# ENTREGA 2 - 6 ABRIL

Carlos Martín Sanz 12435207G

①

**Variables decisión:**

$X_{ij}$: litros de producto refinado i para producir aditivo j

$i \begin{cases} A \\ B \\ C \\ D \end{cases}$ $\quad j \begin{cases} L \\ E \\ Ec \end{cases}$

$$Z \text{ (Maximizar)}: 7'9(X_{AL}+X_{BL}+X_{CL}+X_{DL}) + 6'9(X_{AE}+X_{BE}+X_{CE}+X_{DE}) + \underbrace{5(X_{AEc}+X_{BEc}+X_{CEc}+X_{DEc})}_{\text{ganancias}} - \Big(\underbrace{0'6(X_{AL}+X_{AE}+X_{AEc})}_{\text{gasto en producto A}} + \underbrace{0'52(X_{BL}+X_{BE}+X_{BEc})}_{\text{gasto producto B}} + \underbrace{0'48(X_{CL}+X_{CE}+X_{CEc})}_{\text{gasto en producto C}} + \underbrace{0'35(X_{DL}+X_{DE}+X_{DEc})}_{\text{gasto en producto D}}\Big)$$

Para poderlo meter en el programa, más cómodamente, voy a hacer los productos y reajustar la función objetivo.

$$Z \text{ (Maximizar)}: 7'3X_{AL} + 6'3X_{AE} + 4'4X_{AEc} + 7'38X_{BL} + 6'38X_{BE} + 4'48X_{BEc} + 7'42X_{CL} + 6'42X_{CE} + 4'52X_{CEc} + 7'55X_{DL} + 6'55X_{DE} + 4'65X_{DEc}$$

**S.a:**

$X_{AL} + X_{AE} + X_{AEc} \leq 4000$

$X_{BL} + X_{BE} + X_{BEc} \leq 5000$

$X_{CL} + X_{CE} + X_{CEc} \leq 3500$

$X_{DL} + X_{DE} + X_{DEc} \leq 5500$

Restricciones de disponibilidad

Restricciones % máximo y mínimo

toda la mezcla 60%

menor que el 60% de toda la mezcla

$(X_{AL}+X_{BL}+X_{CL}+X_{DL})\,0'6 \geq X_{AL}$

$(X_{AE}+X_{BE}+X_{CE}+X_{DE})\,0'15 \geq X_{AE}$

$(X_{AL}+X_{BL}+X_{CL}+X_{DL})\cdot 0'2 \leq X_{CL}$

$(X_{AE}+X_{BE}+X_{CE}+X_{DE})\,0'6 \leq X_{CE}$

$(X_{AEc}+X_{BEc}+X_{CEc}+X_{DEc})\,0'5 \leq X_{CEc}$

$(X_{AL}+X_{BL}+X_{CL}+X_{DL})\,0'1 \geq X_{DL}$

$(X_{AE}+X_{BE}+X_{CE}+X_{DE})\,0'25 \geq X_{DE}$

$(X_{AEc}+X_{BEc}+X_{CEc}+X_{DEc})\,0'45 \geq X_{DEc}$.

