

Universidad Veracruzana
Faculta de Física e I.A.

Propiedades estadísticas
de la distribución de tendencias ininterrumpidas
en datos diarios de índices bursátiles

TESIS

Que para obtener el grado de

Licenciado en Física

presenta

Héctor Raúl Olivares Sánchez

Asesor: Dr. Alejandro Raúl Hernández Montoya

Xalapa, Ver.
Fecha

Contenido

1	Justificación	4
1.1	Descripción del tema	4
1.2	Motivación	4
2	Introducción	7
2.1	Mercados financieros	7
2.2	El Mercado de Valores	8
2.3	Análisis fundamental y análisis técnico	9
2.4	Econofísica y mercados financieros	13
2.5	Definiciones	16
2.6	Hechos estilizados (propiedades estadísticas) . . .	16
2.7	Hipótesis del mercado eficiente	17
2.8	Literatura sobre el problema de las tendencias . .	19
2.9	Un modelo para la distribución de longitudes . . .	19
2.10	Asimetría ganancia-pérdida y tendencias	22
3	Metodología	24
3.1	Datos	24
3.2	Escalas y unidades de medición	24
3.2.1	Precio	24
3.2.2	Tiempo	25
3.3	Construcción de la muestra	26
4	Resultados	27
4.1	Distribución de longitudes	27
4.2	Distribución de velocidades	33
4.3	Conclusiones	34

Apéndices	36
A Martingalas	37
B Prueba de Anderson-Darling para variables aleato- rias discretas	38
B.1 Variables aleatorias continuas	38
B.2 Variables aleatorias discretas	39
B.3 Estimación de valores críticos	40
Bibliografía	42

1

Justificación

1.1 Descripción del tema

El tema de esta investigación pertenece al campo de la econofísica o de las finanzas cuantitativas. En muchas series de tiempo aparecen periodos en que los valores de la serie aumentan o disminuyen monotónicamente. En este trabajo se nombra a esos periodos *tendencias ininterrumpidas* y se estudian sus distribuciones de probabilidad para las series de precios de los índices DJI, NASDAQ e IPC de acuerdo a su duración y a una nueva variable definida aquí como *velocidad*. Se propone un modelo para la distribución de duraciones y se comparan los resultados esperados por este modelo contra la distribución real, proponiéndose una interpretación de las discrepancias. La distribución de velocidades también difiere de la esperada bajo el hecho estilizado de la asimetría ganancia pérdida, mostrando que en general, las tendencias ininterrumpidas son más rápidas al crecer que al decrecer.

1.2 Motivación

El problema más importante para inversionistas y analistas financieros sin duda es poder predecir los movimientos futuros de precios e índices. Para abordar ese problema, se han desarrol-

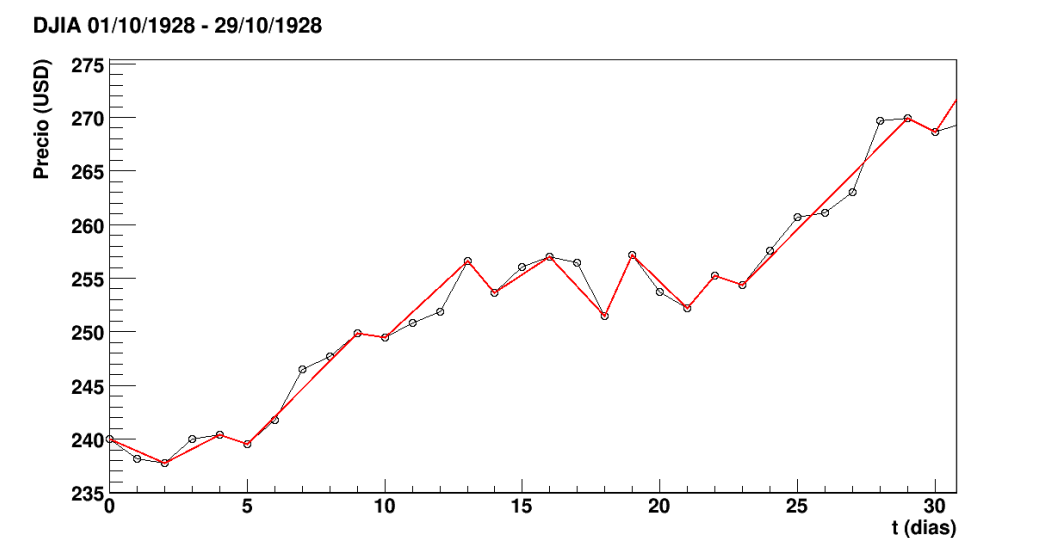


Figure 1.1: Definición de tendencia de corto plazo. Las líneas rojas unen los puntos iniciales y finales de dichas tendencias en el precio del DJI.

lado distintos enfoques, que van desde complejos procedimientos matemáticos hasta técnicas astrológicas. Uno de los de mayor interés, y que ha ido ganando popularidad a partir de los 90's, es el análisis estadístico de las series de tiempo del volumen y el precio de los activos. Dicho análisis, realizado sobre enormes conjuntos de datos, se ha hecho posible de manera relativamente reciente gracias a la disponibilidad cada vez mayor de poderosas herramientas computacionales.

Este enfoque se ha caracterizado además por beneficiarse de las aportaciones no únicamente de economistas, sino también de numerosos físicos y matemáticos que han trasladado resultados y herramientas de las ciencias naturales (especialmente de la física estadística) a los problemas financieros.

En una serie de tiempo, muchas veces nos parece observar "tendencias" (trends) a la alza o a la baja. Esto significa que durante cierto periodo, la mayoría de los valores de la serie son mayores que los que los precedieron inmediatamente (tendencia a la alza), o son menores (tendencia a la baja). Estas tendencias han sido poco tomadas en cuenta desde el enfoque es-

estadístico porque de acuerdo a algunos resultados de éste, no tienen poder predictivo, pero contrariamente, han sido el principal objeto de estudio de otro enfoque conocido como *análisis técnico*. Los seguidores del análisis técnico buscan patrones en las gráficas de las series de tiempo financieras e interpretan dichos patrones como indicadores de que una tendencia cambiará (entre otras cosas). Más concretamente, la validez de los supuestos del análisis técnico va en contra de la *Hipótesis del Mercado Eficiente*, que se explicará más adelante en este trabajo.

Las tendencias arriba mencionadas pueden verse como una sucesión de periodos ininterrumpidos (tendencias a corto plazo) en los que cada valor fue siempre mayor (o menor) que el anterior. En este trabajo por simplicidad se designa como tendencias a estos periodos y no a la tendencia general (fig. 1.1). La motivación de esta investigación es estudiar éste tipo de tendencias a corto plazo desde un punto de vista estadístico, ampliando el conocimiento existente sobre las propiedades de las series de tiempo financieras. Para esto, se analizan las distribuciones de las tendencias respecto a su duración y a la rapidez con que hacen crecer el valor de los índices.

Los resultados se comparan con lo que cabría esperar de acuerdo a lo que conocemos y suponemos sobre las series de tiempo financieras, con lo cual se espera averiguar hasta qué punto nuestras suposiciones son válidas.

2

Introducción

2.1 Mercados financieros

Las finanzas son las actividades relacionadas con el flujo de capital y dinero entre los agentes económicos, principalmente, aquellas en que los agentes prestan o reciben préstamos de otros, ya sea para consumir o invertir [20].

Dichas actividades se desarrollan en el sistema financiero. Algunas partes importantes de éste son: mercados de dinero, mercados de activos a tasa fija (como hipotecas o cuentas de ahorro), mercados de acciones y mercados de divisas [20]. El objetivo de un sistema financiero es procurar la asignación eficiente de recursos entre ahorradores y demandantes de crédito [1]. Sus funciones son las siguientes (tomado de [20]):

- Transferir recursos a través del tiempo, el espacio y los sectores económicos. (Las cuentas de ahorro transfieren el dinero a otro momento en que será útil, etc.)
- Administrar el riesgo. (Una compañía de seguros transfiere el riesgo de perder una casa y lo reparte entre cientos de accionistas de la compañía.)
- Repartir fondos de inversión dependiendo de las necesidades de ahorradores e inversionistas. (Los inversionistas necesitan diversificar sus inversiones y las grandes compañías

necesitan de mucha inversión para operar). Los fondos de inversión permiten subdividir un portafolio diversificado entre varios inversionistas.

- Fungir como garante de las actividades financieras (Cámara de Compensación).

Un mercado financiero es aquel en que los bienes y servicios que se comercian son instrumentos financieros como acciones, divisas, bonos o instrumentos derivados.

Las instituciones que suministran los servicios financieros se llaman intermediarios. Los principales intermediarios son los bancos y las compañías de seguros. Estas instituciones se caracterizan porque sus activos son en su mayoría financieros, no físicos. La mayoría de las operaciones en los mercados financieros se hacen a través de intermediarios [20].

De acuerdo con el Banco de México, “un sistema financiero sano requiere, entre otros, de intermediarios eficaces y solventes, de mercados eficientes y completos, y de un marco legal que establezca claramente los derechos y obligaciones de las partes involucradas” [1].

