Estimadores Máximo Verosímiles

Estimadores – Propiedades

Sea $X \sim Binomial\ (n\ , p)$, el estimador máximo verosímil para el parámetro p es:

$$\hat{p} = \frac{\bar{x}}{n}$$

Demuestre que es un estimador insesgado y consistente.

Insesgado: $\boxed{¿\ E(\hat{p}_{MV}) = p\ ?}$ ✓

$$E(aX) = a \cdot E(X)$$

$$E(\hat{p}_{MV}) = E\left(\frac{\bar{X}}{n}\right) = \frac{1}{n} \cdot E(\bar{X})$$

$$E(\bar{X}) = E(X)$$

$$= \frac{1}{n} E(X)$$

$X \sim Binomial(n, p)$:

$E(X) = n \cdot p$

$$= \frac{1}{\cancel{n}} \cdot \cancel{n} \cdot p = p$$

Consistencia:

* Si $n \to +\infty$ $\quad E(\hat{p}_{MV}) = p$ ✓

* Si $n \to +\infty$ $\quad Var(\hat{p}_{MV}) \longrightarrow 0$ ¿?

$$Var(a \cdot X) = a^2 \cdot Var(X)$$

$$Var(\hat{p}_{MV}) = Var\left(\frac{\bar{X}}{n}\right) = \frac{1}{n^2} \cdot Var(\bar{X})$$

$$Var(\bar{X}) = \frac{Var(X)}{k}$$

$$= \frac{1}{n^2} \cdot \frac{Var(X)}{k}$$

$X \sim B(n,p)$:

$Var(X) = np(1-p)$

$$= \frac{\cancel{n}\, p \cdot (1-p)}{n^{\cancel{2}} \cdot k} = \frac{p(1-p)}{n \cdot k}$$

$$Var(\hat{p}_{MV}) \xrightarrow[n \to \infty]{} 0$$ ✓