NO SON LINEALES

**Conversión restricciones.**

$0'6X_{BL} + 0'6X_{CL} + 0'6X_{DL} - 0'4X_{AL} \geq 0$

$0'15X_{BE} + 0'15X_{CE} + 0'15X_{DE} - 0'85X_{AE} \geq 0$

$0'2X_{AL} + 0'2X_{BL} + 0'2X_{DL} - 0'8X_{CL} \leq 0$

$0'6X_{AE} + 0'6X_{BE} + 0'6X_{DE} - 0'4X_{CE} \leq 0$

$0'5X_{AEc} + 0'5X_{BEc} + 0'5X_{DEc} - 0'5X_{CEc} \leq 0$

$0'1X_{AL} + 0'1X_{BL} + 0'1X_{CL} - 0'9X_{DL} \geq 0$

$0'25X_{AE} + 0'25X_{BE} + 0'25X_{CE} - 0'75X_{DE} \geq 0$

$0'45X_{AEc} + 0'45X_{BEc} + 0'45X_{CEc} - 0'55X_{DEc} \geq 0$

b) Resuelto con WINSQB

| | 21:03:47 | | Sunday | March | 06 | 2022 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Decision Variable | Solution Value | Unit Cost or Profit c(j) | Total Contribution | Reduced Cost | Basis Status | Allowable Min. c(j) | Allowable Max. c(j) |
| 1 | X1 | 3.750,0000 | 7,3000 | 27.375,0000 | 0 | basic | 5,6381 | 7,3000 |
| 2 | X2 | 250,0000 | 6,3000 | 1.575,0000 | 0 | basic | 6,3000 | 7,9619 |
| 3 | X3 | 0 | 5,0000 | 0 | -5,1955 | at bound | -M | 10,1955 |
| 4 | X4 | 5.000,0000 | 7,3800 | 36.900,0000 | 0 | basic | 7,3800 | M |
| 5 | X5 | 0 | 6,3800 | 0 | 0 | at bound | -M | 6,3800 |
| 6 | X6 | 0 | 4,4800 | 0 | -5,7955 | at bound | -M | 10,2755 |
| 7 | X7 | 2.500,0000 | 7,4200 | 18.550,0000 | 0 | basic | 1,6033 | 7,8506 |
| 8 | X8 | 1.000,0000 | 6,4200 | 6.420,0000 | 0 | basic | 5,9894 | 6,8355 |
| 9 | X9 | 0 | 4,5200 | 0 | 0 | basic | 4,0726 | 5,4646 |
| 10 | X10 | 1.250,0000 | 7,5500 | 9.437,5000 | 0 | basic | 0,3944 | 10,6500 |
| 11 | X11 | 416,6667 | 6,5500 | 2.729,1670 | 0 | basic | 5,5167 | 7,5471 |
| 12 | X12 | 0 | 4,6500 | 0 | 0 | basic | 4,2026 | 5,8046 |
| | Objective | Function | (Max.) = | 102.986,7000 | (Note: | Alternate | Solution | Exists!!) |

Soluciones obtenidas:

Z* = 102986,7 € de beneficio

**Reparto del componente A**

3750 litros de componente A, para producir aditivo de lujo

250 litros de componente A, para producir aditivo estándar

0 litros de componente A, para producir aditivo económico

**Reparto del componente B**

5000 litros de componente B, para producir aditivo de lujo

0 litros de componente B, para producir aditivo estándar

0 litros de componente B, para producir aditivo económico

**Reparto del componente C**

2500 litros de componente C, para producir aditivo de lujo

1000 litros de componente C, para producir aditivo estándar

0 litros de componente C, para producir aditivo económico

**Reparto del componente D**

1250 litros de componente D, para producir aditivo de lujo

416.6667 litros de componente D, para producir aditivo estándar

0 litros de componente D, para producir aditivo económico

**Conclusión:**

Por tanto, no se produce ni un solo litro de aditivo económico, puesto que los 4 componentes se encuentran repartidos en la producción de aditivo o de lujo o estándar.

c) Problema dual

c)

Minimizar: $4000w_1 + 5000w_2 + 3500w_3 + 5500w_4$

S.a

1. $w_1 + 0'4w_5 + 0'2w_7 - 0'1w_{10} \geq 7'3$
2. $w_1 + 0'85w_6 + 0'6w_8 - 0'25w_{11} \geq 6'3$
3. $w_1 + 0'5w_9 - 0'45w_{12} \geq 4'4$
4. $w_2 - 0'6w_5 + 0'2w_7 - 0'1w_{10} \geq 7'38$
5. $w_2 - 0'15w_6 + 0'6w_8 - 0'25w_{11} \geq 6'38$
6. $w_2 + 0'5w_9 - 0'45w_{12} \geq 4'48$
7. $w_3 - 0'6w_5 - 0'8w_7 - 0'1w_{10} \geq 7'42$
8. $w_3 - 0'15w_6 - 0'4w_8 - 0'25w_{11} \geq 6'42$
9. $w_3 - 0'5w_9 - 0'45w_{12} \geq 4'52$
10. $w_4 - 0'6w_5 + 0'2w_7 + 0'9w_{10} \geq 7'55$
11. $w_4 - 0'15w_6 + 0'6w_8 + 0'75w_{11} \geq 6'55$
12. $w_4 + 0'5w_9 + 0'55w_{12} \geq 4'65$

La conversión a dual se vería mejor colocando todas las variables por columnas, para que sea más visual, pero tiene muchas variables y restricciones.

todas variables $\geq 0$

d) Resolver método holgura complementaria

d) Soluciones óptimas PP son:

$X_{AL} = 3750$ $X_{AE} = 250$ $X_{BL} = 5000$ $X_{CL} = 2500$ $X_{CE} = 1000$ $X_{DL} = 1250$ $X_{DE} = 416'667$

4ª restricción primal con holgura $\Rightarrow w_4^* = 0$

5ª restricción primal con holgura $\Rightarrow w_5^* = 0$

De las 12 variables solo 7 tienen un valor mayor que 0 estrictamente. Estas variables determinan que restricciones duales son con igualdad.