2.2 El Mercado de Valores

De acuerdo a la ley mexicana del mercado de valores (LMV), “son valores las acciones, partes sociales, obligaciones, bonos, certificados y demás títulos de crédito y documentos que se emitan en serie o en masa en los términos de las leyes que los rijan, susceptibles a circular en los mercados de valores, incluyendo letras de cambio, pagarés y títulos opcionales que se emitan en la forma antes citada y, en su caso, al amparo de un acta de emisión, cuando por disposición de la ley o de la naturaleza de los actos que en la misma se contengan, así se requiera” [3].

El término anglosajón Stock Market, se refiere únicamente al mercado de acciones (Stocks) e instrumentos derivados.

En lo sucesivo, en este trabajo se usarán los términos *Mercado de Valores* o simplemente *mercado* como sinónimo de Stock Market.

Algunos de los principales mercados de valores son el New York Stock Exchange (NYSE) y el National Association of Securities Dealers Automated Quotation (NASDAQ). Además de esos, cada centro financiero de cierta importancia tiene su propio mercado de valores. Algunos de los más influyentes a nivel mundial se encuentran en Tokio, Londres, Frankfurt, Hong Kong, Toronto y Zurich, entre otros [20].

Una acción es el derecho de propiedad de una parte de una empresa [20]. Al propietario de la acción le pertenece una parte de las ganancias de la compañía, pero también debe hacerse responsable del riesgo correspondiente a la porción de la compañía que posee.

Un instrumento derivado es un contrato que obliga a un inversionista a comprar o vender otro instrumento a cierto precio, o le da la opción de hacerlo. Los instrumentos derivados se llaman así porque su valor depende del valor del instrumento al que se refieren [7].

Un índice bursátil es un registro estadístico que trata de reflejar las variaciones de un conjunto de acciones, llamadas componentes. Algunos de los más conocidos son el Dow Jones Industrial Average (DJI), el Standard & Poors 500 (S&P 500) y el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC).

2.3 Análisis fundamental y análisis técnico

Como se dijo antes para un inversionista es de enorme importancia el poder predecir el comportamiento futuro del mercado: si una tendencia seguirá o no, si habrá una baja repentina en el precio de una acción, etc. Para lograr ésto, se han utilizado muy diversas técnicas, sin embargo, los enfoques más serios que han existido históricamente pueden dividirse en dos grandes grupos: análisis fundamental y análisis técnico.

El análisis fundamental busca conocer cuál es el valor fundamental de un instrumento. Es un enfoque basado en eventos, es decir, trata de racionalizar los cambios en el mercado relacionándolos con acontecimientos políticos o causas de otro tipo que puedan afectar el rendimiento financiero de las empresas (fig. 2.1). A continuación se enlistan algunas de las causas que pueden ser consideradas en el análisis fundamental:

Financieras: Capacidad de generación de efectivo de la empresa, endeudamiento, cumplimiento de metas de utilidades de la empresa, anuncios de repartos de dividendos.

Político-Legales: Anuncios de cambios en regulaciones y leyes, expropiaciones.

Administrativas: Cambios de directivos, negociaciones sindicales.

Viabilidad técnica: Adelantos tecnológicos, descubrimientos de yacimientos de minerales.

Viabilidad de mercado: Productos competidores, crecimiento económico.

Los fundamentalistas utilizan como principal herramienta la obtención de noticias en los periódicos y otros medios de información, así como encuestas de opinión para saber cómo está el sentimiento del mercado (fig. 2.2).

El análisis técnico se caracteriza por estudiar formas y patrones en las gráficas históricas de la acción del mercado (Fig. 2.3). Para este enfoque, la acción del mercado incluye tres variables: el precio o cotización, el volumen (la cantidad de contratos operados durante cierto periodo), y el interés abierto (la cantidad de contratos que permanecen abiertos).

El análisis técnico se basa en tres supuestos:

1. La acción del mercado refleja todos los aspectos (políticos, sociales, psicológicos) que influyen en el mercado, por lo tanto, analizarla equivale a analizar indirectamente todos esos factores.



Figure 2.1: La caída en los precios de las acciones de esta compañía extractora de Uranio se atribuye, desde el punto de vista del análisis fundamental, al desastre en Fukushima del 11 de marzo del 2011.

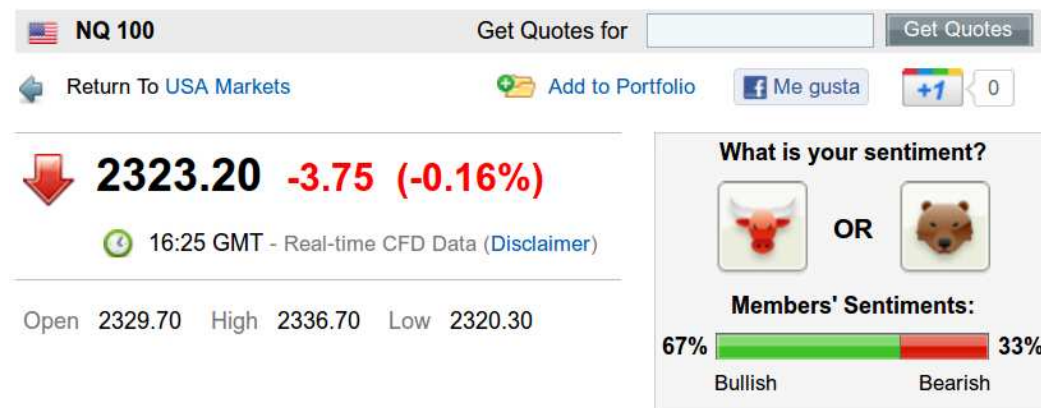


Figure 2.2: Encuesta para conocer el sentimiento del mercado. Se dice que está bullish si los inversionistas creen que va a crecer y están dispuestos a arriesgarse, y bearish al contrario. (Tomado de [9].)



Figure 2.3: El patrón Cabeza-Hombro-Cabeza: se manifiesta al final de una tendencia e implica un cambio de ella, bien sea alcista para pasar a bajista, o bien sea bajista para pasar a alcista.

2. El precio se mueve en tendencias. El objetivo principal del análisis técnico es identificar que se está iniciando una tendencia para establecer operaciones en la dirección de esa tendencia.
3. La historia se repite. Los seres humanos tienden a reaccionar de igual manera ante circunstancias iguales. Las formaciones en las gráficas son consecuencia del sentimiento bullish o bearish del mercado, y como los seres humanos se comportan de forma parecida a como se comportaron antes, estas formaciones tenderán a repetirse.

En la actualidad, además de analizar únicamente las gráficas, los analistas técnicos aplican algunas herramientas estadísticas como las medias móviles y las Bollinger bands (Fig. 2.4).

El análisis técnico es visto con desconfianza porque sus supuestos contradicen la hipótesis del mercado eficiente. El significado de esta hipótesis y el por qué de esta contradicción se verá en las secciones siguientes.



Figure 2.4: Bollinger Bands. Dos líneas trazadas dos desviaciones estándar arriba y dos abajo de la media móvil. Cuando el precio sale de la región entre las bandas, se interpreta como un signo de que la tendencia cambiará.

2.4 Econofísica y mercados financieros

La econofísica es un campo interdisciplinario que consiste principalmente en aplicar a la economía herramientas y conceptos desarrollados originalmente para la física, especialmente para la física estadística. Dichos conceptos incluyen sistemas complejos y procesos estocásticos.

Los mercados financieros presentan varias propiedades que son características de los sistemas complejos [17]. Desde la década de 1990, el número de físicos que han abordado problemas relacionados con la economía ha crecido lo suficiente como para convertirse en una comunidad importante. Sin embargo, la idea no es tan reciente. En 1936, Majorana escribió un trabajo en el que relacionaba las leyes estadísticas de la física con aquellas de las ciencias sociales [16]. No hay que olvidar tampoco que la primera aparición en la ciencia de una distribución en forma de ley de potencias (una de las principales características de los sistemas complejos) no se dio en el ámbito de la física,



Figure 2.5: Carl Friedrich Gauss Desarrolló aplicaciones de la probabilidad para calcular el riesgo financiero. Al morir dejó una fortuna de 170 000 Táleros.

sino en el de las ciencias sociales, gracias al economista italiano Vilfredo Pareto. Asimismo, la primera formalización de una caminata aleatoria no sucedió en el conocido artículo de Einstein, sino que fue propuesta por el matemático Luis Bachelier en su tesis doctoral, donde analizaba el comportamiento de los instrumentos derivados [17]. Físicos y matemáticos de la talla de C. Shannon, y en siglos anteriores C. F. Gauss (Fig. 2.5) e Isaac Newton (Fig. 2.6) no sólo mostraron interés en entender los mercados financieros, sino que acumularon y perdieron fortunas invirtiendo en ellos.

¿De qué manera podría la física ayudarnos a entender la economía y las finanzas?

