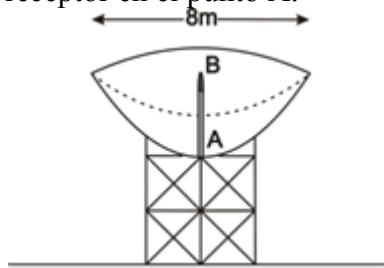
3. Completa los datos que faltan en la siguiente tabla. En la siguiente página grafica cada una de las 9 ecuaciones:

Ecuación de la Parábola	Abre hacia:	Foco en:	Vértice en:	Ecuación de la directriz:	Ecuación del eje simétrico:	Coordenadas de los extremos del Lado recto
1. $(y - 1)^2 = 16(x + 2)$		F()	V()			$L_1() \text{ y } L_2()$
2. $(y + 3)^2 = -20(x - 1)$		F()	V()			$L_1() \text{ y } L_2()$
3. $(x + 4)^2 = -4(y + 1)$		F()	V()			$L_1() \text{ y } L_2()$
4. $(x - 2)^2 = -8(x - 3)$		F()	V()			$L_1() \text{ y } L_2()$
5. $y^2 = 12(x - 2)$		F()	V()			$L_1() \text{ y } L_2()$
6. $(y - 3)^2 = 16x$		F()	V()			$L_1() \text{ y } L_2()$
7. $x^2 = 24(y - 2)$		F()	V()			$L_1() \text{ y } L_2()$
8. $y^2 = -16x$		F()	V()			$L_1() \text{ y } L_2()$
9. $x^2 = 8y$		F()	V()			$L_1() \text{ y } L_2()$



EJERCICIOS:

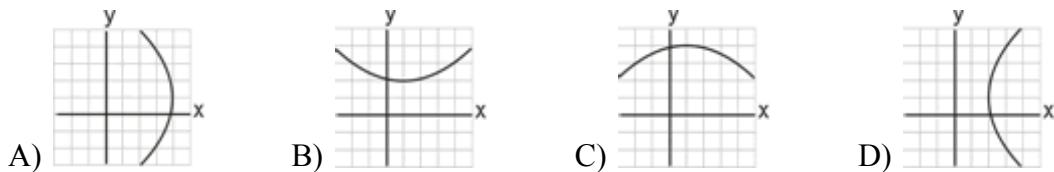
48E08. A la antena parabólica de la figura mostrada se le debe colocar el aparato receptor en el punto A.



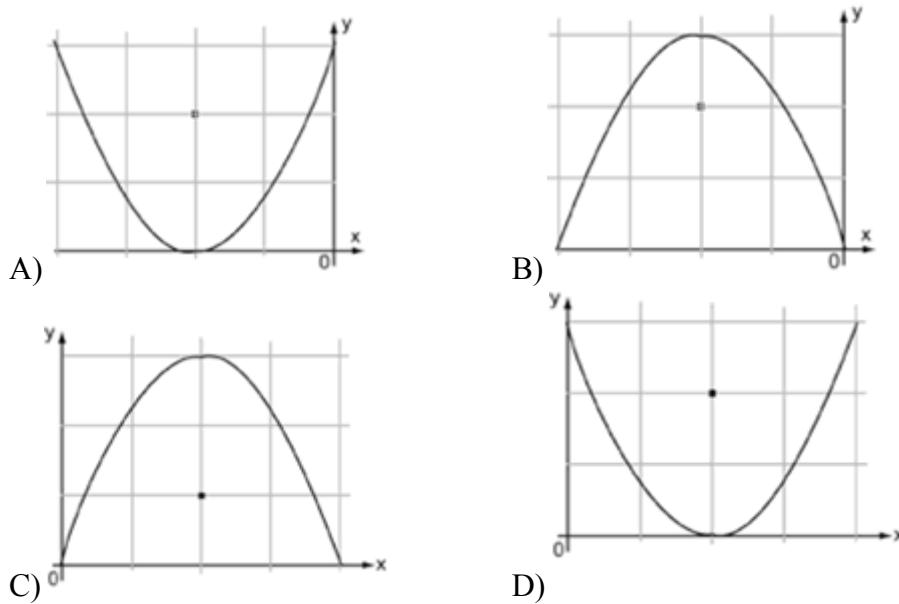
¿Cuál es la distancia del punto A al B y qué ecuación la describe?

- A) $d\overline{AB} = 2m$, $y^2 = 2x$ B) $d\overline{AB} = 2m$, $x^2 = 8y$
 C) $d\overline{AB} = 4m$, $y^2 = 2x$ D) $d\overline{AB} = 4m$, $y^2 = 8x$

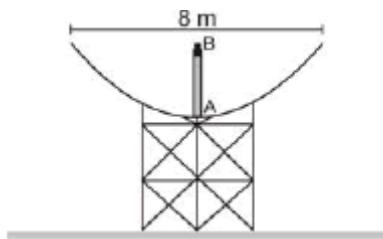
91E08. ¿Cuál de las siguientes gráficas es la que representa a la parábola con foco en el punto (4, 1) y vértice en (2, 1)?



133E09. ¿Cuál es la gráfica que representa a la parábola cuyo vértice está en (-2, 3) y el foco está en (-2, 2)?



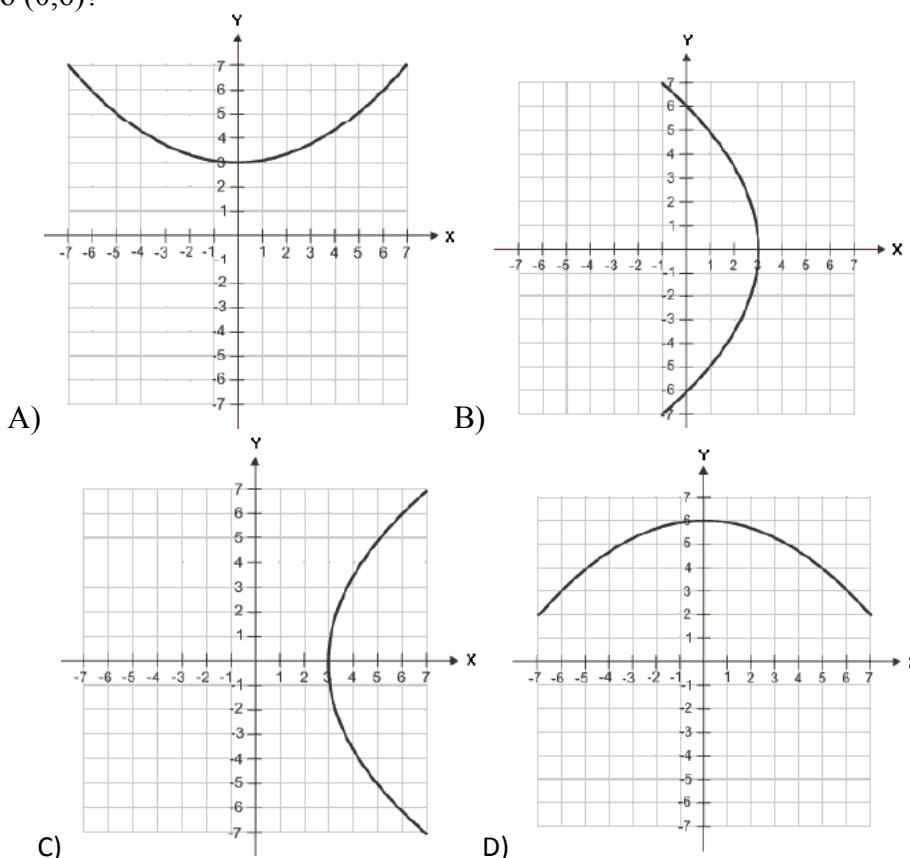
139E09. A la antena parabólica con foco en B se le debe colocar el aparato receptor en el punto A, como se muestra en la siguiente figura:



La distancia del punto A al B es igual a ____ y la ecuación que la describe es

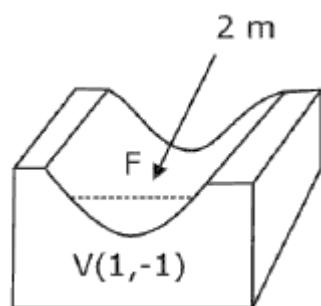
- A) 2m, $y = \frac{x^2}{2}$ B) 2m, $y = \frac{x^2}{8}$
 C) 4m, $y = \frac{x^2}{2}$ D) 4m, $y = \frac{x^2}{8}$

133E10. ¿Cuál es la gráfica de la parábola con vértice en el punto (0,3) y foco en el punto (0,6)?



139E10. Se instala un canal en forma parabólica con el fin de que fluya el agua de la lluvia, el vértice y la longitud del lado recto se indican en la figura.

¿Cuál es la ecuación de la parábola y qué coordenadas tiene el foco?



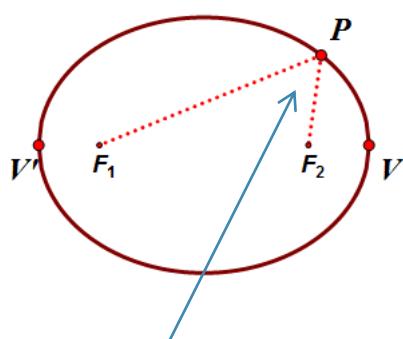
- A) $x^2 - 2x + 2y + 3 = 0$, $F\left(1, -\frac{3}{2}\right)$
 B) $x^2 - 2x - 8y - 7 = 0$, $F(1, -3)$
 C) $x^2 - 2x - 8y + 9 = 0$, $F(1, 1)$
 D) $x^2 - 2x - 2y - 1 = 0$, $F\left(1, -\frac{1}{2}\right)$

Problemas sobre Elipse

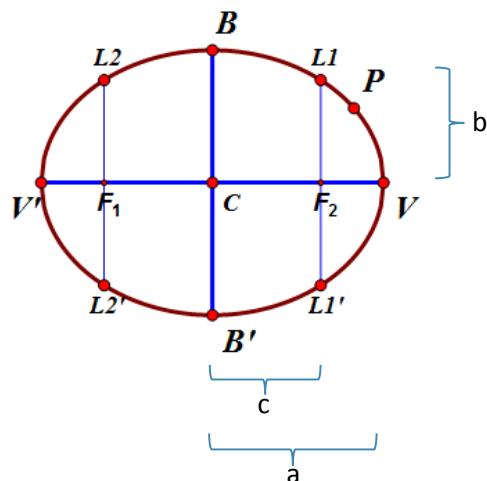
La Elipse

Es el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a dos puntos fijos llamados focos es igual a la distancia entre dos puntos fijos llamados vértices.

Elementos de la Elipse:

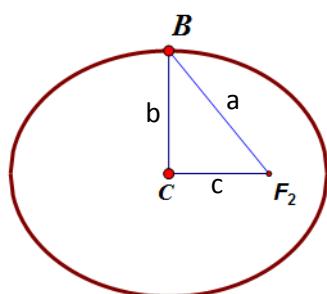


La suma de distancias entre cualquier punto **P** de la Elipse a los focos **F₁** y **F₂** siempre es igual a la distancia entre los vértices **V** y **V'**.



F₁ y **F₂**: Focos
V y **V'**: Vértices
BB': Eje Menor=2b
AA': Eje Mayor=2a
F₁ F₂: Distancia Focal=2c

B y **B'**: Extremos del Eje Menor
 $\overline{L_1 L'_1}$ y $\overline{L_2 L'_2}$: Lados Rectos= $\frac{2b^2}{a}$



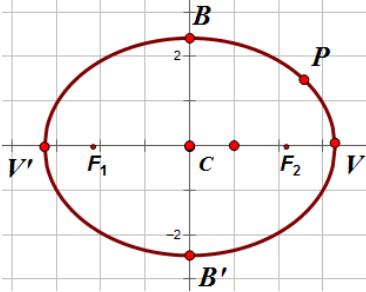
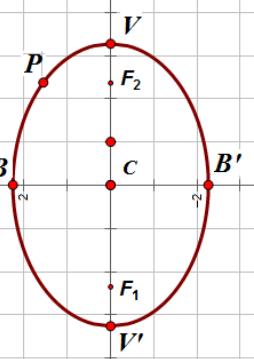
En toda Elipse, los parámetros **a**, **b** y **c** están relacionados por el Teorema de Pitágoras

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Consultar material adicional para éste tema en la página web de la academia estatal de Matemáticas:

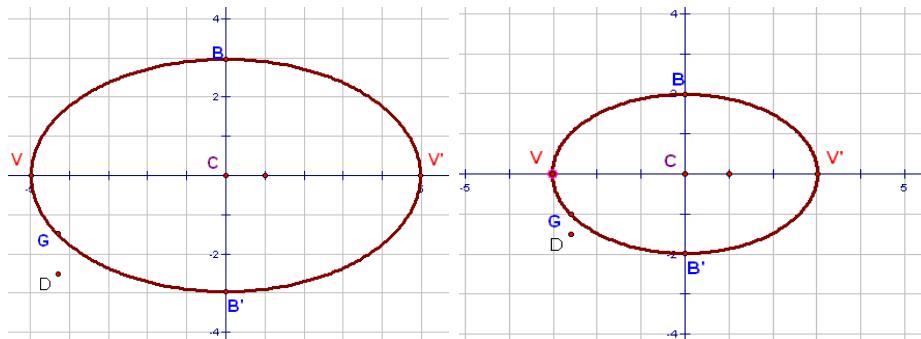
www.matematicassinaloa.net



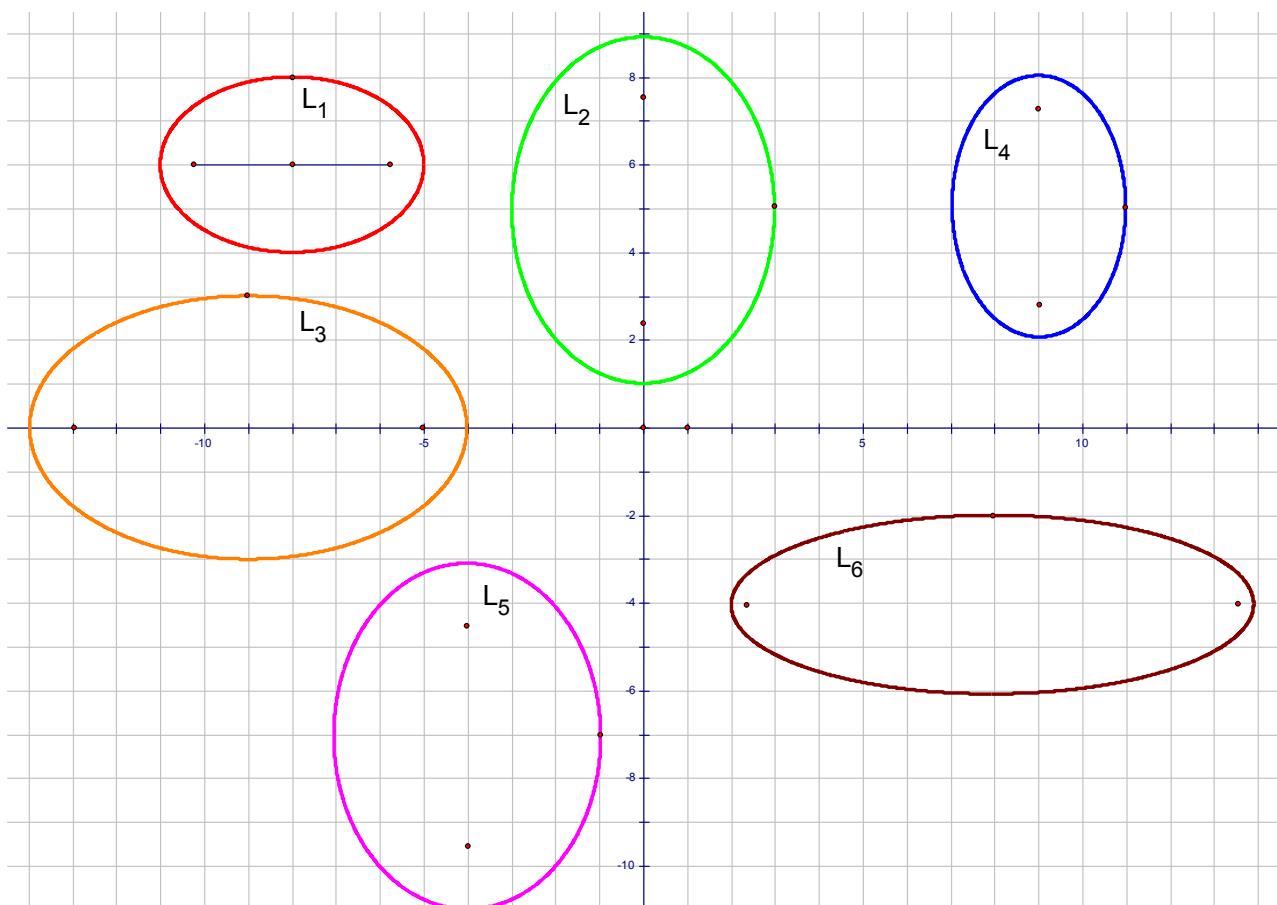
Elipse de forma	Grafica	Ecuación	
		Vértice en el origen	Vértice fuera del origen
Horizontal		$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
Vertical		$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

EJERCICIOS:

1. Por simple inspección, deducir las ecuaciones de las siguientes elipses:



2. Por simple inspección determina la ecuación de cada una de las siguientes Elipses:



Elipse	Ecuación
L ₁	
L ₂	
L ₃	

Elipse	Ecuación
L ₄	
L ₅	
L ₆	

3. Determinar la ecuación de la elipse con eje mayor paralelo al eje x (horizontal) en cada caso, cuando se conocen los elementos dados:

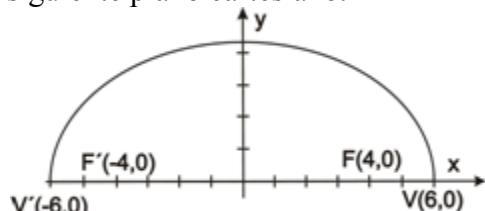
Eje mayor	Eje menor	Coordenadas del Centro	Ecuación de la Elipse
12	6	C (-2,1)	
6	4	C (3,4)	
8	4	C (4,-1)	
10	5	C (-3,-3)	

4. Determinar la ecuación de la elipse con eje mayor paralelo al eje y (vertical) en cada caso, cuando se conocen los elementos dados:

Eje mayor	Eje menor	Coordenadas del Centro	Ecuación de la Elipse
12	6	C (-2,1)	
6	4	C (3,4)	
8	4	C (4,-1)	
10	5	C (-3,-3)	

EJERCICIOS:

49E08. En una plaza pública se desea colocar un arco que tiene la forma de una semielipse cuyas medidas corresponden a la figura que se encuentra plasmada en el siguiente plano cartesiano.

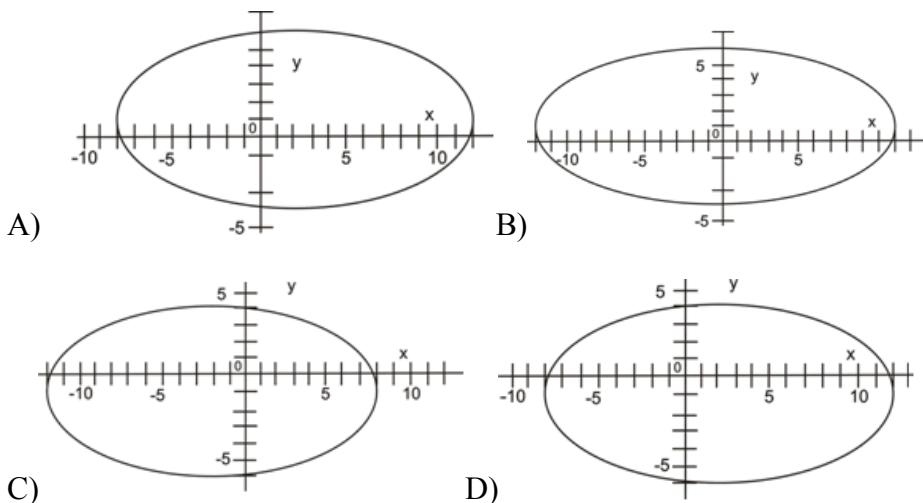


Para una posible remodelación se requiere la ecuación de la elipse, la cual es:

A) $10x^2 + 6y^2 - 60 = 0$ B) $20x^2 + 36y^2 - 720 = 0$

C) $20x^2 - 36y^2 + 720 = 0$ D) $36x^2 + 20y^2 + 720 = 0$

92E08. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa a la elipse con centro C (2, 1) y eje menor comprendido entre (2, 6) y (2, -4)?



132E08. ¿Cuáles son las coordenadas del centro y vértices de la elipse que tiene por

$$\text{ecuación } \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1 ?$$

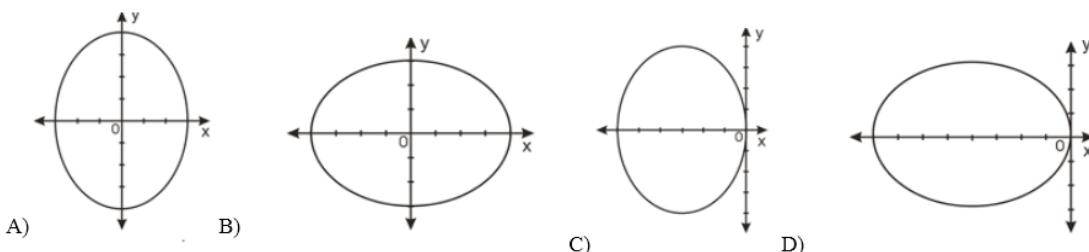
- A) C(-7, 7), V₁(-3, 0), V₂(3, 0) B) C(-3, 3), V₁(-7, 3), V₂(-7, 3)
 C) C(0, 0), V₁(-7, 0), V₂(7, 0) D) C(0, 0), V₁(-49, 9), V₂(49, 9)

46E09. ¿Cuáles son las coordenadas del centro y vértices de la elipse que tiene por

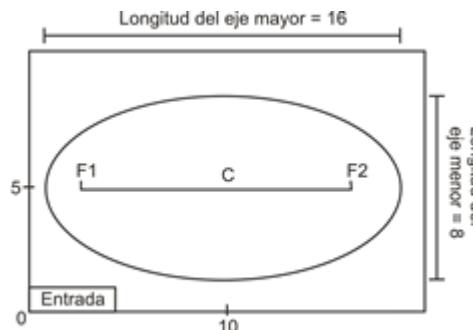
$$\text{ecuación } \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1 ?$$

- A) C(-7, 7), V₁(-3, 0), V₂(3, 0) B) C(-3, 3), V₁(-7, 3), V₂(-7, 3)
 C) C(0, 0), V₁(-7, 0), V₂(7, 0) D) C(0, 0), V₁(-49, 9), V₂(49, 9)

134E09. ¿Cuál es la gráfica de la elipse cuyo centro coincide con el origen, las coordenadas de los extremos del eje mayor son (-4, 0) y (4, 0) y las coordenadas de los extremos del eje menor son (0, -3) y (0, 3)?



140E09. Un laboratorio de química tiene en su interior un horno de forma elíptica. En el foco 1 (F₁) se coloca una fuente de calor y un objeto a calentar en el foco 2 (F₂), como se muestra en la figura.



La propiedad de reflexión de la elipse permite que el objeto adquiera el calor adecuado; por ello es necesario determinar la ecuación del contorno. Utilizando las medidas que se presentan en la gráfica, ¿cuál es la ecuación buscada?

A) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$

B) $\frac{(x-10)^2}{64} + \frac{(y-5)^2}{16} = 1$

C) $\frac{(x+10)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{5} = 1$

D) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1$

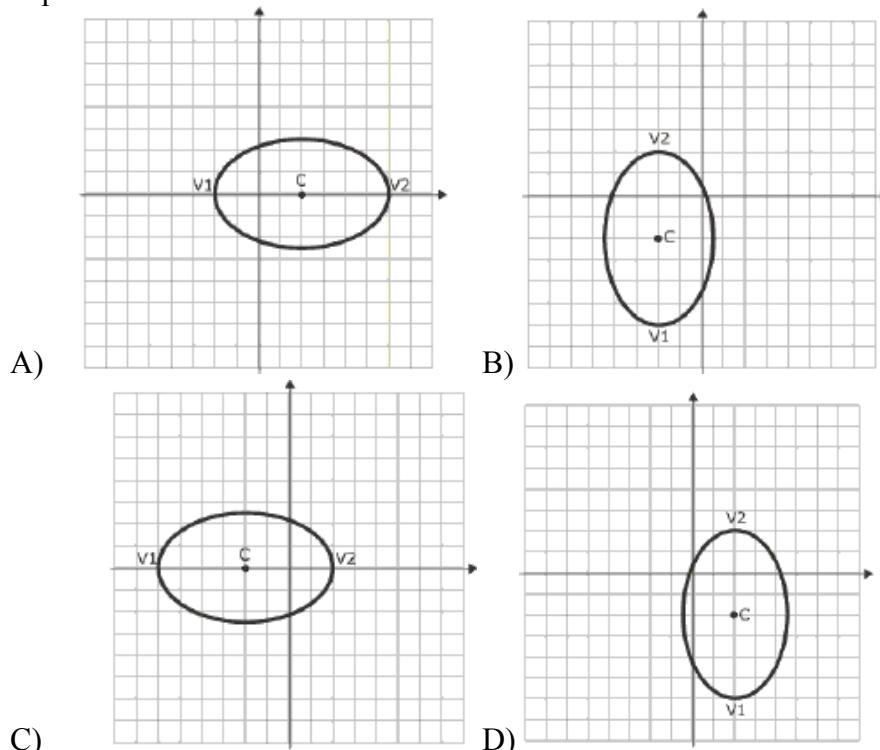
$$\frac{(x+1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$$

46E10. Dada la ecuación de la elipse , identifique las coordenadas de su centro y los vértices.

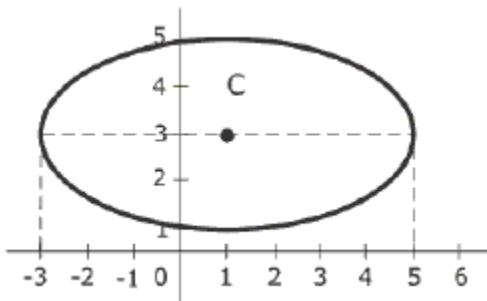
- A) C(-1, -2), V(-1, -6), V'(-1, 2)
C) C(1, 2), V(-3, 2), V'(5, 2)

- B) C(-1, -2), V(-5, -2), V'(3, -2)
D) C(1, 2), V(1, 6), V'(1, -2)

134E10. El centro de una elipse tiene como coordenadas (-2,0); los extremos del eje mayor tienen como coordenadas (-6,0) y (2,0). ¿Cuál es la gráfica que representa a la elipse descrita?



140 E10. Un arquitecto lleva el trazo de la superficie del piso de una sala, que tiene forma elíptica, a un plano cartesiano, con el fin de manipular sus medidas por posibles remodelaciones.

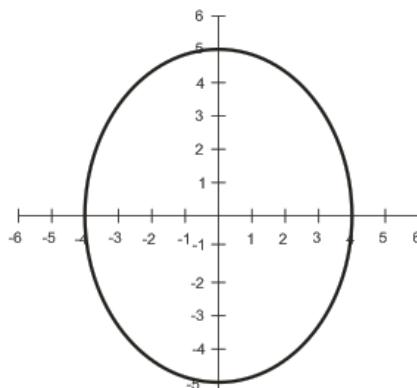


Para realizar las modificaciones necesita conocer la ecuación de la elipse. ¿En qué opción se representa dicha ecuación?

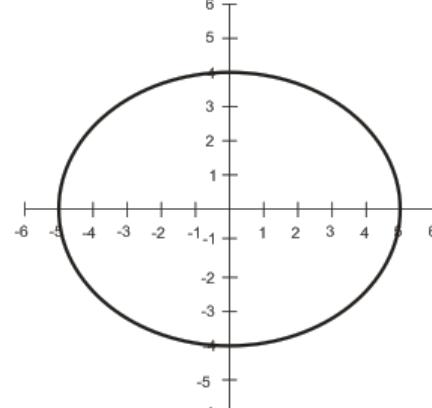
- A) $x^2 + 2y^2 - 2x - 12y + 15 = 0$ B) $4x^2 + 9y^2 - 8x + 54y - 113 = 0$
 C) $4x^2 + 16y^2 - 8x - 96y + 84 = 0$ D) $4x^2 + 16y^2 + 8x + 96y + 84 = 0$

69E11. ¿Qué gráfica corresponde a la ecuación $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$?

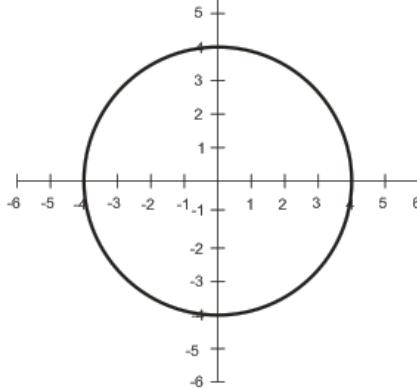
A)



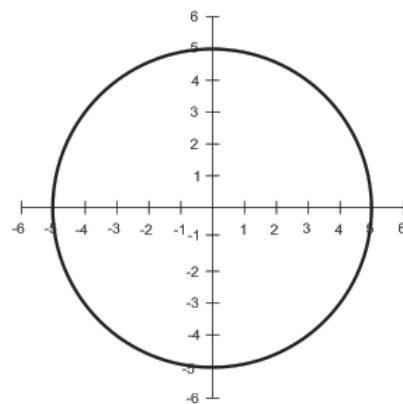
B)



C)



D)



Problemas sobre funciones

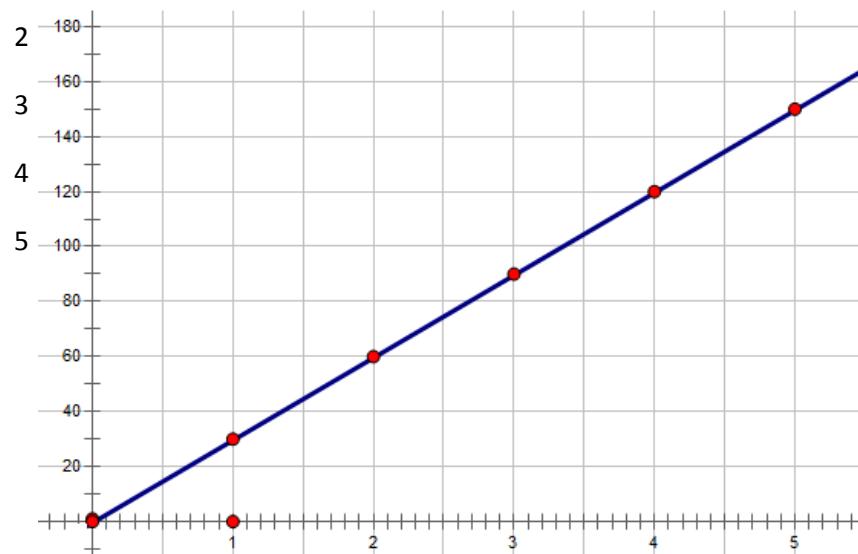
Una función es una regla de correspondencia entre dos variables de tal forma que a cada uno de los valores de una de las variables le corresponde un solo valor de la segunda.

Las funciones pueden representarse por medio de una ecuación, una tabla o un gráfico.

Las tablas y graficas están íntimamente relacionadas puesto que en una tabla se muestra la relación entre dos variables en una serie de renglones y columnas. Si se considera el par de valores numéricos de cada renglón como las coordenadas de un punto, entonces se obtiene la gráfica correspondiente.

Consideremos una situación de la vida cotidiana: Si un kilogramo de frijol cuesta \$30, podemos crear una tabla que refleje este hecho:

x f(x) Si graficamos cada par de valores de los renglones de la tabla, podemos visualizar geométricamente la relación entre las cantidades de frijol y sus precios correspondientes:



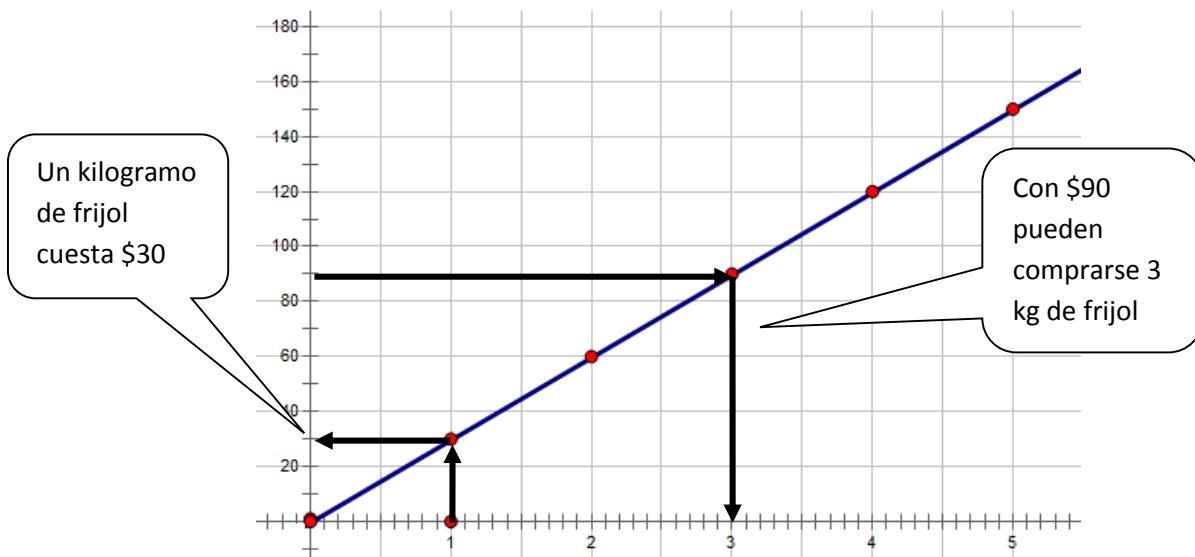
Del grafico o de la tabla puede deducirse la ecuación que representa la línea recta que une los puntos: $f(x)=30x$.

¿Cómo pueden identificarse las funciones? Basándonos en su definición.

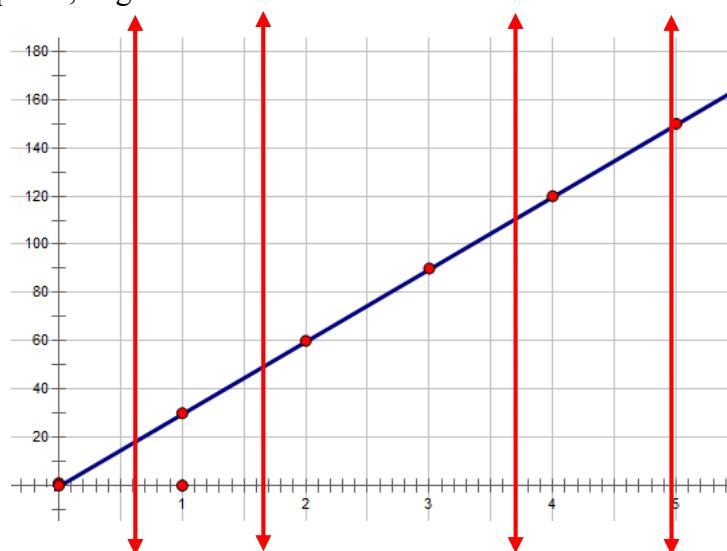
En la tabla se observa que a cada valor de x (cantidad de frijol en Kg) le corresponde un único precio ($f(x)$)

x	f(x)
1	30
2	60
3	90
4	120
5	150

En la gráfica puede observarse esta relación en ambos sentidos:



Para verificar que una gráfica se trata de una función se traza una línea vertical imaginaria a lo largo del dominio de la función si la recta intercepta siempre a la gráfica en un solo punto, la gráfica es una función.



Con respecto a la ecuación, puede determinarse que se trata de una función porque cuando se asigna un valor a una de las variables (cantidad de frijol) se obtiene un solo valor para el costo del producto.

Si $f(x)=30x$

Entonces:

$$f(1)=30(1)=30$$

$$f(2)=30(2)=60$$

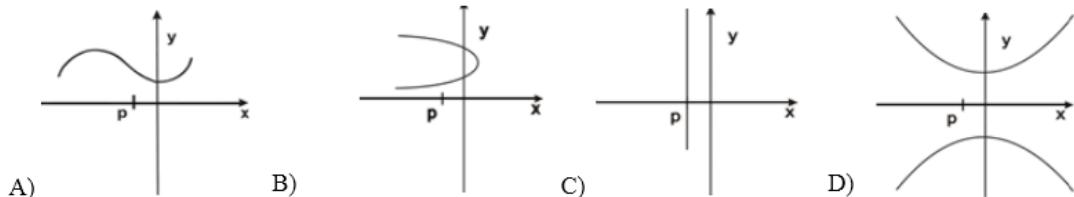
$$f(3)=30(3)=90$$

$$f(4)=30(4)=120$$

$$f(5)=30(5)=150$$

EJERCICIOS:

66E08. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa una función?



68E08. Dada la función
de la operación

$$f(x) = \frac{4}{x+1} + 3x$$

$$\frac{f(3)}{f(1)} - f(0)$$

- A) -6 B) -2 C) 2 D) 6

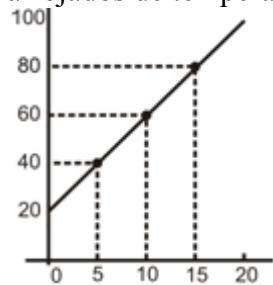
72E08. Manuel vendió teléfonos celulares durante la semana pasada. Al final de cada día iba registrando en la gráfica las unidades vendidas.



Con base en los datos, ¿cuál fue el promedio de las ventas de la semana?

- A) 60 B) 70 C) 90 D) 100

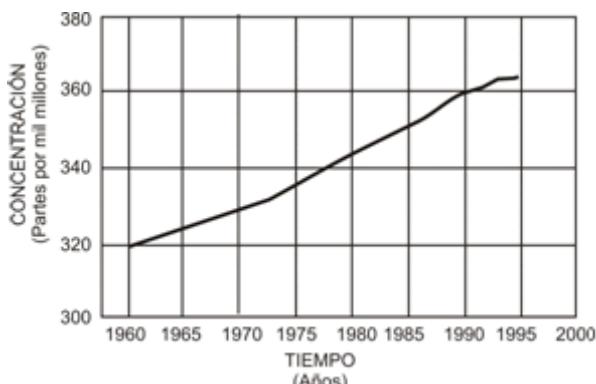
74E08. Arturo calentó un recipiente de 5 litros de aceite durante 20 minutos. Los datos arrojados de temperatura ($^{\circ}\text{C}$) y tiempo (min) los representó en la siguiente gráfica.



¿Cuál es la temperatura del aceite transcurridos 12 min?

- A) -68 B) -28 C) 28 D) 68

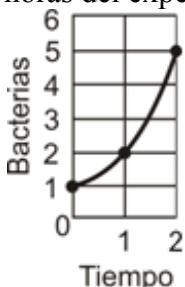
75E08. Observe la siguiente gráfica.



De todas las actividades humanas, la quema de combustibles fósiles y la deforestación son las que más contribuyen al aumento en los niveles de dióxido de carbono (CO₂) en la atmósfera. Con base en la gráfica, ¿cuál fue la concentración de dióxido de carbono, en partes por mil millones, que se esperaba en el año 2000?

- A) 365 B) 360 C) 375 D) 380

84E08. En un laboratorio médico se investiga el crecimiento de la bacteria que produce el cólera. Para ello se coloca la bacteria en una caja de *petri* con agua y componentes nutrimentales. En la gráfica se representa el número de bacterias durante las primeras 2 horas del experimento.



¿Cuál es la expresión para la regla de correspondencia del número de bacterias contra el tiempo transcurrido?

- A) $f(t) = 1 + 2t^2$ B) $f(t) = 1 + t$ C) $f(t) = 1 + t^2$ D) $f(t) = 1 + 4t$

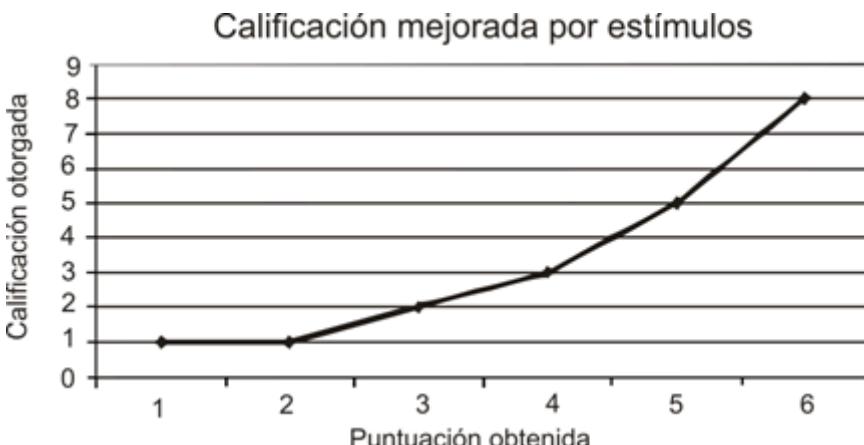
85E08. El maestro de Biología presentó a sus alumnos la siguiente tabla de crecimiento de una bacteria, en donde t representa el tiempo de crecimiento y V la velocidad.

t	4	6	8	10	12
V	2	9	20	35	54

¿Cuál es la ecuación algebraica que representa la relación entre el tiempo y la velocidad de crecimiento de la bacteria?

- A) $x+3$ B) $V = t^2 - 3t$ C) $V = \frac{t(t-2)}{2}$ D) $V = t\left(\frac{t-1}{3}\right)$

86E08. Observe la siguiente gráfica:

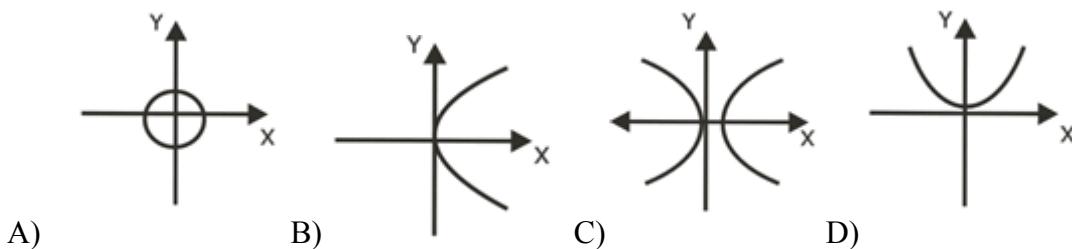


¿Cuál es el enunciado que describe la relación entre la puntuación obtenida y la calificación otorgada?

La calificación otorgada...

- A) al alumno parte de uno en cuanto obtiene uno de puntuación, y por cada punto adicional que obtenga, la calificación otorgada será igual a la suma de las dos calificaciones otorgadas anteriores.
- B) partirá de uno y será igual a la puntuación obtenida menos uno, hasta lograr cinco y luego se invierte la relación.
- C) es mejorada conforme la puntuación obtenida va en aumento a partir de que esta alcanza el valor de 5.
- D) es igual a la puntuación obtenida, luego la puntuación es disminuida en una unidad, posteriormente se mantiene igual y finalmente la puntuación es aumentada en 2.

66E09. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa una función?



68E08. Si $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$ es una regla de correspondencia, entonces el resultado

$$\text{de } \frac{f(1) - f\left(\frac{1}{2}\right)}{f(0)}$$

es

A) $\frac{6 - 9}{4}$ B) $\frac{9 - 6}{4}$ C) $\frac{9 - 4.5}{4}$ D) $\frac{9 - 6.5}{4}$

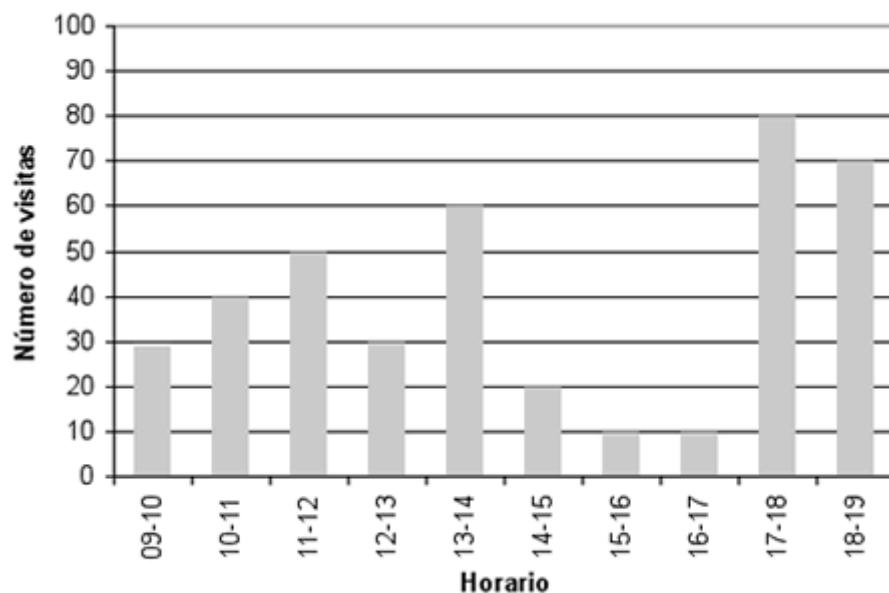
72E09. María registra en la siguiente tabla el número de llamadas de larga distancia llevadas a cabo por los empleados de una empresa en los últimos 12 días.

Día	Llamadas de larga distancia
1	5
2	1
3	5
4	4
5	1
6	6
7	2
8	0
9	3
10	2
11	3
12	4

Si su jefe le pide la media de los datos, ¿cuál es el dato que le debe proporcionar?

- A) 3 B) 4
C) 5 D) 6

76E09. La gráfica representa el número de visitas que ha tenido una página web desde las 9:00 de la mañana hasta las 7:00 de la noche.



¿Cuántas visitas se tuvieron entre las 12:00 y las 3:00 de la tarde?

- A) 90 B) 110 C) 120 D) 160

85E09. En una empresa bacteriológica se estudia el crecimiento de una bacteria muy rara y peligrosa; el estudio de su comportamiento fue encargado a Fidel, pero, como se quedó dormido, sólo alcanzó a registrar los datos que se muestran en la siguiente tabla.

Hora (x)	Crecimiento de una bacteria (y)
1	4
3	12
	28
7	
	84
11	124

¿Cuál expresión algebraica establece la relación entre ambas columnas para determinar los valores que faltan?

