

Material de Autoformación e Innovación Docente

Matemática

Cuarto Grado de Educación Básica



Versión preliminar para plan piloto



Viceministerio de Ciencia y Tecnología



Puente de FENADESAL para ferrocarriles sobre el río Lempa, visto desde la carretera del Litoral. Tomada por Mario Pleitez, modificada por Daniel Acevedo. Aplicación de la figuras geométricas en la estructura integral del puente, se pueden identificar diversos polígonos, cuyas características son evidentes, mostrando insumos para la clasificación de triángulos y cuadriláteros.

Ministerio de Educación

Viceministerio de Ciencia y Tecnología

Programa Cerrando la Brecha del Conocimiento

Subprograma Hacia la CYMA

Material de Autoformación e Innovación Docente

Para Matemática 4º Grado

Versión Preliminar para Plan Piloto



Ministerio de Educación

Mauricio Funes Cartagena
Presidente de la República

Franzi Hasbún Barake
Secretario de Asuntos Estratégicos de la Presidencia de la República
Ministro de Educación Ad-honorem

Erlinda Hándal Vega
Viceministra de Ciencia y Tecnología

Héctor Jesús Samour Canán
Viceministro de Educación

William Ernesto Mejía
Director Nacional de Ciencia y Tecnología

Xiomara Guadalupe Rodríguez Amaya
Gerente de Educación en Ciencia, Tecnología e Innovación

Oscar de Jesús Águila Chávez
Jefe de Educación Media en CTI (Coordinador de Matemática)

Carlos Ernesto Miranda Oliva
Jefe de Educación Básica en CTI (Coordinador de Ciencias Naturales)

Reina Maritza Pleitez Vásquez
Daniel Ulises Acevedo Arias
Autores

Jorge Vargas Méndez
Revisión de texto

Primera edición (Versión Preliminar para Plan Piloto).

Derechos reservados. Ministerio de Educación. Prohibida su venta y su reproducción parcial o total.

Edificios A4, segundo nivel, Plan Maestro, Centro de Gobierno, Alameda Juan Pablo II y Calle Guadalupe, San Salvador, El Salvador, América Central. Teléfonos: + (503) 2537-4217, + (503) 2537-4218, + (503) 2537-4219, Correo electrónico: gecti@mined.gob.sv

Estimadas y estimados docentes:

El Plan Social Educativo “Vamos a la Escuela” 2009-2014 nos plantea el reto histórico de formar ciudadanas y ciudadanos salvadoreños con juicio crítico, capacidad reflexiva e investigativa, con habilidades y destrezas para la construcción colectiva de nuevos conocimientos, que les permitan transformar la realidad social y valorar y proteger el medio ambiente.

Nuestros niños, niñas y jóvenes desempeñarán en el futuro un rol importante en el desarrollo científico, tecnológico y económico del país; para ello requieren de una formación sólida e innovadora en todas las áreas curriculares, pero sobre todo en Matemática y en Ciencias Naturales; este proceso de formación debe iniciarse desde el Nivel de Parvularia, intensificándose en la Educación Básica y especializándose en el Nivel Medio y Superior. En la actualidad, es innegable que el impulso y desarrollo de la Ciencia y la Tecnología son dos aspectos determinantes en el desarrollo económico, social y humano de un país.

Para responder a este contexto, en el Viceministerio de Ciencia y Tecnología se han diseñado materiales de autoformación e innovación docente para las disciplinas de Matemática y Ciencias Naturales, para los Niveles de Parvularia, Educación Básica y Educación Media. El propósito de estos materiales es orientar al cuerpo docente para fundamentar mejor su práctica profesional, tanto en dominio de contenidos, como también en la implementación de metodologías y técnicas que permitan la innovación pedagógica, la indagación científica-escolar y sobre todo una construcción social del conocimiento, bajo el enfoque de Ciencia, Tecnología e Innovación (CTI), en aras de mejorar la calidad de la educación.

Los materiales, son para el equipo docente, para su profesionalización y autoformación permanente que le permita un buen dominio de las disciplinas que enseña. Los contenidos que se desarrollan en estos cuadernillos, han sido cuidadosamente seleccionados por su importancia pedagógica y por su riqueza científica. Es por eso que para el estudio de las lecciones incluidas en estos materiales, se requiere rigurosidad, creatividad, deseo y compromiso de innovar la práctica docente en el aula. Con el estudio de las lecciones (de manera individual o en equipo de docentes), se pueden derivar diversas sesiones de trabajo con el estudiantado para orientar el conocimiento de los temas clave o “pivotes” que son el fundamento de la alfabetización científica en Matemática y Ciencias Naturales.

La enseñanza de las Ciencias Naturales y la Matemática debe despertar la creatividad, siendo divertida, provocadora del pensamiento crítico y divergente, debe ilusionar a los niños y niñas con la posibilidad de conocer y comprender mejor la naturaleza y sus leyes. La indagación en Ciencias Naturales y la resolución de problemas en Matemática son enfoques que promueven la diversidad de secuencias didácticas y la realización de actividades de diferentes niveles cognitivos.

Esperamos que estos Materiales de Autoformación e Innovación Docente establezcan nuevos caminos para la enseñanza y aprendizaje de las Ciencias Naturales y Matemática, fundamentando de una mejor manera nuestra práctica docente. También esperamos que el contenido de estos materiales nos rete a aspirar a mejores niveles de rendimiento académico y de calidad educativa, en la comunidad educativa, como en nuestro país en general.

Apreciable docente, ponemos en sus manos estos Materiales de Autoformación e Innovación Docente, porque sabemos que está en sus manos la posibilidad y la enorme responsabilidad de mejorar el desempeño académico estudiantil, a través del desarrollo curricular en general, y particularmente de las Ciencias Naturales y Matemática.

Lic. Franzi Hasbún Barake
Secretario de Asuntos Estratégicos de la Presidencia de la República
Ministro de Educación Ad-honorem

Dr. Héctor Jesús Samour Canán
Viceministro de Educación

Dra. Erlinda Hándal Vega
Viceministra de Ciencia y Tecnología

Índice

I Parte

Presentación.....	8
La resolución de problemas.....	9
Uso de los cuadernillos en el aula.....	11
Matriz de ubicación de lecciones.....	12

II Parte

Conozcamos los números hasta un millón.....	16
Escribamos números.....	25
Los decimales.....	36
Sumemos y restemos números decimales	48
Estudio del tipo de fracciones	58
Conozcamos más sobre ángulos.....	67
Utilicemos el tangram; sumemos y retemos fracciones.....	77
Clasifiquemos cuadriláteros.....	85
Clasifiquemos los polígonos.....	94
Comparemos el volumen de sólidos geométricos.....	104

Primera parte

¿Por qué material de autoformación e
innovación docente?

Presentación

El Viceministerio de Ciencia y Tecnología a través de la Gerencia de Educación en Ciencia, Tecnología e Innovación (GECTI) y su programa “Hacia la CYMA” que se está desarrollando durante el quinquenio 2009-2014, ejecuta el Proyecto de Enriquecimiento Curricular en el área de Ciencias Naturales y Matemática, el cual tiene entre sus acciones la elaboración y entrega de material de enriquecimiento curricular y de autoformación para docentes.

Este material de enriquecimiento curricular para docentes tiene como propósito fortalecer el desarrollo curricular de Matemática de Cuarto Grado de Educación Básica, introduciendo el enfoque Ciencia Tecnología e Innovación (CTI) como parte inherente y relevante del proceso de formación científica. Con este propósito se han elaborado lecciones con temas pivotes¹ considerados necesarios para la educación de calidad de la niñez salvadoreña, para obtener una fundamentación científica que permita fortalecer las capacidades de investigación, creación de conocimiento y de utilización de ese conocimiento para la innovación.

Se busca que mediante la formación científica se mejoren las condiciones sociales y económicas para alcanzar una vida digna de nuestros futuros ciudadanos. Cada tema de este cuadernillo mantiene una relación con otros materiales curriculares como los programas de estudio, y la colección Cipotas y Cipotes (Guía para Docentes y Libros de texto).

El enriquecimiento que se ha hecho partiendo de temas pivotes, tiene la posibilidad de ser plataforma de construcción de conocimiento, bajo el enfoque de resolución de problemas, metodología mediante la cual se desarrollan competencias matemáticas necesarias, que debe tener una persona para alcanzar sus propósitos de incorporarse de manera propositiva y útil a la sociedad, y sus propósitos formación intelectual, como son: saber argumentar, cuantificar, analizar críticamente la información, representar y comunicar, resolver y enfrentarse a problemas, usar técnicas e instrumentos matemáticos y modelizar e integrar los conocimientos adquiridos, para mejorar su calidad de vida y la de sus comunidades.

1. Un tema pivote es un contenido curricular clave, se considera que si los docentes manejan adecuadamente dichos temas, podrá desarrollar otros contenidos con facilidad y aplicar de forma más pertinente el conocimiento a la realidad en que se desarrolla el proceso de enseñanza - aprendizaje; por otra parte podrá seleccionar qué contenidos del programa desarrollar y en qué orden, de acuerdo a las necesidades e intereses del grupo de alumnos.

La resolución de problemas en Matemática

Desde asegurar la subsistencia cotidiana, hasta abordar los más complejos desafíos derivados desde la Ciencia y la Tecnología, sin excepción todos resolvemos problemas. Lo vital de la actividad de resolución de problemas es evidente; en definitiva, todo el progreso científico y tecnológico², el bienestar y hasta la supervivencia de la especie humana dependen de esta habilidad. No debemos extrañarnos de que la misma se haya convertido en un nuevo objeto de estudio, atrayendo por igual la atención de profesionales de la psicología, ingeniería, física, química, biología, matemática, etc.

En Matemática debemos hacer algunos cuestionamientos que son fundamentales en el proceso metodológico de la resolución de problemas.

¿Cuál es la diferencia entre ejercicio y problema en Matemática? ¿Cuándo está el estudiantado resolviendo un ejercicio y cuándo un problema? ¿Cuál es el papel de un profesor en la enseñanza de la resolución de problemas?

Al analizar un ejercicio se puede deducir si se sabe resolver o no; Comúnmente se aplica un algoritmo elemental o complejo que los niños y niñas pueden conocer o ignorar, pero una vez encontrado este algoritmo, se aplica y se obtiene la solución.

Justamente, la exagerada proliferación de ejercicios en la clase de Matemática ha desarrollado y penetrado en el estudiantado como un síndrome generalizado. En cuanto se les plantea una tarea a realizar, tras una simple reflexión, tratan de obtener una solución muchas veces elemental, sin la apelación a conocimientos diversos.

En un problema no es siempre evidente el camino a seguir. Incluso puede haber muchos. Hay que apelar a conocimientos, no siempre de Matemática, relacionar saberes procedentes de campos diferentes, poner a punto nuevas relaciones. El papel de cada docente es proporcionar a la niñez la posibilidad de aprender hábitos de pensamiento adecuados para la resolución de problemas matemáticos y no matemáticos.

¿De qué les puede servir hacer un hueco en su mente en que quepan unos cuantos algoritmos, teoremas y propiedades relativas a entes con poco significado si luego van a dejarlos allí herméticamente acumulados? A la resolución de problemas se le ha llamado, con razón, el corazón de las matemáticas, pues ahí es donde se puede adquirir el verdadero sabor que ha traído y atrae a académicos de todas las épocas. Del enfrentamiento con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas y competencias para el desarrollo de herramientas, en una palabra, la vida propia de la Matemática³.

Obviamente la resolución de problemas tiene una clásica y bien conocida fase de formulación elaborada por el matemático húngaro George Polya⁴ en 1945. Fase que consisten en

² José Heber Nieto Said; Resolución de Problemas Matemáticos 2004.

³ Miguel de Guzmán Ozamiz, (1936 - 2004) matemático español.