De acuerdo con [22], la física podría contribuir de las siguientes formas:

- Estableciendo paralelismos con fenómenos naturales ya estudiados por la física (difusión, avalanchas, flujo turbulento, etc.).
- Utilizando las herramientas matemáticas empleadas para

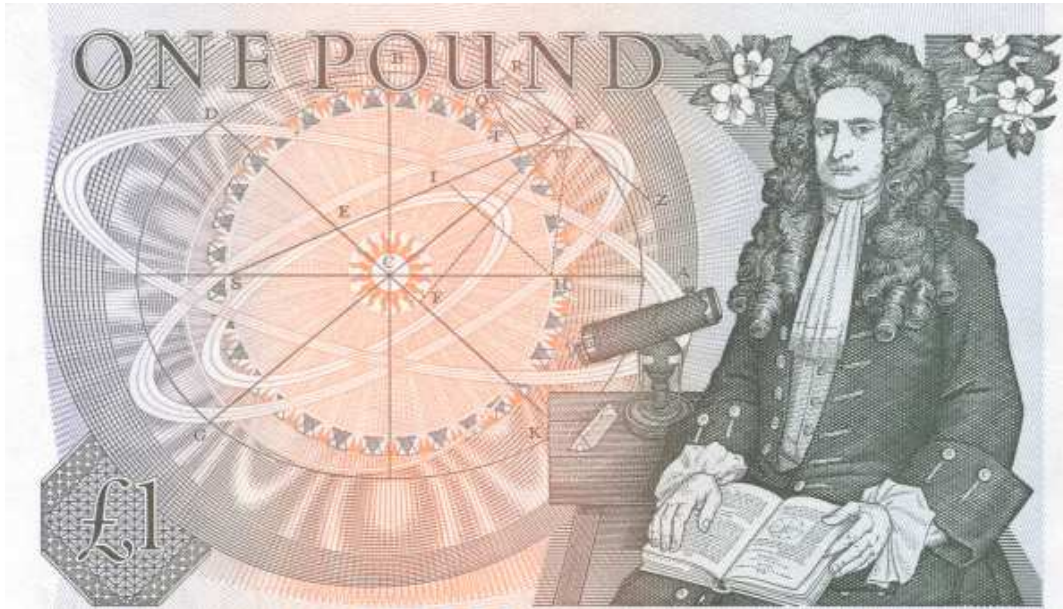


Figure 2.6: Isaac Newton perdió £20 000 invirtiendo en la burbuja de la South Seas Company. La cantidad equivale actualmente a \$ 4 851 000 USD.

describir esos fenómenos.

- Utilizando la metodología desarrollada en física para el modelado de fenómenos, que consiste en:
 - Identificación de factores de causalidad y parámetros importantes.
 - Simplicidad de primeras aproximaciones en lugar de fidelidad absoluta a la realidad.
 - Estudio de las relaciones entre valores de entrada y salida.
 - Aproximación progresiva a la realidad mediante la incorporación de nuevos elementos en el modelo.

2.5 Definiciones

Sea $S(t)$ el elemento de una serie de tiempo (por ejemplo el precio de un activo) al tiempo t , y $X(t) = \ln S(t)$ su logaritmo. El retorno logarítmico, o simplemente retorno, se define:

$$r(t, \Delta t) = X(t + \Delta t) - X(t) \quad (2.1)$$

para cierta escala de tiempo Δt .

Una tendencia se definirá como una subserie de $S(t)$ en la cual si $t > t_0$, $S(t) > S(t_0)$ para todos t y t_0 (tendencia ascendente) ó $S(t) < S(t_0)$ para todos t y t_0 (tendencia descendente).

2.6 Hechos estilizados (propiedades estadísticas)

Como se dijo arriba, el análisis fundamental busca racionalizar los cambios en los indicadores financieros relacionándolos con eventos en la política, en la naturaleza o en la psicología de los agentes del mercado. Bajo este punto de vista, las series de tiempo de los instrumentos que se ven afectados por diferentes tipos de noticias deberían tener propiedades diferentes. Sin embargo, se ha observado que, al menos desde el punto de vista estadístico, todos tienen algunas propiedades no triviales en común. A estas propiedades se les llama hechos estilizados (stylized facts) [5]. Los hechos estilizados muchas veces se enuncian de forma cualitativa (así se hará en este trabajo), pero en realidad son tan restrictivos que es muy difícil reproducirlos por medio de modelos o procesos estocásticos. De hecho, ninguno de los modelos del mercado (incluyendo modelos analíticos, modelos de multi-agentes y simulaciones de Monte Carlo), concebidos antes de la década de 1990, cuando se empezó a tener conciencia de estas propiedades, fue capaz de obtener o predecir ninguno de los hechos estilizados [18].

Como un dato interesante, algunos estudios sugieren que los hechos estilizados no aparecen únicamente en el mundo de las finanzas, sino también en otros sistemas complejos como el Juego de la Vida de John Conway (GOL) [11].

Algunos hechos estilizados, mencionados por Rama Cont en la referencia [5], son:

Ausencia de autocorrelaciones lineales: Las autocorrelaciones lineales de los retornos en general son insignificantes, excepto a escalas menores a 20 minutos.

Colas gordas: Aunque la forma de la distribución de los retornos es difícil de determinar, aparentemente sus colas tienen una forma similar a una ley de potencias.

Asimetría ganancia-pérdida: Mientras que se observan grandes movimientos a la baja en los precios, no se observan movimientos a la alta igualmente grandes.

Intermitencia: Varios indicadores de la volatilidad presentan ráfagas irregulares a lo largo de la serie de tiempo, a cualquier escala.

Clusterización de la volatilidad: Los eventos de alta volatilidad están agrupados en el tiempo.

Decaimiento lento de otras autocorrelaciones: Mientras que las autocorrelaciones lineales decaen rápido, las autocorrelaciones del valor absoluto de los retornos decaen aproximadamente como una ley de potencias con exponente entre 0.2 y 0.4.

2.7 Hipótesis del mercado eficiente

Cuando un agente tiene la posibilidad de obtener ganancias por el único hecho de hacer una operación (por ejemplo, descubre que puede comprar a cierto precio un bien y venderlo más caro en otro mercado), se dice que existe una oportunidad de arbitraje. Cuando estas oportunidades son aprovechadas, la demanda cambia de manera que tiende a eliminarlas, alcanzando el mercado un precio razonable para ese bien.

El que el mercado sea eficiente significa que procesa instantáneamente toda la información disponible y determina el precio más razonable para los bienes [17].

La hipótesis del mercado eficiente consiste en suponer que el mercado real es altamente eficiente.

Una consecuencia importante de esta hipótesis, demostrada por P. Samuelson [19], es que:

$$E\{S_{t+1}|S_0, S_1, \dots, S_t\} = S_t \quad (2.2)$$

Es decir, la historia del precio no puede ser usada para predecir el futuro, ya que la mejor aproximación al precio futuro es el precio actual. Más técnicamente, se dice que el proceso que genera los precios es una *Martingala* (inglés: *Martingale* (Ver apéndice).

La imposibilidad de predecir los precios futuros a partir de los históricos invalida los supuestos del análisis técnico. Por lo tanto, desde el punto de vista de la hipótesis del mercado eficiente, no tiene sentido estudiar las tendencias, ya que éstas no aportan información útil para realizar predicciones. Parafraseando a Samuelson, “no hay manera de una obtener ganancia esperada extrapolando los cambios de precio pasados, por medio de gráficas o cualquier otro recurso de la magia o las matemáticas” [19].

En realidad un mercado perfectamente eficiente es una idealización, así como lo son los sistemas sin fricción, sin pérdidas de energía, etc.

También es importante mencionar que la demostración de Samuelson [19] se basa en el supuesto de que los agentes del mercado son racionales, el cual ha sido refutado varias veces [15].

2.8 Literatura sobre el problema de las tendencias

Si bien la literatura sobre el análisis estadístico de las series de tiempo financieras es muy amplia, el tema de la distribución de las tendencias está poco explorado. Una de las posibles razones es que es difícil definir de manera única una tendencia, a menos que se use una restricción tan grande como la que se usará en este trabajo: que sea ininterrumpida. La información sobre tendencias en la historia del precio de un activo pertenece principalmente al campo del análisis técnico, donde tradicionalmente no se estudian distribuciones de probabilidad. Existe un trabajo previo sobre el tema, escrito por Pavel A. Sieczka y Januz A. Holyst, donde se estudia la distribución de la duración de las tendencias en datos de alta frecuencia de algunas acciones [12].

En su trabajo, al hablar de tendencias, se refieren también a periodos de aumento o disminución ininterrumpidos de los precios de las acciones.

Su aportación consiste en mostrar que la distribución de duraciones difiere de una distribución de datos no correlacionados, y en proponer un modelo estocástico que reproduce, aunque sólo cualitativamente, algunas propiedades de la distribución real. Explican que la diferencia entre la distribución que obtuvieron y una de datos no correlacionados se debe a fuertes autocorrelaciones en el proceso que sólo se observan en datos de alta frecuencia (las autocorrelaciones desaparecen para escalas mayores a 20 minutos). Conforme la frecuencia de los datos disminuye, la distribución se aproxima a la esperada para datos no correlacionados, es decir, a una exponencial [12].

