ENTREGA 2 - 6 ABRIL

Carlos Martín Sanz 12435207G

①

Variables decisión:

x_{ij}: litros de producto refinado i para producir aditivo j

$i \begin{cases} A \\ B \\ C \\ D \end{cases}$ $\quad j \begin{cases} L \\ E \\ Ec \end{cases}$

$$z \text{ (Maximizar)}: 7'9(X_{AL}+X_{BL}+X_{CL}+X_{DL}) + 6'9(X_{AE}+X_{BE}+X_{CE}+X_{DE}) + \underbrace{5(X_{AEc}+X_{BEc}+X_{CEc}+X_{DEc})}_{\text{ganancias}} - (\underbrace{0'6(X_{AL}+X_{AE}+X_{AEc})}_{\text{gasto en producto A}} + \underbrace{0'52(X_{BL}+X_{BE}+X_{BEc})}_{\text{gasto producto B}} + \underbrace{0'48(X_{CL}+X_{CE}+X_{CEc})}_{\text{gasto en producto C}} + \underbrace{0'35(X_{DL}+X_{DE}+X_{DEc})}_{\text{gasto en producto D}})$$

Para poderlo meter en el programa, más cómodamente, voy a hacer los productos y reajustar la función objetivo.

$$z\text{(Maximizar)}: 7'3X_{AL} + 6'3X_{AE} + 4'4X_{AEc} + 7'38X_{BL} + 6'38X_{BE} + 4'48X_{BEc} + 7'42X_{CL} + 6'42X_{CE} + 4'52X_{CEc} + 7'55X_{DL} + 6'55X_{DE} + 4'65X_{DEc}]$$

S.a:

$$X_{AL} + X_{AE} + X_{AEc} \leq 4000$$
$$X_{BL} + X_{BE} + X_{BEc} \leq 5000$$
$$X_{CL} + X_{CE} + X_{CEc} \leq 3500$$
$$X_{DL} + X_{DE} + X_{DEc} \leq 5500$$

Restricciones de disponibilidad

Restricciones % máximo y mínimo

toda la mezcla 60% — menor que el 60% de toda la mezcla

$$(X_{AL}+X_{BL}+X_{CL}+X_{DL})\,0'6 \geq X_{AL}$$
$$(X_{AE}+X_{BE}+X_{CE}+X_{DE})\,0'15 \geq X_{AE}$$
$$(X_{AL}+X_{BL}+X_{CL}+X_{DL})\cdot 0'2 \leq X_{CL}$$
$$(X_{AE}+X_{BE}+X_{CE}+X_{DE})\,0'6 \leq X_{CE}$$
$$(X_{AEc}+X_{BEc}+X_{CEc}+X_{DEc})\,0'5 \leq X_{CEc}$$
$$(X_{AL}+X_{BL}+X_{CL}+X_{DL})\,0'1 \geq X_{DL}$$
$$(X_{AE}+X_{BE}+X_{CE}+X_{DE})\,0'25 \geq X_{DE}$$
$$(X_{AEc}+X_{BEc}+X_{CEc}+X_{DEc})\,0'45 \geq X_{DEc}.$$

$\boxed{\text{NO SON LINEALES}}$

Conversión restricciones.

$$0'6X_{BL} + 0'6X_{CL} + 0'6X_{DL} - 0'4X_{AL} \geq 0$$
$$0'15X_{BE} + 0'15X_{CE} + 0'15X_{DE} - 0'85X_{AE} \geq 0$$
$$0'2X_{AL} + 0'2X_{BL} + 0'2X_{DL} - 0'8X_{CL} \leq 0$$
$$0'6X_{AE} + 0'6X_{BE} + 0'6X_{DE} - 0'4X_{CE} \leq 0$$
$$0'5X_{AEc} + 0'5X_{BEc} + 0'5X_{DEc} - 0'5X_{CEc} \leq 0$$
$$0'1X_{AL} + 0'1X_{BL} + 0'1X_{CL} - 0'9X_{DL} \geq 0$$
$$0'25X_{AE} + 0'25X_{BE} + 0'25X_{CE} - 0'75X_{DE} \geq 0$$
$$0'45X_{AEc} + 0'45X_{BEc} + 0'45X_{CEc} - 0'55X_{DEc} \geq 0$$