⁴ George Pólya (1887-1985), matemático Húngaro, How to solve it, Princeton University Press.

comprender el problema, trazar un plan para resolverlo, poner en práctica el plan y comprobar el resultado.

Por supuesto hay que pensar que no sólo basta con conocer las fases y técnicas de resolución de problemas. Se pueden conocer muchos métodos pero no siempre cuál aplicar en un caso concreto.

Justamente hay que enseñar también a las niñas y niños, a utilizar las estrategias que conocen, con lo que nos encontramos en un nivel metacognitivo. Es ahí donde se sitúa la diferencia entre quienes resuelven problemas y los demás, entendiendo que este nivel es la capacidad que tienen de autoregular su propio aprendizaje, es decir, de planificar qué estrategias se han de utilizar en cada situación, aplicarlas, controlar el proceso, evaluarlo para detectar posibles fallos, y como consecuencia transferir todo ello a una nueva actuación⁵.

Hay que tener presente que resulta difícil motivar. Sólo con proponer ejercicios no se puede conseguir que las niñas y niños sean capaces de investigar y descubrir nuevos conocimientos y relaciones entre las ciencias. Se recomienda establecer problemas en los que no sepan qué hacer en un primer intento, con esto conseguiremos atraer su atención y motivación, para que se impliquen en el proceso de resolución. Otro aspecto no menos importante a tener en cuenta es la manipulación de materiales para resolver problemas. Hemos de ser capaces de que las niñas y los niños visualicen el problema, utilizando materiales concretos, materiales que manipulen, pues la manipulación es un paso previo e imprescindible para la abstracción en las ciencias en general.

Descripción de la estructura de los cuadernillos

El cuadernillo de Matemática de Cuarto Grado de Educación Básica es un material de apoyo para el docente, considerado Material de Autoformación e Innovación Docente que permite reorientar lecciones contenidas en el libro de texto de la Colección “Cipotas y Cipotes” a un entorno participativo y de investigación fundamentado en la resolución de problemas, donde el estudio de la Física, Química y Biología en conjunto con la Matemática fortalecen competencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de la niñez salvadoreña. El cuadernillo de Matemática de Cuarto Grado se elaboró a partir del estudio de tres bloques: Aritmética, Geometría, Medida. Se proponen diez temas que llamamos contenidos pivotes, que por su importancia en la formación de competencias matemáticas, forman parte del enriquecimiento del libro de texto de la Colección “Cipotas y Cipotes”, profundizando tanto en la explicación de los contenidos, como haciendo propuestas de abordaje metodológico fundamentalmente en la resolución de problemas, con el propósito de que se puedan emular en el aula tanto maestros como alumnos puedan desarrollar habilidades intelectuales propias del pensamiento y del que hacer científico.

⁵ Allan Schoenfeld (1985). Mathematical Problem Solving. New York: Academic Pres.

Las lecciones se estructuran normalmente en catorce partes, las cuales se detallan a continuación:

- a. **Título.** Condensa la idea central de la lección. Se presenta como una idea clara y precisa del contenido.
- b. **Descripción.** Presenta todos aquellos puntos relevantes que se tratarán en la lección, haciendo énfasis en las características (generalidades, importancia, usos, etc.) que se desarrollan.
- c. **Objetivos específicos.** Son las metas que se persiguen con la lección, es decir, lo que se pretende alcanzar con el desarrollo de la lección.
- d. **Habilidades y destrezas científicas.** Son las habilidades y destrezas que el estudiante puede adquirir al finalizar la lección.
- e. **Tiempo.** Es la duración aproximada para el desarrollo de la lección. El tiempo puede variar según la planificación didáctica de la clase.
- f. **Ilustración.** Imagen que busca representar de forma visual el contexto de la lección.
- g. **Vocabulario clave.** En este apartado se encuentra un pequeño glosario de conceptos básicos del contenido de la lección. La elección de estos conceptos se ha realizado con la intención de que sirva de ayuda en el momento de leer el marco teórico de la lección.
- h. **Marco teórico.** Esta sección aborda los conceptos, proposiciones y toda la información relevante que se establece como marco de referencia de los tópicos a estudiar. La información se respalda en principios, leyes, clasificaciones, características, propiedades, etc. Se acompaña de ilustraciones, esquemas, modelos y otros con la intención de que el contenido quede lo más claro posible.
- i. **Actividades de Aplicación.** Las actividades de aplicación serán para contribuir al fortalecimiento del marco teórico, asimilando los conceptos de una manera práctica. Las actividades están encaminadas a forjar ideas que construyan la comprensión, el análisis y la resolución de problemas como eje fundamental; éstas se refieren a la ejecución de prácticas significativas de aprendizaje que van desde lo simple a lo complejo, desarrollándose con distintas alternativas de abordaje plasmando al menos tres alternativas de solución comentadas por el docente. Estas contienen estrategias de solución encaminadas a fortalecer la capacidad de razonamiento lógico.
- j. **Notas históricas de la Matemática.** Es la sección que se encuentra a la par de cada actividad. Aquí se presentan comentarios, posibles respuestas a las preguntas planteadas en la actividad, ilustraciones, etc. En este espacio se abordan temas de historia de la Matemática y la Tecnología, así como aspectos destacados de la matemática (CTSA) y sus aplicaciones en las Ciencias Naturales.
- k. **Actividad integradora.** Las ciencias (Matemática y Ciencias Naturales) no deben estudiarse como un conjunto de saberes aislados y sin conexión. Los fenómenos de la realidad circundante no pueden ser interpretados bajo una sola visión científica, sino que su comprensión demanda la integración de saberes de todas las áreas de las ciencias para una interpretación eficaz de tales fenómenos.

Matriz de justificación de lecciones propuestas y su ubicación en el programa de estudio de Segundo Ciclo de Educación Básica, Cuarto Grado, Matemática.

LECCIÓN 1

Unidad 1: Utilicemos más números y sus operaciones
(Libro de texto “Colección Cipotas y Cipotes”)

Lección 1: Conozcamos los números hasta 1, 000,000. Pág. 2-4.
Lección 2: Encontremos múltiplos y divisores. Pág. 6-8.

Conozcamos números hasta un millón.

Justificación:

Se inicia con un acercamiento verbal del término “millón”, finalizando con la relación entre diversas cantidades y su utilización en aspectos científicos y de uso común (distancia entre la tierra y la luna, personas que caben en un estadio).

LECCIÓN 2

Unidad 1: Utilicemos más números y sus operaciones.

Lección 2: Escribamos los números en forma desarrollada
Pag.5 – 6.

Escribamos números en forma desarrollada.

Justificación:

Utilización de conceptos relacionados con la numeración decimal y su similitud con otros sistemas de numeración aditivos y posicionales (la numeración egipcia y la numeración romana).

La aplicación de los nuevos conceptos permite que el estudiante se acerque al estudio de situaciones científicas y sociales que impliquen el uso de cantidades de siete u ocho cifras, y descompongan estas en unidades, decenas, centenas, etc.

Utilicemos decimales

LECCIÓN 3

Unidad 5: Aprendamos los números decimales.

Lección 1: Utilicemos números decimales. Pág. 62-69.

Lección 2: Formemos decimales. Pág. 70-74.

Justificación:

Se analizan los números decimales mediante representaciones gráficas de fracciones con denominador 10, 100 y 1000. Además, se incluyen actividades donde se pone en práctica la escritura y lectura de números decimales obedeciendo la posición de las cifras (décimos, centésimos, milésimos)

LECCIÓN 4

Unidad 5: Aprendamos los números decimales.

Lección 3: Sumemos y restemos decimales.

Sumemos y restemos números decimales.

Justificación:

Aplicación del algoritmo de la suma y la resta en la resolución de situaciones problemáticas donde está implícito el uso de números decimales.

LECCIÓN 5

Unidad 7: Operaciones con fracciones.

Lección 3: Sumemos y restemos fracciones. Pág. 117-121

Sumemos y restemos fracciones.

Justificación:

Aplicación del algoritmo de la suma y la resta en la resolución de situaciones problemáticas donde está implícito el uso de números fraccionarios.

Se pretende utilizar expresiones de equivalencia entre números decimales y números fraccionarios.

LECCIÓN 6

Unidad 5: Aprendamos los números decimales.

Lección 4: Relacionemos números decimales con fracciones. Pág. 87-89.

Relacionemos números decimales con fracciones.

Justificación:

Identificación de situaciones en las que resulta necesario utilizar expresiones equivalentes entre fracciones y números decimales. Mostrar estos resultados mediante gráficos, favorece en el estímulo del pensamiento espacial de los estudiantes, del mismo modo que conlleva a que estos reflexionen acerca de la geometrización de las condiciones expuestas en un problema para facilitar su resolución.

LECCIÓN 7

Unidad 2: Encontremos el área de los triángulos.

Lección 1: Conozcamos ángulos. Pag.12-16

Conozcamos más sobre ángulos

Justificación:

Con el enriquecimiento de esta lección, se busca que el estudiante identifique ángulos en su entorno, pero que, además comprenda la clasificación de estos según su longitud.

Se introducen conceptos relacionados con la medición de ángulos, así también, se explica el procedimiento a seguir para efectuar mediciones mediante el transportador.

LECCIÓN 8

Unidad 4: Construyamos cuadriláteros.

Lección 1: Clasifiquemos los cuadriláteros. Pag.56

Clasifiquemos cuadriláteros.

Justificación:

Se proponen situaciones donde se busca que el estudiante clasifique los tipos de cuadriláteros según las características de sus lados y ángulos.

LECCIÓN 9

Unidad 8: Identifiquemos otras figuras.

Lección 1: Clasifiquemos los polígonos. Pág. 124-129.

Clasifiquemos los polígonos.

Justificación:

Reconocer características de figuras planas mediante el estudio de polígonos regulares e irregulares enfatizando aspectos básicos de comprensión de estos y la utilización de juegos creativos relacionados con el tema

LECCIÓN 10

Unidad 6: Relacionemos capacidad y volumen.

Lección 3: Comparemos el volumen. Pág. 99-101.

Comparemos el volumen de sólidos geométricos.

Justificación:

Se interpreta la capacidad y el volumen desde un entorno práctico y de descubrimiento, utilizando actividades donde el niño y la niña manipulan y construyen sus conocimientos a partir de lo observado.

Segunda parte

Lecciones

Contenidos trabajados con enfoque CTI.

Conozcamos los números hasta un millón



Figura 1. El matemático ruso Grigori Perelman, posiblemente el más inteligente en todo el mundo, a quien recientemente el Instituto de Matemáticas Clay (Cambridge, Massachusetts) le otorgó el premio de un millón de dólares, declaró que no quiere recibir este dinero.

Descripción del tema

Los problemas del millón de dólares. En matemática no todos los problemas están resueltos, en el Congreso Internacional de Matemáticos de 1900, David Hilbert (matemático alemán) propuso 23 problemas para ser resueltos en el siglo XX. Si bien de esos 23 problemas se resolvió la mayoría en ese siglo, todavía quedan otros que han ido surgiendo y que por su complejidad siguen sin ser resueltos, a estos se les llamó los **problemas del milenio**.

De los problemas propuestos por Hilbert quedaban ocho, pero Andrew Wiles se adelantó resolviendo antes del fin del siglo XX el último teorema de Fermat. Así, los problemas del milenio se hicieron bastante famosos cuando el Instituto Clay anunció que recompensaría con un **millón de dólares** por problema resuelto.

A principios de este siglo se resolvió uno de ellos, concretamente la conjetura de Poincaré, problema resuelto por el matemático ruso Grigori Perelman. Como consecuencia de esto, se le otorgó la Medalla Fields (equivalente al Premio Nobel) y un millón de dólares, pero Perelman ¡se negó a aceptarlos!

Fuente: <http://gaussianos.com/los-problemas-del-millon-de-dolares/>

Competencias

- Saber cuantificar, representar comunicar y argumentar.
- Resolver y enfrentarse a problemas.