- A) $y = x + 3$ B) $y = 2x + 2$ C) $y = 4x^2$ D) $y = x^2 + 3$

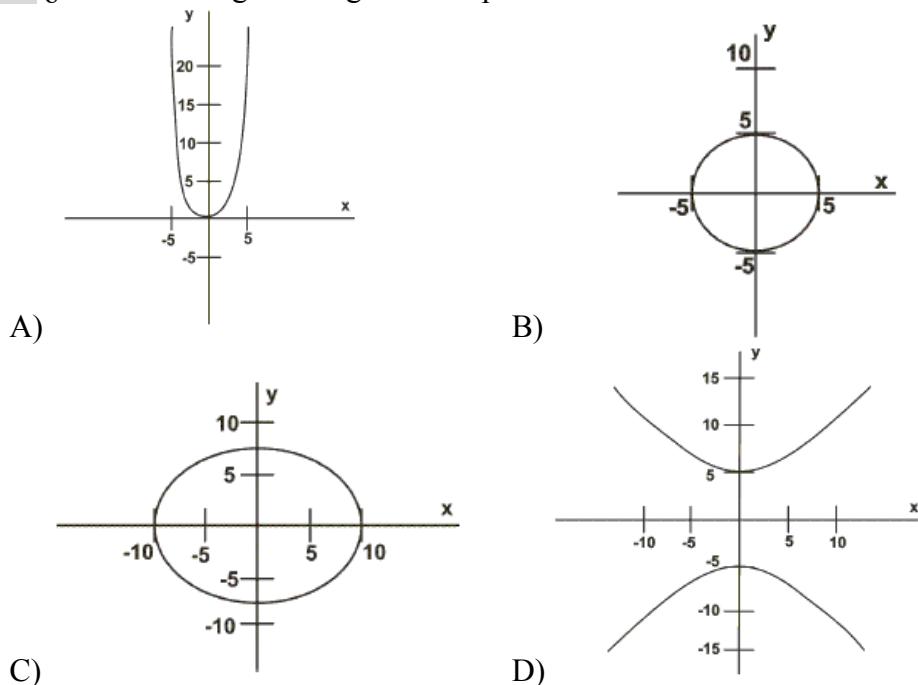
86E09. Se tiene un trozo de material plástico de 1 mm de longitud y se quiere probar su elasticidad. Se estira a presión constante durante 17 minutos y se registra el aumento de su longitud en milímetros, tal como se muestra en la siguiente tabla.

Minutos	Longitud en mm
0	1
5	31
7	43
10	61
17	103

¿Cuál de los siguientes enunciados explica el crecimiento de la longitud de esta pieza con respecto al tiempo?

- A) El tiempo que se somete presión al trozo de plástico es menor por 4 unidades que siete veces la longitud del objeto
- B) La longitud del trozo de plástico aumenta siempre 6 veces el número de minutos que es expuesto a presión
- C) El tiempo que se somete presión al trozo de plástico es siempre 5 veces el aumento que éste presenta
- D) La longitud del trozo de plástico aumenta siempre 12 veces el número de minutos que es expuesto a presión

66E10. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa una función?

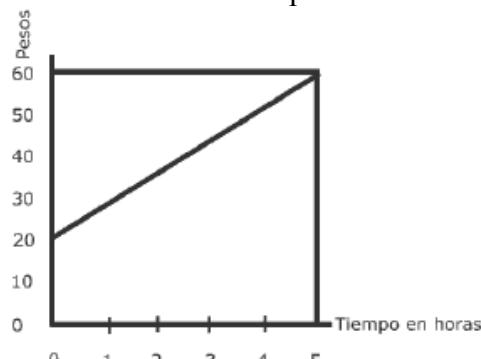


68E10. A partir de la siguiente función $f(x) = 2x^2 - 3x$, ¿cuál es el valor de la siguiente operación?

$$\frac{f(6)}{f(2)}$$

- A) 4 B) 26 C) 28 D) 32

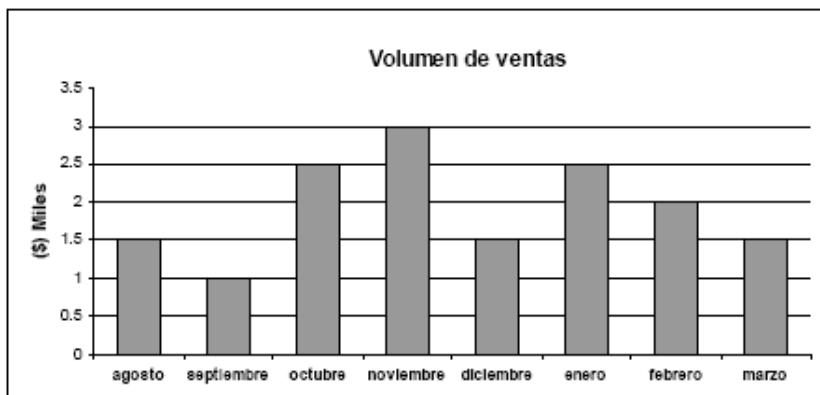
74E10. La siguiente gráfica relaciona el precio a pagar en pesos por el número de horas en un estacionamiento público.



¿Cuál es el pago, en pesos, que se debe efectuar por haber dejado el carro en el estacionamiento 3 horas 15 minutos?

- A) 20 B) 40 C) 46 D) 50

75E10. En la siguiente gráfica se muestra el volumen de ventas, en miles de pesos, de una tienda de aparatos electrónicos, en los últimos 8 meses:



Con base en la información de la gráfica, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- A) En el bimestre de septiembre-octubre se obtuvieron las menores ventas
- B) Los bimestres de noviembre-diciembre y enero-febrero tuvieron las mismas ventas
- C) En el bimestre febrero-marzo se obtuvieron mayores ventas que el de septiembre-octubre
- D) En el bimestre de enero-febrero se obtuvieron las mayores ventas

80E10. Miguel registró el volumen de un cubo conforme se iba calentando. Al ausentarse en tres momentos, perdió el continuo de la relación entre los datos.

Volumen (en cm^3)		7		13	
Temperatura (en $^{\circ}\text{C}$)	2	8	14	20	24

Si el volumen aumenta en forma lineal al incrementar la temperatura, ¿cuáles son los valores faltantes?

- A) 2, 9, 18
- B) 2, 12, 14
- C) 4, 10, 15
- D) 5, 11, 15

81E10. El crecimiento en centímetros de una planta de maíz se muestra en la siguiente tabla:

Día	1	2	3	4	5
Altura (cm)	4	7	10	13	16

Determine la representación funcional algebraica que muestra dicho crecimiento, donde x es el número de días y $f(x)$ es la altura en centímetros.

- A) $f(x) = x + 3$
- B) $f(x) = 2x + 2$
- C) $f(x) = 3x + 1$
- D) $f(x) = 4x$

85E10. Carlos y Pablo pesaban 10 kg y 7 kg, respectivamente. El peso de ambos ha venido aumentando 1 kg cada mes durante 5 meses. ¿Cuál es la representación algebraica del incremento de peso para Carlos (C_n) y para Pablo (P_n), dada la siguiente tabla con $n=1, 2, 3, 4, 5$?

Mes	Carlos	Pablo
Primero	11	8
Segundo	12	9
Tercero	13	10
Cuarto	14	11
Quinto	15	12

- $C_n = 10 - n$ $C_n = 10 + n$ $C_n = 10+n$ $C_n = 10 - n$
A) $P_n = 7 - n$ B) $P_n = 7 + n$ C) $P_n = 7 - n$ D) $P_n = 7 + n$

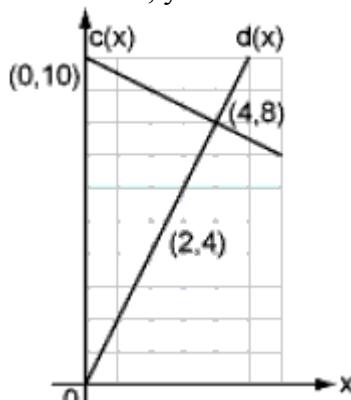
86E10. En la tabla se muestran las cantidades de deserción y reprobación de la escuela Simón Bolívar, en los últimos cinco años. ¿Cuáles de los siguientes enunciados son conclusiones correctas a partir de los datos presentados en la tabla?

ESCUELA "BOLÍVAR"		
AÑO	DESERTARON	REPROBARON
2002	342	486
2003	174	238
2004	90	114
2005	48	52
2006	27	21

1. Cada año, la deserción y la reprobación se han reducido a la mitad más tres
2. Cada año, la deserción se ha reducido a la mitad más tres
3. Cada año, la reprobación se ha reducido un tercio más setenta y seis
4. Cada año, la reprobación se ha reducido a la mitad menos cinco

- A) 1 y 2 B) 1 y 4 C) 2 y 3 D) 2 y 4

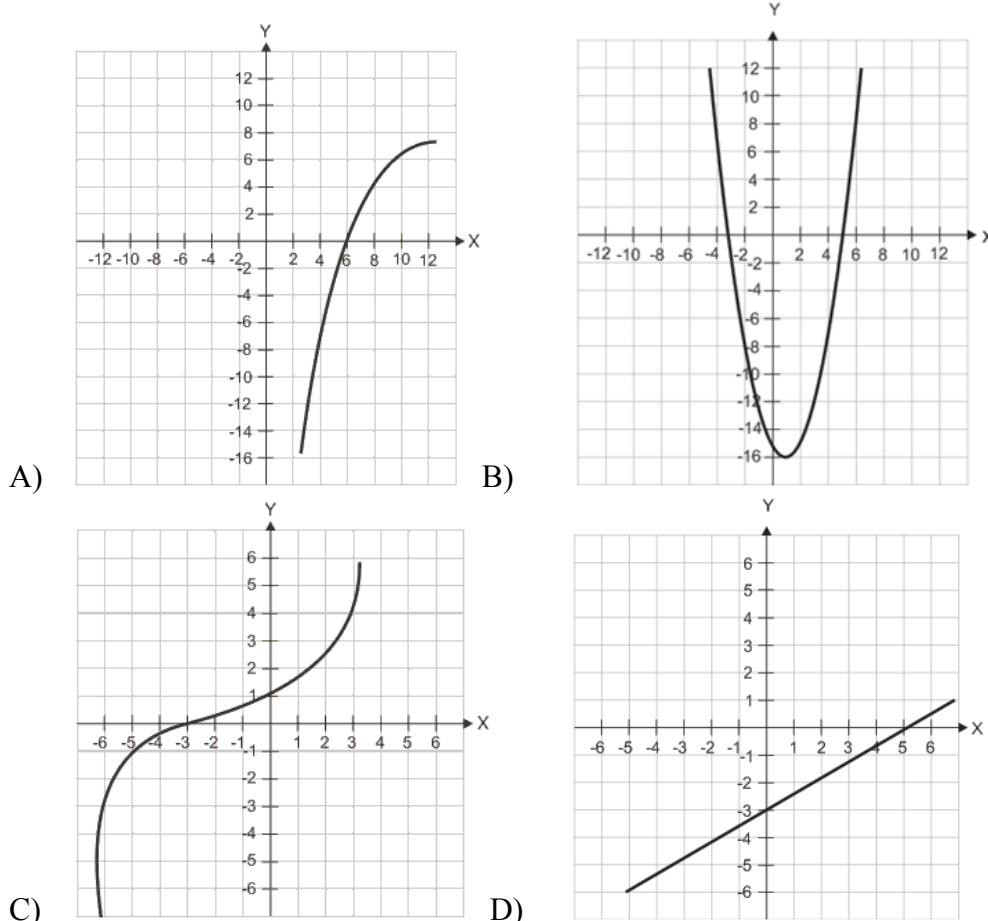
87E10. Un laboratorio de informática cuenta con 10 computadoras, una para cada pareja de alumnos, y 2 unidades de almacenamiento para cada alumno.



De acuerdo con los datos de la gráfica, y considerando que $c(x)$ representa el número de computadoras disponibles, $d(x)$ el número de unidades de almacenamiento en uso y x el número de alumnos que hacen uso de las 10 computadoras, ¿cuál es la expresión algebraica que representa el punto de intersección entre las funciones?

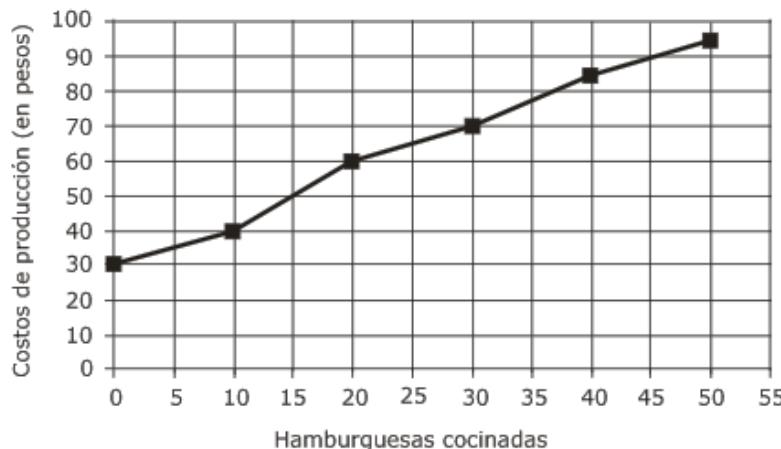
- A) $10 + \frac{1}{2}x = 2x$ B) $10x = x + \frac{1}{2}x$
C) $10x = 2x - \frac{1}{2}x$ D) $10 = 2x + \frac{1}{2}x$

67E11. Identifique la gráfica que representa a la expresión algebraica de la función $f(x)=x^2-2x-15$.



68E11. Dada la función $f(x) = 2x^2 + 3x + 6$, indique el valor de $f(2) - f(-3)$.
 A) -13 B) -1 C) 5 D) 23

71E11. El dueño de un puesto de hamburguesas registró sus costos de acuerdo con las hamburguesas que cocina, con ello obtuvo la siguiente gráfica.



¿Cuánto se incrementa el costo al aumentar la producción de 15 a 50 hamburguesas?
 A) \$35 B) \$45 C) \$65 D) \$95

72E11. Una compañía de seguros ha registrado el tiempo necesario para procesar demandas por seguros contra robos, según se muestra en la siguiente tabla:

Tiempo días	Demandas
1	25
2	40
3	55
7	-
9	85

De acuerdo con los valores registrados en la tabla, el número de demandas correspondiente a 7 días es:

- A) 60 B) 65 C) 70 D) 75

73E11. María compra aceite comestible al mayoreo. La siguiente tabla muestra el precio total que debe pagar.

Litros de aceite (x)	Precio (y)
2	44
4	88
6	132

La expresión algebraica que ayuda al cálculo del precio total de cualquier cantidad de litros de aceite es:

- A) $-x - 22y = 0$ B) $x - 22y = 0$ C) $22x - y = 0$ D) $22x + y = 0$

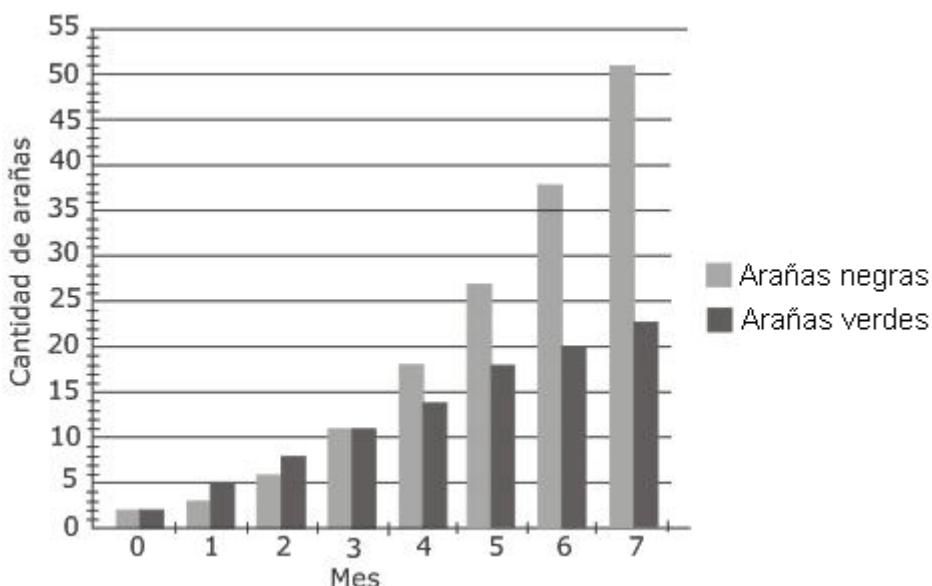
76E11. Un resorte soporta un peso ($f(x)$) de acuerdo con el grosor (x) del alambre con que es construido. La siguiente tabla muestra los ejemplos de algunos de ellos.

Grosor de alambre (cm)	Peso soportado (kg)
1	10
3	28
4	40

¿Cuál es la regla de correspondencia de los datos de la tabla?

- A) $f(x) = x^2 + 4x + 8$ B) $f(x) = x^2 + 5x + 4$
 C) $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$ D) $f(x) = 2x^2 + 4x + 4$

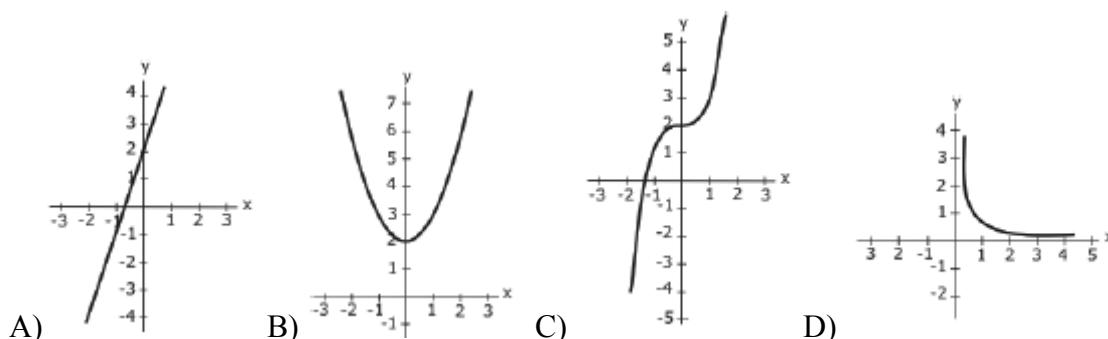
77E11. En un laboratorio se estudia la reproducción por mes (x) de un tipo de araña verde recién descubierta y se compara con las arañas negras ya conocidas. El comportamiento de ambas se representa en la siguiente gráfica.



Identifique la expresión algebraica que representa el comportamiento para las arañas negras y verdes, respectivamente.

- A) $x + 2$; $2x + 3$ B) x ; $2x + 3$ C) $x^2 + 2$; $3x + 2$ D) $2x$; $x^2 + 2$

67E12. ¿Qué gráfica corresponde a la función $y = 3x + 2$?



68E12. Sea $f(x) = 3x^3 + 5x$, calcule $f(5) + f(3)$.

- A) 122 B) 375 C) 400 D) 496

72E12. Verónica regularmente realiza ejercicio en una escaladora. Ha observado cierta relación entre el tiempo y las calorías quemadas. La siguiente tabla muestra algunos datos:

Tiempo (minutos)	Calorías
15	180
21	252
33	
45	540
51	612

¿Cuántas calorías quema Verónica en 33 minutos?

- A) 324 B) 396 C) 468 D) 492

76E12. Un empresario promete una donación a una casahogar. Tal donación responde a una relación en donde de acuerdo con el número de días trabajados por las damas voluntarias en la limpieza de la casa, el empresario donará una cierta cantidad en miles de pesos, la cual está representada en la siguiente tabla:

Días laborados	3	4	5
Donación en miles de pesos	3	6	10

¿Cuál es la regla de correspondencia de dicha relación?

- A) $y = x^2 - 6$ B) $y = x^2 - 10$ C) $y = \frac{x^2 + 5}{2}$ D) $y = \frac{x^2 - x}{2}$

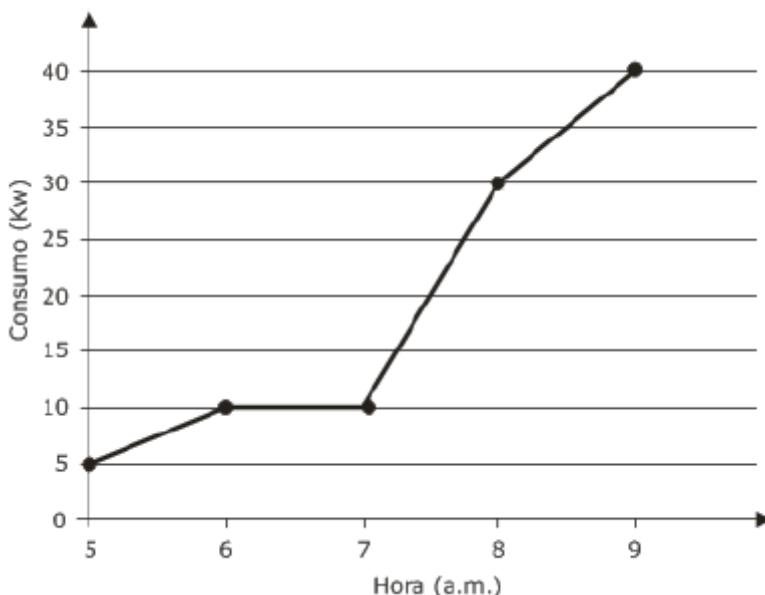
80E12. El cabello de una persona crece en promedio 15 cm en 365 días. Obtenga la expresión algebraica que representa la relación entre el crecimiento del cabello (c) en centímetros y el tiempo en un día (t).

- A) $c = \frac{365}{15} t$ B) $c = \frac{15}{365} t$ C) $c = t + \frac{15}{365}$ D) $c = \frac{t}{365} + 15$

68E13. Dada la función $f(x) = 3x^3 - 5x + 6$, ¿cuál es el resultado de $f(-3) + f(4)$?

- A) 82 B) 118 C) 238 D) 280

71E13. En la siguiente gráfica se registra el consumo por hora de la energía eléctrica en un hogar, entre las 5 y las 9 de la mañana.



¿Cuál es el promedio del consumo de energía eléctrica en Kw?

- A) 14 B) 19 C) 20 D) 22

72E13. En el proyecto de una carretera se ha presentado la siguiente tabla en la que se indica la relación entre los kilómetros recorridos y el número de señalamientos que se colocarán.

Kilómetros recorridos	4	10	28	30	50	80
Número de señalamientos	10	13	22	23		48

¿Cuál de las opciones corresponde al número faltante?

- A) 24 B) 26 C) 32 D) 33

73E13. Se tienen un par de termómetros, uno graduado en grados Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) y el otro en grados centígrados ($^{\circ}\text{C}$). Para averiguar cómo están relacionadas estas dos escalas se hacen las mediciones de temperatura mostradas en la siguiente tabla:

$^{\circ}\text{F}$	50	131	203
$^{\circ}\text{C}$	10	55	95

Identifique la ecuación algebraica de la relación entre ambos termómetros.