b) Resuelto con WINSQB

	21:03:47		Sunday	March	06	2022		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	3.750,0000	7,3000	27.375,0000	0	basic	5,6381	7,3000
2	X2	250,0000	6,3000	1.575,0000	0	basic	6,3000	7,9619
3	X3	0	5,0000	0	-5,1955	at bound	-M	10,1955
4	X4	5.000,0000	7,3800	36.900,0000	0	basic	7,3800	M
5	X5	0	6,3800	0	0	at bound	-M	6,3800
6	X6	0	4,4800	0	-5,7955	at bound	-M	10,2755
7	X7	2.500,0000	7,4200	18.550,0000	0	basic	1,6033	7,8506
8	X8	1.000,0000	6,4200	6.420,0000	0	basic	5,9894	6,8355
9	X9	0	4,5200	0	0	basic	4,0726	5,4646
10	X10	1.250,0000	7,5500	9.437,5000	0	basic	0,3944	10,6500
11	X11	416,6667	6,5500	2.729,1670	0	basic	5,5167	7,5471
12	X12	0	4,6500	0	0	basic	4,2026	5,8046
	Objective	Function	(Max.) =	102.986,7000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)

Soluciones obtenidas:

Z* = 102986,7 € de beneficio

Reparto del componente A

3750 litros de componente A, para producir aditivo de lujo

250 litros de componente A, para producir aditivo estándar

0 litros de componente A, para producir aditivo económico

Reparto del componente B

5000 litros de componente B, para producir aditivo de lujo

0 litros de componente B, para producir aditivo estándar

0 litros de componente B, para producir aditivo económico

Reparto del componente C

2500 litros de componente C, para producir aditivo de lujo

1000 litros de componente C, para producir aditivo estándar

0 litros de componente C, para producir aditivo económico

Reparto del componente D

1250 litros de componente D, para producir aditivo de lujo

416.6667 litros de componente D, para producir aditivo estándar

0 litros de componente D, para producir aditivo económico

Conclusión:

Por tanto, no se produce ni un solo litro de aditivo económico, puesto que los 4 componentes se encuentran repartidos en la producción de aditivo o de lujo o estándar.

c) Problema dual

c)

Minimizar: $4000w_1 + 5000w_2 + 3500w_3 + 5500w_4$

S.a

(1) $w_1 + 0'4w_5 + 0'2w_7 - 0'1w_{10} \geq 7'3$

(2) $w_1 + 0'85w_6 + 0'6w_8 - 0'25w_{11} \geq 6'3$

(3) $w_1 + 0'5w_9 - 0'45w_{12} \geq 4'4$

(4) $w_2 - 0'6w_5 + 0'2w_7 - 0'1w_{10} \geq 7'38$

(5) $w_2 - 0'15w_6 + 0'6w_8 - 0'25w_{11} \geq 6'38$

(6) $w_2 + 0'5w_9 - 0'45w_{12} \geq 4'48$

(7) $w_3 - 0'6w_5 - 0'8w_7 - 0'1w_{10} \geq 7'42$

(8) $w_3 - 0'15w_6 - 0'4w_8 - 0'25w_{11} \geq 6'42$

(9) $w_3 - 0'5w_9 - 0'45w_{12} \geq 4'52$

(10) $w_4 - 0'6w_5 + 0'2w_7 + 0'9w_{10} \geq 7'55$

(11) $w_4 - 0'15w_6 + 0'6w_8 + 0'75w_{11} \geq 6'55$

(12) $w_4 + 0'5w_9 + 0'55w_{12} \geq 4'65$

todas variables ≥ 0

La conversión a dual se vería mejor colocando todas las variables por columnas, para que sea más visual, pero tiene muchas variables y restricciones.

d) Resolver método holgura complementaria

d) Soluciones óptimas PP son:

$X_{AL} = 3750$ $X_{AE} = 250$ $X_{BL} = 5000$ $X_{CL} = 2500$ $X_{CE} = 1000$ $X_{DL} = 1250$ $X_{DE} = 416'667$

4ª restricción primal con holgura $\Rightarrow w_4^* = 0$

5ª restriccion primal con holgura $\Rightarrow w_5^* = 0$

De las 12 variables solo 7 tienen un valor mayor que 0 estrictamente. Estas variables determinan que restricciones duales son con igualdad.