Objetivo

Comprender el concepto de números de más de cinco cifras mediante la orientación sistemática de las cantidades y su estructura.

Presaber

- Lectura y escritura de números de una a cinco cifras.
- Manejo del concepto de cantidad.
- Operaciones básicas.

Vocabulario Clave

Base

En aritmética, base de un sistema de numeración es el número de objetos que forman una unidad de orden superior.

Números Arábigos

Son los símbolos utilizados para representar números. Se les llama "árabigos" porque los árabes los introdujeron en Europa aunque, en realidad su invención, surgió en la India.

Guarismo

Es cada uno de los signos o cifras arábigas que expresan una cantidad.

Jeroglíficos

Fueron un sistema de escritura inventado y utilizado por los antiguos egipcios para comunicarse desde la época predinástica hasta el siglo IV.



Figura 2. Jeroglíficos

¿Qué es un millón?

Estudiaremos el concepto de millón, relacionando el uso cotidiano de la palabra "millón" para representar cantidades extremadamente grandes. En tal sentido, es preciso formular las interrogantes: ¿Se comprende realmente qué es un millón? ¿Cómo se dimensiona un millón con objetos reales?

Para ello se analizan ilustraciones y circunstancias en las que se utiliza el término "millón", posteriormente se estudiará la lectura y escritura de cantidades de siete cifras, obedeciendo la posición de los números en relación a las unidades, decenas y centenas.

El término "millón" es utilizado en frases con la intención de mostrar a quien las escucha que se hace referencia a un número muy grande, entre estas se encuentran:

1. La lotería, entregará más de un millón de dólares como premio mayor.
2. Más de un millón de personas viven en la capital.
3. Te lo he repetido un millón de veces.

El estudiantado escucha este tipo de frases en actividades cotidianas y con la influencia directa de medios de comunicación, pero ¿saben qué es un millón en realidad? ¿Comprenden la cantidad de elementos que representa esta expresión? ¿Analizan e interpretan la cantidad en sí?

Todas estas preguntas invitan a razonar sobre lo que conocemos y percibimos, y la relación que se establece entre objetos y números. Si se pregunta a un estudiante ¿has visto un millón de personas reunidas? La interpretación de cantidad lleva a que ella relacione la cantidad con multitud. Por ejemplo, ¿cuántas personas caben en un estadio? A pesar de que en un estadio se reúne gran cantidad de personas, esa representación no se acerca a la idea de un millón.

Estadio más grande del mundo



Figura 3. Estadio más grande del mundo.

Pyongyang: Corea del Norte.
Inauguración: 1989.
Capacidad: 150,000.
Equipo: Selección Nacional.

Anécdota

El rey de un condado quería premiar a un súbdito que le había salvado la vida. Así, el súbdito lo único que pide es que se ponga en un tablero de ajedrez un granito de arroz en el primer cuadrado, dos en el segundo, cuatro en el tercero, ocho en el cuarto, dieciséis en el quinto, treinta y dos en el sexto, y así, duplicando cada vez hasta recorrer todos los cuadritos del tablero de ajedrez.

El rey descubre que mientras va cumpliendo con los requisitos de cada casilla, la cantidad de arroz de su reino se vuelve insuficiente para cumplir la condición establecida.

Tomando en consideración que el tablero de ajedrez posee un total de 64 casillas y en la casilla 19, el rey tiene que entregar la asombrosa cantidad de "524,288"; para el día 20, debe entregar el doble, obteniendo para este día la inmensa cantidad de **1 048,576**.

¿Cuál será la cantidad en el día 64?

¿Se puede escribir?

¿Con qué es comparable esta cantidad?



Figura 4. Piezas del ajedrez. Fuente de imagen:

A continuación se propone una serie de actividades de diagnóstico que pretenden evaluar el nivel de conocimiento que posee acerca de los números, antes de desarrollar la temática.

Actividad 1

Descomposición y lectura de números.

Los seres humanos han visto la necesidad de medir y contar los elementos de su entorno, para esto, han creado diferentes sistemas convencionales de medición y cuantificación.

En la actualidad, se utiliza el sistema numérico decimal para indicar magnitudes o cantidades, este sistema consta de diez símbolos llamados cifras, que son: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**.

El sistema de numeración decimal utiliza como base el 10, es decir, que sus agrupaciones se forman de 10 en 10. Es un sistema posicional, ya que las cifras adquieren un valor relativo de acuerdo con el lugar donde se encuentren.

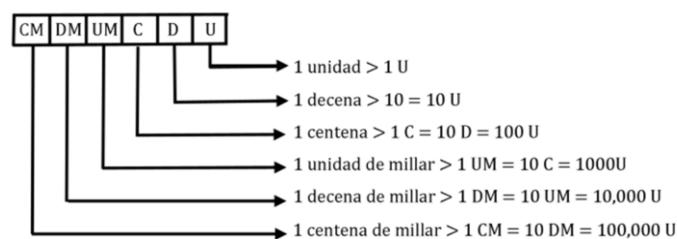


Figura 5. Representación del sistema de numeración decimal.

Por ejemplo el número siguiente, se puede analizar de la siguiente forma

436,728	CM	DM	UM	C	D	U
	4	3	6	7	2	8

$$436,728 = 4 \text{ CM} + 3 \text{ DM} + 6 \text{ UM} + 7 \text{ C} + 2 \text{ D} + 8 \text{ U}$$

$$436,728 = 4 \times 100,000 + 3 \times 10,000 + 6 \times 1,000 + 7 \times 100 + 2 \times 10 + 8 \times 1$$

436,728 se lee "**cuatrocientos treinta y seis mil setecientos veintiocho**".

Descomponer las siguientes cantidades y expresar su lectura

$$346,654 = \quad 896,456 =$$

$$789,996 = \quad 998,435 =$$

Actividad 2

Con los datos de la siguiente tabla, la cual indica el número de habitantes de algunos municipios del país, responde las preguntas 10, 11 y 12

Ciudad	Mujeres	Hombres	Total
Soyapango	4,569	1609	
San Jacinto	70,832	67,570	
San Marcos	6,440		12,392
Apopa		16,227	32,387
Cojutepeque	7,948	7,577	
Santa Tecla	36,433	37,637	

a. El total de habitantes de Soyapango es:

137,402

138,402

139,402

138,502

b. ¿Cuál es el total de mujeres de Soyapango, San Jacinto y San Marcos?

A) 46,832

B) 45,328

C) 46,823

D) 48,823

c. ¿Cuál es el municipio que tiene, según la tabla, menos habitantes?

d. Completa la tabla y decide si el total llega a un millón.

e. ¿Cuánto le falta para ser un millón?

f. ¿Cuál es la población total de El Salvador? Investiga con tu profesor.

Actividad 3

Analice el siguiente párrafo y discuta con sus estudiantes:

- a. Pedro escribió en su cuaderno un número de cuatro cifras, sus características son:

La cifra de las decenas es la mayor posible

- La cifra de las unidades de mil es un siete.
- Las cifras de las centenas es el número anterior al cinco.
- El resto de las cifras son 0.

El número que escribió Pedro es:

A) 7,940 B) 4,790 C) 4,079 D) 7,490

- b. Si Felipe suma al número 423,000, tres centenas de mil, cinco decenas de mil y tres unidades obtiene el número:

A) 773,003 B) 883,003 c) 783,003 D) 783,003

- c. Sandra tiene 650 billetes de \$1,000 y 23 billetes de \$10,000. Si ahora junta 430 billetes más de \$1,000, ¿cuánto dinero tendrá?

Curiosidad: **billete de 10,000 dólares**

El billete de \$10,000 se dejó de imprimir durante la II Guerra, junto con los billetes de \$500, \$1,000 y \$5,000, y en todos los proyectos de ley fueron declarados obsoletos el 14 de julio de 1969. Aun así, hoy en día, los bancos de la Reserva Federal los destruyen cuando los reciben, pero siguen siendo moneda de curso legal mientras que sigan en circulación. Sólo se imprimieron 200 billetes de 5,000 y 300 billetes de 10,000. A continuación podemos ver cómo es el tan apreciado billete.



Figura 6. Billete de 10,000 dólares

¿Juzga con tu profesor cuál de los casos (Pedro, Felipe o Sandra, se acerca o supera al millón?)

Objetivo

Estimular la imaginación del grupo de estudiantes al invitarlo a representar y nombrar objetos y animales cuya cantidad asciende a un millón.

Materiales

Lámina con animales y objetos.

Lámina con ilustración de muchos objetos.

Indicaciones

Incentivar la imaginación del grupo, para que represente o interprete situaciones en las que se utiliza la noción de un millón.

¿Cuánto tiempo tardaría contar hasta un millón?

Contando una vez por segundo se vuelve fácil en un principio, pero, cuando se alcanza el número 100 y los que le siguen, el tiempo de lectura de cada número aumenta. Si se dedicaren ocho horas al día, siete días de la semana, tomaría un poco más de un mes contar hasta un millón.

Nota

Los elementos que aparecen en recuadro azul en el cuadro de texto, indican el proceso que se realiza para obtener las respuestas.

Actividad 4

¿Cuánto es un millón?

Descripción

Invitar a la clase a imaginar un objeto, animal o persona. Luego plantear la interrogante: ¿Qué sucedería si tuviese un millón?

Mostrar las ilustraciones siguientes:



Figura 7. Noción de cantidad.

El estudiantado puede divertirse pensando y dibujando sus interpretaciones de un millón.

Establecer un debate donde sus estudiantes comparten y expresan "yo quiero tener un millón de".

La matemática permite que cada estudiante piense en las consecuencias de sus deseos. Por ejemplo, si pensó en tener un millón de dulces de un sabor en particular, se realiza la pregunta: ¿Cuánto tiempo se tarda en comer todos los dulces? Considerando que no puede comer más de 20 dulces en un día.

Considerando que se tiene 1,000,000 de dulces, si se comen 20 dulces en un día, entonces, para conocer los días necesarios para consumir todos los dulces, se tiene la siguiente operación.

$$1,000,000 \div 20 = 50,000$$

R/ 50,000 días ¿cuánto es 50,000 días en años?

Plantear al estudiantado la cantidad de días que se tardaría.

$$50,000 \div 365 = 136.98$$

R/ Cerca de 137 años.

¿Qué pasaría si quisiera tener un millón de mp3? ¿Cuánto tiempo tardaría en escucharlos, si el promedio de duración es de cuatro minutos para cada mp3?

Actividad 5

Relacionar el peso en gramos y libras, mediante representaciones sencillas de situaciones concretas.

Por ejemplo: considerar que un niño de 9 años pesa cerca de 92 libras (fuerza), así, cuando deseas levantar un peso de 400 libras, resulta como levantar cuatro personas a la vez.

¿Qué pasaría si fuera un millón de libras? ¿Cuántos niños serán aproximadamente si cada uno pesa en promedio 92 libras?

Considerar la aplicación

Si se ubicaran un millón de centavos, uno sobre el otro, ¿qué altura tienen 10 centavos alineados de esta forma?



Figura 9. Monedas de centavos

Si se alineasen un millón de centavos uno encima de otro

¿Qué altura alcanzarían?

¿Con qué situación, objeto o lugar, relacionarías esta altura?

¿Qué pasaría si fueran monedas de dólar?

Actividad 6

¿Cuánto es un millón?



Figura 8. Granos de arroz.

Descripción

Mostrar al grupo un recipiente con arroz (el recipiente debe contener exactamente 10 tazas de arroz). Preguntar la cantidad de granitos de arroz que consideran se encuentra dentro del recipiente (a pesar de que la cantidad es muy grande, esta no se acerca a un millón).