2.9 Un modelo para la distribución de longitudes

En una serie de tiempo de precios, a cada paso sólo puede haber dos resultados: el precio sube o baja. Si el proceso es esta-

cionario y la dirección de cada cambio en el precio es independiente de la dirección anterior, se tiene un proceso de Bernoulli. El número ℓ de días que hay que observar al mercado antes de que el precio baje (es decir, la longitud de un trend ascendente) obedece la distribución geométrica:

$$P(\ell) = p(1 - p)^\ell \quad (2.3)$$

donde p es la probabilidad de que el precio suba.

Los modelos ARCH y GARCH, ampliamente utilizados para simular el proceso estocástico que genera los retornos de un activo, no son estacionarios en el sentido usual, aunque sí son asintóticamente estacionarios. Esto es, aunque la varianza no es constante y depende de los valores pasados del retorno, la distribución de probabilidad generada tiene una forma bien definida [17]. Estos modelos tienen la característica de que reproducen todos los hechos estilizados mencionados arriba, excepto el de la asimetría ganancia-pérdida.

En un modelo ARCH(p), el valor $x(t) = S(t + \Delta t) - S(t)$ es una variable aleatoria cuya distribución de probabilidad tiene media cero y al tiempo t tiene varianza dada por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i x_{t-i}^2 \quad (2.4)$$

El modelo GARCH(p, q) es muy similar, excepto que la varianza está dada por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i x_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (2.5)$$

Donde en ambos modelos las α_i y β_i son parámetros que se ajustan a los datos empíricos.

Se puede observar que aunque en los dos procesos la distribución de la que se obtienen los retornos varía con el tiempo, esta permanecerá siempre con media cero. Por lo tanto para

estos modelos también se espera que las longitudes de las tendencias obedezcan una distribución geométrica (con $p = 0.5$).

En los procesos ARCH y GARCH hay autocorrelaciones cuadráticas presentes, sin embargo, lo único que nos interesa para encontrar la longitud de una tendencia es la dirección de los cambios, que no está autocorrelacionada y no hay manera de estimar a partir de los valores anteriores de la serie. Por lo tanto los eventos “sube” y “baja” son independientes y el proceso efectivamente puede modelarse como uno de Bernoulli.

En un mercado eficiente, la mejor aproximación al precio futuro es el precio actual. Esto debería dar como resultado que la probabilidad de que el precio bajara fuera la misma de que subiera. Sin embargo, en la práctica la probabilidad de que suba es ligeramente mayor (fig. 2.7). Esto no se debe a ineficiencias en el mercado (es decir, a que éste tarde demasiado tiempo en procesar la información), sino a que a lo largo de varios años, el mercado experimenta realmente un incremento lento pero sostenido en su capacidad de producción. Este incremento no está contemplado en la hipótesis del mercado eficiente, ya que ésta considera únicamente la manera en que los agentes, a través de oportunidades de arbitraje, procesan la información aleatoria que entra al mercado.

Un mercado ineficiente, en cambio, tarda cierto tiempo en determinar cuál es el precio óptimo para un activo. El cambio en el precio al tiempo t está determinado en parte por los cambios en el precio que se presentaron en los tiempos $t-1$, $t-2$, etc. Los eventos “sube” y “baja” no son independientes y el proceso no puede modelarse como un proceso de Bernoulli, por lo que no se espera que la distribución de las tendencias sea geométrica. Las desviaciones que tenga la distribución empírica respecto a una distribución geométrica pueden interpretarse como una medida de la ineficiencia del mercado.

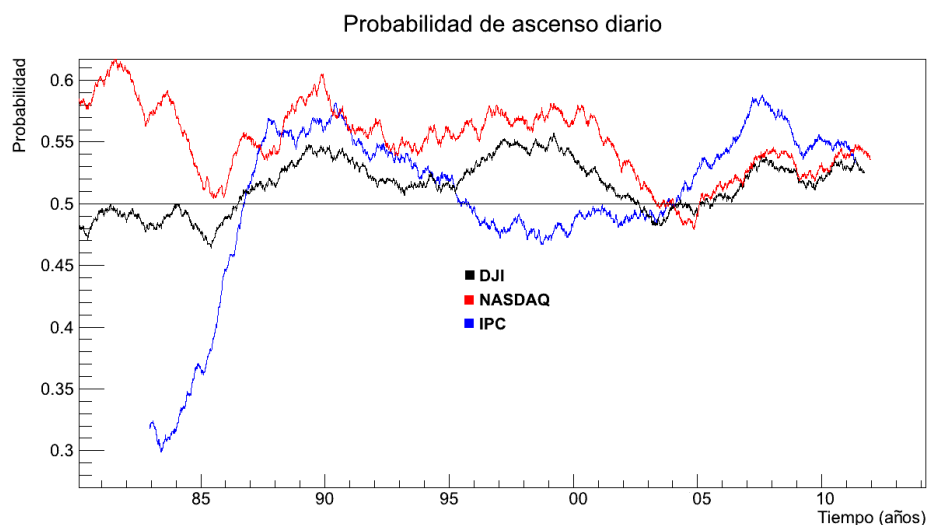


Figure 2.7: Probabilidad de ascenso diario suponiendo que las direcciones de los retornos diarios son variables aleatorias independientes (calculada como la proporción de eventos ascendentes en periodos de 1000 días). La mayor parte del tiempo, esta probabilidad es mayor a 0.5.

2.10 Asimetría ganancia-pérdida y tendencias

La asimetría ganancia-pérdida nos dice que en los mercados se observan grandes movimientos a la baja, pero no igualmente grandes movimientos a la alta. Se dice también que la riqueza tarda mucho tiempo en crearse y poco en destruirse. Hay al menos dos maneras de cuantificar este hecho.

La primera es a partir de la distribución de los retornos. Las colas que representan los retornos positivos y negativos a escalas del orden de días y semanas son casi simétricas, excepto que la negativa presenta algunos grandes eventos aislados más alejados del origen que la positiva. Debido a que se han propuesto funciones de distribución que se ajustan bien a todos los eventos excepto a esos valores alejados, se ha dicho que posiblemente dichos eventos están gobernados por un mecanismo diferente al que genera los retornos grandes “normales” [22]. Una posible causa de este hecho es una predisposición natural de los agentes

para preferir evitar pérdidas que buscar ganancias. Hay evidencias experimentales de este comportamiento en personas de muy diversas culturas e incluso en monos [4].

La otra forma de cuantificar este fenómeno es a través de lo que se conoce como *horizontes óptimos de inversión*. Se realiza la distribución de los tiempos de espera para obtener una ganancia (o una pérdida). Se encuentra que los tiempos de espera más frecuentes (horizontes óptimos de inversión) para obtener una ganancia son mayores a aquellos para sufrir una pérdida de la misma magnitud [14]. Por lo tanto se puede decir que las pérdidas son más rápidas que las ganancias. Sin embargo esta manera de cuantificar la asimetría ganancia-pérdida no está relacionada con tendencias en el precio. Por ejemplo, puede suceder que, partiendo de cierto valor, el precio de un activo suba durante varios días y luego baje repentinamente produciendo una pérdida. Al estudiar las variaciones en el precio utilizando los *horizontes óptimos*, se clasificaría el caso anterior como un movimiento descendente, cuando en realidad fue descendente sólo el último día.

En este trabajo también se pretendía observar un efecto de esta asimetría del mercado, por lo que se construyó una variable a la que se nombró *velocidad*. Esta variable se construyó de la siguiente manera:

$$v(t) = \frac{X(t + \ell) - X(t)}{\ell} \quad (2.6)$$

y se esperaba que su distribución de probabilidad estuviera cargada hacia valores negativos grandes y valores positivos pequeños.

3

Metodología

3.1 Datos

Se analizaron los índices Dow Jones Industrial Average (DJIA), National Association of Securities Dealers Automated Quotations (NASDAQ) e Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) durante los periodos del 1 de octubre de 1928 al 7 de julio del 2011, del 5 de febrero de 1971 al 30 de septiembre del 2011 y del 30 de octubre de 1978 al 7 de abril del 2011, respectivamente. Las razones para la elección de dichos periodos fue la disponibilidad de los datos sobre el precio de los índices y la inflación.

3.2 Escalas y unidades de medición

3.2.1 Precio

En la física, es fundamental utilizar las unidades de medición apropiadas para el fenómeno que se está observando. Dichas unidades nos deben de permitir comparar diferentes mediciones obtenidas del mismo observable. En economía esto no siempre es posible, ya que las unidades de medida suelen cambiar con el tiempo (y su cambio suele ser además una variable aleatoria). Por esta razón es necesario adoptar las unidades de medición apropiadas.