Estas 7 restricciones son las marcadas con los valores 1, 2, 4, 7, 8, 10, 11

El sistema queda así; sistema 7 ecuaciones con 8 incognitas ($w_1, w_2, w_3, w_6, w_7, w_8, w_{10}, w_{11}$) contando w_4 y w_5 que valen 0 son 10

$$w_1 + 0'2w_7 - 0'1w_{10} = 7'3$$
$$w_1 + 0'85w_6 + 0'6w_8 - 0'25w_{11} = 6'3$$
$$w_2 + 0'2w_7 - 0'1w_{10} = 7'38$$
$$w_3 - 0'8w_7 - 0'1w_{10} = 7'42$$
$$w_3 - 0'15w_6 - 0'4w_8 - 0'25w_{11} = 6'42$$
$$0'2w_7 + 0'9w_{10} = 7'55$$
$$-0'15w_6 + 0'6w_8 + 0'75w_{11} = 6'55$$

todas variables ≥ 0

$w_1^* = \frac{1249}{156} = 8'00641$ $w_2^* = \frac{31537}{3900} = 8'08641$ $w_3^* = \frac{17009}{1950} = 8'72256$

$w_4^* = 0$ $w_5^* = 0$ $w_6^* = -\frac{322}{39} + x_1 = -8'2564 + x_1$ $w_7^* = \frac{31}{52} = 0'596153$

$w_8^* = \frac{1381}{156} - x_{11} = 8'8525 - x_{11}$ $w_{10}^* = \frac{322}{39} = 8'25641$ $w_{11}^* = w_{11}$

e)

iii)

$$\Delta Z = \Delta C_L' \left(\sum_{j=A}^{\{A,B,C,D\}} x_j L\right) = 0'05\,(3750+5000+2500+1250) = 625$$

625€ de aumento en el beneficio, si aumenta en 0'05 el valor del de lujo

$$\Delta Z = \Delta C_L' \left(\sum_{j=A}^{\{A,B,C,D\}} x_j L\right) = 0'1\,(3750+5000+2500+1250) = 1250$$

1250€ de aumento en el beneficio, si aumenta en 0'1 el valor de lujo.

$$\Delta Z = \Delta C_L' \left(\sum_{j=A}^{\{A,B,C,D\}} x_j L\right) = 0'15\,(3750+5000+2500+1250) = 1875$$

1875€ de aumento en el beneficio, si aumenta en 0'15 el valor de lujo.

Se puede haber hecho hallando solo la variación al subir 0'05 el valor del precio de venta y luego esa variación multiplicarla por dos y por tres, ya que, ya que se varía en 0'05, luego en 0'1 (el doble de 0'05) y luego 0'15 (el triple de 0'05)

iv)

$C_i \Rightarrow$ Incrementa un 3%.

Nuevos precios de venta: $7'9 \times 1'03 = 8'137$

$$Z'^0 = Z^0 + \Delta C_i' \left(\sum_{j=A}^{\{A,B,C,D\}} x_j L\right) = Z^0 + 0'237\,(3750+5000+2500+1250)$$

$$= 102986'7 + 0'237\,(3750+5000+2500+1250) = 105949'2$$ es el nuevo valor de la función objetivo si se produce un incremento de 3% en el precio de venta de activo lujo.

Como mucho el valor que se incrementa es 0'309, podría a valer como máximo $7'9 + 0'31 = \underline{8'209€}$ y como mínimo aumentaría 0'01 y el precio sería $\underline{7'91€}$

$$Z'^0 = Z^0 + \Delta C_i' \left(\sum_{j=A}^{\{A,B,C,D\}} x_j L\right) = Z^0 + \underbrace{0'309\,(3750+5000+2500+1250)}_{3862'5} = \boxed{106849'2}$$

$$Z'^0 = Z^0 + \Delta C_i' \left(\sum_{j=A}^{\{A,B,C,D\}} x_j L\right) = Z^0 + \underbrace{0'01\,(3750+5000+2500+1250)}_{125} = \boxed{103111'7}$$