Estas 7 restricciones son las numeradas con los valores 1, 2, 4, 7, 8, 10, 11

El sistema queda así; sistema 7 ecuaciones con 8 incógnitas $(w_1, w_2, w_3, w_6, w_7, w_8, w_{10}, w_{11})$ contado $w_4$ y $w_5$ que valen 0 son 10

$$w_1 + 0'2w_7 - 0'1w_{10} = 7'3$$
$$w_1 + 0'85w_6 + 0'6w_8 - 0'25w_{11} = 6'3$$
$$w_2 + 0'2w_7 - 0'1w_{10} = 7'38$$
$$w_3 - 0'8w_7 - 0'1w_{10} = 7'42$$
$$w_3 - 0'15w_6 - 0'4w_8 - 0'25w_{11} = 6'42$$
$$0'2w_7 + 0'9w_{10} = 7'55$$
$$-0'15w_6 + 0'6w_8 + 0'75w_{11} = 6'55$$

todas variables $\geq 0$

Soluciones del sistema:

$w_1^* = \frac{1249}{156} = 8'0064$ $w_2^* = \frac{31537}{3900} = 8'0864$ $w_3^* = \frac{17009}{1950} = 8'72256 \simeq 8'7226$

$w_4^* = w_5^* = w_6^* = 0$ $w_7^* = \frac{31}{52} = 0'596153 \simeq 0'5962$ $w_8^* = 0'5962$

$w_9^* = 0'5962$ $w_{10}^* = \frac{322}{39} = 8'2564$ $w_{11}^* = 8'2564$ $w_{12}^* = 8'6766$

En la solución obtengo $\Rightarrow w_6^* = -8'2564 + w_{11}^*$

$w_6^* = 0$ entonces $w_{11}^* = 8'2564$

He introducido en el programa (WINSQB) el problema DUAL para resolverlo y ver si obtengo la misma solución. Y se ve que si:

dual1

C12 : Direction >=

| Variable --> | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 | X11 | X12 | Direction | R. H. S. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Minimize | 4000 | 5000 | 3500 | 5500 | | | | | | | | | | |
| C1 | 1 | | | | 0.4 | | 0.2 | | | -0.1 | | | >= | 7.3 |
| C2 | 1 | | | | | 0.85 | | 0.6 | | | -0.25 | | >= | 6.3 |
| C3 | 1 | | | | | | | | 0.5 | | | -0.45 | >= | 4.4 |
| C4 | | 1 | | | -0.6 | | 0.2 | | | -0.1 | | | >= | 7.38 |
| C5 | | 1 | | | | -0.15 | | 0.6 | | | -0.25 | | >= | 6.38 |
| C6 | | 1 | | | | | | | 0.5 | | | -0.45 | >= | 4.48 |
| C7 | | | 1 | | -0.6 | | -0.8 | | | -0.1 | | | >= | 7.42 |
| C8 | | | 1 | | | -0.15 | | -0.4 | | | -0.25 | | >= | 6.42 |
| C9 | | | 1 | | | | | | -0.5 | | | -0.45 | >= | 4.52 |
| C10 | | | | 1 | -0.6 | | 0.2 | | | 0.9 | | | >= | 7.55 |
| C11 | | | | 1 | | -0.15 | | 0.6 | | | 0.75 | | >= | 6.55 |
| C12 | | | | 1 | | | | | 0.5 | | | 0.55 | >= | 4.65 |
| LowerBound | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| UpperBound | M | M | M | M | M | M | M | M | M | M | M | M | | |
| VariableType | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | | |

| | 19:37:23 | | Sunday | April |
|---|---|---|---|---|
| | Decision Variable | Solution Value | Unit Cost or Profit c(j) | Total Contribution |
| 1 | X1 | 8,0064 | 4.000,0000 | 32.025,6400 |
| 2 | X2 | 8,0864 | 5.000,0000 | 40.432,0500 |
| 3 | X3 | 8,7226 | 3.500,0000 | 30.528,9800 |
| 4 | X4 | 0 | 5.500,0000 | 0 |
| 5 | X5 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | X6 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | X7 | 0,5962 | 0 | 0 |
| 8 | X8 | 0,5962 | 0 | 0 |
| 9 | X9 | 0,5962 | 0 | 0 |
| 10 | X10 | 8,2564 | 0 | 0 |
| 11 | X11 | 8,2564 | 0 | 0 |
| 12 | X12 | 8,6766 | 0 | 0 |
| | Objective | Function | (Min.) = | 102.986,7000 |

e)

ii)

El producto D es el más barato, por tanto, va a interesar eliminar las restricciones asociadas a este para la producción de aditivos.

Las restricciones que interesa eliminar son las asociadas a la producción de aditivo de lujo y estándar, puesto que son los únicos aditivos que se producen, de aditivo económico no se produce ningún litro.

Antes estas dos, la que más rentaría eliminar seria la asociada a la producción del aditivo de lujo ya que es el aditivo que áas se produce, más que el estándar y por tanto produciría un mayor aumento de la función objetivo, es decir, una mayor ganancia máxima para la empresa.

iii) Primero habría que comprobar la optimalidad de la base (pero he sido incapaz) se que es utilizando $C_B * B^{-1}$ , el vector de costes, formado por una fila y 24 columnas, y obtener tras esa operación el nuevo renglón Z de 1x24 y comprobar con este nuevo renglón Z si la base es óptima. Que si lo es, ya que lo hemos hablado en las tutorías. Pero no he sido capaz de demostrarlo.

iii)

$$\Delta Z = \Delta C_L^{\prime} \left( \sum_{j=A}^{\{A,B,C,D\}} X_{jL} \right) = \underline{0'05}\,(3750 + 5000 + 2500 + 1250) = 625$$

625€ de aumento en el beneficio, si aumenta en 0'05 el valor del de lujo

$$\Delta Z = \Delta C_L^{\prime} \left( \sum_{j=A}^{\{A,B,C,D\}} X_{jL} \right) = \underline{0'1}\,(3750 + 5000 + 2500 + 1250) = 1250$$

1250€ de aumento en el beneficio, si aumenta el 0'1 el valor de lujo.

$$\Delta Z = \Delta C_L^{\prime} \left( \sum_{j=A}^{\{A,B,C,D\}} X_{jL} \right) = \underline{0'15}\,(3750 + 5000 + 2500 + 1250) = 1875$$

1875€ de aumento en el beneficio, si aumenta en 0'15 el valor de lujo.

Se puede haber hecho hallando solo la variación al subir 0'05 el valor del precio de venta y luego esa variación multiplicada por dos y por tres, ya que, ya que se varía en 0'05, luego en 0'1 (el doble de 0'05) y luego 0'15 (el triple de 0'05)

iv) Para este apartado igual que el anterior, con respecto a lo de la optimalidad de la base.

iv)

$c_i \nearrow$ Incrementa un 3%.

Nuevos precios de venta: $\underline{7'9 \times 1'03} = 8'137$

$$z'^{0} = z^{0} + \Delta c_i \left( \sum_{FA}^{\{A,B,C,D\}} x_{jL} \right) = z^{0} + 0'237\,(3750 + 5000 + 2500 + 1250)$$

$$= 102986'7 + 0'237\,(3750 + 5000 + 2500 + 1250) = 105949'2$$ es el nuevo valor de la función objetivo si se produce un incremento de 3% en el precio de venta de aditivo LYO.