Proceso

Formar 10 grupos de estudiantes en total, y realizar los pasos siguientes:

1. Llenar diez tazas con el arroz del recipiente.
2. Tomar una de las tazas, repartir una a cada grupo.
3. Repartir las bolsas plásticas pequeñas a cada grupo.
4. Pedir a los grupos participantes que depositen en las bolsitas plásticas 100 granitos de arroz.
5. Cada grupo entregará al final un resultado, sumar estas respuestas y hacer las siguientes preguntas.
6. ¿Cuántos granitos de arroz caben en una taza?
7. ¿Cuántos granitos crees que hay en total en el recipiente?
8. ¿Puedes **conjeturar** la cantidad de tazas de arroz necesarias para alcanzar un millón?
9. ¿Puedes **estimar** la cantidad de libras que esto implica?
10. ¿Podrías **estimar** la cantidad de granos en un saco de 100 libras?

Actividad de finalización

Aplicar procesos y estrategias que facilitan la lectura de cantidades menores que un millón.

Indicaciones

Los números se descomponen según la posición de las cifras que lo forman.

En el ejemplo, se considera la cantidad 34,456.

En ella, tres pertenecen a la casilla de la decena de millar, y este se escribe ubicando el número tres y a continuación completando los espacios con ceros, obteniendo así, la cantidad “treinta mil”.

Se repite el proceso con las demás cifras.

Indicaciones

Al mostrar las láminas, observar la expresión del grupo y permitir que exprese sus inquietudes y comentarios.

Relacionar el peso en gramos y libras, mediante representaciones sencillas de comprender.

Por ejemplo: considerar que un niño de 9 años, pesa cerca de 92 libras, así, cuando deseas levantar un peso de 400 libras, resulta como levantar cuatro personas a la vez.

Considerar la aplicación

Si se ubicara un millón de monedas de 25 centavos de dólar, una encima de otra ¿qué altura tendrían?

Si se alinease un millón de monedas, tangente una con otra, ¿qué longitud alcanzarían?

Lectura y escritura de números menores que un millón

Los números se leen y escriben obedeciendo el valor posicional de cada una de las cifras.

Los números menores que mil, poseen unidades, decenas y centenas, y los mayores de mil, unidad de millar, decena de millar y centena de millar.

Para leer el número 34,456

CM	DM	UM	C	D	U
3	4	4	5	6	

34,456

30,000

4,000

400

50

6

De arriba hacia abajo, respetando la separación de la coma (miles).

Treinta y cuatro **mil**, cuatrocientos cincuenta y seis.

3 decenas de millar, 4 unidades de millar, 4 centenas, 5 decenas y 6 unidades

A partir del cuadro, se escriben las cantidades.

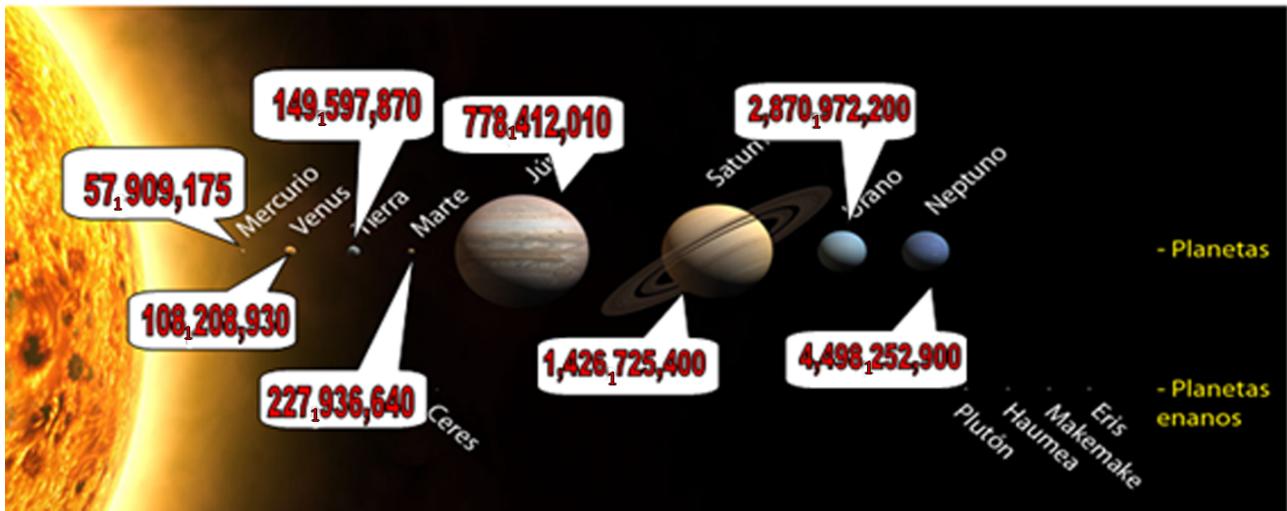
Escriba con sus estudiantes las siguientes cantidades:

38,456; 232,343; 356,576.

GUÍA DE TRABAJO

Observar las siguientes representaciones y seguir los pasos que se describen.

1. Distancia en kilómetros a los planetas.



- a) Escribe las cantidades utilizando el cuadro de valores, que contenga: Unidades, Decenas, centenas, unidad de millar, decena de millar, centena de millar, unidad de millón, decena de millón, centena de millón, unidad de millar de millón.
 - b) ¿Qué sucede con las distancias de los planetas Saturno, Urano y Neptuno?
2. La siguiente tabla, muestra las áreas de los océanos más grandes del mundo. Identifica el que tiene mayor superficie y el que tiene menor superficie.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Paenza, A., 2005, Matemática ¿estás ahí?, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad de Buenos Aires, Editores Argentinos, S.A.
2. J. Gaussianos publicado el 12 diciembre de 2006 a partir de <http://gaussianos.com/los-problemas-del-millon-de-dolares/>

Referencias de imágenes

1. Figura 1: Fuente <http://cesaraching.wordpress.com/2010/03/23/grigori-perelman-rechaza-el-millennium-prize-de-un-millon-de-dolares/>
2. Figura 2: Fuente <http://web.educastur.prinCAST.es/proyectos/grupotecne/archivos/investiga/136jerogl%C3%A3cos.jpg>
3. Figura 3: Fuente <http://themistic.files.wordpress.com/2008/06/primero.jpg?w=300&h=205>
4. Figura 4: Fuente <http://www.altoquedeportes.com.ar/imgs/fotos/ajedrez%2018%2010%2011.jpg>
5. Figura 6: Fuente <http://www.ballesterismo.com/2010/10/el-billete-en-circulacion-mas-valioso.html>

Escribamos números

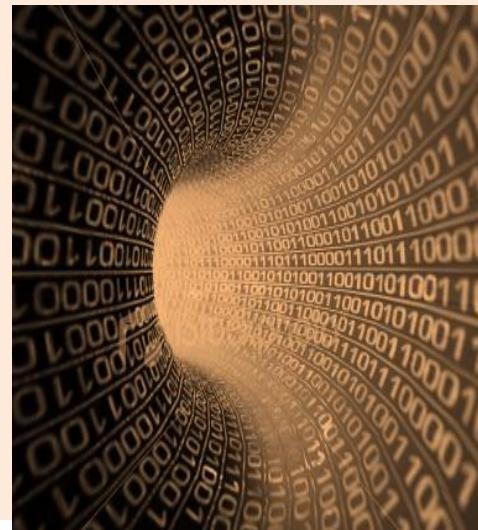


Figura 1. Código binario,

Descripción del tema

El poderoso sistema binario El CPU de la computadora sólo necesita reconocer dos estados, encendido o apagado, sí o no, de la misma manera como un interruptor siempre debe estar abierto o cerrado, o un flujo eléctrico encendido o apagado, un dígito binario debe ser siempre uno o un cero. Estos dos simples dígitos pueden crear circuitos capaces de realizar operaciones lógicas y matemáticas. La reducción de decimal a binario incrementa la longitud de la serie, pero esto es más que compensado por el aumento de la velocidad de respuesta.

Gottfried Leibniz presentó el sistema binario que se remonta a 1666. John Atanasoff, profesor de física en la Universidad Estatal de Iowa, construyó un ordenador binario prototipo en 1939 y Claude Shannon, Konrad Zuse y George Stibitz, reflexionaron sobre los beneficios de combinar los números binarios con la lógica booleana. Hoy, por supuesto, y en casi todos los equipos electrónicos construidos desde la década de 1950, el sistema binario ha reemplazado al decimal.

El sistema binario, básicamente simplifica el procesamiento de información, porque siempre debe haber al menos dos símbolos en un sistema de procesamiento para ser capaz de distinguir significado o propósito. El sistema binario es el más pequeño sistema de numeración que se pueden utilizar.

Fuente: <http://www.kerryr.net/pioneers/binary.htm>

Competencias

Saber representar y comunicar.

Saber resolver y enfrentarse a problemas.

Objetivo

Comparar números naturales menores o iguales que un millón, utilizando los valores posicionales de sus cifras.

Presaber

Dominio en la lectura y escritura de cantidades.

Comprensión del concepto de cantidad.

Vocabulario Clave

Base

En aritmética, base de un sistema de numeración es el número de objetos que forman una unidad de orden superior.

Base Hexadecimal

Se abrevia **Hex**, y es un sistema de numeración base 16. Sus aplicaciones se encuentran en informática y ciencias de la computación.

Sistema Vigesimal

Sistema numérico que sirve para nombrar números y contar, pero está basado en el número veinte. Fue adoptado por la cultura maya.



Figura 2. Calendario maya.

Sistemas de Numeración

En la historia, la especie humana se preocupó por encontrar formas de expresar cantidades de manera sencilla y que fuera comprendida por la mayoría de personas, permitiendo de este modo la proliferación de actividades comerciales o de intercambio.

Se optó por crear una serie de **guarismos** o símbolos que representan cantidades concretas, de este modo, se concibieron los diversos sistemas de numeración como: sistema babilónico, en el que se utilizaba la base hexadecimal (60), el sistema romano (considerado sistema aditivo) y el sistema decimal (sistema posicional).

Consideraremos un acercamiento a los diversos sistemas de numeración e interpretaremos de ese modo, las propiedades de sistemas aditivos y sistemas de posición.

Sistemas de Numeración Aditivos

Para ver cómo es la forma de representación aditiva, consideremos el sistema jeroglífico egipcio. Por cada unidad se escribe un trazo vertical, por cada decena un símbolo en forma de arco y por cada centena, millar, decena y centena de millar y millón un jeroglífico específico. Así, para escribir 754 usaban 7 jeroglíficos de centenas 5 de decenas y 4 trazos. De alguna forma todas las unidades están físicamente presentes.

I	II	III	IV	V	VI	VII
1	10	100	1000	10000	100000	10^6

Figura3. Sistema de numeración aditivo

Para escribir la cantidad 245, se prosigue de la forma siguiente.

Se toman 2 símbolos que representen el número 100.



4 símbolos correspondientes al número 10



5 símbolos correspondientes a la cantidad 1



Numeración Egipcia

El sistema de numeración egipcio permitió representar cantidades tan grandes como el millón desde principios del tercer milenio a. C. Aunque el sistema numérico egipcio no era posicional, permitía el uso de grandes números.



Figura 4. Pirámide de Egipto. Fotografía: fuente Wikipedia.

Numeración Griega

El sistema de numeración griego usa letras del alfabeto griego. En la Grecia moderna aún se usan para los números ordinales, de forma parecida al uso de los números romanos en el occidente europeo; para el resto de usos se emplea la numeración arábiga.



Figura 5. Partenón

245 representado en simbología egipcia.



El sistema egipcio, al ser considerado un sistema aditivo, implica que el número se representa como resultado de la suma de cada una de sus partes.

$$200 + 40 + 5 = 245$$

El orden en que aparezcan los símbolos (posición) no afecta el resultado final.



Lo importante es que la sumatoria final de los símbolos, dé como resultado el número en sí.

Este sistema de numeración fue utilizado por los egipcios desde el tercer milenio. El sistema de numeración egipcio es similar al sistema arábigo en relación a la base (10).