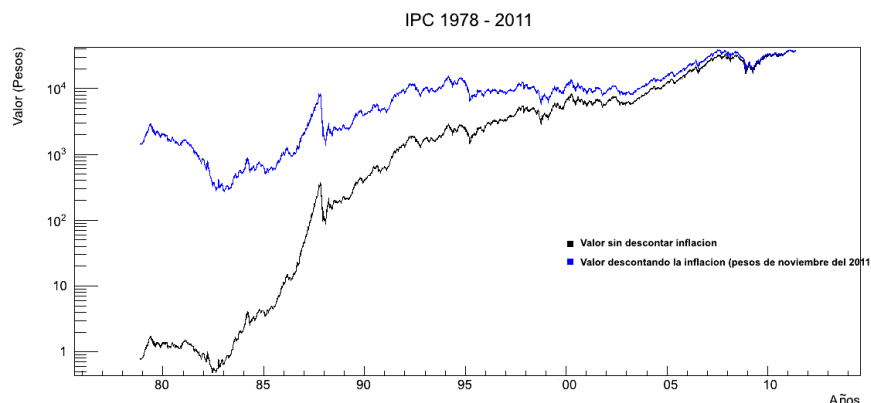


Figure 3.1: Evolución en el precio del IPC (negro) y valor real en pesos de noviembre del 2011 (azul).

El precio de un activo (o la cotización de un índice financiero) puede cambiar no solamente porque el valor del activo cambie, sino que puede suceder también que lo que cambie sea el valor del dinero. Al cambio en el valor del dinero se le conoce como inflación. Al calcular el retorno que se obtuvo en cierta inversión debe descontarse la inflación, ya que al cambiar el poder adquisitivo de la unidad monetaria, podría obtenerse un valor distinto al real.

Para descontar la inflación se utilizaron los índices de precios al consumidor de México y Estados Unidos [21] [13]. Los índices de precios al consumidor proporcionan una buena herramienta para estimar el poder adquisitivo del dinero. De esta forma se transforman los valores de la serie de precios original en valores medidos en dinero “constante” (fig. 3.1).

Debido a que los valores del índice de precios al consumidor se dan a conocer mensualmente, los valores diarios se obtuvieron por interpolación lineal.

3.2.2 Tiempo

La medición del tiempo en las series financieras muestra un problema similar. En la física, para la mayoría de los experimentos el

tiempo se mide en intervalos regulares, sin embargo en economía esto no es posible debido a que como los mercados cierran durante los fines de semana y los días festivos, el precio no está definido en todo instante. Adicionalmente, los mercados están sujetos a los ciclos naturales. En este trabajo no se utiliza el tiempo físico, sino que se toma como unidad de tiempo el intervalo que transcurre entre un cierre del mercado y el otro. Si bien esta definición presenta ciertos problemas (por ejemplo, está documentado que la varianza de los retornos es 20% menor si sólo se consideran los retornos entre días sucesivos respecto a su valor si se consideran los fines de semana [8] [10]), es la que mejor se adapta a los propósitos de este trabajo, ya que de otra manera (utilizando interpolación o cambiando la frecuencia de muestreo) se estarían agregando tendencias artificiales a las series. Aunque las unidades para medir el tiempo son intervalos de un cierre a otro, se les nombrará *días*.

3.3 Construcción de la muestra

En esta investigación por simplicidad se trabajó solamente con tendencias ininterrumpidas. Si comenzamos a observar el mercado en el tiempo t y pasan $\ell = \Delta t$ cierres antes de que el precio baje, entonces diremos que hubo una tendencia ascendente de ℓ días. Lo mismo se puede decir sobre las tendencias descendentes. La longitud de una tendencia ascendente es entonces el tiempo de espera antes de que el precio baje.

Dentro de cada serie, se tomaron todas las ventanas de tiempo posibles de 1000 días. Para cada ventana, se escogieron 500 lugares al azar y se contaron los días de espera antes de que el precio bajara. Así se obtuvieron las longitudes de las tendencias ascendentes. Se hizo lo mismo para las tendencias descendentes. Adicionalmente, se calculó la velocidad de la tendencia. Los datos obtenidos se agruparon después en histogramas.

4

Resultados

4.1 Distribución de longitudes

Tal como se esperaba, en la mayoría de las ventanas de tiempo los datos se ajustaron bien a una distribución geométrica. En las fig. 4.1, 4.2 y 4.3 se pueden apreciar distintos grados de ajuste para las tendencias ascendentes correspondientes a diferentes periodos y diferentes índices. En las fig. 4.4, 4.5 y 4.6 se muestran los grados de ajuste de la distribución de tendencias descendentes para los mismos periodos. Para evaluar la bondad del ajuste se utilizó una variación de la prueba de Anderson-Darling para variables aleatorias discretas, tomada de [2] y descrita en el apéndice B. Se estudió la bondad del ajuste a lo largo la historia de los índices, pero debido a que la distribución de probabilidad de la estadística de Anderson-Darling A^2 dependía del parámetro p de la distribución geométrica, se decidió comparar los ajustes a lo largo del tiempo utilizando los p -valores en lugar de las A^2 s. Para evitar una confusión entre el parámetro p y los p -valores de la distribución de A^2 , se designará a estos últimos como π -valores. El significado de éstos es la probabilidad de obtener un valor de A^2 al menos tan extremo como el que se haya obtenido, dado que la distribución que gobierna las duraciones de las tendencias fuera realmente geométrica. Por lo tanto, un π -valor menor a un valor arbitrario α (por ejemplo $\alpha = 0.05$) indica que podemos rechazar dicha distribución con

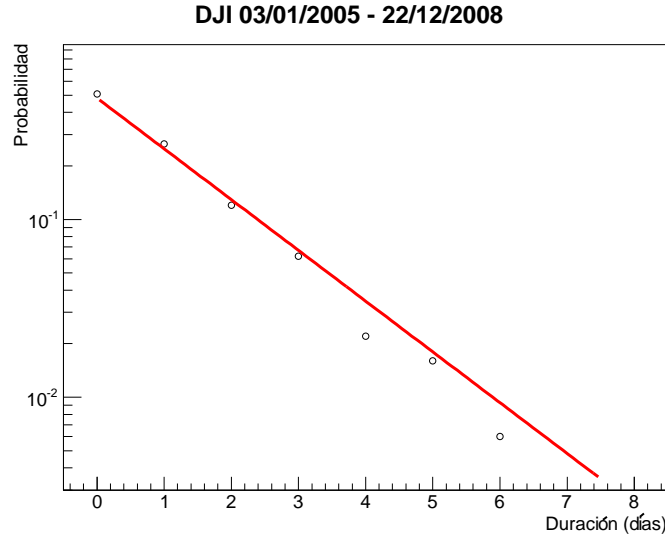


Figure 4.1: Distribución de tendencias ascendentes para el índice DJI en el periodo del 3 de enero del 2005 al 22 de diciembre del 2008. La línea roja representa la distribución geométrica esperada.

ése nivel de significancia α .

Los π -valores obtenidos se graficaron a lo largo de la historia de los índices y se muestran en las figuras 4.7, 4.8 y 4.9.

Las mayores desviaciones se encontraron en el IPC entre los años 1978 y 1987 (fig. 4.7). Incluso los valores más probables de A^2 tienen probabilidad menor a 10^{-2} en caso de que sea válida la hipótesis del modelo geométrico, por lo que ésta debe definitivamente rechazarse. Mientras que con dicha hipótesis se esperaría que las tendencias más largas fueran de entre 10 y 12 días, aquí se encontró una de hasta 26. Recordando que los π -valores son una medida de la desviación de la distribución empírica respecto a la propuesta, un mayor valor de éstos puede relacionarse directamente con una mayor ineficiencia del mercado.

Después de 1987, los π -valores del IPC muestran un aumento gradual que se sostiene hasta la actualidad (fig. 4.7). El índice NASDAQ también presenta un aumento gradual de sus π -valores (fig. 4.8). Algunos de los valores de A^2 calculados para

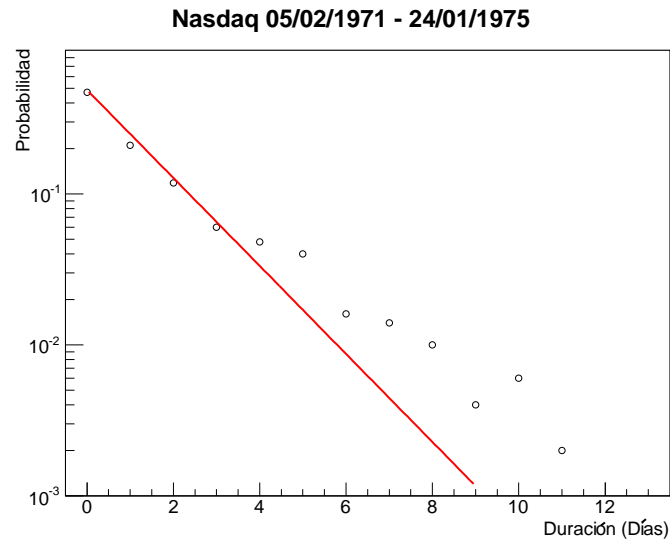


Figure 4.2: Distribución de tendencias ascendentes para el índice Nasdaq en el periodo del 5 de febrero de 1971 al 24 de enero de 1975. La línea roja representa la distribución geométrica esperada.