En este apartado cuando pregunta por un incremento hasta 0.31 es debido a que al aumentar el precio de venta de los aditivos en 0.31 o más, se perdería la optimalidad de la base y por tanto la solución cambiaria y ya no podríamos resolver los apartados igual que el iii) y el iv), tendríamos que hallar la nueva base óptima y la solución.

v)

$$\begin{pmatrix} 3750 \\ 5000 \\ 250 \\ 3833'333 \\ 3750 \\ 0 \\ 1250 \\ 416'67 \\ 0 \\ 2500 \\ 1000 \\ 0 \end{pmatrix} + 1000 \begin{pmatrix} 1'0769 \\ 0 \\ -0'0769 \\ -0'0256 \\ -0'1538 \\ 0 \\ 0'1538 \\ -0'1282 \\ 0 \\ 0'3077 \\ -0'3077 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4826'9 \\ 5000 \\ 173'1 \\ 3807'73 \\ 3596'2 \\ 0 \\ 1403'8 \\ 288'47 \\ 0 \\ 2192'3 \\ 692'3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Como todos los valores $\geq 0$, entonces la base actual sigue siendo óptima, por tanto hacemos esto:

$$Z^{0'} = Z^0 + \underbrace{\Delta (X_{AL} + X_{AE} + X_{REC})}_{\text{todo el producto } \Delta} (w_1) \Longrightarrow w_1^* = 8'0064$$

$$Z^{0'} = 102986'7 + 1000(8'0064) = 110993'1$$

Merece la pena porque aumenta el valor de la función objetivo en 8006'4€

Procedimiento similar al que se hace en la transparencia 26 del tema 3 de los apuntes de la asignatura

vi)

vi) Nueva restricción ⇒ $X_{AL} + X_{BL} + X_{CL} + X_{DL} \leq 12600$

Modificación costes → Lujo a 7'7, Estándar 6'8, Económico 4'9 → *

Al añadir esa nueva restricción al PP (Problema Primal) la solución óptima no cambia: ①

$X_{AL} = 3750 \quad X_{AE} = 250 \quad X_{BL} = 5000 \quad X_{CL} = 2500 \quad X_{CE} = 1000 \quad X_{DL} = 1250 \quad X_{DE} = 416'6667$

* Al modificar los costes, cambian los valores de la función objetivo del PRIMAL, lo cual afecta al ID del dual. Reescribo las modificaciones del DUAL y recalculo la solución óptima.

① La solución óptima no cambia ya que:

$X_{AL} + X_{BL} + X_{CL} + X_{DL} \leq 12600$

$3750 + 5000 + 2500 + 1250 \leq 12600$

$12500 \leq 12600$ → la solución óptima verifica la nueva restricción.

Comprobamos esta misma conclusión con el programa añadiendo la nueva restricción y comprobando si la solución es la misma, y vemos que sí.

EJ1_E2

LowerBound : X2 | 0

| Variable --> | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 | X11 | X12 | Direction | R. H. S. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Maximize | 7.3 | 6.3 | 4.4 | 7.38 | 6.38 | 4.48 | 7.42 | 6.42 | 4.52 | 7.55 | 6.55 | 4.65 | | |
| C1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | <= | 4000 |
| C2 | | | | 1 | 1 | 1 | | | | | | | <= | 5000 |
| C3 | | | | | | | 1 | 1 | 1 | | | | <= | 3500 |
| C4 | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | <= | 5500 |
| C5 | -0.4 | | | 0.6 | | | 0.6 | | | 0.6 | | | >= | 0 |
| C6 | | -0.85 | | | 0.15 | | | 0.15 | | | 0.15 | | >= | 0 |
| C7 | 0.2 | | | 0.2 | | | -0.8 | | | 0.2 | | | <= | 0 |
| C8 | | 0.6 | | | 0.6 | | | -0.4 | | | 0.6 | | <= | 0 |
| C9 | | | 0.5 | | | 0.5 | | | -0.5 | | | 0.5 | <= | 0 |
| C10 | 0.1 | | | 0.1 | | | 0.1 | | | -0.9 | | | >= | 0 |
| C11 | | 0.25 | | | 0.25 | | | 0.25 | | | -0.75 | | >= | 0 |
| C12 | | | 0.45 | | | 0.45 | | | 0.45 | | | -0.65 | >= | 0 |
| C13 | 1 | | | 1 | | | 1 | | | 1 | | | <= | 12600 |
| LowerBound | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| UpperBound | M | M | M | M | M | M | M | M | M | M | M | M | | |
| VariableType | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | Continuous | | |