Otros sistemas numéricos aditivos

Sistema de numeración griego

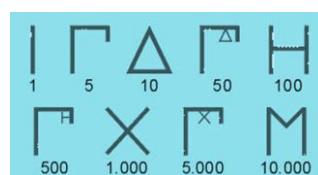


Figura 6. Sistema de numeración griego

Ejemplo: $\text{XX}\Delta\text{II}=2012$; $\text{XXXH}\Delta\text{II}=3122$

El primer sistema de numeración griego se forma a partir del año 600 antes de Cristo.

Sistema de numeración chino



Figura 7. Sistema de numeración chino

Numeración Babilónica

1	11	21	31	41	51
2	12	22	32	42	52
3	13	23	33	43	53
4	14	24	34	44	54
5	15	25	35	45	55
6	16	26	36	46	56
7	17	27	37	47	57
8	18	28	38	48	58
9	19	29	39	49	59
10	20	30	40	50	

Figura 8. Numeración Babilónica

Numeración Maya

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19
20	21	22	23	24
25	26	27	28	29
30	31	32	33	34
35	36	37	38	39
40	41	42	43	44
45	46	47	48	49

Figura 9. Numeración Maya

Sistema de numeración posicional

Este sistema se caracteriza porque la posición de una cifra nos permite identificar si son unidades, decenas, centenas, unidad de millar, decena de millar, centena de millar o unidad de millón, o en general la potencia de la base correspondiente.

Históricamente culturas como la hindú, babilónica, china y maya, en diferentes épocas concluyeron en el mismo principio. Sin embargo, la ausencia del cero impidió a los chinos un desarrollo completo hasta que lo introdujeron.

Los sistemas babilónico y maya, al no disponer de símbolos particulares para los dígitos, no eran eficientes para hacer operaciones, y para representarlos usaban una acumulación del signo de la unidad y la decena.

El hecho de que sus bases fuesen 60 y 20 respectivamente, no representó en principio ningún obstáculo. Los mayas, por su parte, cometían una irregularidad a partir de las unidades de tercer orden, ya que detrás de las veintenas no usaban $20 \times 20 = 400$ sino $20 \times 18 = 360$, para adecuar los números al calendario, una de sus mayores preocupaciones culturales.

Sistema de numeración decimal (Arábigo)

En el sistema de numeración arábigo (numeración decimal), se utilizan los símbolos o guarismos matemáticos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Según la posición que estos utilicen en la cantidad por formar, así se designa su valor, es decir, para el número 345, se tienen 5 unidades, 4 decenas y 3 centenas.



Esta representación facilita la lectura, identificando los elementos que pertenecen a 100, 10 y 1 (centenas, decenas y unidades). La lectura se realiza de arriba hacia abajo. El número se lee y escribe trescientos cuarenta y cinco.

Historia

Es casi seguro que la razón de la base 20 del sistema de numeración maya, es debido a que la gente contaba con los dedos de sus manos y pies.

De hecho, vale la pena señalar que, aunque el sistema es de base 20, sólo tiene tres símbolos de número (tal vez el símbolo de la unidad que surge de una piedra y el símbolo de la línea de un palo usado en el conteo). A menudo se dice lo imposible que sería tener un sistema numérico con gran base, ya que implicaría recordar muchos símbolos.

Esto muestra cómo las personas están condicionadas por el sistema que utilizan y solo pueden ver las variantes del sistema de numeración en estrecha analogía con aquella con la que están familiarizados.

Las características sorprendentes y avanzadas del sistema de numeración maya es el cero. Sin embargo, el sistema no era un verdadero sistema posicional como vamos a explicar.

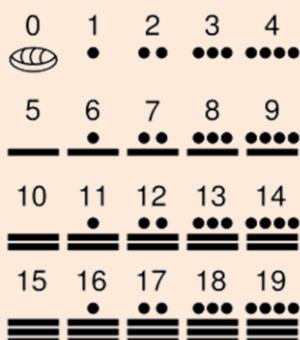


Figura 10. Numeración maya.

Actividad 1. Sistema de numeración decimal (Arábigo)

Objetivo

Identificar en el estudiantado el nivel de entrada o conocimientos previos que este posee antes de desarrollar la temática.

Materiales

Láminas ilustrativas

1. Coloca bajo las imágenes un número para el que represente el orden en que suceden.



2. Relaciona los siguientes números con la escritura correspondiente.

4,564

Seis mil ochocientos
veintiuno

6,821

Cuatro mil quinientos
sesenta y cuatro

15,456

Ciento treinta mil
cuatrocientos cincuenta y seis

130,456

Quince mil cuatrocientos
cincuenta y seis

Objetivo

Aplicar conocimientos relacionados con la escritura de números de cinco cifras. Utilizar los números ordinales.

Materiales

Hoja impresa con el dibujo de los tráileres, para que el grupo escriba en números y letras los números que dicten.

Tarjetas con los números ordinales.

Indicaciones

Como docente explicará que los números de cinco o seis cifras se usan generalmente para medir o contar grandes cantidades, por ejemplo: el precio de un automóvil, el territorio de nuestro país, el largo de un río.

Veamos el siguiente problema: Considera los números 1, 2, 3, 4, 5, 6. Puedes decir cuál es el número más grande que se puede formar con las seis cifras.

Repuesta **654321**

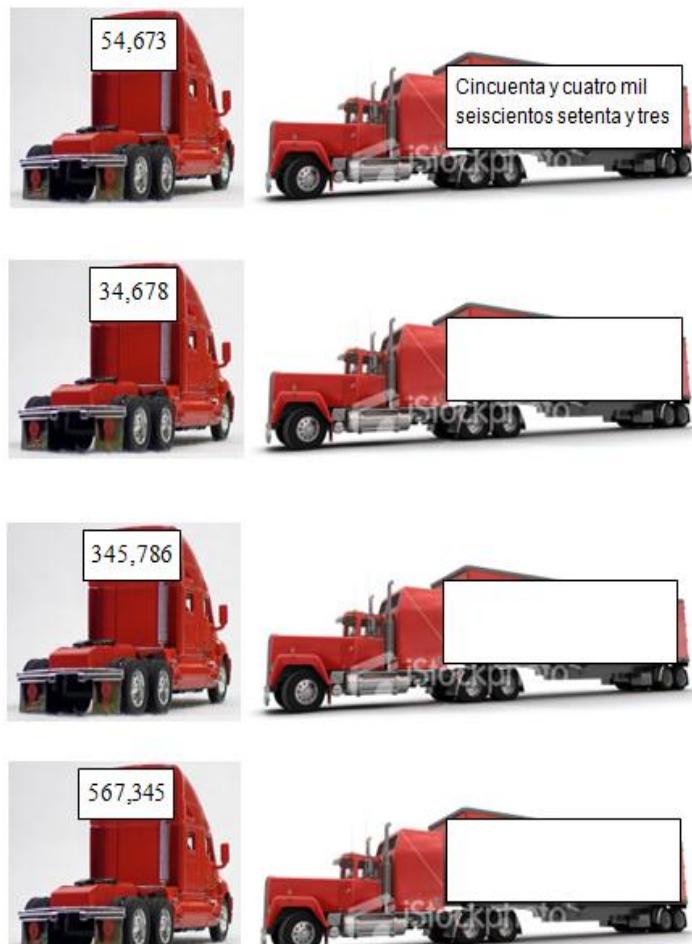
¿Y el anterior a este?

Sabías que con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6 se pueden formar 720 números distintos.

Actividad 2. Lectura y escritura de números

Utilizar la siguiente lámina para que el niño o niña coloque números en los dibujos de la columna izquierda, y desarrolle su lectura y escritura en los dibujos de la columna derecha.

- Pregunte posteriormente cuál de los números es más grande.
- ¿Cuál de los números tiene más cifras?
- ¿Cuál de los números tiene cifras repetidas?
- ¿Cuál de los números no tiene cifras repetidas?
- ¿Cuál es la suma de las cantidades escritas? ¿Puedes leer ese número?



Objetivos

Analizar textos literarios que favorezcan la creatividad y formación personal e intelectual del estudiantado.

Materiales

En un cartel, hacer una cuadrícula de 6×6 cuadrados de tamaño razonable.

Fichas con letras (U, D, C) color rojo.

Fichas con letras (UM, DM, CM) color verde.

Fichas con números del cero al nueve, 3 juegos de fichas de color rojo y 3 juegos de fichas de color verde.

Tirro.

Indicaciones

Presentar al grupo estudiantil números que posean siete cifras, e invitar a utilizar la siguiente tabla para posicionar la cantidad.

Tabla 1. Posiciones de siete cifras.

Actividad 3. Escritura y descomposición de cantidades con unidades de millón.

Colocar la siguiente cifra: 1.230,456

Unidad de millón	CM	DM	UM	C	D	U
1	2	3	0	4	5	6

Unidad de millón	CM	DM	UM	C	D	U
1	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0
		3	0	0	0	0
			0	0	0	0
				4	0	0
					5	0
						6

Lectura.

Unidad de millón	CM	DM	UM	C	D	U	Lectura
1	0	0	0	0	0	0	Un millón
	2	0	0	0	0	0	Doscientos mil
		3	0	0	0	0	Treinta mil
			0	0	0	0	
				4	0	0	Cuatrocientos
					5	0	Cincuenta
						6	seis

Unidad de millón	CM	DM	UM	C	D	U

Un millón, doscientos treinta mil, cuatrocientos cincuenta y seis.

Objetivo

Fortalecer en el estudiantado el conocimiento del significado de los números y sus operaciones mediante la solución de problemas diversos.

Materiales

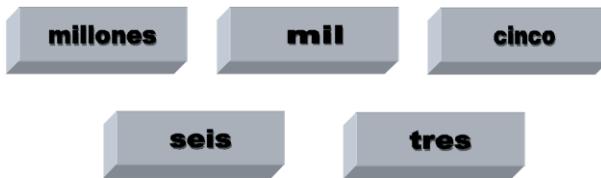
Seis tarjetas cartulina de 7 cm x 4 cm por participante.

Indicaciones

Es posible que algunos de los equipos no encuentren todos los números, se recomienda promover el análisis colectivo para ver qué equipos encuentran más números distintos, cuáles tienen sentido y cuáles no.

Actividad 4. Escritura simbólica de cantidades con unidades de millón.

Tarjetas numéricas.



Proceso

Organizar el grupo estudiantil en equipos de cuatro y brindarles tarjetas como las que se muestran.

Luego, escribir en el pizarrón el siguiente problema:

Encontrar todos los números que puedan obtenerse combinando las cinco tarjetas y anotarlos en el cuaderno en orden, de menor a mayor, con letras y con números.

Discutir en equipos las diferentes maneras en que pueden combinarse las tarjetas, y escribir números que tengan sentido, por ejemplo:



Cinco millones, seis mil tres

5,006,003

Esta actividad permite que cada estudiante explore, conjeture, valide ante sus compañeros la escritura y lectura de números, así como la comparación y el orden.

Las personas integrantes del grupo escribirán en el pizarrón (con cifras) los números encontrados. Invitarles a determinar el orden entre los números.

Al analizar los resultados escritos en el pizarrón, se notará que existen doce números diferentes que pueden formarse.



Figura 11. Niños participando.

Cinco millones seis mil tres.	Tres millones ocho mil seis.	Seis mil ocho millones tres
Cinco millones tres mil seis	Tres millones seis mil ocho.	Seis mil tres millones ocho
Seis millones ocho mil tres.	Ocho mil seis millones tres	Tres mil ocho millones seis
Seis millones tres mil ocho.	Ocho mil tres millones seis	Tres mil seis millones ocho

Objetivo

Representar los números en unidades, decenas, centenas, unidad de millas, de millar, centena de millar, unidad de millón. Utilizando la descomposición de cantidades y las cajas de valores.

Materiales

Láminas ilustrativas.