- A) $^{\circ}\text{C} - ^{\circ}\text{F} = 0$ B) $^{\circ}\text{C} - ^{\circ}\text{F} + 32 = 0$
 C) $\frac{9}{5} ^{\circ}\text{C} - ^{\circ}\text{F} + 32 = 0$ D) $\frac{9}{5} ^{\circ}\text{F} - ^{\circ}\text{C} = 0$

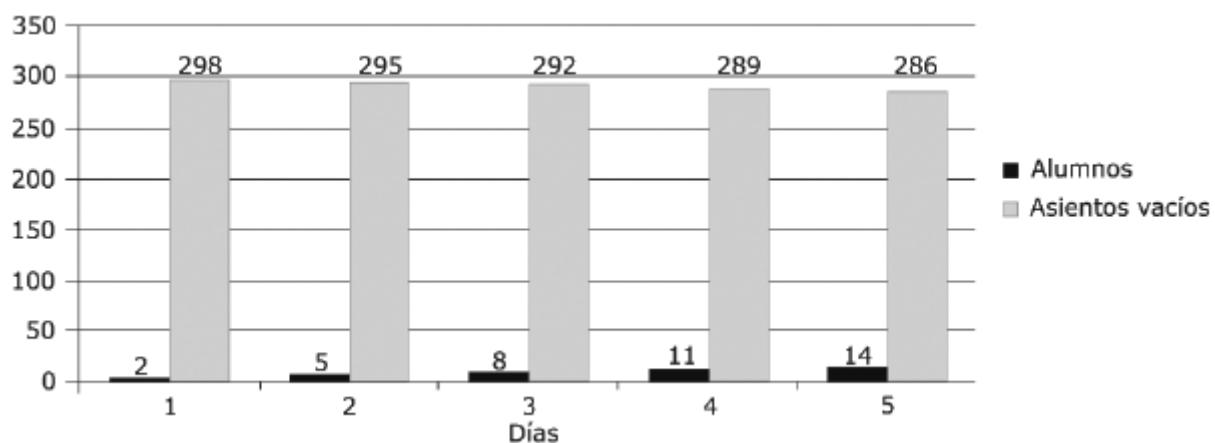
76E13. Miguel es estudiante y está haciendo un experimento que consiste en dejar caer una piedra y ver la relación entre los metros que cae y los segundos en los que llega al suelo. Los datos se observan en la siguiente tabla:

Tiempo (t) en segundos	1	2	3
Distancia (h) en metros	5	20	45

¿Cuál es la regla de correspondencia entre la distancia (h) recorrida por la piedra y el tiempo transcurrido (t)?

- A) $5 t^2$ B) $5 t^3$ C) $15 t - 10$ D) $25 t - 30$

77E13. En un curso de Derecho, la asistencia de alumnos aumenta diariamente y el número de asientos vacíos disminuyen de acuerdo con la siguiente gráfica.



¿Cuáles son las expresiones algebraicas que definen el número de alumnos y los asientos vacíos, respectivamente?

- A) $n + 2$, $301 - 3n$ B) $5n - 2$, $3n + 298$ C) $3n - 1$, $301 - 3n$ D) $3n - 1$, $3n + 298$

78E13. En una casa-habitación, un tinaco es alimentado por una llave de agua. Al mismo tiempo que es llenado, el agua almacenada se utiliza en quehaceres cotidianos. El registro de los litros que suministra la llave y los litros que tiene el tinaco por minuto es el siguiente:

Minutos	1	2	3	4	5
Llave	1	4	7	10	13
Tinaco	2000	1997	1993	1988	1982

Observando los datos de la tabla, la cantidad de agua...

- A) tanto en el tinaco como en la llave aumenta a la misma razón
 B) que suministra la llave es mayor que la cantidad de agua que se utiliza
 C) que suministra la llave y la que se utiliza del tinaco disminuye a la misma razón
 D) utilizada en el tinaco es mayor que la que se suministra por la llave

80E13. La señora Márquez escribió su testamento dividiendo sus bienes de la siguiente manera: dos tercios a su único hijo y los restantes \$30,000 a la caridad. ¿Cuál es la ecuación que representa la cantidad a la que asciende su herencia?

- A) $\frac{2}{3}x = 30,000$ B) $\frac{2}{3}x + 30,000 = x$ C) $\frac{2}{3}x + 30,000 = 0$ D) $\frac{2}{3} + 30,000 = x$

Problemas sobre Probabilidad

Los problemas más comunes en esta área consisten en la aplicación del Método clásico de la probabilidad (que requiere resultados igualmente probables).

Se supone que un procedimiento dado tiene **n** sucesos simples distintos, cada uno de los cuales tiene la misma probabilidad de ocurrir. Si el suceso **A** puede ocurrir en **s** de estas **n** formas, entonces:

$$P(A) = \frac{\text{Número de formas en que puede ocurrir } A}{\text{Número de sucesos simples diferentes}} = \frac{s}{n}$$

Por ejemplo: si se lanza un dado, hay 6 maneras diferentes de obtener un número. Como cada evento tiene la misma probabilidad de suceder, la probabilidad de obtener cualquier valor, por ejemplo el 5 es de:

$$P(\text{caiga } 5) = \frac{1}{6}$$

Otros problemas comunes en probabilidad consiste en la aplicación de la reglas de la suma y de la multiplicación.

Regla de la suma: Si un evento o suceso puede ocurrir de dos formas posibles, dando el primer evento **m** resultados posibles y el segundo **n** resultados posibles, entonces ambos eventos pueden ocurrir de **m+n** formas posibles.

Ejemplo: Si se arroja un dado, qué probabilidad hay de que caiga un 5 o un 3?

$$P(\text{caiga } 5) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{caiga } 3) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{caiga } 5 \text{ o } 3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Hay un poco más de 33% de probabilidad de que caigan 5 o 3

Regla de la multiplicación: Si un evento o suceso ocurre de **m** formas posibles y después otro evento sucede de **n** formas posibles, entonces ambos eventos pueden ocurrir de **(m)(n)** formas posibles.

Ejemplo: Si se tira un dado dos veces. ¿Qué probabilidad hay de que caiga un 4 y después caiga un 2?

$$P(\text{caiga } 4) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{caiga } 2) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{caiga } 4 \text{ o } 2) = \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{36}$$

Hay aproximadamente un 3% de probabilidad de que caiga primero un 4 y después un 2

Para distinguir entre la aplicación de ambas reglas, las palabras “o” e “y” son claves.

La palabra “o” implica sumar (ejemplo: probabilidad de caer 5 o 3)

La palabra “y” implica multiplicar (ejemplo: probabilidad de caer 4 y 2)

EJERCICIOS:

77E08. Pedro y Juan juegan con un dado. Primero lanza Pedro y obtiene un cuatro.

¿Qué probabilidad tiene Juan de obtener un mayor puntaje que Pedro?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{2}{6}$ C) $\frac{3}{6}$ D) $\frac{4}{6}$

78E08. Adrián participa en un juego de azar que consiste en lanzar dos dados. Si la suma de las caras superiores es 6 o 7 gana \$500, ¿cuál es la probabilidad de que gane?

- A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{3}{6}$ C) $\frac{5}{36}$ D) $\frac{11}{36}$

79E08. Al revisar el maestro de Matemáticas la tarea a un grupo de alumnos formado por 30 hombres y 20 mujeres, encontró que sólo 25 hombres y 18 mujeres la habían entregado. Si el maestro escoge al azar un alumno, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer y que haya entregado la tarea?

- A) $\frac{9}{25}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{9}{10}$ D) $\frac{13}{10}$

77E09. Gustavo lanza un dado 50 veces y registra el número que se obtiene. En la tabla se muestra el número de veces que se obtuvo las diferentes caras del dado.

Cara del lado	1	2	3	4	5	6
Número de veces	8	5	6	10	12	9

Con base en los datos, determine la probabilidad de obtener un 4.

- A) 0.08 B) 0.20 C) 0.40 D) 0.42

78E09. Una urna contiene 51 esferas numeradas del 1 al 51. Luis apuesta a Antonio que en la primera esfera sale un número impar o el número 2. ¿Cuál es la probabilidad de que Luis gane la apuesta?

- A) $\frac{27}{51}$ B) $\frac{27}{102}$ C) $\frac{26}{51}$ D) $\frac{26}{102}$

79E09. Leonardo lanza una moneda en tanto que Juan lanza un dado. ¿Cuál es la probabilidad de que en sus respectivos lanzamientos obtengan exactamente un águila y un seis?

A) $\frac{1}{12}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{2}{3}$

78E10. En una rifa se otorgan los siguientes premios. 8 boletos para una función de cine, 5 discos, 3 gorras y 4 boletos para un concierto. Dentro de una urna se colocan papeles indicando la clave de cada premio. Miguel extrae un papel, ¿cuál es la probabilidad de que Miguel obtenga un boleto para la función de cine o el concierto?

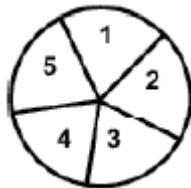
A) $\frac{2}{25}$

B) $\frac{3}{5}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{5}$

79E10. En una feria un joven juega en las ruletas que se muestran a continuación.



Si compra un boleto y le dan un dardo para cada ruleta, ¿cuál es la probabilidad de que le atine a un número par y al color rojo?

A) $\frac{2}{25}$

B) $\frac{3}{10}$

C) $\frac{5}{10}$

D) $\frac{3}{5}$

Problemas de Habilidad Matemática (Espacio-Forma)

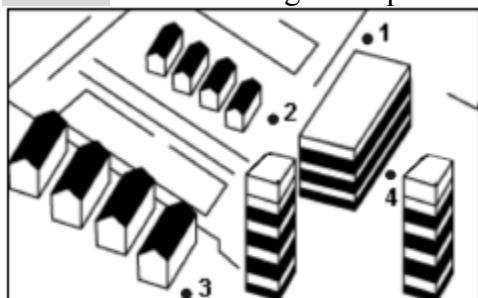
En la resolución de este tipo de reactivos se requiere la habilidad para representar mentalmente formas, dimensiones, coordenadas, proporciones, movimiento y geografía. Asimismo, la destreza para imaginarse un objeto rotando en el espacio, orientarse en un lugar que presenta múltiples obstáculos y observar las cosas en una perspectiva tridimensional.

En esta sección se han incorporado para algunos ejemplos y ejercicios, apoyos multimedia que pueden estar disponibles si el alumno cuenta con un teléfono inteligente o una tableta en los que pueda instalarse una aplicación que permita leer códigos QR. También se pueden consultar estos recursos en la página web de la academia estatal de Matemáticas: www.matematicassinaloa.net con el número de ejercicio y la prueba ENLACE a que pertenece, por ejemplo para el ejercicio de ejemplo siguiente, como se trata del ejercicio 122 de ENLACE 2008, el video puede obtenerse en la siguiente liga:

www.matematicassinaloa.net/imagenes/122_08.mp4

Ejemplo:

122E08. Observe el siguiente plano.



¿Desde qué punto es posible tomar la siguiente fotografía?



A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

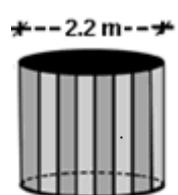
Se agradece la colaboración del Ing. José Ángel Guerrero Molina, docente del CETIS 107 de Culiacán, Sinaloa, autor de los videos 3D referidos en esta sección.

Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



EJERCICIOS:

111E08. ¿Cuál es el volumen de un tinaco que tiene una altura de 3 m y un diámetro de 2.2 m, como se muestra en la figura?



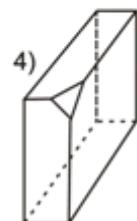
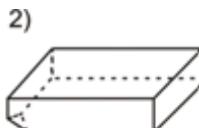
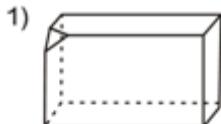
A) 11.40

B) 31.09

C) 45.0

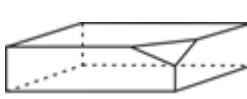
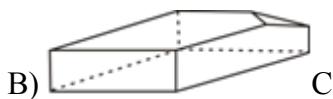
D) 62.17

112E08. Observe la siguiente serie de figuras.



¿Cuál es la figura que completa la serie?

Ayuda: Escanear los siguientes códigos para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



114E08. El cubo que se muestra en la figura 1 ha sufrido algunos cambios en sus vértices como se muestra en la figura 2.

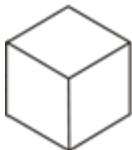


Figura 1

Figura 2

¿Cuál es el número de caras que tiene el cubo con los cambios efectuados?

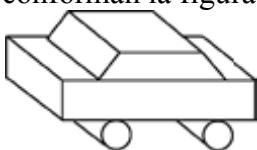
A) 6

B) 9

C) 13

D) 15

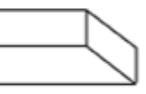
115E08. ¿Cuál es la opción que presenta el conjunto de cuerpos geométricos que conforman la figura que se presenta a continuación?



A)



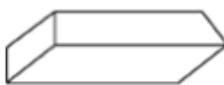
B)



C)



D)



120E08. Observe el siguiente hexágono.



¿Cuál figura se observará, si se girara el hexágono 90° en el sentido de las manecillas del reloj y se hace un doblez en las diagonales AC y BD?

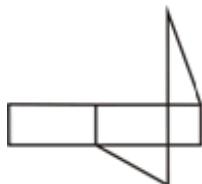


121E08. ¿Cuál es la figura que completa la siguiente imagen?

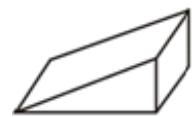


123E08. La siguiente figura muestra la plantilla con la que es posible armar una figura tridimensional.

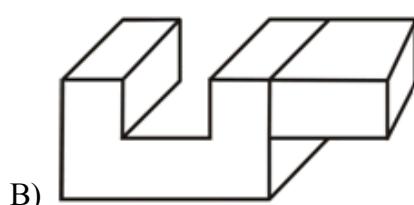
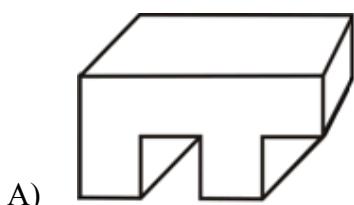
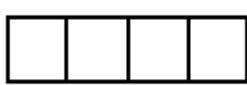
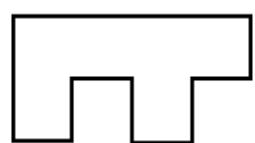
¿Cuál es la figura que se puede armar con ella?



A)

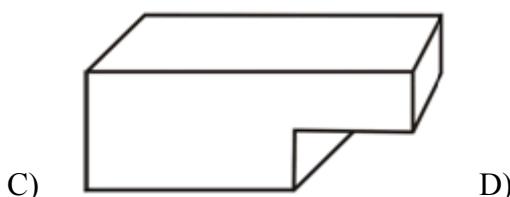


124E08. ¿A cuál figura tridimensional corresponden las siguientes vistas, frontal, inferior, y lateral, respectivamente?

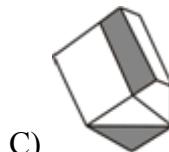
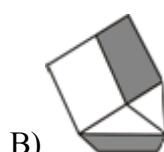
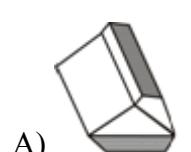


Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema





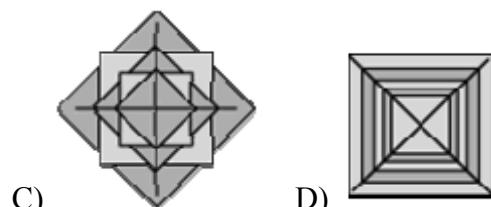
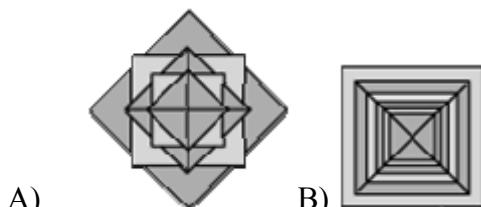
126E08. Elija la figura que puede formarse con los tres fragmentos presentados.



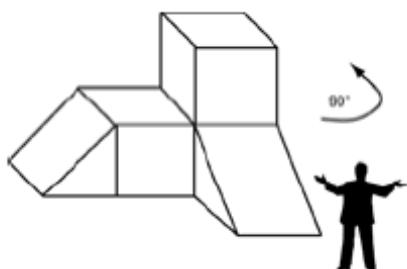
127E08. ¿Cuál es la vista de la figura, si se observa desde arriba?



Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



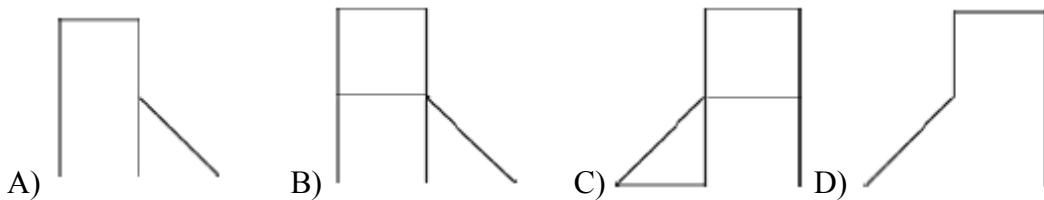
128E08. Una persona está frente a una estructura de metal como se muestra en la figura.



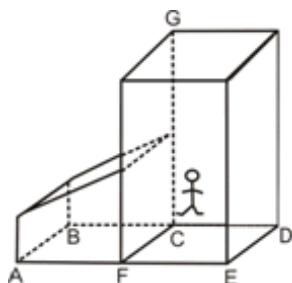
Si dicha figura se rota 90° en sentido contrario a las manecillas del reloj, ¿cuál será la vista de la figura que tendrá esta persona después del movimiento?

Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema





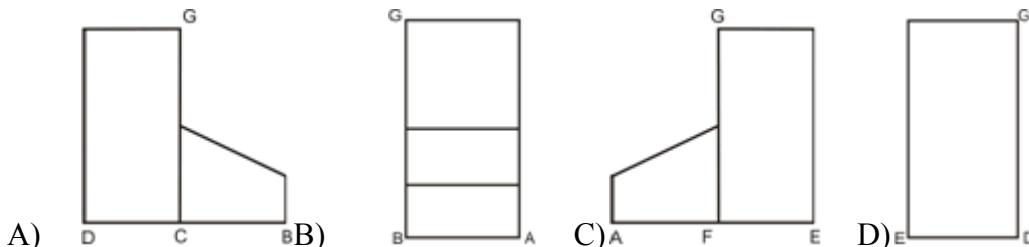
129E08. Una persona se encuentra detrás de un edificio frente al segmento CG, como se muestra en la figura.



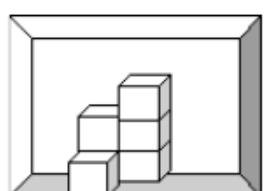
Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



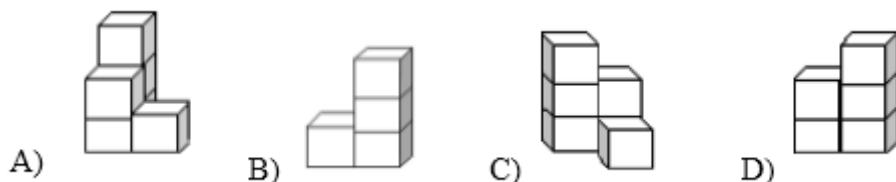
Realiza dos movimientos paralelos al edificio; primero hacia B y luego hasta la mitad del segmento AB, quedando frente al edificio. ¿Cuál es la vista que tiene después de realizar estos dos desplazamientos?



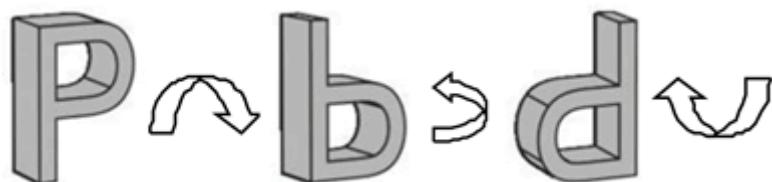
130E08. La siguiente figura muestra una construcción de cubos colocada frente a un espejo, el cual está situado al fondo.



¿Cuál es la imagen de la construcción de cubos que se ve
refleja en el espejo?



112E09. La siguiente figura gira con respecto a los ejes que se muestran, ¿qué figura continúa en la serie?



- A) B) C) D)

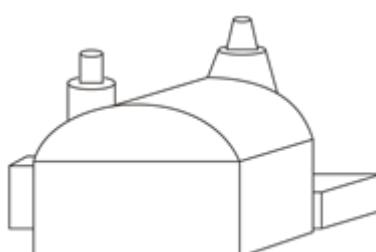
114E09. En un cubo se realizaron cortes en cuatro aristas, como se representa en la figura.



¿Cuál es el número de caras después de realizar los cortes?

- A) 6 B) 7 C) 9 D) 10

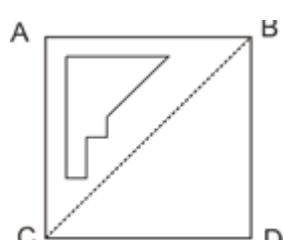
115E09. La siguiente figura representa una fábrica.



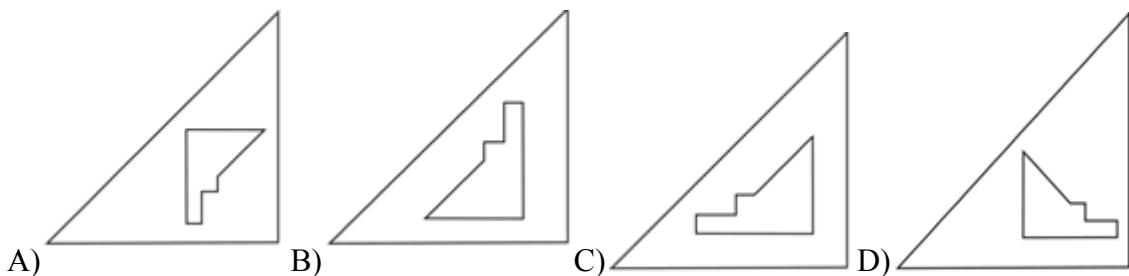
En dicha construcción se observan ___ prismas rectangulares, ___ cilindros completos y ___ conos truncados

- A) 2, 2, 2 B) 2, 3, 0 C) 3, 2, 2 D) 3, 3, 0

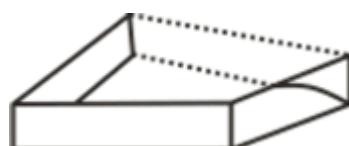
120E09. En una hoja de papel se perfora una forma irregular y se puntea por la diagonal, como se muestra en la figura.



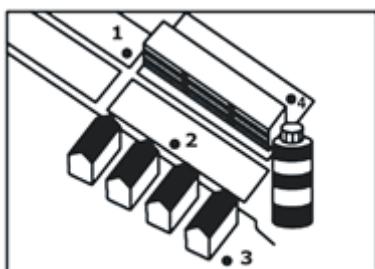
Si se dobla la hoja por la línea punteada de tal manera que A quede encima de D, ¿qué figura se obtiene?



121E09. La figura muestra la mitad de un cuerpo simétrico con respecto a la línea punteada. ¿Cuál es la figura que representa la otra mitad?



122E09. Observe el siguiente plano:



Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema

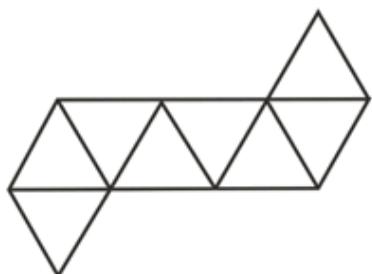


¿Desde cuál de los puntos señalados es posible tomar la siguiente fotografía?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

123E09. Observe la plantilla que se muestra a continuación.



¿Cuál de los siguientes cuerpos tridimensionales se obtiene con ella?



A)

B)



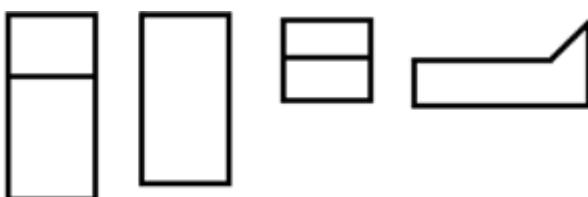
C)



D)

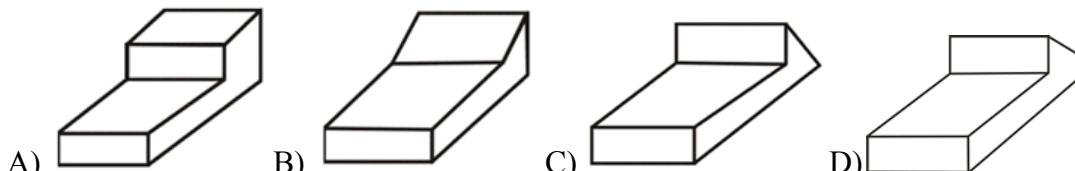


124E09. Las siguientes figuras representan las vistas superior, inferior, frontal y lateral, respectivamente, de un cuerpo tridimensional.