| | 13:01:06 | | Monday | April | 04 | 2022 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Decision Variable | Solution Value | Unit Cost or Profit c(j) | Total Contribution | Reduced Cost | Basis Status | Allowable Min. c(j) | Allowable Max. c(j) |
| 1 | X1 | 3.750,0000 | 7,3000 | 27.375,0000 | 0 | basic | 5,6381 | 7,3000 |
| 2 | X2 | 250,0000 | 6,3000 | 1.575,0000 | 0 | basic | 6,3000 | 7,9619 |
| 3 | X3 | 0 | 4,4000 | 0 | -5,7955 | at bound | -M | 10,1955 |
| 4 | X4 | 5.000,0000 | 7,3800 | 36.900,0000 | 0 | basic | 7,3800 | M |
| 5 | X5 | 0 | 6,3800 | 0 | 0 | at bound | -M | 6,3800 |
| 6 | X6 | 0 | 4,4800 | 0 | -5,7955 | at bound | -M | 10,2755 |
| 7 | X7 | 2.500,0000 | 7,4200 | 18.550,0000 | 0 | basic | 1,6033 | 7,8506 |
| 8 | X8 | 1.000,0000 | 6,4200 | 6.420,0000 | 0 | basic | 5,9894 | 6,8355 |
| 9 | X9 | 0 | 4,5200 | 0 | 0 | basic | 4,0726 | 5,5033 |
| 10 | X10 | 1.250,0000 | 7,5500 | 9.437,5000 | 0 | basic | 0,3944 | 10,6500 |
| 11 | X11 | 416,6667 | 6,5500 | 2.729,1670 | 0 | basic | 5,5167 | 7,5471 |
| 12 | X12 | 0 | 4,6500 | 0 | 0 | basic | 4,2026 | 5,9379 |
| | Objective | Function | (Max.) = | 102.986,7000 | (Note: | Alternate | Solution | Exists!!) |

Reescribimos el dual con los nuevos costes, y nueva restricción:

MINIMIZAR: $4000w_1 + 5000w_2 + 3500w_3 + 5500w_4 + 12600w_{13}$

(1) $w_1 + 0'4w_5 + 0'2w_7 - 0'1w_{10} + w_{13} \geq 7'1$

(2) $w_1 + 0'85w_6 + 0'6w_8 - 0'25w_{11} \geq 6'2$

(3) $w_1 + 0'5w_9 - 0'45w_{12} \geq 4'3$

(4) $w_2 - 0'6w_5 + 0'2w_7 - 0'1w_{10} + w_{13} \geq 7'18$

(5) $w_2 - 0'15w_6 + 0'6w_8 - 0'25w_{11} \geq 6'28$

(6) $w_2 + 0'5w_9 - 0'45w_{12} \geq 4'38$

(7) $w_3 - 0'6w_5 - 0'8w_7 - 0'1w_{10} + w_{13} \geq 7'22$

(8) $w_3 - 0'15w_6 - 0'4w_8 - 0'25w_{11} \geq 6'32$

(9) $w_3 - 0'5w_9 - 0'45w_{12} \geq 4'42$

(10) $w_4 - 0'6w_5 + 0'2w_7 + 0'9w_{10} + w_{13} \geq 7'35$

(11) $w_4 - 0'15w_6 + 0'6w_8 + 0'75w_{11} \geq 6'45$

(12) $w_4 + 0'5w_9 + 0'55w_{12} \geq 4'65$

Como las soluciones óptimas del prod. son iguales se usan las mismas con =, marcadas de color verde.

Igual que antes:

4ª restricción PRIMAL con holgura $\Rightarrow w_4^* = 0$

5ª " $\Rightarrow w_5^* = 0$

13ª " $\Rightarrow \underline{w_{13}^* = 0}$

$\hookrightarrow$ como $w_{13}^* = 0$ el sistema es el mismo, solo cambia el LD

$w_1 + 0'2w_7 - 0'1w_{10} = 7'1$

$w_1 + 0'85w_6 + 0'6w_8 - 0'25w_{11} = 6'2$

$w_2 + 0'2w_7 - 0'1w_{10} = 7'18$

$w_3 - 0'8w_7 - 0'1w_{10} = 7'22$

$w_3 - 0'15w_6 - 0'4w_8 - 0'25w_{11} = 6'32$

$0'2w_7 + 0'9w_{10} = 7'35$

$-0'15w_6 + 0'6w_8 + 0'75w_{11} = 6'45$

T.V $\geq 0$

Resolviendo el sistema:

$w_1^* = 7'7500$ $w_2^* = 7'8300$ $w_3^* = 8'6200$ $w_4^* = w_5^* = w_6^* = 0 = w_{13}^*$