Indicaciones

Utilizar las láminas ilustrativas para describir actividades y situaciones donde se le invite al niño y la niña a descomponer cantidades y representar estas en unidades menores.

El número 100,000, se descompone como

1 centena de millar.

Recordar que una centena de millar posee diez decenas de millar, de este modo:

$$1 \text{ CM} = 10 \text{ DM}$$

$$100,000 = 10 \times 10,000$$

Hacer un análisis de cada una de las láminas pues es importante comentar sobre todo la del agua y las cosechas, se deberá incentivar a reflexionar sobre la seguridad alimentaria y el medio ambiente.

Actividad 5. Equivalencia entre números.

Lámina de Datos interesantes:

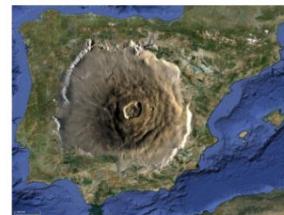
Monte Everest



El monte Everest es la montaña más alta sobre el nivel del mar. Está localizada en el Himalaya, en el continente asiático, y marca la frontera entre Nepal y China.

884,400 cm

Monte Olimpo



El monte Olimpo (En latín Olympus Mons) es el mayor volcán conocido en el Sistema Solar. Se encuentra en el planeta Marte

2,700,000 cm

El hoyo más profundo de la Tierra



El agujero más grande de la Tierra, es un proyecto que empezo hace 42 años por científicos de la Unión Soviética con el objetivo de estudiar las capas de la Tierra.

1,200,000 cm

Distancia de la Tierra a la Luna



La Luna es el único satélite natural de la Tierra y el quinto satélite más grande del sistema Solar.

384,400 km

Agua potable



La Tierra es un planeta azul ya que tiene el 72% de su superficie cubierta de agua. El 97% del agua existente, está compuesta por agua salada de los océanos y los mares. El agua potable es el 3% del agua del planeta.

42,000,000 km³

Cosecha de frijol en 2009



Al cierre de la temporada de lluvia, un fenómeno ligado al paso de la tormenta tropical Ida, provocó catastróficos daños localizados en la zona central del país, afectando principalmente la cosecha de frijol y maíz, según la MAG, 566,000 quintales de frijol con un valor de \$20 millones se perdieron, lo que equivale al 40% de la cosecha 2009.

566,000 quintales

20,000,000 dólares

Proceso

1. Proporcionar al estudiantado la lámina con las fichas informativas, leer cada una de ellas e invitar a comentar y discutir acerca de ellas. Utilizar la información que estas muestran, para descomponer números en unidades, decenas, centenas, unidad de millar, decena de millar, centena de millar, unidad de millón, decena de millón.
2. Utilizar las equivalencias y representar unidades de millón en centenas de millar, decenas de millar.
Ejemplo:
 $2,170,000$: contiene 27 centenas de millar, 270 decenas de millar.

Guía de trabajo

Realiza las siguientes actividades.

1. Encierra con color azul los números menores que $3,154,9654$.



- a) Descomponer las cantidades en unidades, decenas, centenas, unidad de millar, decena de millar, centena de millar y unidad de millón.
- b) Ordena las cantidades de menor a mayor.

2. Escribe un número impar, que según el orden de sus cifras, posea las siguientes características:
 - a) En la posición de la unidad de millón, posea el mayor múltiplo de dos entre 1 y 10.
 - b) En la centena de millar, el menor número primo entre 1 y 100.
 - c) En la decena de millar, el mayor número par entre 1 y 10.
 - d) En la unidad de millar, debes posicionar la cifra de la decena del resultado de sumar el número que ubicaste en los literales a), b) y c).
 - e) En la centena y decena; se posicionan dos números enteros consecutivos que al sumarse entre sí, se obtiene el número 15.
 - f) En la cifra de la unidad debes hacer cumplir el requisito, de que el número resultante es impar.
¿Qué números ubicarías en esta posición.

Escribe el número.

<input type="text"/>						
U de millón	CM	DM	UM	C	D	U

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. B. Patricia, (2004) El hombre que calculaba Recuperado diciembre 12, 2010, a partir de <http://www.librosmaravillosos.com/hombrecalculaba/index.html>
2. Casado, S. (2000). Sistemas de numeración. Recuperado diciembre 12, 2010, a partir de <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html>
3. Espinosa, H. (1999) Matemática, Educación secundaria, Fichero de Actividades Didácticas, Secretaría de educación pública.

Referencias de imágenes.

1. Figura 1: Fuente <http://informacioncodificada.blogspot.com/2011/07/codigo-binario.html>
2. Figura 2: Fuente <http://www.mayatikal.com/wp-content/uploads/2009/05/calendario-maya-tzolkin.jpg>
3. Figura 5: Fuente http://1.bp.blogspot.com/jyTnYY16YxU/TgKDRAYEsI/AAAAAAA2o/z9PWyDSdJQ/s1600/part_enon.jpg
4. Figura 10: Fuente <http://viajesnorteamerica.com/numeros-mayas-la-numeracion-maya/>

Los decimales

Descripción del tema

Simon Stevin publicó en 1585 *La Theinde* (el décimo), un folleto de veintinueve páginas en el que presentó un estudio básico y completo de las fracciones decimales. Aunque él no inventó los decimales (que habían sido utilizados por los árabes y los chinos mucho antes) Stevin hizo introducir su uso en Europa.

Stevin señaló que la introducción generalizada de la moneda decimal, medidas y pesos solo sería cuestión de tiempo (probablemente se sorprendería al saber que algunos países en pleno siglo XXI, todavía se resisten a adoptar el sistema decimal).

Robert Norton publicó una traducción al inglés de *La Theinde* en Londres, en 1608. Se titulaba *Disme, las artes de décimas o Decimal Arithmetike* traducción que inspiró a Thomas Jefferson para proponer una moneda decimal en los Estados Unidos (tenga en cuenta que una décima parte de un dólar todavía se llama moneda de diez centavos).

La noción de Stevin de un número real fue aceptada por prácticamente todos los científicos posteriores. Particularmente importante fue la aceptación de Stevin de los números negativos, aunque no aceptó los números imaginarios.

Un importante dato es que Stevin, en su libro Stelreghel (Álgebra) utiliza la notación +, - y $\sqrt{}$

Fuente: <http://www.gap-system.org/~history/Biographies/Stevin.html>



Figura 1. Estatua de Simón Stevin, en Brujas-Bélgica.
Foto

Competencias por Fundamental

- Saber representar y comunicar.
- Saber resolver y enfrentarse a problemas.

Objetivos

- Reconocer los decimales exactos y periódicos.
- Expresar un número decimal como fracción.
- Expresar una fracción como número decimal.
- Representar números decimales en la recta real de forma aproximada.

Presaber

Dominio en la lectura y escritura de cantidades decimales.

Comprensión del concepto de cantidad decimal.

Vocabulario Clave

Notación decimal

Se refiere a la base 10 en la notación posicional, como el sistema de numeración árabe-hindú. Sin embargo, también se puede utilizar de manera más general para referirse a sistemas no posicionales, como el romano o los números chinos, que también se basan en potencias de diez.

Punto decimal

Es el que separa la parte entera de la parte decimal.

Centenas	Decenas	Unidades	punto	Décimos	Centésimo	Milésimos
3	0	5	.	0	2	4

Figura 2. Representación de cantidades.

Fracción

Una **fracción** (del latín *fractus*, roto) es un número que puede representar parte de un todo. Las primeras fracciones fueron recíprocas de los números enteros: los antiguos símbolos que representan una parte de dos, una parte de tres, una parte de cuatro, y así sucesivamente.

Números Decimales

Los números decimales tienen su origen en el sistema de numeración (sistema decimal base 10). Un número decimal indica la existencia de cantidades entre dos números enteros. Así, cuando medimos un objeto, se observa que en muchas ocasiones la longitud de este no es exactamente 1m o 2m, ni 120 cm o 350 cm. ¿Cómo interpretar la medida 3 metros, 4 centímetros y un poco más? Esta expresión muestra que existen longitudes menores que el centímetro, que representan en sí parte de él.

Escritura de números decimales

Los números decimales poseen dos partes. Una de ellas es llamada *parte entera* y se encuentra a la izquierda del punto, al que se le llama *punto decimal*, las cantidades que se encuentran a la derecha del punto, son llamadas *parte decimal*.

El punto decimal, es sustituido en muchas ocasiones por la *coma decimal*. La asignación es sencilla. Tradicionalmente la coma es utilizada para denotar miles (1,000) y el punto para denotar decimales (0.1), así, para escribir una cantidad que contiene miles y decimales, se utiliza la coma y el punto (1,378.4) la cantidad representa *mil trescientos setenta y ocho, cuatro décimas*.

Ahora, si se asigna la coma decimal como indicador de los números decimales, esto implica que al punto se le asigna la función de denotar miles, con esta asignación la cantidad 1.345,2 se lee: *mil trescientos cuarenta y cinco punto dos*. Es necesario considerar que la utilización de puntos decimales co

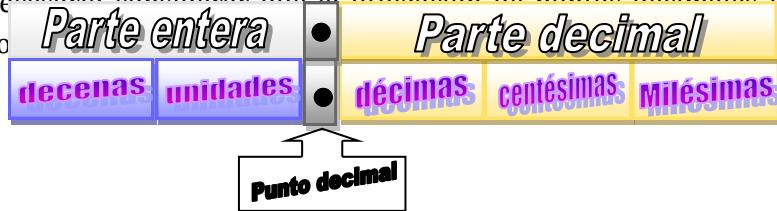


Figura 3. Esquema de representación de cantidades.

Esquema

La posición de cada una de las cifras, indica en la parte entera si pertenece a las unidades, decenas o centenas.

Los números decimales se leen como si fueran enteros, pero luego se les da el nombre de la última cifra decimal según la posición que tenga. Un número decimal no se altera escribiendo o suprimiendo ceros en su derecha.

Ejemplo

$$8.4 = 8.40$$

porque la parte entera es la misma y 4 décimas valen 40 centésimas.

Ejemplo

$$3.500 = 3.50 = 3.5$$

Lo anterior, porque no ha variado la parte entera y las 500 milésimas valen 50 centésimas o 5 décimas.

Para leer un número decimal se enuncia primero la parte entera, seguida de la palabra unidades o enteros; después se lee la parte decimal como si fuera un número entero, expresando el orden decimal que corresponde a la última cifra.

Los números decimales son racionales ya que se pueden escribir como fracción. Según la posición de un dígito en el número decimal, la lectura de 0.37149 es:

$$0 \text{ unidad} = 0$$

$$3 \text{ décimas} = 3/10$$

$$7 \text{ centésimas} = 7/100$$

$$1 \text{ milésima} = 1/1000$$

$$4 \text{ diezmilésimas} = 4/10000$$

$$9 \text{ cienmilésimas} = 9/100000$$

Al observar la parte decimal, se identifica que el orden de aparición de las cifras es importante: El primer número que hay a la derecha del punto decimal se llama *décima*, el segundo, *centésima* y el tercero, *milésima*.

Interpretación: Las décimas indican que la unidad se divide en diez partes, la centésima, en 100 partes y las milésimas en 1,000 partes.

¿Cómo se leen y escriben?

En la lectura de números decimales, se considera la posición que ocupan las cifras que componen el número. De este modo, el número tres puede utilizar cualquiera de las posiciones según el siguiente esquema:

C	D	U	.	d	c	m	
3	0	0	.				3 centenas
	3	0	.				3 decenas
		3	.				3 unidades
			.	3			3 décimos
			.	0	3		
			.	0	0	3	

La lectura de números decimales se efectúa de la manera siguiente: primero, se indica la parte entera si esta existe, a continuación, la parte decimal indicando el orden de la unidad menor (décimos, centésimos o milésimos).

Por ejemplo, para el número 2.34

C	D	U	.	d	c	m
		2	.	3	4	

Se lee:

Dos enteros, treinta y cuatro centésimos.