$\varepsilon < 0'31 \Longrightarrow$ la solución incrementa en el rango de $[125,\ 3862'5]$ € a mayores

e)

v)

$$Z^{0'} = Z^{0} + \overbrace{\Delta (X_{AL} + X_{AE} + X_{AEC})}^{\text{todo el producto } \Delta}\, w_1 \Longrightarrow \boxed{w_1^{*} = 8'0064}$$

$$Z^{0'} = 102986'7 + 1000\,(8'0064) = \boxed{110993'1}$$

Merezca la pena porque aumenta el valor de la función objetivo en 8006'4€

PROBLEMA 2

②

a) Variables de decisión

CO_j: nº de unidades de volumen de tinta comprado al inicio semana j $1 \leq j \leq n$

V_j: " " vendidas al final semana j $1 \leq j \leq n$

A_j: " " almacenadas al final de la semana j, antes de que se vendan $1 \leq j \leq n$

$$Z(\text{MAXIMIZAR}) = \underbrace{\sum_{j=1}^{n} (V_j \times S_j)}_{\text{Precio venta}} - \underbrace{\sum_{j=1}^{n} CO_j \times C_j}_{\text{Compra intermediario}} - \underbrace{\sum_{j=1}^{n} A_j \times M_j}_{\text{coste almacenamiento}}$$

ganancia

S.a:

$A_0 = 0$

$A_n - V_n = 0$

$V_0 = 0$

$A_j - A_{j-1} + V_{j-1} - CO_j = 0 \quad 1 \leq j \leq n$

$V_j - A_j \leq 0 \quad 1 \leq j \leq n$

$A_j \leq K \quad 1 \leq j \leq n$

todas variables ≥ 0

b) SOLUCIÓN OPTIMA FINITA?

→ Para que tenga solución óptima finita, lo que tiene que cumplir es:

① Conjunto de soluciones NO sea vacío

② Conjunto de soluciones SEA ACOTADO

1 → No es vacío porque la solución $V_j = 0$, $CO_j = 0$, $A_j = 0$, es válida y cumple todas las restricciones.

2 → Está acotado, voy a comprobarlo variable por variable.

$A_j \leq K$, esto nos indica que A_j está acotado por el valor K

$V_j - A_j \leq 0$, " " V_j está acotada por A_j

y CO_j no puede tener un valor mayor a $K - A_{j-1} + V_{j-1}$, también está acotada por K, A_j y V_j, que a su vez están acotadas y por la restricción de no negatividad todas variables ≥ 0, están acotadas INFERIORMENTE, por tanto:

[Tiene solución óptima finita puesto que el conjunto de soluciones está acotado y es no vacío]

c) El problema PRIMAL tiene solución óptima finita, entonces por el teorema de la dualidad de la transparencia 9 del tema 3, el problema DUAL también tiene solución óptima finita y el valor de Z debería ser el mismo para los dos problemas.

1- Valor óptimo es 0:

Esto ocurre cuando $\omega_j = 0$, $V_j = 0$ y $A_j = 0$, claramente como hemos dicho antes estas variables cumplen las restricciones, y el valor de la función objetivo es 0.

Esto es lo que va a ocurrir siempre que los gastos sean superiores a los beneficios, es decir, se perdería dinero, o lo que es lo mismo, se ganaría negativo, y como se maximiza la f.o el máximo entre un número negativo y 0 es 0.

2- Proporcional a K:

La función objetivo del problema DUAL es:

$$y = K \times \left(\sum_{j=1}^{n} (w_{6j}) \right) \qquad 1 \leq j \leq n$$

El problema ha de tener una solución óptima factible, esa solución por tanto ha de ser proporcional a K, ya que la f.o es $K \times (\text{algo})$ ese algo hace que sea proporcional al valor de K (tamaño del depósito)

d)

En el problema DUAL, el valor de la función objetivo es mayor que 0, lo cual indica que:

$$y = K \times \underbrace{\left(\sum_{j=1}^{n} (w_{6j}) \right)}$$

→ en este sumatorio que multiplica al tamaño del depósito (K) al menos una variable W_{6j} $1 \leq j \leq n$ ha de ser positiva. (>0)

Ya que si no la función objetivo valdría 0, y hemos dicho que tiene que ser (>0).

Esto quiere decir que para esa semana/s en las que W_{6j} sea >0, se produce que la restricción $A_j \leq K$, se cumple sin holgura ($A_j = K$) y el número de unidades almacenadas en esa semana es exactamente el mismo valor que el tamaño del almacén/depósito, lo cual implica que el depósito/almacén estará lleno.