$w_7^* = w_8^* = w_9^* = 0'7500$ $w_{10}^* = w_{11}^* = 8'0000$ $w_{12}^* = 8'5$

Como todas las variables son $\geq 0$, la solución es dual factible, y el plan óptimo no ha cambiado, solo el beneficio máximo:

$$\boxed{z^* = 100320}$$

PROBLEMA 2

②

a) Variables de decisión

$CO_j$ : nº de unidades de volumen de tinta comprado al inicio semana j $1 \le j \le n$

$V_j$ : " " vendidas al final semana j $1 \le j \le n$

$A_j$ : " " almacenadas al final de la semana j antes de que se vendan $1 \le j \le n$

$$Z(\text{MAXIMIZAR}) = \underbrace{\sum_{j=1}^{n}(V_j \times S_j)}_{\text{Precio venta}} - \underbrace{\sum_{j=1}^{n} CO_j \times C_j}_{\text{Compra intermediario}} - \underbrace{\sum_{j=1}^{n} A_j \times M_j}_{\text{coste almacenamiento}}$$

gana

S.a:

$A_0 = 0$

$A_n - V_n = 0$

$V_0 = 0$

$A_j - A_{j-1} + V_{j-1} - CO_j = 0$ $\quad 1 \le j \le n$

$V_j - A_j \le 0$ $\quad 1 \le j \le n$

$A_j \le K$ $\quad 1 \le j \le n$

todas variables $\ge 0$

b) SOLUCIÓN OPTIMA FINITA?

→ Para que tenga solución óptima finita, lo que tiene que cumplir es:

① Conjunto de soluciones NO sea vacío

② Conjunto de soluciones SEA ACOTADO

1 → No es vacío porque la solución $V_j = 0$, $CO_j = 0$, $A_j = 0$, es válida y cumple todas las restricciones.

2 → Está acotado, voy a comprobarlo variable por variable.

$A_j \le K$, esto nos indica que $A_j$ está acotado por el valor K

$V_j - A_j \le 0$, " " $V_j$ está acotada por $A_j$

y $CO_j$ no puede tener un valor mayor a $K - A_{j-1} + V_{j-1}$, también está acotada por K, $A_j$ y $V_j$, que a su vez están acotados

Y por la restricción de no negatividad todas variables ≥ 0, están acotadas INFERIORMENTE, por tanto:

[ Tiene solución óptima finita puesto que el conjunto de soluciones está acotado y es no vacío ]

c) El problema PRIMAL tiene solución óptima finita, entonces por el teorema de la dualidad de la transparencia 9 del tema 3, el problema DUAL, también tiene solución óptima finita y el valor de Z deberá ser el mismo para los dos problemas.

1- Valor óptimo es 0:

Esto ocurre cuando $\omega_j = 0$, $V_j = 0$ y $A_j = 0$, claramente como hemos dicho antes estas variables cumplen las restricciones, y el valor de la función objetivo es 0.

Esto es lo que va a ocurrir siempre que los gastos sean superiores a los beneficios, es decir, se perdería dinero, o lo que es lo mismo, se ganaría negativo, y como se maximiza la f.o el máximo entre un número negativo y 0 es 0.

2- Proporcional a K:

La función objetivo del problema DUAL es:

$$y = K \times \left( \sum_{j=1}^{n} (w_{6j}) \right) \qquad 1 \leq j \leq n$$

El problema ha de tener una solución óptima factible, esa solución por tanto ha de ser proporcional a K, ya que la f.o es K×(algo) ese algo hace que sea proporcional al valor de K (tamaño del depósito)

d)

En el problema DUAL, el valor de la función objetivo es mayor que 0, lo cual indica que:

$$y = K \times \underbrace{\left( \sum_{j=1}^{n} (w_{6j}) \right)}$$

→ en este sumatorio que multiplica al tamaño del depósito (K) al menos una variable $W_{6j}$ $1 \leq j \leq n$ ha de ser positiva. (>0)

Ya que si no la función objetivo valdría 0, y hemos dicho que tiene que ser (>0).

Esto quiere decir que para esa semana/s en las que $W_{6j}$ sea >0, se produce que la restricción $A_j \leq K$, se cumple sin holgura ($A_j = K$) y el número de unidades almacenadas en esa semana es exactamente el mismo valor que el tamaño del almacén/depósito, lo cual implica que el depósito/almacén estará lleno.