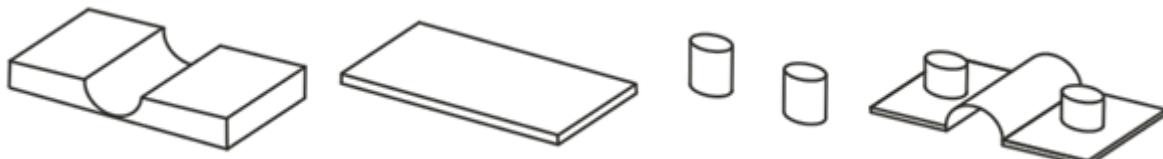


¿A qué figura corresponden?

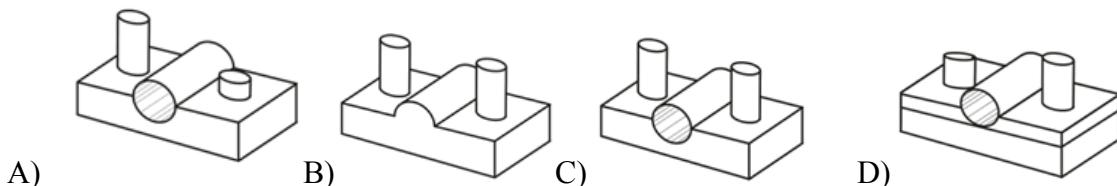
Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



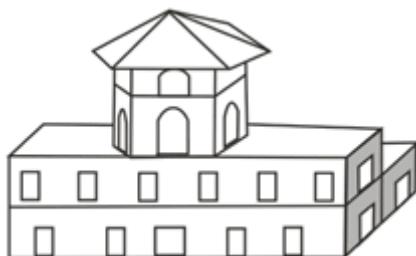
126E09. Las siguientes figuras son cortes horizontales de un cuerpo a distintas alturas:



¿A cuál de los siguientes cuerpos corresponden?



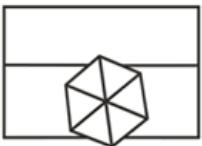
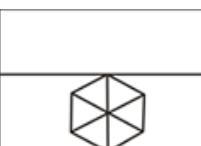
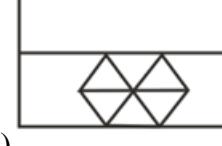
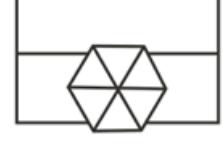
127E09. Una persona en un helicóptero pasa por encima del edificio que se muestra en la figura.



Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



¿Cuál es la vista superior del edificio que la persona observa?

- A)  B)  C)  D) 

128E09. ¿Qué posición final representa la figura si se realiza una rotación de 180° con respecto al lado frontal?

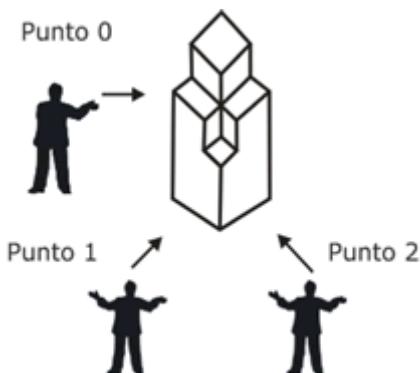


- A)  B)  C)  D) 

Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



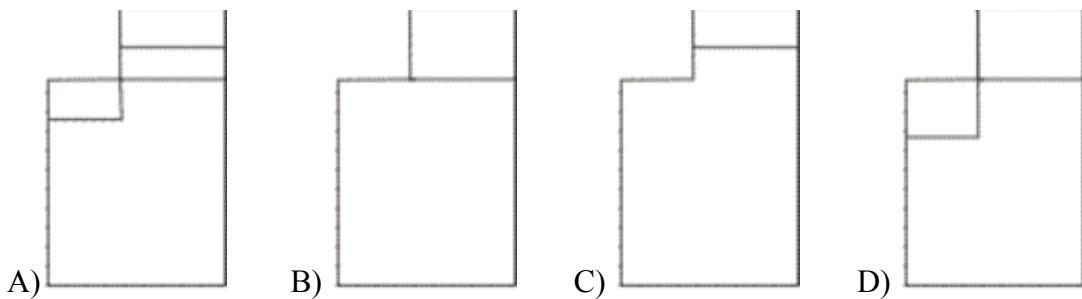
129E09. Una persona camina por la calle y se encuentra con una escultura extraña. La observa desde el punto 0 y para apreciarla mejor se desplaza hacia el punto 1 y de ahí al punto 2.



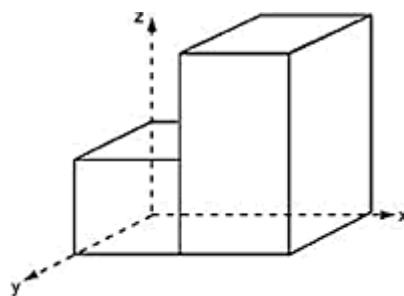
Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



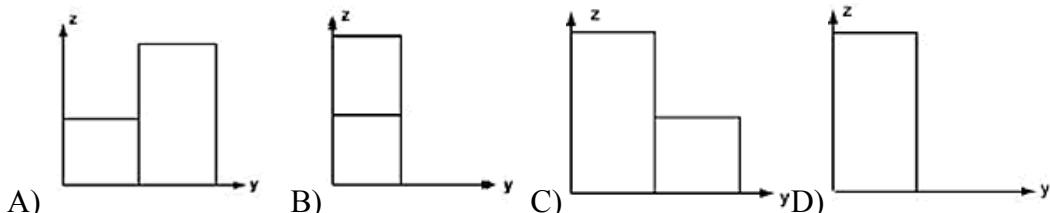
¿Cuál es la vista que tiene el observador desde el punto 2?



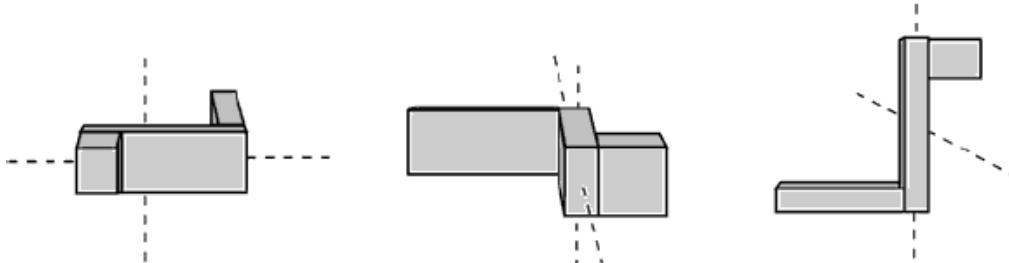
130E09. Una persona observa un espejo que se encuentra frente a un edificio y corresponde al plano $y-z$, como se observa en la figura.

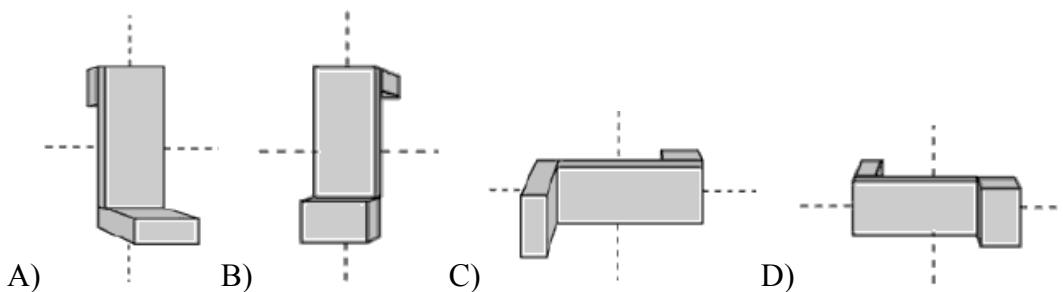


¿Cuál de las figuras representa la imagen observada a través del espejo?



112E10. La figura gira 90° en el eje vertical y el eje horizontal alternadamente. ¿Cuál de las opciones representa la siguiente posición de la figura?

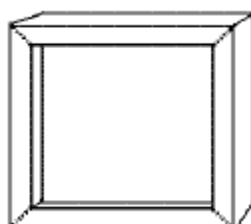




Ayuda: Escanear los siguientes códigos para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



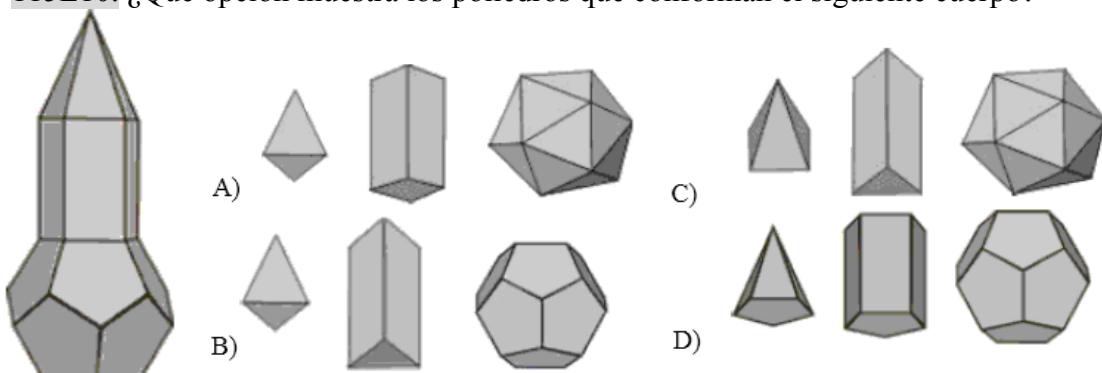
114E10. Un marco de madera de forma cuadrada y sin relieve se corta por las líneas punteadas como lo indica la siguiente figura.



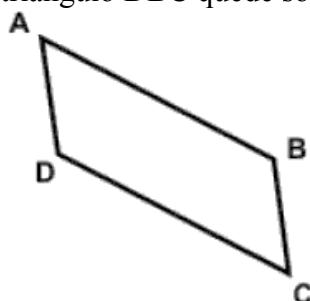
¿Cuál es el número de caras de cada pedazo de marco después de efectuar los cortes?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8

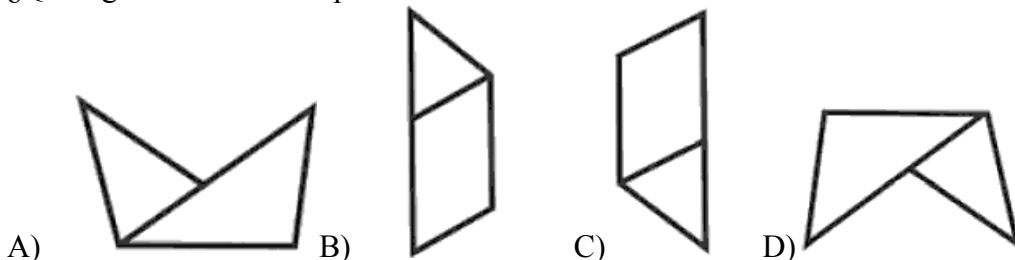
115E10. ¿Qué opción muestra los poliedros que conforman el siguiente cuerpo?



120E10. La siguiente figura corresponde a un trozo de cartulina y en ella se realiza un doblez tomando como eje una recta que pase por los puntos D y B, de tal manera que el triángulo DBC quede sobre el triángulo ABD.



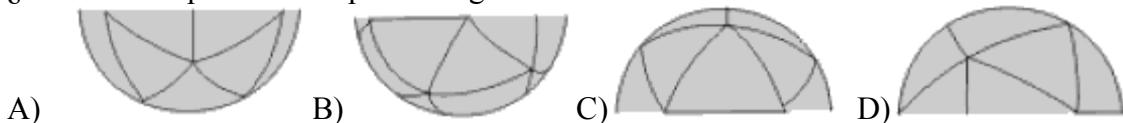
¿Qué figura se observará posteriormente?



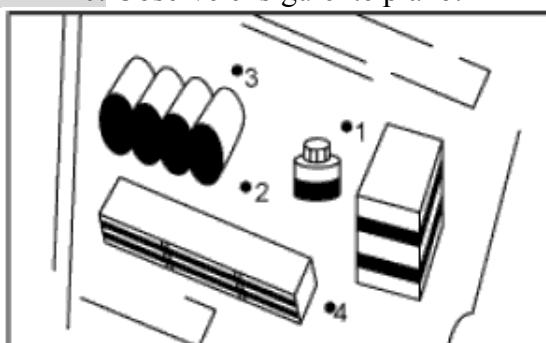
121E10. Observe la figura que se presenta a continuación.



¿Cuál de las opciones completa la figura?



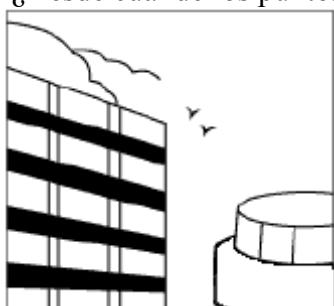
122E10. Observe el siguiente plano:



Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



¿Desde cuál de los puntos señalados es posible tomar la siguiente fotografía?



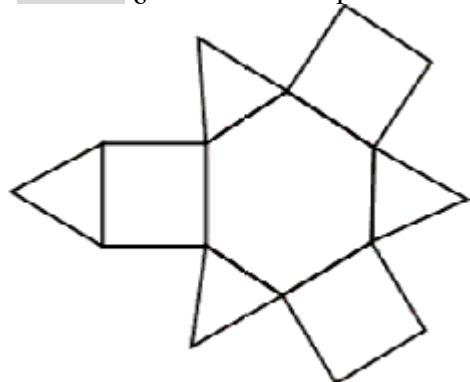
A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

123E10. ¿Cuál es el cuerpo tridimensional que se forma con la siguiente plantilla?



- A) B) C) D)

124E10. Los planos que se muestran a continuación constituyen las vistas frontal, superior y laterales de una figura tridimensional.



Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



¿A cuál de las siguientes corresponden?

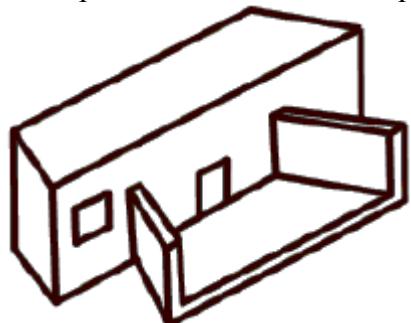
- A) B) C) D)

126E10. Seleccione la figura que se puede construir utilizando los fragmentos presentados.

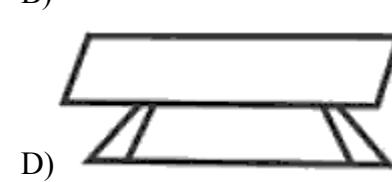
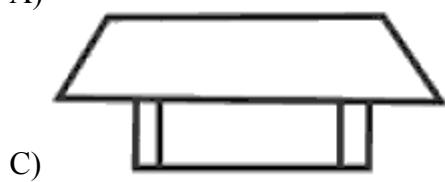
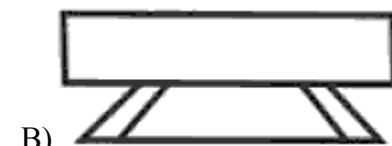


- A) B) C) D)

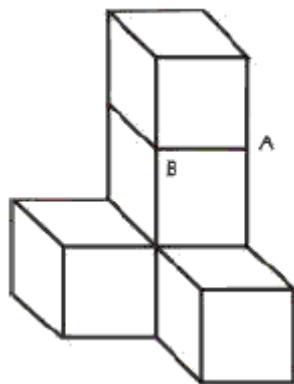
127E10. ¿Cuál de las siguientes figuras corresponde al edificio visto desde un helicóptero en el momento en que está volando arriba de él?



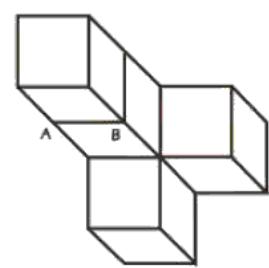
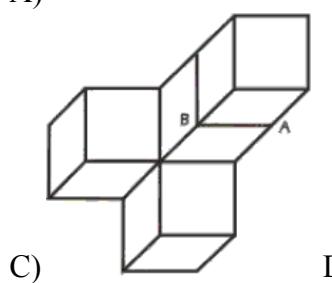
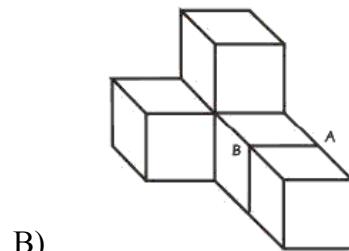
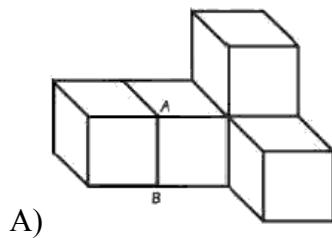
Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



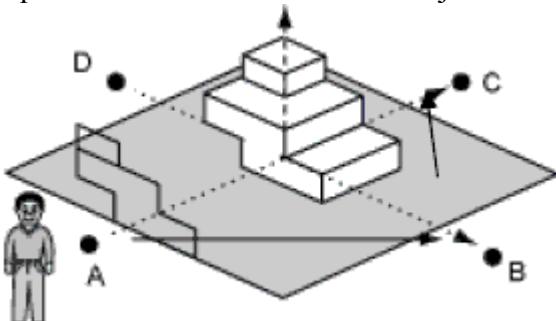
128E10. ¿Cuál es la posición de la figura al aplicar una rotación de 90° sobre el eje AB?



Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



129E10. En la siguiente figura se muestra la posición inicial de un observador (A) y la vista del plano que observa de la figura. Si el observador se desplaza de A a B y de B a C, alrededor de la figura, ¿cuáles indican las flechas de A a B y de B a C, alrededor de la figura, que tendrá este observador del objeto?

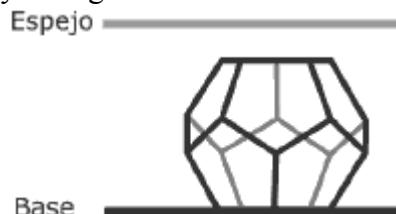


Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



- A)
- B)
- C)
- D)

130E10. La siguiente figura muestra un dodecaedro transparente, construido con varillas y recargado en una base sobre una de sus caras.



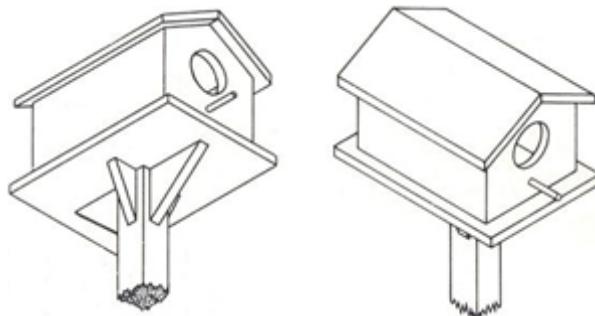
Si un espejo se encuentra colocado de manera paralela a dicha base con la parte que refleja hacia el cuerpo, ¿cuál de las siguientes opciones muestra lo que se refleja en el espejo?

- A)
- B)
- C)
- D)

41E11. Patricia tiene un juego de bloques para construir, ella busca un bloque que tenga cilindro, cubo, prisma pentagonal y prisma hexagonal. ¿Qué figura es la que busca Patricia?

- A)
- B)
- C)
- D)

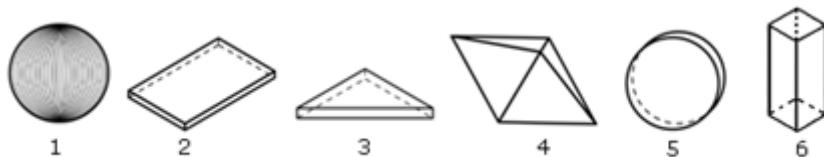
42E11. Las siguientes figuras muestran dos vistas de una casa para aves.



Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema

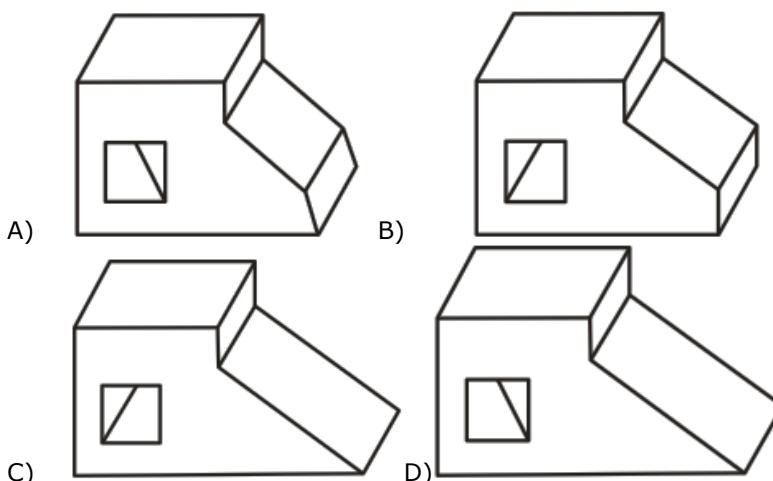


De los siguientes cuerpos geométricos, seleccione tres que la componen.



- A) 1, 2, 3 B) 2, 3, 6 C) 2, 4, 5 D) 4, 5, 6

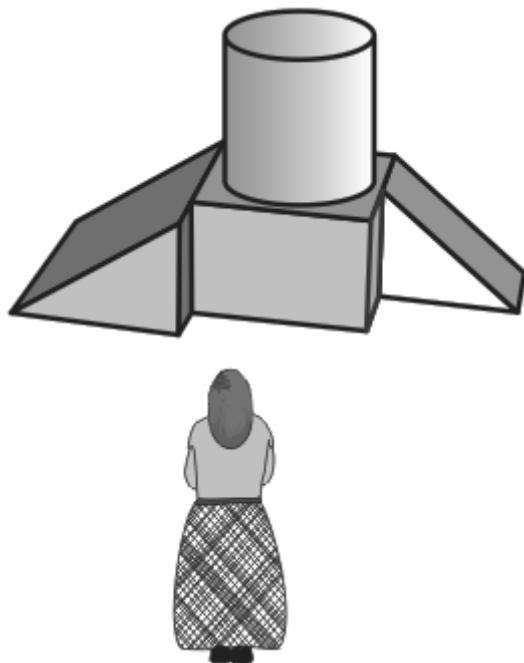
44E11. ¿A cuál figura tridimensional corresponden las siguientes vistas, frontal, laterales y superior, respectivamente?



Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



46E11. Elena se encuentra observando una estructura metálica que gira sobre su propio eje, como se muestra en la figura:



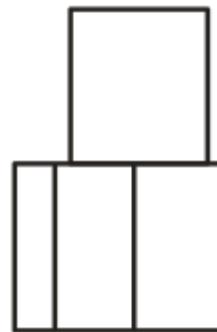
Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



Después de un giro, la figura que Elena observa es la siguiente:

La estructura hizo un giro de _____ en _____ las manecillas del reloj.