En este caso, el valor de la casilla correspondiente a la unidad es cero; en la casilla de las décimas aparece cero, y para las centésimas el valor es 4.

Se lee: **cuatro centésimas.**

Si en la parte entera aparece cero, entonces se lee inmediatamente la parte decimal.

Reseña histórica

Una de las cuestiones ortográficas que diferencian los libros de matemática con los que no lo son, pero utilizan números decimales, es la simbología empleada en su representación.

En la historia de la Matemática, Stevin es conocido como uno de los primeros expositores de la teoría de las fracciones decimales. En la historia de la Física se le conoce por sus contribuciones a la Estática e Hidrostática.

Entre los eruditos de su tiempo fue conocido por sus trabajos sobre fortificación e ingeniería militar. Sus contemporáneos le conocieron por la invención de un carro que, cargado con veintiocho personas, se movía a una velocidad superior a la de un caballo al galope.

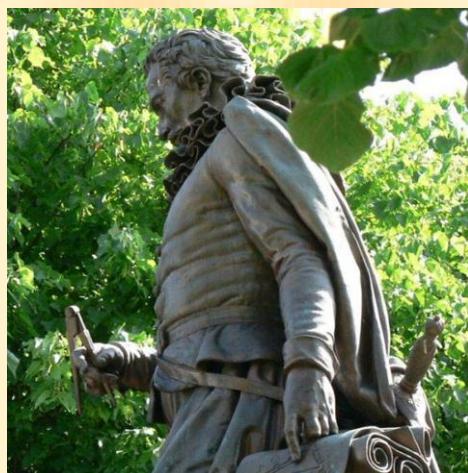


Figura 4. Fotografía por Willems Marc.

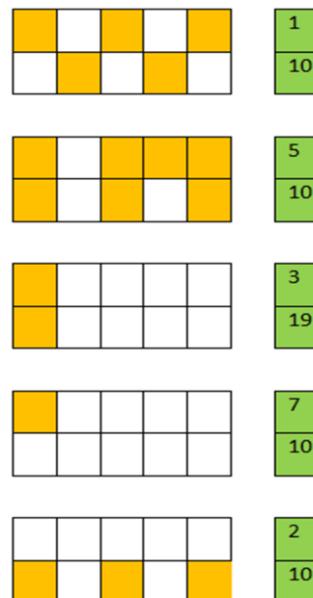
Conocimientos previos

Diagnosticar los conocimientos previos que posee el estudiante antes de iniciar el desarrollo de la temática.

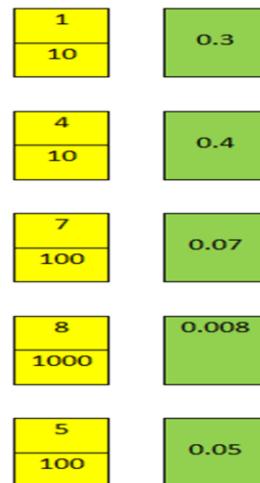
Descripción

Determinar la comprensión de expresiones fraccionarias de denominador 10 y representación en decimal.

Ejercicio 1: Relación de ilustraciones y fracciones de denominador 10.



Ejercicio 2: Relacionar las fracciones con la representación decimal.



Objetivo

Practicar la lectura y escritura de números decimales con una cifra decimal.

Materiales

Fichas con representaciones fraccionarias con denominador 10.

Indicaciones

Observar las fichas con representaciones fraccionarias de denominador 10, y relacionar la ilustración con la expresión en decimal, reforzando además, la lectura de las cantidades.

Considerar que para los números.
2.4;4.5;6.8;2.3.

Primero se lee la parte entera y luego la parte decimal. En cambio, para los números:

0.3; 0.5; 0.8

Se lee la parte decimal, considerando la ubicación de las cifras, en el listado anterior, los números se ubican en la posición de las décimas.

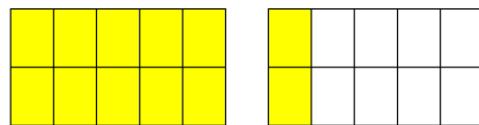
0.3 → tres décimas

0.5 → cinco décimas.

Actividad 1. Leamos decimales.

La lectura de decimales se realiza según la posición de los números que lo conforman. Así, las cantidades 0.4 y 1.3, se leen “cuatro décimas” y “un entero, 3 décimos” respectivamente.

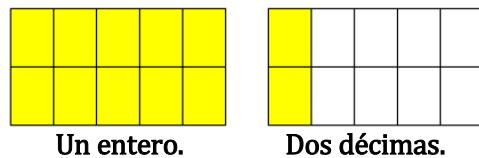
Observar la ilustración y representar en forma de fracción y después convertir a decimal.



Cada rectángulo equivale a 1, en el primer rectángulo, se tienen en total 10 partes, de las cuales se toman todas a la vez, es decir, se ha tomado la unidad. En cambio, en el segundo rectángulo se han tomado 2 partes de 10.

La fracción representa que, si se divide la unidad en 10 partes, a continuación se toman 12 de estas, entonces esto se expresa de la forma: $\frac{2}{10}$

La interpretación gráfica permite representar la fracción en notación decimal fácilmente. Observar que el primer rectángulo ha sido tomado por completo, esto indica que se tiene “un entero”. Del segundo rectángulo se toman dos partes de diez (dos décimas partes) que se leen “dos décimas”.



Indicaciones

Brindar al estudiantado el material expuesto en la Lámina 1, donde se muestra la expresión oral de números decimales. El reto consiste en posicionar o escribir en el recuadro vacío, el número decimal que corresponde en concordancia con la lectura.

En la Lámina 2 se le pide representar la lectura de decimales de forma escrita, y a continuación expresarla gráficamente utilizando figuras geométricas.

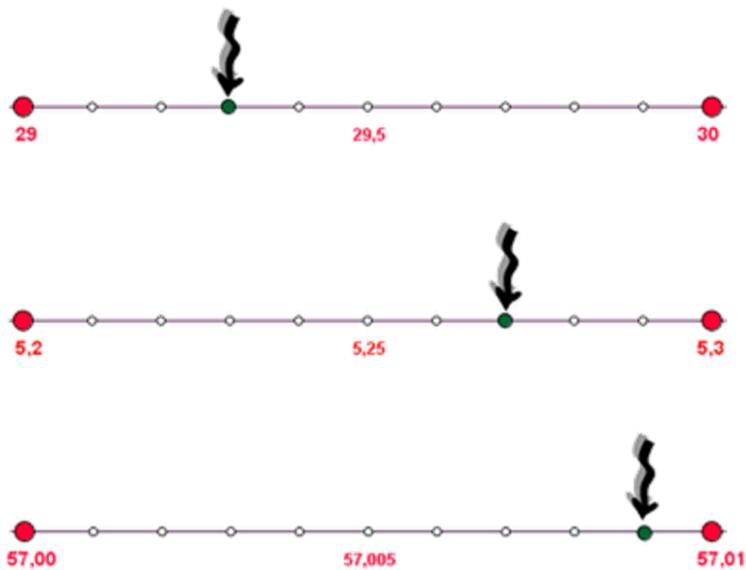
La lectura y escritura de números decimales de una cifra decimal, pueden representarse y facilitarse mediante la ubicación de números en la recta numérica.

Hay que dividir cada unidad en 10 partes iguales, y a continuación representar las cantidades tomando en consideración la parte entera y la parte decimal.

Lámina 1: Lectura de números decimales

- | | | |
|------|----------------------|--|
| 34.3 | <input type="text"/> | Ocho décimas |
| 0.1 | <input type="text"/> | Cuatro enteros, cinco décimos |
| 15.7 | <input type="text"/> | Treinta y cuatro enteros, tres décimos |
| 0.8 | <input type="text"/> | Una décima |
| 14.5 | <input type="text"/> | Quince enteros, siete décimos |
| 43.3 | <input type="text"/> | Catorce enteros, cinco décimos |
| 15.6 | <input type="text"/> | Quince enteros, seis décimos |

Lámina 2. Discutir con tus compañeros el número representado en cada uno de los siguientes casos:



Objetivo

Interpretar el valor posicional de números decimales, mediante la representación en la recta numérica.

Materiales

Recta numérica.

Fichas con números decimales.

Ilustraciones de animales, personas u objetos.

Indicaciones

En una tira de papel bond de aproximadamente dos metros, posicionar los números naturales y dividir la separación entre un número y otro en diez partes iguales.

Proponer al estudiante ubicar sobre la recta numérica, puntos, según se le indique.

Proponer al estudiante, ubique en la recta numérica las cantidades que la docencia especifica.

En cada posición se ubicará un objeto o ilustración diferente.



Figura 8. Ilustraciones de objetos y personas.

Actividad 2. Posición de números decimales.

Ubicación de números decimales en la recta numérica

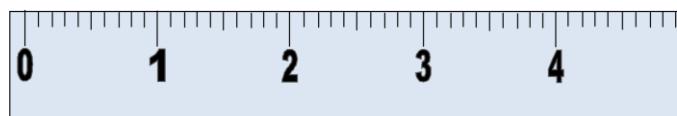


Figura 5. Ilustración de la recta numérica.

Según la ilustración de la recta numérica, entre 0 y 1 se encuentra diez partes, cada parte corresponde a una décima. Así, para representar el número “un entero cuatro décimas” se prosigue de la siguiente manera.

Representar en la recta numérica la parte entera de la expresión:

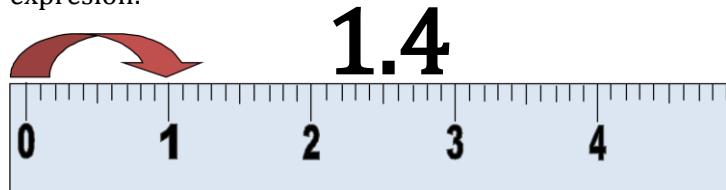


Figura 6. Representación gráfica de decimales.

A partir de este punto, se identifica a la derecha la parte decimal

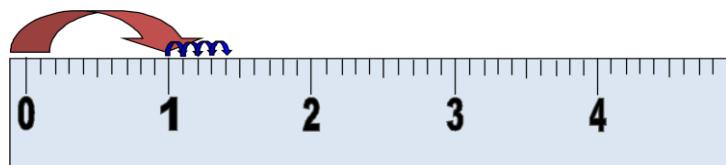
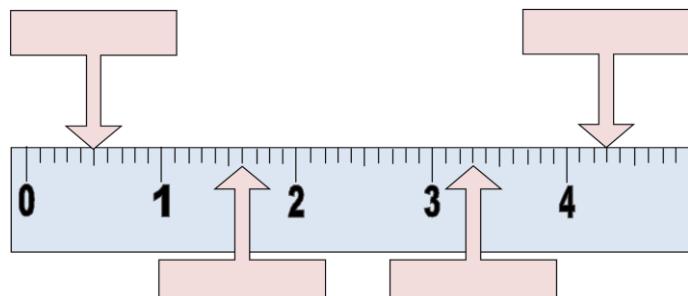


Figura 7. Representación gráfica de decimales.

De esta forma se representa “1.4” en la recta numérica.

Lamina 1: Ubicar el número decimal que corresponde en el lugar señalado.



Objetivo

Analizar la interpretación estudiantil con respecto a la utilización de la simbología “mayor que” ($>$), o “menor que” ($<$) en números con una cifra decimal.

Materiales

Láminas

con ilustraciones que motiven la interpretación de mayor y menor con decimales.

Fichas con dibujos e ilustraciones que expresen situaciones concretas de aplicación de los decimales.

Indicación

Observar la lámina e interpretar los elementos que son mayores y los que son menores.

Considerar utilizar los símbolos ($<$) y ($>$), teniendo presente la siguiente propiedad.

El número u objeto que se encuentra en la parte cerrada del símbolo, será menor que el número u objeto que se encuentre en la parte abierta del mismo.