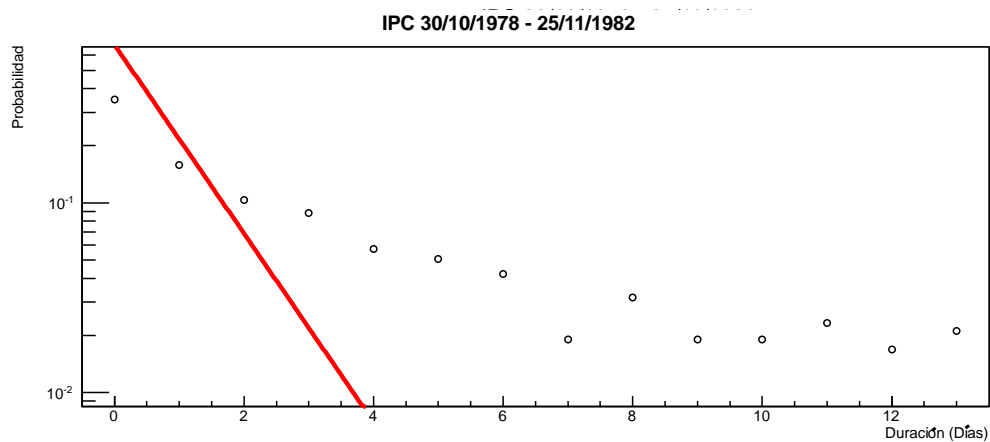


Figure 4.3: Distribución de tendencias ascendentes para el IPC en el periodo del 30 de octubre de 1978 al 25 de noviembre de 1982. La línea roja representa la distribución geométrica esperada. Aunque no se muestran en la gráfica, hubo tendencias de hasta 26 días.

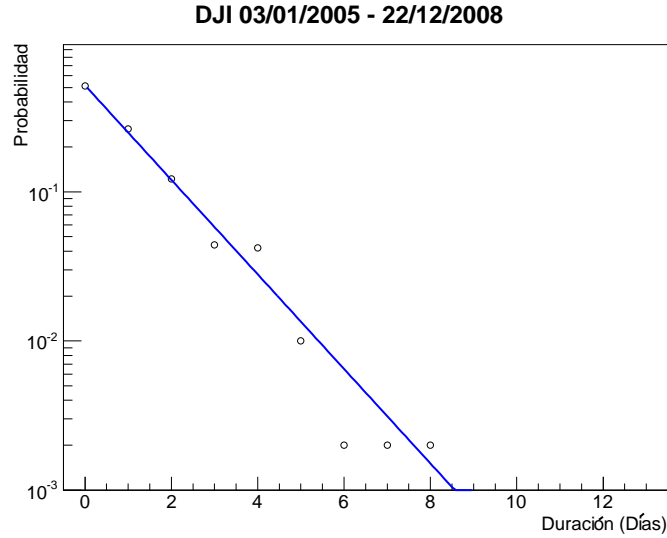


Figure 4.4: Distribución de tendencias descendentes para el índice DJI en el periodo del 3 de enero del 2005 al 22 de diciembre del 2008. La línea azul representa la distribución geométrica esperada.

estos índices correspondían a π -valores tan cercanos a cero que no se muestran en la gráfica (IPC 1978-1987, NASDAQ 1981). Aunque en México se han realizado negociaciones de títulos accionarios desde 1850, fue hasta 1975 que entró en vigor la Ley del Mercado de Valores para regularlas. El índice Nasdaq, fundado en 1971 y cuyas componentes incluyen empresas tecnológicas como Microsoft y Google, también representa un mercado de creación relativamente reciente. La aproximación gradual a la eficiencia en estos dos índices puede deberse a un aumento en el número de agentes del mercado. El incremento en la eficiencia del mercado mexicano ya ha sido reportado por otros investigadores [6].

Al contrario, el índice Dow Jones, fundado en 1896, representa un mercado maduro y mucho más eficiente. En su gráfica, que abarca casi todo el siglo XX, se puede ver que A^2 rara vez alcanza valores superiores a 0.2, aunque también presenta periodos de ineficiencia (fig. 4.9). Éstos posiblemente pueden ligarse

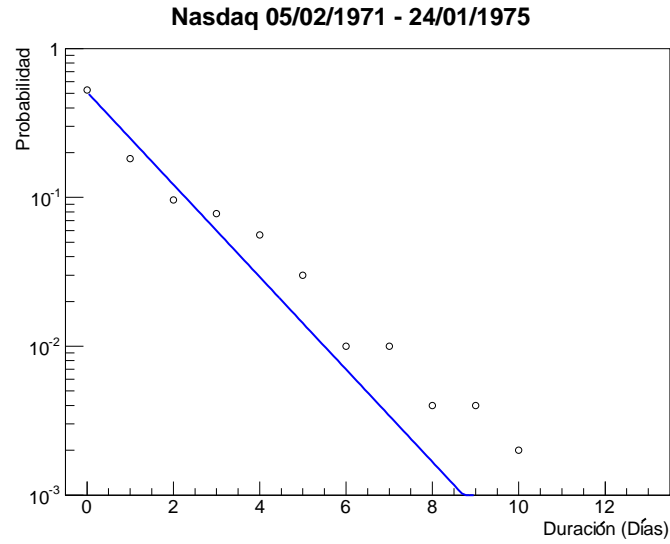


Figure 4.5: Distribución de tendencias descendentes para el índice Nasdaq en el periodo del 5 de febrero de 1971 al 24 de enero de 1975. La línea azul representa la distribución geométrica esperada.

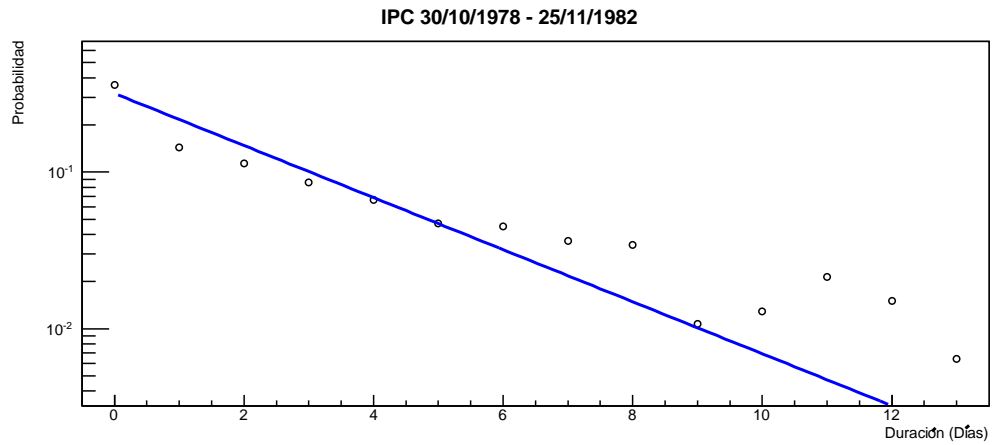


Figure 4.6: Distribución de tendencias descendentes para el índice IPC en el periodo del 30 de octubre de 1978 al 25 de noviembre de 1982. La línea azul representa la distribución geométrica esperada.

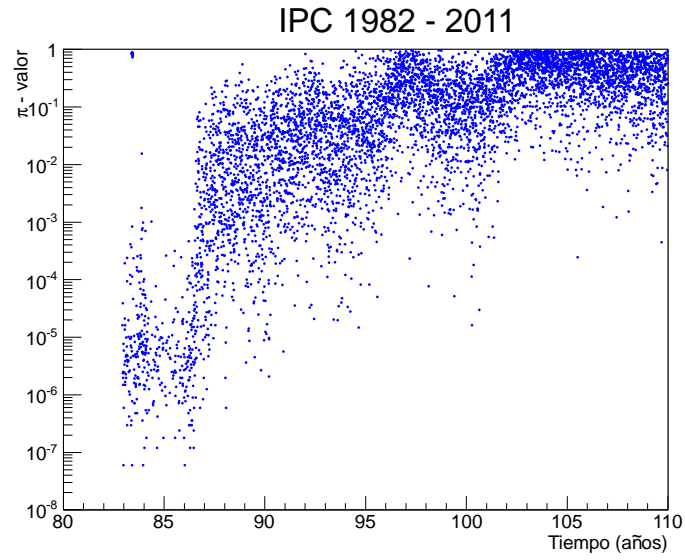


Figure 4.7: π -valores del IPC a lo largo de la historia. Nótese la gran diferencia entre el periodo de 1978 a 1987 y el resto de la historia del índice.

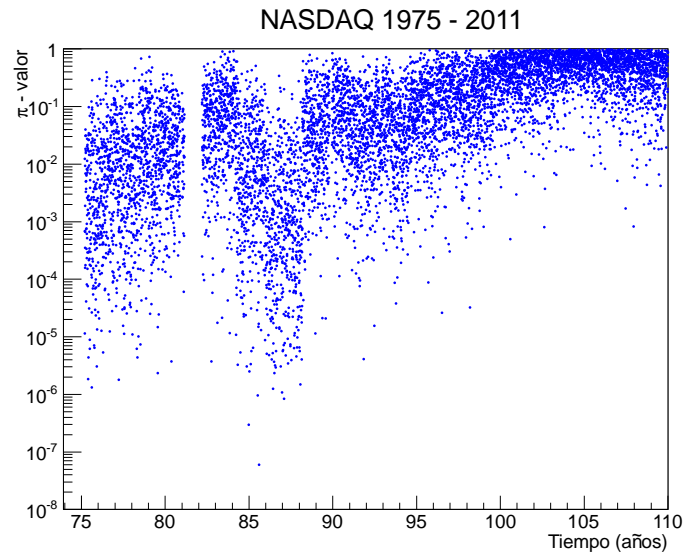


Figure 4.8: π -valores del NASDAQ a lo largo de la historia. El periodo en blanco representa π -valores demasiado cercanos a cero que no se muestran en la gráfica.