- A) 90° — sentido contrario a
- B) 90° — el sentido de
- C) 180° — el sentido de
- D) 270° — sentido contrario a



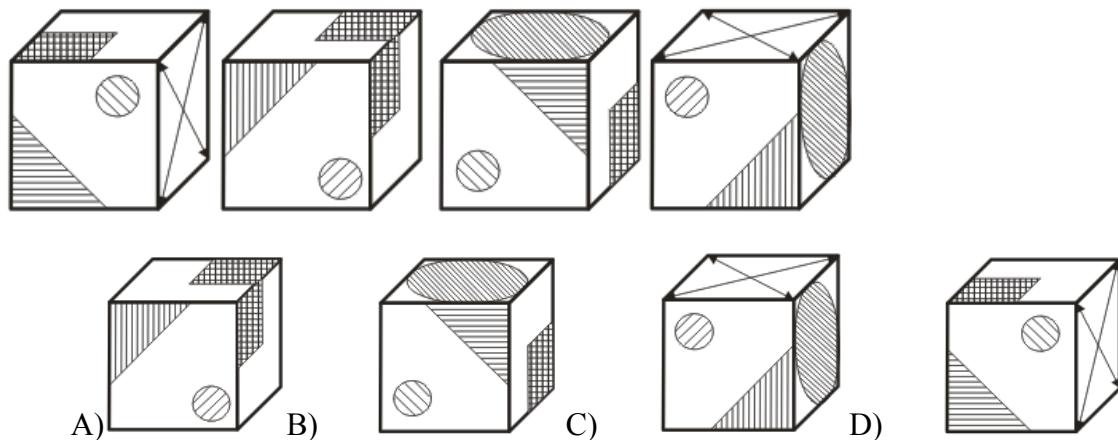
49E11. A continuación se muestra la mitad derecha de un apoyo de cuneta para herramientas:



Para completar la pieza debe soldarse a la izquierda otra pieza simétrica a ésta. ¿Qué imagen representa dicha pieza?

- A)
- B)
- C)
- D)

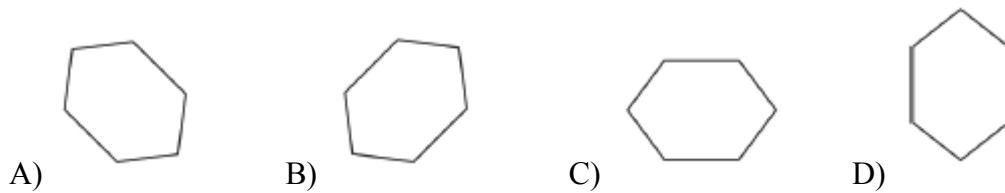
86E11. ¿Qué figura debe continuar en la siguiente sucesión?



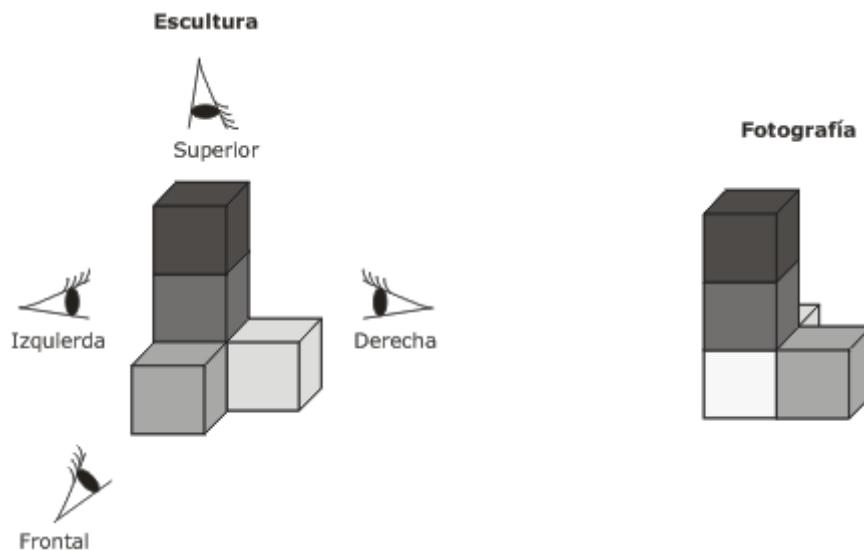
94E12. Se desea reparar la duela de un gimnasio y se colocarán varias piezas de tablas rectangulares que se cortan por las líneas punteadas, como se muestra a continuación.



Después del corte se girará 90° para su colocación. ¿Cuál es la figura resultante de una de ellas?



88E11. Un fotógrafo observa la siguiente escultura y decide tomarle una foto.



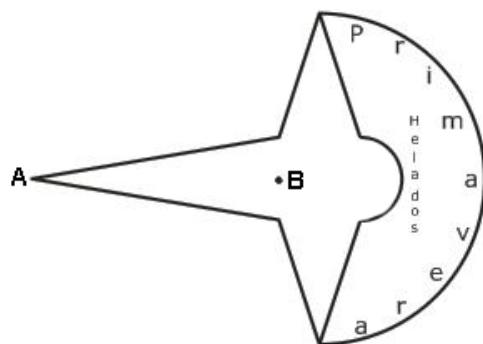
Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



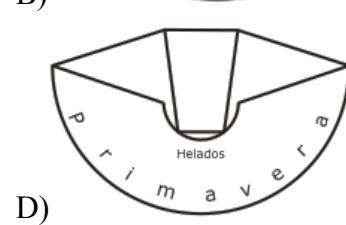
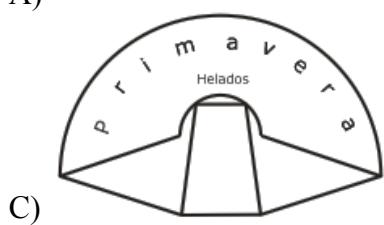
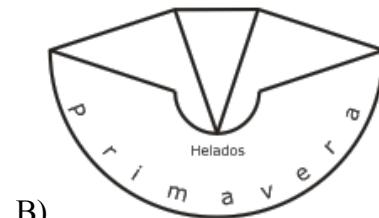
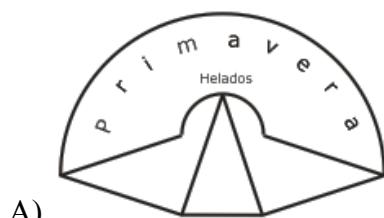
¿Desde qué perspectiva tomó la fotografía?

- A) Superior B) Frontal C) Derecha D) Izquierda

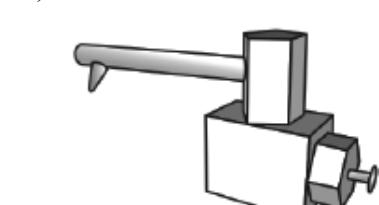
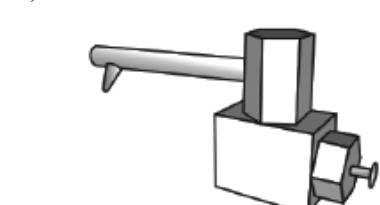
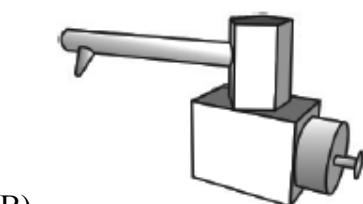
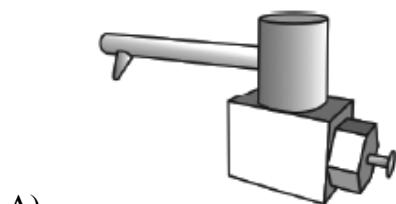
94E11. Miguel hizo un diseño para una marca de helados, como se muestra en la figura.



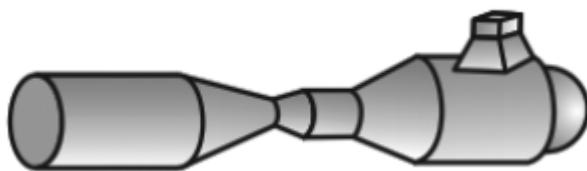
Como el diseño no le gustó, hizo algunos cambios. Primero, tomó el vértice A y lo dobló hasta el punto B; luego, dobló la parte que quedó del triángulo hasta tocar el semicírculo pequeño; rotó la figura 90° en sentido horario y, por último, ajustó el nombre de la marca. ¿Cómo quedó el diseño después de los cambios?



41E12. Una toma de agua para llenar pipas está compuesta por las siguientes formas geométricas: prismas rectangular, hexagonal y pentagonal, cilindro y cono. ¿Cuál es la toma que se describe?

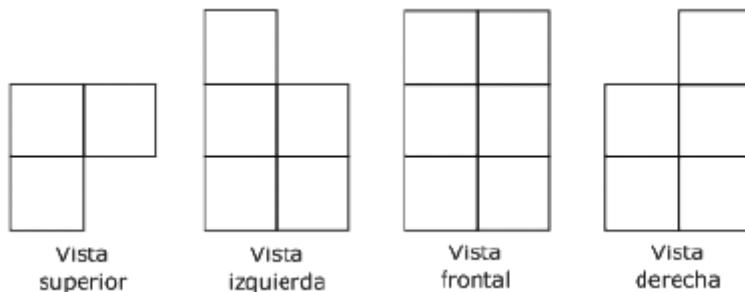


42E12. La siguiente figura representa la nave espacial Apolo. ¿Qué cuerpos geométricos se pueden distinguir en la figura? Considere que algunos pueden estar semiocultos, truncados o en distinta posición.



- A) B) C) D)

44E12. Identifique la figura a la que pertenecen las siguientes vistas.

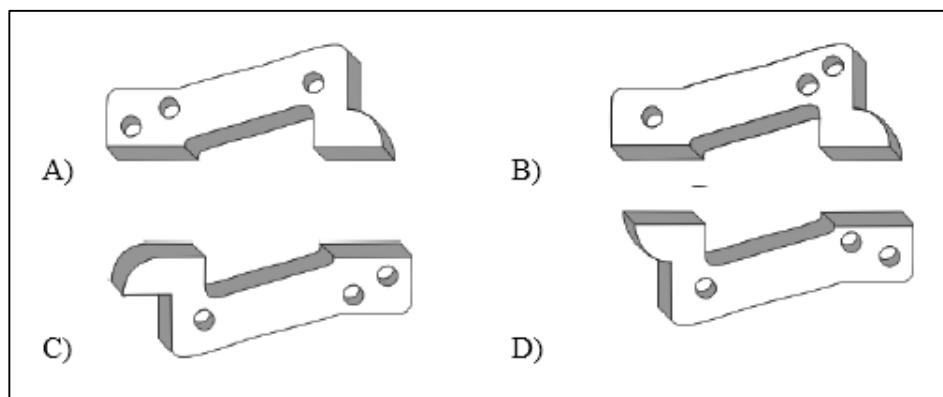


- A) B) C) D)

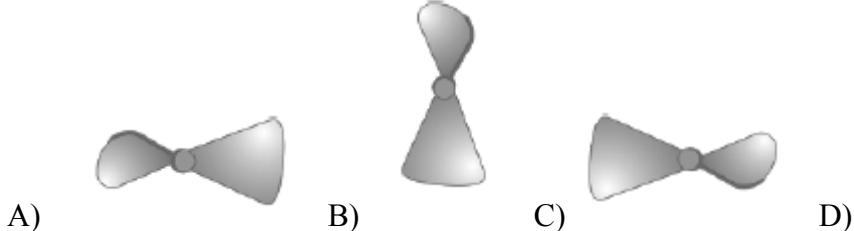
Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



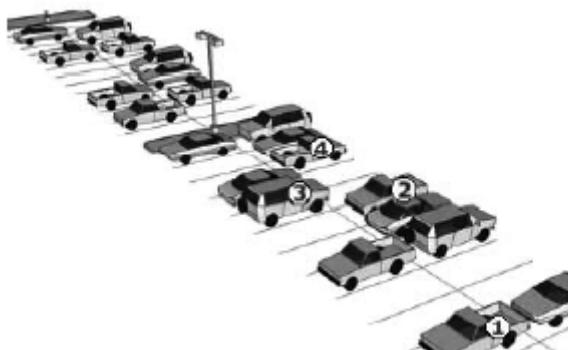
49E12. Para terminar de hacer un soporte para ejes, un herrero debe encontrar la mitad que hace falta de la pieza que se muestra en la figura. Las piezas entre las que debe buscar están dispersas sobre una tabla. ¿Cuál de las piezas completa de forma simétrica el soporte que debe ensamblar?



86E12. ¿Qué imagen sigue en la sucesión?



88E12. La siguiente es una vista del estacionamiento:



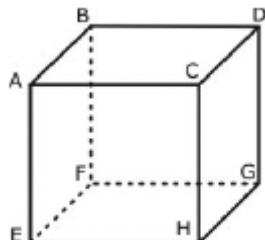
El señor José, que está junto a su carro, ve el estacionamiento de la siguiente forma:



¿Cuál es el carro del señor José?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

92E12. El siguiente sólido se corta con un plano que pasa por los vértices B, C, F y H. ¿Cuántas caras tiene uno de los sólidos resultantes?



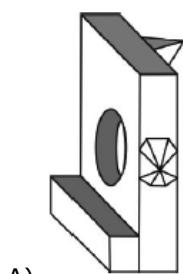
A) 3

B) 4

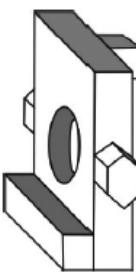
C) 5

D) 6

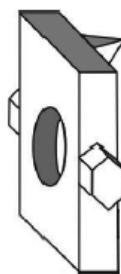
41E13. Se desea construir una pieza con forma de paralelepípedo. En el centro de este debe haber un orificio en forma de cilindro. En la parte inferior de una de sus caras debe sobresalir un prisma cuadrangular. En dos caras de la pieza principal debe haber un prisma hexagonal pegado. Por último, en la cara posterior de la pieza principal debe haber una pirámide cuadrangular. ¿Cuál de las siguientes figuras representa la pieza?



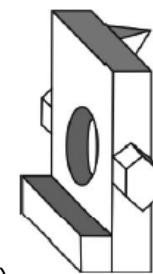
A)



B)

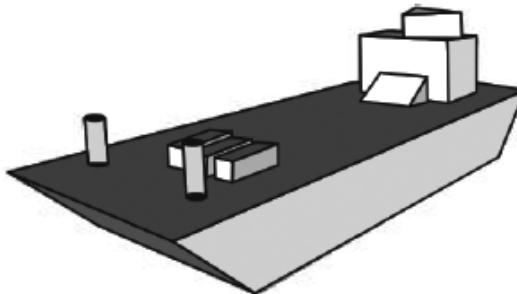


C)



D)

42E13. ¿Cuáles son las figuras que componen la representación del siguiente barco?



- 1.Cilindro
- 2.Cubo
- 3.Paralelepípedo
- 4.Prisma
- 5.Pirámide
- 6.Trapecio

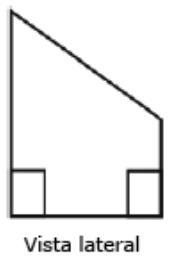
A) 1, 2, 4

B) 1, 3, 4

C) 2, 3, 5

D) 2, 5, 6

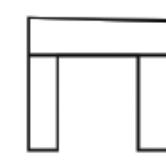
44E13. A continuación se muestran cuatro vistas de un objeto tridimensional.



Vista lateral



Vista frontal

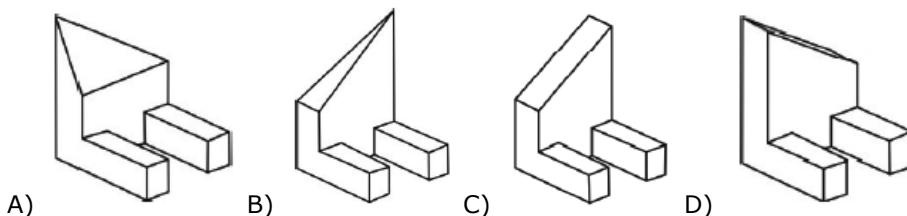


Vista superior



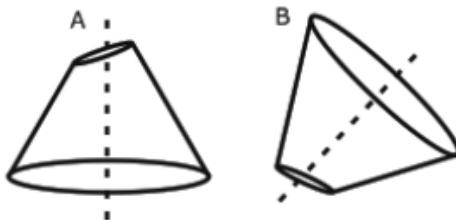
Vista posterior

¿Cuál de las siguientes imágenes representa dicho objeto?



- A) B) C) D)

46E13. Para pintar la base de su última escultura, un artista debe rotarla; la grúa que lo hace solo puede mantenerla en cierta posición por su contra peso. ¿Cuántos grados debe rotar la figura A para llegar a la posición de la figura B?

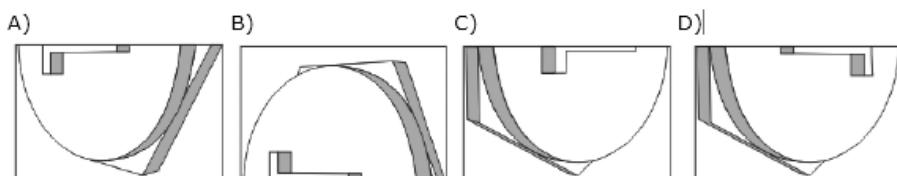


- A) 45° B) 90° C) 135° D) 180°

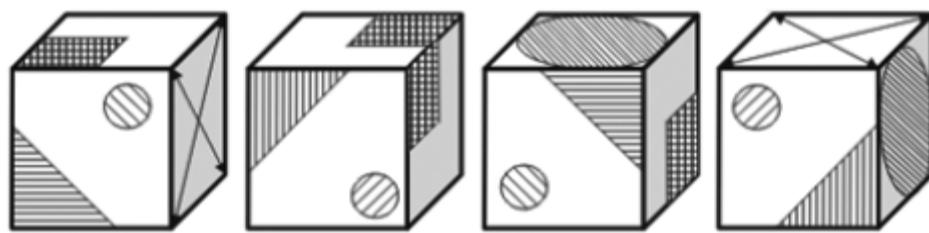
49E13. Humberto trabaja colocando publicidad. En una cadena de tiendas ya ha colocado la mitad de un emblema, tal como se muestra en la figura:



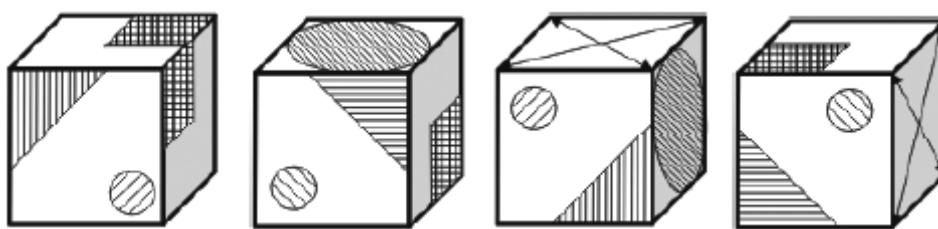
En su camioneta hay cuatro piezas, ¿cuál debe colocar para completar el emblema?



86E13. ¿Qué figura debe continuar en la siguiente sucesión?



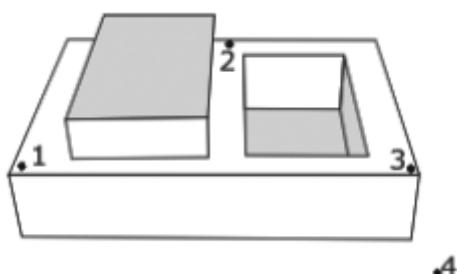
- A) B) C) D)



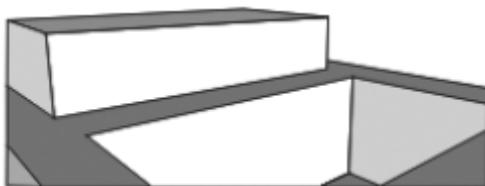
Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



88E13. En la siguiente construcción se marcan cuatro puntos:



Se tomó una fotografía desde alguno de los puntos y se obtuvo la siguiente imagen:



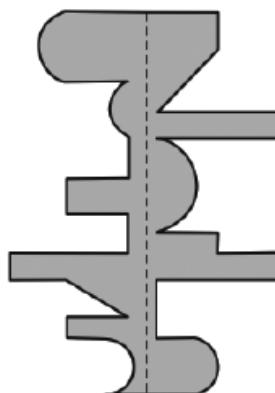
Ayuda: Escanear el siguiente código para obtener una simulación en 3D de la situación del problema



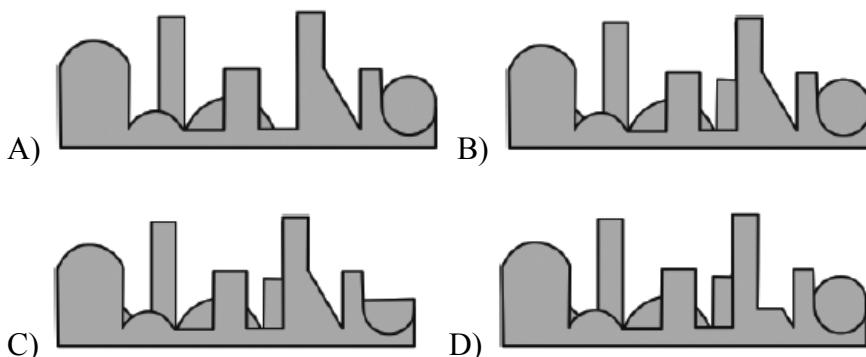
Determine el punto desde el cual se tomó la fotografía.

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

94E13. Mauricio hizo un recorte para su hijo, como lo muestra la figura:



Su hijo se sorprendió al darse cuenta que doblando el recorte por la línea que cruza toda la figura se forma una ciudad. ¿Qué ciudad es la que se forma al hacer el doblez?



Anexo A. Planteamiento y Solución a los problemas de la Prueba Enlace 2008 (Habilidad Matemática)

Problemas de la categoría: Cantidad

20. Tema: Aritmética (Fracciones equivalentes) 2

Las fracciones equivalentes se obtienen multiplicando o dividiendo el numerador y denominador por el mismo número.

$$\frac{9}{12} = \frac{(9)(3)}{12(3)} = \frac{27}{36}$$

21. Tema: Aritmética (Suma de Fracciones)

Tema Relacionado: **mínimo común denominador 2**

El mínimo común denominador es el número más pequeño que puede ser dividido por todos los denominadores de las fracciones en la operación de suma o resta.

Se divide el común denominador entre cada denominador, se multiplica el resultado por el numerador.

$$\frac{7}{12} + \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{14+6+9}{24} = \frac{29}{24}$$

Mínimo común denominador de 12, 4 y 8: 24

22. Tema: Multiplicación de fracciones

Tema Relacionado: Aritmética (Conversión de números mixtos a fracciones impropias) 3

Para convertir un número mixto en una fracción impropia, se puede representar el entero como una fracción con el denominador de la fracción dada. Luego se suman los numeradores de las fracciones:

$$3\frac{2}{7} = \frac{23}{7} \quad 3\frac{2}{7} = 3 + \frac{2}{7} = \frac{21}{7} + \frac{2}{7} = \frac{23}{7}$$

Una manera sencilla de reducir los cálculos:

$$3\frac{2}{7} = \frac{21+2}{7} = \frac{23}{7}$$

Multiplicando el denominador de la fracción por el entero y sumando el numerador de la fracción. La fracción resultante conserva el denominador.

$$\left(\frac{4}{9}\right)\left(\frac{2}{5}\right)\left(3\frac{2}{7}\right) = \left(\frac{4}{9}\right)\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{23}{7}\right) \rightarrow \frac{184}{315} \leftarrow$$

Se multiplican los numeradores y se multiplican los denominadores por separado para obtener el numerador y denominador de la fracción.

23. Tema: Álgebra (Jerarquización en signos de agrupación) 4

Se realizan las operaciones comenzando desde los signos de agrupación más internos.

$$\left[3\left\{ (2-5)^2 - 4\left(\frac{3}{2} - \frac{10}{4}\right)^3 \right\} + 3\left(\frac{7}{9}\right) \right] - \sqrt{49}$$

$$\left[3\left\{ (-3)^2 - 4\left(\frac{6-10}{4}\right)^3 \right\} + 3\left(\frac{7}{9}\right) \right] - \sqrt{49}$$

$$\left[3\{9-4(-1)^3\} + \frac{21}{9} \right] - 7$$

$$\left[3\{9-4(-1)\} + \frac{21}{9} \right] - 7$$

$$\left[3\{9+4\} + \frac{21}{9} \right] - 7$$

$$\frac{39}{1} + \frac{21}{9} - \frac{7}{1} = \frac{351+21-63}{9} = \frac{309}{9} = \frac{103}{3}$$

24. Tema: Aritmética (División de fracciones)

Tema Relacionado: Conversión de números mixtos a fracciones impropias (ver reactivo 22) 3

$$3\frac{7}{12} = \frac{45}{12}$$

Se convierten los números mixtos en fracciones impropias

$$\frac{45}{12} : \frac{8}{9} \quad \cancel{45}^{\cancel{8}} \cancel{9}^{\cancel{8}} \quad \frac{(45)(9)}{(12)(8)} = \frac{405}{96} = \frac{135}{32} = 4\frac{1}{32}$$

La división puede realizarse por productos cruzados...

$$\frac{45}{12} : \frac{8}{9} \quad \cancel{45}^{\cancel{8}} \cancel{9}^{\cancel{8}} \quad \frac{(45)(9)}{(12)(8)} = \frac{405}{96} = \frac{135}{32} = 4\frac{1}{32}$$

...o multiplicando los medios y los extremos

24. Tema: Aritmética División de fracciones

Tema Relacionado: Conversión de números mixtos a fracciones impropias (ver reactivo 22)

$$3\frac{7}{12} = \frac{45}{12}$$

Se convierten los números mixtos en fracciones impropias

$$\frac{45}{12} : \frac{8}{9} \quad \cancel{45}^{\cancel{8}} \cancel{9}^{\cancel{8}} \quad \frac{(45)(9)}{(12)(8)} = \frac{405}{96} = \frac{135}{32} = 4\frac{1}{32}$$

La división puede realizarse por productos cruzados...

$$\frac{45}{\frac{12}{9}} = \frac{(45)(9)}{(12)(8)} = \frac{405}{96} = \frac{135}{32} = 4 \frac{1}{32}$$

...o multiplicando los medios y los extremos

25. Tema: Conversión entre unidades de medición de ángulos 4

En el sistema sexagesimal, la unidad fundamental es el grado (360° es la medida de la circunferencia). Cada grado se divide en 60 minutos ($60'$) y cada minuto en 60 segundos ($60''$). 10.47° puede representarse en grados, minutos y segundos transformando la parte decimal.

$$10.47^\circ = 10^\circ + 0.47^\circ$$

$$1^\circ = 60' \quad 0.47^\circ \left(\frac{60'}{1^\circ} \right) = 28.2'$$

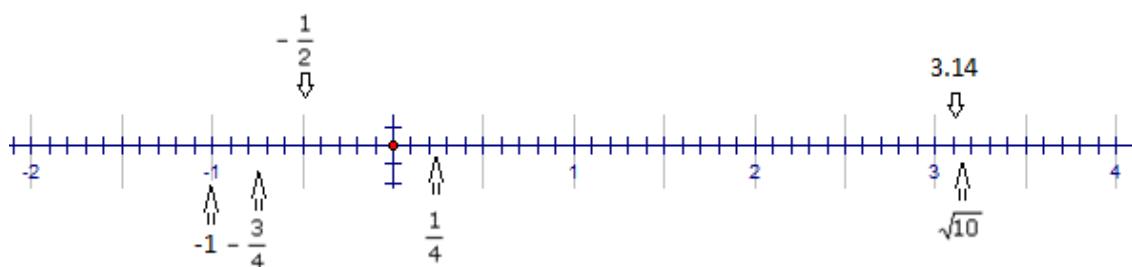
Se convierte la parte decimal ($0.2'$) a segundos

$$1' = 60'' \quad 0.2' \left(\frac{60''}{1'} \right) = 12''$$

$$\therefore 10.47^\circ = 10^\circ 28' 12''$$

26. Tema: Aritmética (Recta numérica) 2

Se localizan los puntos en la recta numérica



El número $\frac{1}{4}$ se encuentra entre $-\frac{1}{2}$ y 3.14

27. Tema: Aritmética (Recta numérica) 2

La suma aritmética de cada conjunto de números ofrece la respuesta.

$$+23-12+20-11+8 = +28$$

28. Tema: Aritmética (Recta numérica) 2

Se comparan las magnitudes de las fracciones

$$\frac{5}{5} = 1 \quad \frac{5}{6} = 0.83 \quad \frac{5}{7} = 0.71 \quad \frac{5}{8} = 0.625$$

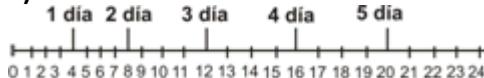
$$\frac{5}{8} < \frac{5}{7} < \frac{5}{6} < \frac{5}{5}$$

29. Tema: aritmética (Recta numérica) 3

Avanza 6, retrocede 2 ($6-2 = 4$)

Cada día avanza 4

Ver grafico del inciso b)



30. Tema: Aritmética (Conversión de Unidades) 4

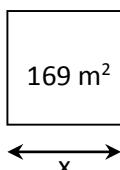
Es necesario recordar las equivalencias entre las diferentes unidades de medición

$$1 \text{ Km} = 1000 \text{ m}$$

$$1 \text{ hr} = 3600 \text{ seg}$$

$$9.09 \frac{m}{s} \left(\frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \right) \left(\frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ hr}} \right) = 32.725 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

31. Tema: Geometría (Calculo de Áreas) 3



Si x es la medida de cada lado del cuadrado, el área del cuadrado es: x^2

$$x^2 = 169 \text{ m}^2 \quad \therefore \quad x = \sqrt{169 \text{ m}^2} = 13 \text{ m}$$

El Perímetro es la suma de los lados: $4x = 4(13) = 52 \text{ m}$

32. Tema: Aritmética Geometría (Razones) 3

La expresión clave es “Producto por dinero” o “Costo por paquete” donde “por” debe interpretarse como “por cada”, lo que conduce a la operación de división.

$$\text{Producto por dinero} = \frac{\text{bolsas}}{\$}$$

$$\frac{10 \text{ bolsas}}{\$28} = 0.357 \text{ bolsas por cada peso}$$

33. Tema: Aritmética Geometría (Razones y proporciones) 4

Puede plantearse como proporcion o regla de tres. $\left(v = \frac{d}{t} \right)$

Se convierten los Km/hr a m/s:

$$50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) = 13.88 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El auto viaja a 13.88 m/s

Se calcula la proporción:

$$9 \text{ seg} \left(\frac{13.88 \text{ m}}{\text{seg}} \right) = 124.92 \text{ m}$$

Distancia recorrida en 9 seg.

34. Tema: Aritmética Geometría (Razones y proporciones) 3

De 7:30AM a 18:00PM transcurren 10.5 horas

$$95 \frac{km}{hr} (10.5hr) = 997.5km$$

Distancia recorrida en 10.5 hrs

35. Tema: Aritmética (Porcentajes) 2

100% del costo del libro + 15% de ganancia = 115%

Convertido a decimales, 115% es 1.15 (donde 1 es 100%)

 $\$357(1.15) = \410.55 es el costo del libro con la ganancia**36. Tema: Aritmética (Porcentajes) 2**

15% convertido en decimal es 0.15 (15/100)

$$\$850(0.15) = \$127.5$$
 es la rebaja

$$\$850 - \$127.5 = \$722.5$$
 es el costo de la despensa con la rebaja

$$\$1000 - \$722.5 = \$277.5$$
 es el cambio recibido

37. Tema: Aritmética (Formulas) 4Sustituyendo L=70 pies en la formula $v = \sqrt{20L}$

$$v = \sqrt{20(70)} = \sqrt{1400}$$

Para comparar el resultado con alguno de las posibles respuestas, se reduce el radical empleando factores primos.

$$v = \sqrt{(2)^3(5)^2(7)} = \sqrt{(2)(2)^2(5)^2(7)} = (2)(5)\sqrt{(2)(7)} = 10\sqrt{14}$$

Factores primos de 1400:

1400	2
700	2
350	2
175	5
35	5
7	7
1	

Debe analizarse el diseño del problema porque la longitud está dada en pies y la velocidad en mi/hr. Sin embargo el procedimiento expuesto es el único que justifica la respuesta considerada correcta.

38. Tema: Aritmética (Porcentajes) 2

\$500

\$350

Costo de la ropa

\$200

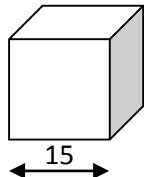
\$1050

$$\$1050(0.25) = \$262.50$$

es el descuento obtenido

$$\$1050 - \$262.50 = \$787.50 \text{ es el costo con descuento (ver inciso b)}$$

39. Tema: Geometría (Calculo de volúmenes) 3



15 cajas de 9 galletas = 135 galletas. Como el 5 y el 1 (largo y espesor de cada galleta) son submúltiplos de 15, las galletas caben en número exacto en la caja
 $V_{caja} = (15)(15)(15) = 3375 \text{ cm}^3$
 $V_{galleta} = (5)(5)(1) = 25 \text{ cm}^3$

$$\frac{V_{caja}}{V_{galleta}} = N^{\circ} \text{ galletas}$$

$$\frac{3375}{25} = 135$$

40. Tema: Aritmética Geometría (Razones y proporciones) 2

84 pinzones: E1

$$84 \text{ pinzones E1} \left(\frac{4 \text{ pinzones } E_2}{7 \text{ pinzones } E_1} \right) = 48 \text{ pinzones } E_2$$

$$48 \text{ pinzones E2} \left(\frac{5 \text{ pinzones } E_3}{2 \text{ pinzones } E_2} \right) = 120 \text{ pinzones } E_3$$

$$120 \text{ pinzones E3} \left(\frac{8 \text{ pinzones } E_4}{60 \text{ pinzones } E_3} \right) = 16 \text{ pinzones } E_4$$

41. Tema: Aritmética Geometría (Razones y proporciones) 2

$$2.50 \text{ kg} \left(\frac{\$8}{\text{kg}} \right) = \$20$$

$$0.25 \text{ kg} \left(\frac{\$3}{\text{kg}} \right) = \$0.75$$

Costo de cada producto

$$1.25 \text{ kg} \left(\frac{\$35}{\text{kg}} \right) = \$43.75$$

Costo total

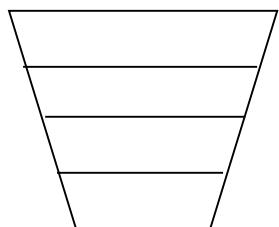
$$= \$64.50$$

$$\$100 - \$64.50 = \$35.50$$

Cambio

42. Geometría (Calculo de Volúmenes) 3

En un principio se tienen 200 lts. Cada $\frac{1}{4}$ parte hacia arriba tiene 1.5 veces la anterior. Observar los cálculos de abajo hacia arriba.



$$\begin{aligned} \frac{1}{4} &= 450 + 225 = 675 \text{ lt} (+ 50\%) \\ \frac{3}{4} &= 300 + 150 = 450 \text{ lt} (+ 50\%) \\ \frac{2}{4} &= 200 + 100 = 300 \text{ lt} (+ 50\%) \\ \frac{1}{4} &= 200 \text{ lt} \end{aligned}$$

43. Aritmética Geometría (Razones y proporciones) 4

El planteamiento se facilita si se considera el tiempo que tarda cada grifo en llenar la alberca por separado.

$$\begin{array}{ll} \text{grifo1: } \frac{1}{4} \frac{\text{albercas}}{\text{horas}} & \frac{1}{4} \frac{\text{albercas}}{\text{hora}} \\ \text{grifo2: } \frac{1}{6} \frac{\text{albercas}}{\text{horas}} & \frac{1}{6} \frac{\text{albercas}}{\text{hora}} \\ \text{grifo3: } \frac{1}{12} \frac{\text{albercas}}{\text{horas}} & \frac{1}{12} \frac{\text{albercas}}{\text{hora}} \end{array}$$

Tiempo que tardan todos los grifos:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3+2+1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \frac{\text{albercas}}{\text{horas}}$$

Media alberca en 1 hora \therefore 1 alberca en 2 horas

44. Aritmética Geometría (Razones y proporciones) 4

Cada hora entra $\frac{1}{8}$ y sale la tercera parte $\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{24}$

Entrada-Salida

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{24} = \frac{3-1}{24} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

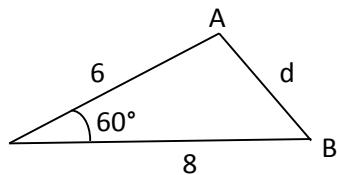
En una hora se llena $\frac{1}{12}$ de la capacidad

En 6 horas:

$$\frac{1}{12} \frac{\text{capacidad}}{\text{hora}} (6 \text{ hr}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \frac{\text{capacidad}}{\text{hora}}$$



Ver figura b tanque a la mitad

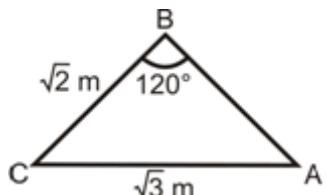
Problemas de la categoría: Matemáticas Básicas (1^a Parte)**45. Tema: Geometría (Triángulos Oblicuángulos) 4**

Ley de cosenos:

$$d^2 = (6)^2 + (8)^2 - 2(6)(8)\cos 60^\circ$$

$$d^2 = 36 + 64 - 96(0.5) = 52$$

$$d = \sqrt{52}$$

46. Tema: Geometría (Triángulos Oblicuángulos) 4

Aplicando la Ley de senos:

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A}$$

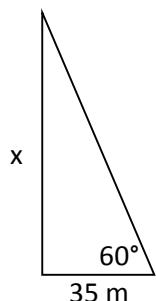
$$\frac{\sqrt{3}}{\sin 120^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\sin A} \quad \boxed{\text{se multiplican cruzados}}$$

$$\sqrt{3} \sin A = \sqrt{2} \sin 120^\circ$$

$$\therefore \sin A = \frac{\sqrt{2} \sin 120^\circ}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad A = \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ$$

47. Tema: Triángulos Rectángulos 4

Como se tiene un triángulo rectángulo, el problema se resuelve aplicando funciones trigonométricas.



$$x = \text{altura}$$

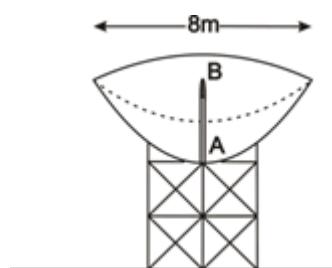
$$\operatorname{Tg} 60^\circ = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

$$\operatorname{Tg} 60^\circ = \frac{x}{35} \therefore x = 35 \operatorname{Tg} 60^\circ$$

$$x = 35\sqrt{3}$$

48. Tema: Geometría Analítica (La Parábola) 4

Como la figura no está situada en un sistema de referencia como el plano de coordenadas, y además todos los distractores se refieren a la forma $y^2=4px$, debemos descartar la idea que se trata de una parábola que abre hacia arriba, es decir, de la forma $x^2=4py$.



La medida indicada en la figura es el lado recto de la parábola.

$$\text{LR}=8=4p \therefore p = \frac{8}{4} = 2 \text{ m}$$

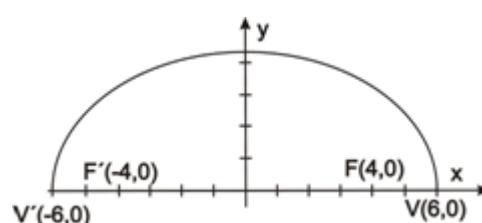
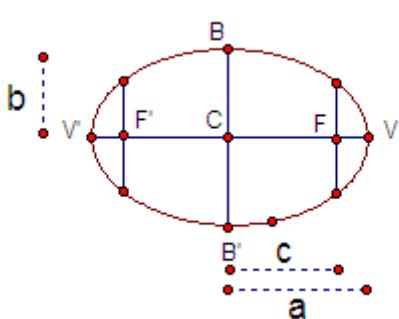
$$\text{Ecuación de la parábola: } y^2=8x$$

Este reactivó se corrigió en su planteamiento original. Se deja la explicación previendo situaciones similares en posteriores aplicaciones.

Respuesta: $x^2=8y$

49. Tema: Geometría Analítica (La Elipse) 4

La ecuación de una elipse horizontal es: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ donde **a** es la mitad del eje mayor (que es la parte más larga), **b** es la mitad del eje menor (lo más angosta desde el centro) y **c** es la mitad de la distancia focal (del centro al foco)



$$\text{En una elipse se cumple que } a^2 = b^2 + c^2$$

$$\text{En la figura del problema se da } c = 4 \text{ y } a = 6$$

$$\therefore b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{36 - 10} = \sqrt{20}$$

Por lo tanto la ecuación de la elipse es:

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$

Quitando denominador e igualando a cero:

$$\frac{720x^2}{36} + \frac{720y^2}{20} = 720 \quad \text{Se multiplica para convertirla a su forma general } (36)(20) = 720$$

Problemas de la categoría: Cambios y Relaciones

64. Tema: Algebra (Lenguaje algebraico) 1

Paso a paso la expresión se construye:

El cociente: $\frac{?}{?}$

De la suma de dos números $\frac{c+d}{?}$

Al cuadrado $\frac{(c+d)^2}{?}$

Entre la diferencia de dichos números $\frac{(c+d)^2}{c-d}$

65. Tema: Triángulos Rectángulos 2

$$9x + 7y = 4$$

$$4(9x + 7y = 4)$$

$$36x + 28y = 16$$

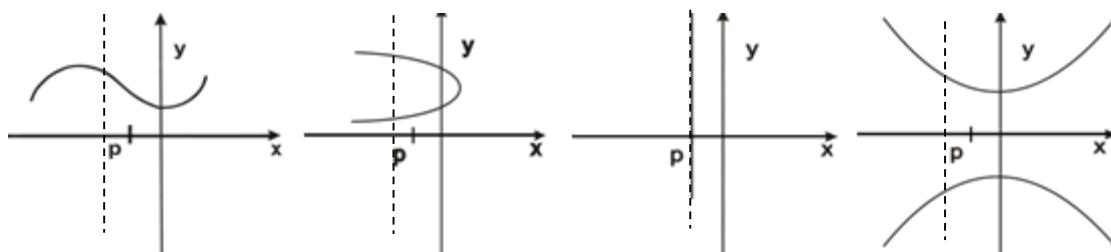
Para obtener una ecuación equivalente se multiplica o divide toda la ecuación por un número determinado

66. Tema: Calculo (Funciones) 4

Gráficamente se puede deducir si una curva es función o no de la siguiente manera:

Se traza una línea vertical imaginaria a lo largo del eje x. Si cruza siempre a la curva en un solo punto, es una función. Si la cruza en más de un punto, no lo es.

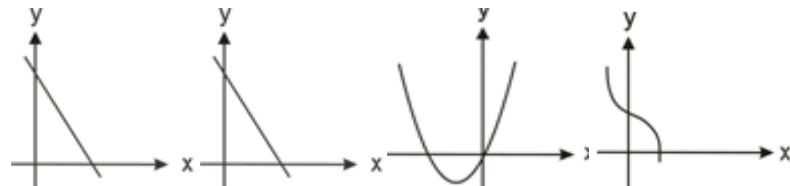
EXPLICACION: Una función es una relación de correspondencia entre 2 conjuntos en la que a cada elemento de un conjunto le corresponde un solo elemento del 2º (relación 1 a 1)



67. Tema: Calculo (Funciones) 4

Evidentemente es una función cuadrática. Como sus elementos son factores, puede deducirse las raíces (interceptos con el eje x) igualando cada factor con cero y despejando x.

Las raíces de la función $f(x) = x(2x + 3)$ son $x=0$ y $x=-\frac{3}{2}$ por lo que la grafica del inciso c) es la respuesta correcta.



68. Tema: Calculo (Funciones) 4

A partir de la función $f(x) = \frac{4}{x+1} + 3x$ se calcula $f(3)$, $f(0)$ y $f(1)$

$$f(3) = \frac{4}{3+1} + 3(3) = \frac{4}{4} + 9 = 1 + 9 = 10$$

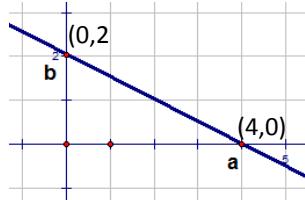
$$f(1) = \frac{4}{1+1} + 3(1) = \frac{4}{2} + 3 = 2 + 3 = 5$$

$$f(0) = \frac{4}{0+1} + 3(0) = \frac{4}{1} + 0 = 4$$

$$\frac{f(3)}{f(1)} - f(0) = \frac{10}{5} - 4 = 2 - 4 = -2$$

69. Tema: Geometría Analítica (La Recta) 4

La ordenada al origen es la distancia de el origen a el punto de intersección de la recta con el eje y. $b=2$. La pendiente puede obtenerse calculando la razón de la vertical y la horizontal formada entre los dos puntos $m = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

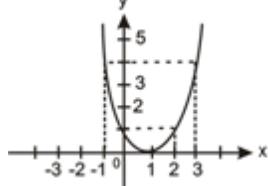


70. Tema: Calculo (Funciones)/Geometría Analítica (La Parábola) 4

$y = x^2 - 2x + 1$ Corresponde a la ecuación de una parábola.

Se puede dar algún valor a x y determinar el correspondiente de y

Por ejemplo: Si $x = 0$, $y = 1$ entonces la curva pasa por $(0, 1)$. Ver inciso c)



Si más de una curva cumple la condición, se puede ir descartando las opciones suponiendo otros valores.

71. Tema: **Algebra (sistema de ecuaciones lineales) 2:** Puede aplicarse cualquiera de los métodos conocidos: Reducción, igualación, sustitución o determinantes, pero es más práctico sustituir cada par de valores de cada distractor en las ecuaciones. Solo una opción satisface ambas ecuaciones:

$$\begin{aligned}x=0, y=5 \quad \text{porque:} \\(10)+(5)=15 \\3(10)-2(5)=20\end{aligned}$$

72. Tema: **Probabilidad y Estadística (Medidas de tendencia central) 2**

Del grafico se obtienen los valores

40, 30, 100, 60, 90, 90, 80

$$\text{Promedio} = \frac{40 + 30 + 100 + 60 + 90 + 90 + 80}{7} = \frac{490}{7} = 70$$

73. Tema: **Geometría (Razones y Proporciones) 3**

Aplicando la regla de tres o una razón de conversión:

270 m para 18 participantes

$$4 \text{ participantes cerámica} \left(\frac{270m}{18 \text{ part}} \right) = 60m$$

74. Tema: **Geometría Analítica (La Recta) 4**

En la grafica el valor de 12 (entre 10 y 15) se corresponde con un valor entre 60 y 50.