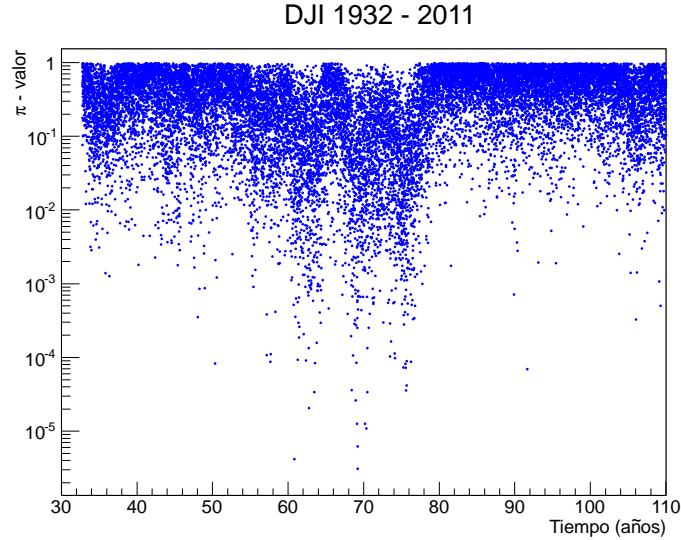


Figure 4.9: π -valores del DJI a lo largo de la historia. Este índice representa un mercado más maduro que los otros dos, sin embargo también hay periodos de ineficiencia que tal vez puedan ligarse a eventos históricos importantes.

a eventos históricos importantes, tales como la Gran Depresión (1929 - 1936), la ruptura de los tratados de Bretton Woods (1971), o la crisis del petróleo de 1973. Durante los periodos de incertidumbre los agentes prefieren invertir en activos más seguros como el oro y los bonos gubernamentales, lo cual reduce la participación en el mercado de acciones.

4.2 Distribución de velocidades

Debido a que las distribuciones de velocidades presentaban demasiado ruido al obtenerse para ventanas de 1000 días, se obtuvieron reuniendo todos los datos desde el 5 de noviembre de 1991. Aunque no se propuso ninguna función de distribución que se ajustara a ellas, se observó que las tres presentaban las siguientes propiedades (fig. 4.10):

1. Son bimodales, con la moda más alta en la parte positiva

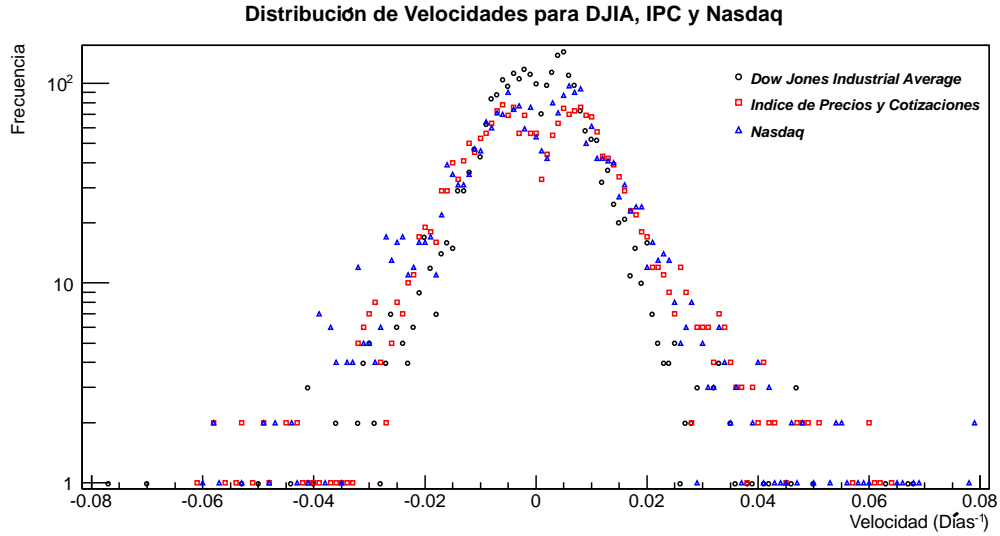


Figure 4.10: Distribucion de velocidades para IPC, DJI y NASDAQ, datos desde el 5 de noviembre de 1991 al 11 de noviembre de 2011.

y la otra en la parte negativa.

2. Contrariamente a lo que se esperaba, la moda negativa está más cerca del origen que la positiva.
3. El mínimo en medio de las dos modas no está exactamente en el cero, sino siempre desplazado hacia la parte positiva.
4. Las colas de la distribución son más gordas que una exponencial, aunque debido a la escasez de datos es difícil determinar su forma precisa.

4.3 Conclusiones

Al proponer una distribución geométrica para la duración de las tendencias ininterrumpidas y encontrar la diferencia de la distribución real respecto a ésta, se obtuvo una manera sencilla de cuantificar la eficiencia de un mercado.

Se verificó además que la hipótesis del mercado eficiente puede considerarse válida para el índice Dow Jones durante la mayor parte del periodo de 1930 a 2011, pero que no así para el Índice de Precios y Cotizaciones y para el Nasdaq. Aún así, se encontró que la eficiencia en el Dow Jones ha variado ligeramente en el tiempo, tal vez a causa de algunos eventos históricos.

También se encontró un período de alta ineficiencia en el IPC seguido por una rápida transición a una eficiencia mayor, fenómeno cuyas causas posiblemente necesiten ser estudiadas con más profundidad.

En el caso de la distribución de velocidades, contrariamente a lo que se esperaba, se observó que las tendencias ininterrumpidas suelen ascender más rápido de lo que descienden. Esto no necesariamente contradice el hecho estilizado de la asimetría ganancia-pérdida, y puede ser simplemente una consecuencia de la definición de “tendencia” utilizada en este trabajo. Sería interesante saber cómo cambiaría esta distribución al utilizar otras definiciones, por ejemplo, alguna que permitiera pequeños cambios en el precio en dirección contraria a la tendencia principal.

En el proceso de esta investigación se utilizó una prueba de bondad de ajuste de reciente creación y mediante métodos de Monte Carlo se obtuvieron tablas de p -valores que pueden ser publicadas posteriormente para utilidad de otros investigadores.

El encontrar una función de distribución que se ajuste a la distribución de velocidades obtenida también puede ser un tema de interés para otro trabajo futuro.

De la misma forma, los resultados aquí presentados tal vez puedan ser usados para la construcción de algún *trading system*.

Apéndices

Apéndice A

Martingalas

El nombre martingala (inglés: *martingale*) viene de una supuesta técnica para ganar apuestas conocida desde el siglo XIII, y que fue estudiada ya en el siglo XX por J. Ville, P. Lévi y J. Doob [17].

Sea \mathcal{F}_n una familia de conjuntos de información (una filtración) y \mathcal{P} una medida de probabilidad.

Un proceso estocástico S_n es una martingala en relación con $(\{\mathcal{F}_n\}, \mathcal{P})$ si:

1. Se conoce S_n dado \mathcal{F}_n .
2. $E(|S_n|) < \infty, \forall n$.
3. $E(S_n | \mathcal{F}_{n-1}) = S_{n-1}, n > 0$.

Una martingala es un proceso estocástico que no presenta ningún sesgo [17].

Apéndice B

Prueba de Anderson-Darling para variables aleatorias discretas

B.1 Variables aleatorias continuas

La prueba de Anderson-Darling es un tipo de prueba de bondad de ajuste para funciones de distribución continuas que utiliza una estadística cuadrática basada en la función de distribución empírica. Una estadística cuadrática tiene la forma:

$$n \int_{-\infty}^{\infty} (F_n(x) - F(x))^2 w(x) dF(x) \quad (\text{B.1})$$

donde $F_n(x)$ es la función de distribución acumulativa empírica, $F(x)$ la función de distribución acumulativa teórica y $w(x)$ es una función de peso.

- Si $w(x) = 1$, la estadística se llama de Cramér-von Mises, y se denota por W_n^2 .
- Si $w([F(x)(1-F(x))])^{-1}$, la estadística se llama de Anderson-Darling y se denota por A_n^2 .

Se establece la hipótesis nula de que la distribución que generó los datos empíricos es la misma que la distribución propuesta:

$$\mathcal{H}_0 : F_n = F \quad (\text{B.2})$$

La prueba de Anderson-Darling consiste en calcular A^2 y compararla con un valor crítico tabulado para cierto nivel de significancia α y para cierta F . Si A^2 resulta ser mayor, se rechaza la hipótesis nula con nivel de significancia α , y si no, se confirma la hipótesis nula.

Debido a la función de peso que utiliza, la prueba de Anderson-Darling funciona especialmente bien para encontrar pequeñas desviaciones en las colas de las distribuciones.

B.2 Variables aleatorias discretas

En la referencia [2] se estudian diferentes pruebas de bondad de ajuste para la distribución geométrica. Entre ellas, se presenta la modificación para variables aleatorias discretas de la prueba de Anderson-Darling que se utiliza en este trabajo.

Sea \mathbb{F}_n la función cumulativa de distribución empírica de la muestra K_1, \dots, K_n y F_0 una función de distribución cumulativa teórica.

Se busca rechazar

$$\mathcal{H}_0 : \mathbb{F}_n = F_0$$

si \mathbb{F}_n y F_0 son significativamente diferentes.

Para variables aleatorias discretas, la estadística de Anderson Darling toma la forma:

$$A_n^2 = n \sum_{k=M_l}^{M_u} \frac{[\mathbb{F}_n(k) - F_0(k)]^2 p_0(k)}{F_0(k)(1 - F_0(k))} \quad (\text{B.3})$$

Donde $p_0(k)$ es la probabilidad teórica de obtener el valor k . Los límites de la sumatoria se eligen de esta manera (truncamiento de Henze):

$$M_l = 1 \quad (\text{B.4})$$

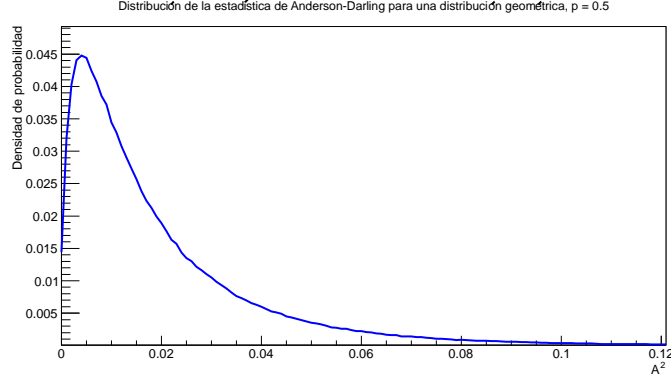


Figure B.1: Función de distribución de probabilidad para A^2 obtenida mediante método de Montecarlo.

$$M_u = \min \{k \geq K_{(n)}; (1 - F_0(k))^3 \leq 10^{-4}/n\} \quad (\text{B.5})$$

B.3 Estimación de valores críticos

En el caso de comprobar o refutar la hipótesis

$$\mathcal{H}_0 : \mathbb{F}_n = \mathcal{G}(p) \quad (\text{B.6})$$

Con $\mathcal{G}(p)$ la distribución geométrica con parámetro p .

Los valores críticos α dependen de la forma de la distribución teórica y, en el caso de la distribución geométrica, del parámetro p . Debido a esto, al comparar el ajuste a diferentes distribuciones geométricas, es necesario utilizar los p -valores de las dos distribuciones en lugar del valor de A^2 . Los p -valores representan la probabilidad de encontrar un valor de A^2 al menos tan extremo como el que se haya encontrado, dado que \mathcal{H}_0 es verdadera. Debido a que estos valores no se encuentran fácilmente en la literatura, se procedió a encontrarlos usando un método de Montecarlo. La función de densidad de probabilidad y la función cumulativa encontradas para $p = 0.5$ se muestran en las fig. B.1 y B.2.

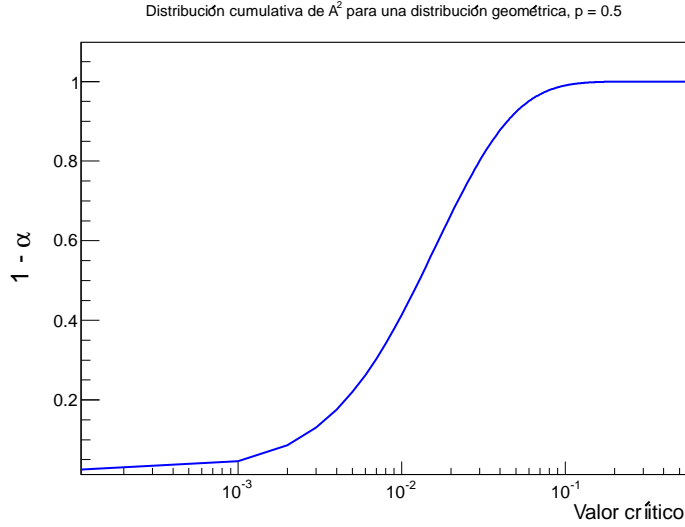


Figure B.2: Función de distribución acumulativa de A^2 obtenida mediante método de Montecarlo. Valores críticos de A^2 para distintos niveles de significancia α .

Se calculó la distribución de A^2 para $\mathcal{G}(0.5)$ mostrada en las gráficas utilizando 10^6 ventanas de tiempo de 1000 elementos 1 y 0, y obteniendo 500 tiempos de espera para cada una. Los valores críticos que se obtuvieron para $p = 0.5$ con distintos niveles de significancia α se muestran en la siguiente tabla.

A^2	α
0.045	10%
0.06	5%
0.10	1%
0.119	0.5%
0.167	0.1%

Se obtuvieron también de manera similar las distribuciones de la estadística A^2 para $p = 0.3, 0.4$ y 0.6 . Cuando se necesitó conocer p -valores de una distribución con distinto parámetro p , se recurrió a la interpolación bilineal.

Bibliografía

- [1] Banco de México. (2011, 6 de mayo). <http://www.banxico.org.mx/sistemafinanciero/index.html>
- [2] C. Bracquemond, E. Crtois and O. Gaudoin, (2002), ‘A comparative study of goodness-of-fit tests for the geometric distribution and application to discrete time reliability.’ Preprint <http://www-ljk.imag.fr/SMS/preprints.html>.
- [3] Cámara de diputados del H. Congreso de la Unión. Ley del Mercado de Valores. Art. 2, frac. XXIV. ltima reforma publicada DOF 06-05-2009.
- [4] M. K. Chen, V. Lakshminarayanan, L. R. Santos (2006), ‘How Basic Are Behavioral Biases? Evidence from Capuchin Monkey Trading Behavior’, *J. Political Econ.* (144) 517 – 537.
- [5] R. Cont, (2001), Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues’, *Quantitative Finance* (1) 223–236.
- [6] H. F. Coronel-Brizio, A. R. Hernández-Montoya, R. Huerta-Quintanilla, M. Rodríguez-Achach, (2007), ‘Evidence of increment of efficiency of the Mexican Stock Market through the analysis of its variations’, *Physica A* (380) 391398.
- [7] F. J. Fabozzi, S. M. Focardi, (2004), *The Mathematics of Financial Modeling and Investment Management* New Jersey: John Wiley & Sons.

- [8] E. F. Fama, (1965), ‘The Behavior of of Stock Market Prices’, *J. Business* (38), 34 – 105.
- [9] Forexpros. Financial Markets Worlwide (2011, noviembre). www.forexpros.com.
- [10] K. R. French, (1980), ‘Stock Returns and the Weekend Effect’, *J. Financial Econ.* (8), 55 – 69).
- [11] A. R. Hernández Montoya, H. F. Coronel-Brizio, M.E. Rodrguez-Achach, G.A. Stevens-Ramrez, M. Politi, E. Scalas, (2011), Stylized Facts Generated Through Cellular Automata Models. Case of Study: The Game of Life’. Accepted on *Phys. Rev. E*.
- [12] J. A. Hołyst, P. Siczka, (2008), Statistical properties of short term price trends in high frequency stock market data’ *Physica A* (387) 1218 – 1224.
- [13] Instituto Nacional de Estadística, Geogrfía e Informática. Índice Nacional de Precios al Consumidor. (2011, 5 de noviembre). <http://www.inegi.org.mx/est/contenidos/proyectos/inp/inpc.aspx>.
- [14] M. H. Jensen, A. Johansen, I. Simonsen, (2002), ‘Inverse Statistics in Economic: The gain-loss asymmetry’, *Physica A* (324), 6.
- [15] M. Levy, H. Levy, S. Solomon, (2000), *Microsimulations of Financial Markets: From Investor Behavior to Market Phenomena* London: Academic Press.
- [16] E. Majorana, (1942), Il valore delle leggi statistiche nella fisica e nelle scienze sociali, *Scientia* (36), 58 – 66.
- [17] R. N. Mantegna, H. E. Stanley, (2000), *An Introduction to Econophysics*. Cambridge University Press.

- [18] E. Samanidou, E. Zschischang, D. Stauffer, T. Lux, (2006), Microscopic Models of Financial Markets'. Economics Working Paper No 2006-15. Department of Economics, University of Kiel.
- [19] P. A. Samuelson, (1965), Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly, *Industrial Management Rev.* (6) 41 – 45.
- [20] P. A. Samuelson, W. D. Nordhaus, (2005), *Economics* (18a ed.). New York: McGraw-Hill.
- [21] U. S. Bureau of Labor Statistics, Consumer Price Index. (2011, 5 de noviembre). http://data.bls.gov/timeseries/CUSR0000SA0?output_view=pct_1mth.
- [22] J. Voit, (2003), *The Statistical Mechanics of Financial Market*. New York: Springer-Verlag.