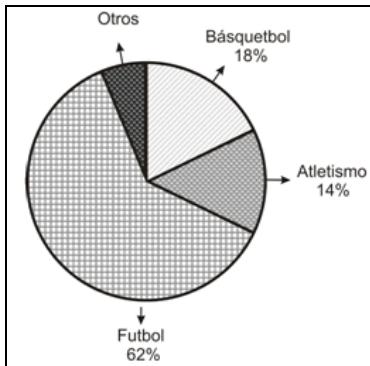
Respuesta: 68

75. Tema: **Calculo (Funciones)/Probabilidad y Estadística (Gráficos de tiempo) 4**

La respuesta es de apreciación: 375 (estimar el comportamiento de la curva de acuerdo con la tendencia que muestra).

76. Tema: **Probabilidad y Estadística (Gráficos circulares) 3**

1400 alumnos encuestados=100%



$100\% - (62\%-18\%-14\%) = 6\%$ que prefieren otros tipos de deportes

$$6\% \left(\frac{1400 \text{ alum}}{100\%} \right) = 84 \text{ alumnos}$$

77. Tema: Probabilidad y Estadística (Probabilidad) 2

Puntaje mayor que 4 hay dos: 5 y 6

Probabilidad de 2 números entre 6 en total: $\frac{2}{6}$

78. Tema: Probabilidad y Estadística (Probabilidad) 4

El espacio muestral es de 36 eventos:

$$(1,1)(1,2)(1,3)(1,4)(1,5)(1,6)$$

$$(2,1)(2,2)(2,3)(2,4)(2,5)(2,6)$$

$$(3,1)(3,2)(3,3)(3,4)(3,5)(3,6)$$

$$(4,1)(4,2)(4,3)(4,4)(4,5)(4,6)$$

$$(5,1)(5,2)(5,3)(5,4)(5,5)(5,6)$$

$$(6,1)(6,2)(6,3)(6,4)(6,5)(6,6)$$

Combinaciones para 6:

$$(1,5)(2,4)(3,3)(4,2)(5,1)$$

Combinaciones para 7:

$$(1,6)(2,5)(3,4)(4,3)(5,2)(6,1)$$

11 en total

$$\text{Probabilidad} = \mathbf{11/36}$$

79. Tema: Probabilidad y Estadística (Probabilidad) 4

Se aplica la regla de la multiplicación:

30 hombres + 20 mujeres = 50 en total

25 hombres y 18 mujeres entregaron

$$P(\text{Mujer}) = 20/50 = 2/5$$

$$P(\text{Mujer que entregó}) = 18/20 = 9/10$$

$$P(\text{Mujer ... y entregó}) = (2/5)(9/10) = 18/50 = 9/25$$

80. Tema: Geometría y Trigonometría (Polígonos) 4**n** 4 6 8 10 12 14**D** 2 9 20 35 54 77

Generalizando la relación entre el número de lados y el número de diagonales se obtiene

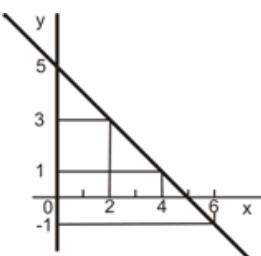
$$D = \frac{n(n - 3)}{2}$$

En un polígono de n lados pueden trazarse $n-3$ diagonales, es decir hacia cualquier vértice con excepción de los dos consecutivos y el vértice de referencia por lo que el número total de diagonales es $n(n-3)$, pero como cada diagonal se cuenta dos veces de esta manera, se divide por 2

Para $n = 18$, $D = 18(15)/2 = 135$

81. Tema: Geometría Analítica (La Recta) 4

Suponiendo algún valor para x , $x=0$, se obtiene en una de las ecuaciones $y=-0+5=5$. La recta pasa por el punto $(0,5)$.



Otra alternativa es deducir la ecuación de la recta en su forma pendiente-ordenada. Como pasa por el punto $(0,5)$, $b=5$. Calculando la pendiente por simple inspección: $m=-a/b=-5/5=-1$

La ecuación buscada es $y=-x+5$

82. Tema: Algebra (Ecuaciones de segundo grado) 3

Traduciendo al lenguaje algebraico:

$$x(x - 8) = 48$$

$$x^2 - 8x - 48 = 0$$

La ecuación de segundo grado puede resolverse por factorización o con la formula general.

$$x^2 - 8x - 48 = 0$$

$$(x - 12)(x + 4) = 0$$

Soluciones $x=12$ y $x=-4$ El valor que satisface las condiciones del problema es $x=12$

$$(12)(4)=48$$

Se buscan dos números que multiplicados resulten 48 y sumados algebraicamente resulten -8

83. Tema: Algebra (Sistema de Ecuaciones lineales) 3

Traducido al lenguaje algebraico, se deducen 2 ecuaciones con dos incógnitas:

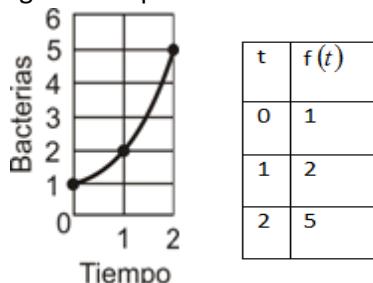
$$m + e = 45$$

$$m - 2e = 21$$

Los valores que satisfacen ambos: $m=37$ y $e=8$

84. Tema: Geometría Analítica (La Parábola)/Calculo (Funciones) 4

Del grafico se pueden deducir los valores de la tabla



La única expresión que satisface los valores es: $f(t) = 1 + t^2$

85. Tema: Geometría Analítica (La Parábola)/Calculo (Funciones) 3

t	4	6	8	10	12
v	2	9	20	35	54

Sustituyendo los valores de t en las diferentes expresiones, puede determinarse que satisface

a $f(t) = \frac{t(t - 3)}{2}$

86. Tema: Algebra (Lenguaje Algebraico)/Calculo (Funciones) 4

Es más sencillo construir y analizar la tabla que relaciona a ambos valores:

Puntuación Obtenida	Calificación otorgada
1	1
2	1
3	2
4	3
5	5
6	8

La calificación otorgada al alumno parte de uno en cuanto obtiene uno de puntuación, y por cada punto adicional que obtenga, la calificación otorgada será igual a la suma de las dos calificaciones otorgadas anteriores.

87. Tema: Algebra (Sistema de Ecuaciones lineales) 4

El costo se iguala para $n = 9$ (\$2700)

Sustituir $n = 9$ en las expresiones para que ambos miembros de la ecuación resulten 2700.

Opción C.

88. Tema: Algebra (Sistema de Ecuaciones lineales) 3

Si $x = \text{numero de aciertos}$ e $y = \text{numero de errores}$

Traduciendo al lenguaje algebraico

$$x + y = 40$$

$$x - 2y = 7$$

Para sacar 7, tuvo 29 aciertos y 11 errores

Problemas de la categoría: Matemáticas Básicas (2^a Parte)

89. Tema: Geometría y Trigonometría (Triángulo Oblicuángulos) 4

Se conocen dos lados de un triángulo oblicuángulo y el ángulo que conforman, por lo que se resuelve aplicando la Ley de Cosenos

$$x^2 = (9)^2 + (9)^2 - 2(9)(9) \cos 45^\circ$$

$$x^2 = 16 + 81 - 72\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$x=6.78$$

90. Tema: Geometría Analítica (La Circunferencia) 4

La ecuación de una circunferencia con centro fuera del origen es: $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$, donde el centro tiene coordenadas: C (h,k) y el radio es la distancia entre el centro y el punto dado.

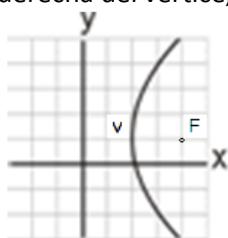
$$r = d_{CP} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-2)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

Sustituyendo C(2,-1) y r=5

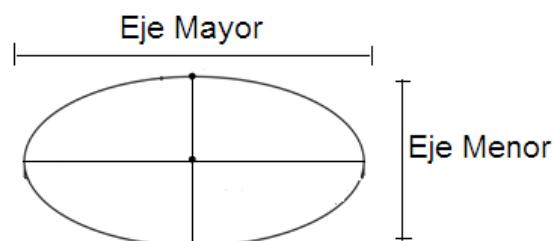
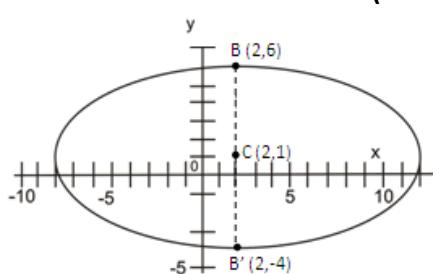
$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$$

91. Tema: Geometría Analítica (La Parábola) 4

El foco se encuentra del lado hacia donde abre la parábola, el vértice es un punto de la parábola, como ambos se encuentran sobre un eje simétrico horizontal y el foco está a la derecha del vértice, la parábola abre hacia la derecha.

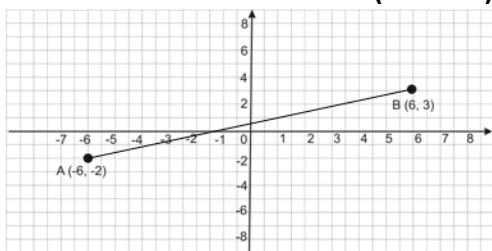


92. Tema: Geometría Analítica (La Elipse) 4



El eje menor es la parte más angosta de la elipse con respecto al centro, las coordenadas de los puntos tienen el mismo valor de la abscisa por lo que forman un segmento vertical dos unidades a la derecha del origen.

93. Tema: Geometría Analítica (La Recta) 4



La distancia entre dos puntos se calcula con la fórmula:

$$d_{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

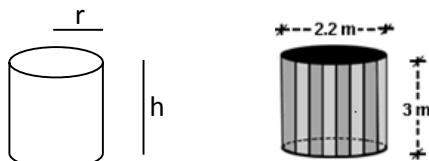
c

Una alternativa de solución es trazar un segmento vertical por B y u segmento horizontal por A para formar un triángulo rectángulo. La distancia entre los puntos es la hipotenusa del triángulo.

Problemas de la categoría: Espacio y Forma

111. Tema: Geometría y Trigonometría (Volumen) 3

El volumen de un cilindro es: $V = \pi r^2 h$

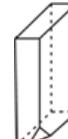


De los datos del problema se deduce: $\text{radio} = \frac{\text{diametro}}{2} = \frac{2.2\text{ m}}{2} = 1.1\text{ m}$

Volumen del tinaco: $V = \pi r^2 h = \pi (1.1)^2 (3) = 11.40\text{ m}^3$

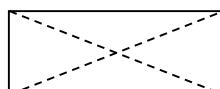
112. Tema: Habilidad Matemática 4

Observar el sentido de los giros consecutivos de la figura. Figura a)



113. Tema: Geometría y Trigonometría (Polígonos) 2

La figura resultante es un rectángulo, en el cual pueden trazarse 2 diagonales.



114. Tema: **Habilidad Matemática 2**



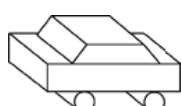
Figura 1



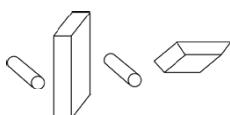
Figura 2

6 Caras del cubo + 3 caras en cada uno de los 3 cortes=15

115. Tema: **Habilidad Matemática 4**

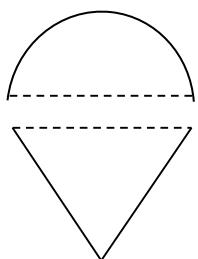
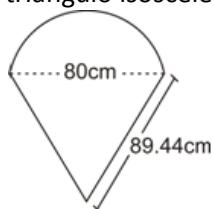


Se forma con las piezas:



116. Tema: **Geometría y Trigonometría (Áreas y Perímetros) 3**

Descomponiendo en figuras geométricas básicas se obtiene una semicircunferencia y un triángulo isósceles.



Mitad de la circunferencia de un círculo:

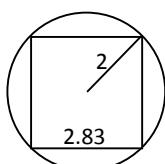
$$\frac{C}{2} = \frac{2\pi r}{2} = \pi r = \pi(40) = 125.66 \text{ m}$$

Suma de 2 lados del triángulo:

$$2(89.44) = 178.88 \text{ m}$$

Longitud de la manguera: $125.66 \text{ m} + 178.88 \text{ m} = 304.48 \text{ m}$

117. Tema: **Geometría y Trigonometría (Áreas y Perímetros) 3**



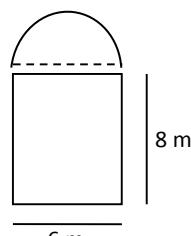
$$\text{Área del círculo} = \pi r^2 = \pi(2)^2 = 12.56 \text{ m}^2$$

$$\text{Área del cuadrado} = l^2 = (2.83)^2 = 8 \text{ m}^2$$

$$\text{Área eliminada} = 12.56 \text{ m}^2 - 8 \text{ m}^2 = 4.56 \text{ m}^2$$

118. Tema: **Geometría y Trigonometría (Áreas, Perímetros y Volumen) 3**

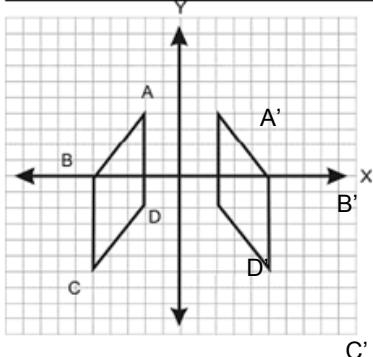
La cara lateral del alhajero se puede descomponer en un semicírculo y un rectángulo.



$$\text{Área de rectángulo} = (8 \text{ cm})(6 \text{ cm}) = 48 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área medio círculo} = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi(3)^2 = 14.137 \text{ cm}^2$$

119. Tema: Geometría Analítica (Sistemas Coordenados) 2

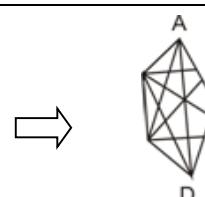


Los puntos simétricos se encuentran a la misma distancia pero del lado opuesto del eje de simetría.

$$A'(2,4) \text{ y } B'(5,0)$$

120. Tema: Habilidad Matemáticas 3

Si se girara el hexágono 90° en el sentido de las manecillas del reloj y se hace un doblez en las diagonales AC y BD se obtiene esta figura:



121. Tema: Habilidad Matemáticas 3

La figura complementaria es la del inciso a)
Evidentemente se considera su posición relativa



122. Tema: Habilidad Matemática 3

Desde el punto 4.

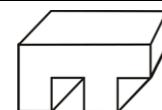
123. Tema: Habilidad Matemática 3

Con la plantilla puede formarse la siguiente figura:



124. Tema: Habilidad Matemática 3

Las vistas, frontal, inferior y lateral dadas corresponden a la figura siguiente:



125. Tema: Geometría Analítica (Sistemas coordenados) 4

Considerando que hacia la derecha, adelante y arriba se localizan las coordenadas positivas de x , y , z , respectivamente, se suma o resta a las coordenadas dadas los movimientos del mosquito: $(7,5,4)$

Si vuela 2 unidades a la izquierda, 4 hacia delante y 6 hacia arriba
 $(7-2, 5+4, 4+6)$

Respuesta: B) $(5, 9, 10)$

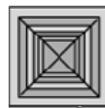
126. Tema: **Habilidad Matemática 3**

Puede formarse la figura del inciso a)



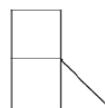
127. Tema: **Habilidad Matemática 3**

La vista superior es la del inciso b)



128. Tema: **Habilidad Matemática 3**

Después del movimiento se observará la figura del inciso b)



129. Tema: **Habilidad Matemática 3**

Después de los dos desplazamientos tendrá la siguiente vista:



130. Tema: **Habilidad Matemática 4**

La imagen reflejada es d)

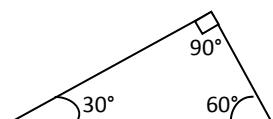


Problemas de la categoría: Matemáticas Básicas (3^a Parte)

131. Tema: **Geometría y Trigonometría (Funciones Trigonométricas) 4**

Al preguntarse por una función trigonométrica calculada desde un triángulo, evidentemente que éste debe ser rectángulo. Por lo tanto la medida de los 2 ángulos no dados son 90° y 30°.

La medida del ángulo A es de 30° por lo que se pide el valor de Sen 30°



$$\operatorname{Sen} 30^\circ = \frac{1}{2}$$

(Ver el apartado: *Trucos para no usar calculadora*)

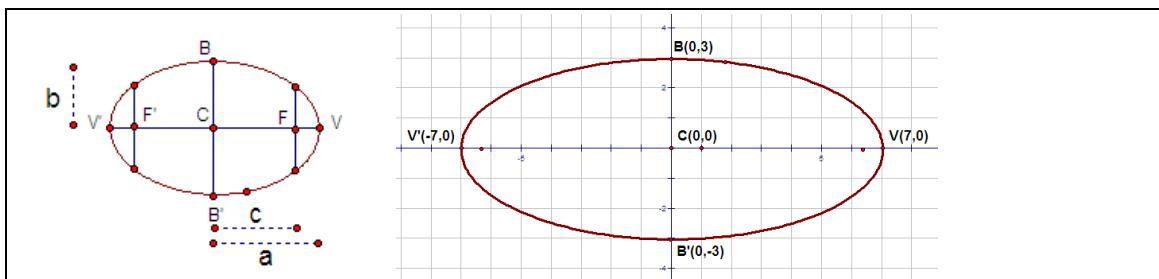
132. Tema: **Geometría Analítica (La Elipse) 4**

La ecuación dada $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$, es de la forma $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ que corresponde a la elipse horizontal

con vértice en el origen, donde **a** es la mitad del eje mayor (desde el centro al vértice), **b** es la mitad del eje menor.

De lo anterior se deduce que $a^2 = 49 \therefore a = 7$
 $b^2 = 9 \therefore b = 3$

Como los vértices se encuentran a los lados (derecha e izquierda), sus coordenadas son V(7,0) y V'(-7,0)


133. Tema:Geometría Analítica (La Recta) 4

Cuando se conoce la ecuación de una recta en su forma general $Ax + By + C = 0$, puede calcularse directamente con los valores de los coeficientes A, B y C, la pendiente y las coordenadas de los interceptos. En el caso de la pendiente con la formula: $m = -\frac{A}{B}$

Para la recta de ecuación $2x - 3y + 3 = 0$, la pendiente es $m = -\left(\frac{2}{-3}\right) = \frac{2}{3}$

Como las pendientes de dos rectas perpendiculares son reciprocas y de signo contrario, la

pendiente de una recta perpendicular a la del problema será $m_2 = -\left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}\right) = -\frac{3}{2}$

134. Tema:Geometría Analítica (La Recta) 4

Como se conoce la pendiente de la recta y un punto, se emplea para determinar su ecuación, la forma punto-pendiente: $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y + 2 = -3(x - 1)$$

135. Tema:Geometría Analítica (La Circunferencia) 4

La ecuación de la circunferencia es de la forma $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

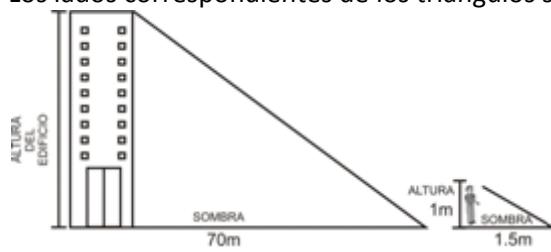
Donde h y k son las coordenadas del centro y r la longitud del radio.

La ecuación de la circunferencia con centro en $C(3, -2)$ y radio $r = 4$

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 16$$

136. Tema:Geometría y Trigonometría (Triángulos Semejantes) 2

Los lados correspondientes de los triángulos semejantes son proporcionales.

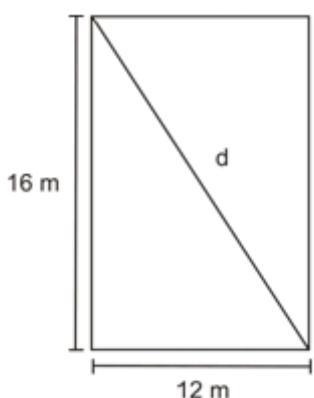


$$\frac{\text{Altura del edificio}}{\text{Altura del hijo}} = \frac{\text{Sombra del Edificio}}{\text{Sombra del hijo}}$$

$$\frac{x}{1m} = \frac{70m}{1.5m}$$

$$(1.5m)(x) = (70m)(1m) \therefore x = \frac{(70m)(1m)}{(1.5m)} = 46.6m$$

137. Tema: Geometría y Trigonometría (Triángulos Rectángulos) 3



Los lados del terreno y la diagonal forman dos triángulos rectángulos cuya hipotenusa es la diagonal d .

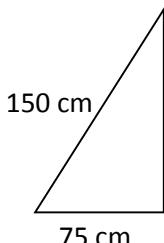
Aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$d^2 = (16)^2 + (12)^2$$

$$d = \sqrt{(16)^2 + (12)^2}$$

$$d = \sqrt{256 + 144} = \sqrt{400} = 20 \text{ m}$$

138. Tema: Geometría y Trigonometría (Funciones Trigonométricas) 4



Como se pide el ángulo de un triángulo rectángulo de hipotenusa y cateto adyacente conocidos, se emplea la función Coseno:

$$\cos A = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{75 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} = 0.5$$

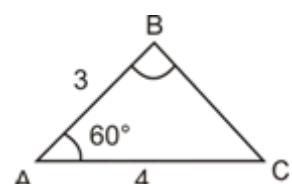
$$A = \arccos 0.5 = 60^\circ$$

(Ver el apartado: Trucos para no utilizar la calculadora)

139. Tema: Geometría y Trigonometría (Funciones Trigonométricas) 4

La gráfica corresponde a la función coseno (no pasa por el origen). Se observa que la amplitud de la misma (distancia en metros a la que se encuentra el punto medio del brazo) es de 10 m, por lo que la gráfica es de la función $f(t)=10 \cos t$

140. Tema: Geometría y Trigonometría (Triángulos Oblicuángulos) 4



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = (4)^2 + (3)^2 - 2(4)(3)\cos 60^\circ = 16 + 9 - 24(0.5) = 16 + 9 - 12 = 13$$

$$a = \sqrt{13}$$



Glosario

ENLACE: Siglas del programa de Evaluación del Logro Académico en Centros Escolares.

Nivel de dominio: Categoría en que se expresan las habilidades y destrezas mostradas por los alumnos en la resolución de la prueba enlace. Las áreas de Habilidad Lectora y Habilidad Matemática se categorizan en cuatro niveles de dominio: insuficiente, elemental, bueno y excelente.

Habilidad Lectora: Capacidad de un individuo para comprender, utilizar y analizar textos escritos, con el fin de alcanzar sus propias metas, desarrollar el conocimiento y el potencial personal, y participar en la sociedad.

Habilidad Matemática: Aptitud de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, alcanzando razonamientos bien fundados y utilizándolas en función de las necesidades de su vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.



Bibliografía

Reyes Sandra, Castillo Araceli, Zúñiga Alejandra (2010). Manual ENLACE para maestros y directivos.http://enlace.sep.gob.mx/ms/docs/EMS2010_Manual_para_el_DocenteENLA_CEMS2010_MODIFICADO_SEMS.pdf

ENLACE media. Sitio web oficial de ENLACE: <http://www.enlacemedia.sep.gob.mx/>



Créditos de elaboración

MC Gerardo Valdés Bermudes CBTIS 224

Presidente Estatal de la Academia de Matemáticas, en DGETI Sinaloa.

Número de registro de la obra: **03-2013-070313434100-01**

Directorio

MC Carlos Alfonso Morán Moguel

Director General de Educación Tecnológica Industrial

MC Carolina Armenta Bojórquez

Directora Técnica de la DGETI

MC Mario Alberto Ibarra Cebreros

Encargado de la Subdirección de Enlace Operativo en el estado de Sinaloa.