El perro grande se ubica en la parte abierta del símbolo de desigualdad

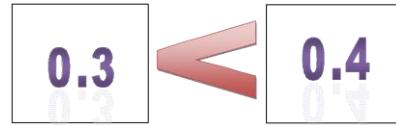
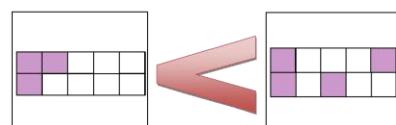
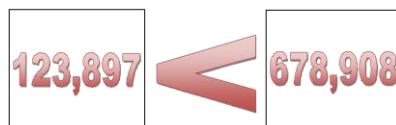


El perro pequeño se ubica en la parte cerrada de la desigualdad

Figura 9. Representación de más grande que o mayor que.

Actividad 3. ¿Cuál es mayor?

Lámina 1: Acercamiento a las desigualdades.



Para los números 0.3; 0.6; 0.5; 0.4, que no poseen parte entera, se determina el elemento mayor observando la parte decimal; el valor numérico más grande, será mayor.

Ubicar en el espacio el signo de desigualdad ($>$) o ($<$) según corresponda.

$$0.8 \quad \boxed{} \quad 0.3$$

$$0.4 \quad \boxed{} \quad 0.2$$

$$0.9 \quad \boxed{} \quad 0.8$$

Si las representaciones decimales poseen una cifra que se identifique como parte entera, entonces se consideran dos situaciones:

La parte entera de ambas expresiones es igual; en este caso, será mayor el que tenga mayor cifra decimal.

La parte entera es diferente en ambas expresiones; será mayor el que exprese mayor parte entera.

$$1.3 \quad \boxed{} \quad 1.5 \quad 4.2 \quad \boxed{} \quad 4.3$$

$$2.1 \quad \boxed{} \quad 1.2 \quad 6.7 \quad \boxed{} \quad 7.6$$

Objetivo

Fortalecer el proceso de conversión de fracción de denominador 100, a decimal.

Materiales

Fichas con representaciones fraccionarias con denominador 100.

Indicaciones

Mostrar el proceso de conversión de fracción a decimal de la actividad 4. Luego invitar a los estudiantes formular otras expresiones fraccionarias de denominador 100.

Ejemplo

$$\begin{array}{c} 34 \\ \hline 100 \end{array} \quad \begin{array}{c} 56 \\ \hline 100 \end{array} \quad \begin{array}{c} 99 \\ \hline 100 \end{array}$$

Convertir cada expresión fraccionaria a expresión decimal.

$$0.34 \quad 0.56 \quad 0.99$$

Permitir que los estudiantes observen y discutan las representaciones. Luego, ellos argumentarán el proceso de conversión.

Actividad 4. Comprensión de las centésimas.

Lámina 1. Conversión de fracción a decimal.

Recordar el proceso de conversión de fracciones con denominador diez a números decimales.



Proceso

Invitar al estudiantado, a imaginar un conjunto de 100 personas, donde cada una de ellas forma parte del total.

Si del grupo total se tomase una persona, esta acción se representa con la fracción.

$$\frac{1}{100}$$

Se lee “uno de cien” o “uno sobre cien”

Si cambia la situación, y ahora se toman 20 del total de personas, la fracción por considerar es:

$$\frac{20}{100}$$

Se lee “veinte de cien” o “veinte sobre cien”

Invitar al estudiantado a representar estas cantidades en forma decimal, tomando en consideración el proceso de conversión de fracciones que tienen denominador diez.

Si la fracción:

$$\frac{3}{10}$$

Se representa como decimal, de la forma: **0.3**

Observar las diversas representaciones elaboradas y posteriormente mostrar la forma correcta.

Objetivo

Elevar la capacidad de lectoescritura de números de dos cifras decimales.

Materiales

Cartel que contenga la siguiente información.

Parte entera		•	Parte decimal	
decenas	unidades	•	décima	centésima

↑
Punto decimal

Parte entera		•	Parte decimal	
decenas	unidades	•	décima	centésima

4 5 . 3 4

Lámina con ilustraciones y aplicaciones.

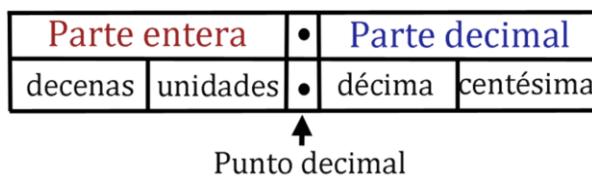
Indicaciones

Explicar la estructura de los números decimales con la ayuda del cuadro donde se especifican: unidades y decenas como parte entera, y décimos y centésimos como parte decimal, ambas partes separadas por el punto decimal.

En la Lámina 3, cada estudiante relaciona la escritura y lectura de los números decimales.

Actividad 5. Lectura de números con dos cifras decimales.

Para leer números con dos cifras decimales, se considera la posición de las cifras en relación con el esquema siguiente.



Ejemplo: Para la cantidad 45.34, si se ubican las cifras en la casilla correspondiente, se tiene:

Parte entera		•	Parte decimal	
decenas	unidades	•	décima	centésima

4 5 . 3 4

La parte entera se lee “cuarenta y cinco”, y la parte decimal “treinta y cuatro”. La lectura de la expresión, se hace atendiendo la posición de la última cifra de la derecha. En este caso, corresponde a la casilla de las centésimas, por lo tanto, la expresión se lee: “cuarenta y cinco enteros, treinta y cuatro centésimos”.

Lámina 1. Lectura y escritura de números de dos cifras decimales.

Relaciona la lectura y la escritura de las cantidades.

2.45

Cuatro enteros, veintiún centésimos

34.89

Dos enteros, cuarenta y cinco centésimos.

67.56

Tres enteros, seis centésimos

4.21

Sesenta y siete enteros, cincuenta y seis centésimos

3.06

Treinta y cuatro enteros, ochenta y nueve centésimos

Objetivo

Utilizar números decimales en la interpretación de situaciones problemáticas.

Materiales

Ilustraciones de competencias de natación.

Fichas con números decimales.

Indicaciones

En la ilustración, se muestran personas que han recorrido diversas distancias en relación al punto de origen de la competencia. Ubicar cada una de las fichas numeradas, según la distancia recorrida.

Actividad Final.

Utilicemos los números decimales.

Ubicar las siguientes fichas sobre cada competidor, según la distancia recorrida por cada uno de ellos.

45.1 m 45.9 m 47.5 m 48.12 m



Figura 10. Personas en competencia.

- Ordenar los decimales en orden ascendente.
- Ordenar los decimales en orden descendente.
- ¿Cómo calcularías la distancia que separa a cada uno de los nadadores?

Analiza y resuelve los siguientes problemas.

- Enrique quiere comprar un balón de futbol que cuesta \$45.56 y su hermana Marcela, una muñeca cuyo valor es de \$5.71. ¿Cuánto dinero necesitan aproximadamente los dos hermanos para comprar los juguetes?



\$45.56



\$5.71

- Ubicar sobre la recta numérica los siguientes objetos.



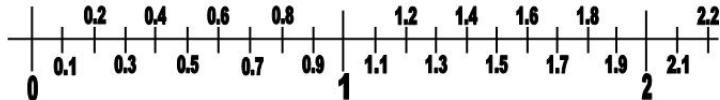
0.3



0.8



1.5



- Decir exactamente la distancia en metros que hay entre las figuras.
- ¿Cuál es la mayor distancia entre los elementos?
- Qué distancia es necesario moverse para llegar desde la casa hasta el niño, pasando por el árbol.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alfa 6 con estándares, 2005, serie matemática para educación secundaria y media, Grupo Editorial Norma, Colombia.
- J. Álvarez, Recurso didáctico para aprender aritmética. Recuperado diciembre 6, 2010, a partir de http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/primaria/actividades/aritmetica/decimales_y_fracciones/decimales/actividad.html
- K. Lovell, 1999, *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*, Ediciones Morata, Madrid España.

Sumemos y restemos números decimales

Descripción del tema

Matemáticos alcanzan una precisión de dos punto siete billones de decimales para el número π

Investigadores de Japón y los Estados Unidos han establecido un nuevo récord de precisión para calcular el número matemático “ π ”, según la agencia de noticias AFP. π es una constante matemática, que expresa la razón de la circunferencia a la longitud de su diámetro. Este es un número irracional cuya representación decimal no se termina nunca y no es periódica.

A día de hoy, es considerada la representación más exacta de las constantes de aproximadamente 2.7 billon es de decimales. Esta secuencia fue diseñada en el primer semestre de este año por el francés Fabrice Bellard. El nuevo récord supera el récord anterior en casi el doble: el estudiante norteamericano, Alexander Yi y el investigador japonés Shigeru Kondo han calculado PI con una precisión de cinco billones de decimales.

En los cálculos han utilizado software especial y un equipo que ejecuta Windows Server 2008 R2, equipado con poderosos microprocesadores de Intel y dos docenas de discos duros externos. En los cálculos ocuparon 90 días. A pesar de todo este esfuerzo y de los récords alcanzados con la exactitud de π , los ingenieros y matemáticos rara vez utilizan el número “ π ” con una precisión de más de mil decimales.

La utilidad de calcular pi con tantos decimales consiste en comprobar (hasta donde sea posible), si π es normal. Es decir si sus dígitos están distribuidos con frecuencia uniforme. G. Chaitin sostiene que aun así, el número π tiene baja complejidad. “La complejidad de una sucesión de números se mide por el número de bytes del programa mínimo que la reproduce.” Según ello, el desarrollo decimal de a/b es más complejo que el número π , si el número de bytes de $a + b$ es mayor que los del programa para calcular π indefinidamente.

Fuente: <http://universitam.com/academicos/?p=5425>

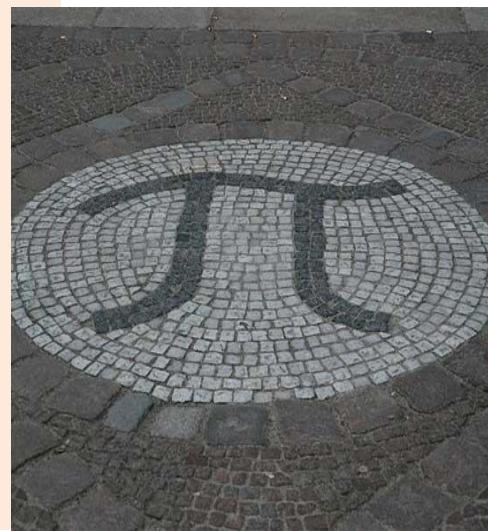


Figura 1. El número pi, irracional del que ahora conocemos 2.7 billones de sus decimales.

Competencias

- Saber cuantificar.
- Saber representar y comunicar.
- Saber resolver y enfrentarse a problemas.

Objetivos

- Identificar los conceptos de décimas, centésimas y milésimas.
- Efectuar adiciones con números decimales sin llevar.
- Efectuar adiciones con números decimales llevando.

Presaberes

- Lectura y escritura de números de una a cinco cifras.
- Manejo del concepto de cantidad.
- Resolución de operaciones de multiplicación y división.

Vocabulario Clave

Decimal

Número cuya base del sistema de numeración es 10, su nombre proviene de utilizar la base 10, es decir, el sistema de numeración decimal.

Fracción decimal

La fracción decimal es toda fracción cuyo denominador es 10, 100, 1000, etc., en otros términos, la unidad, seguida de determinado número de ceros. Los décimos, centésimos y milésimos se llaman unidades de primer, segundo y tercer orden decimal.

Valor de posición o notación posicional

Es una forma de código en la cual el valor de cada dígito de un número depende de su posición, en relación a los otros dígitos del número. La convención utilizada en nuestro sistema de numeración es que cada dígito tiene un valor más alto, que aquellos dígitos que se encuentran a la derecha de él.

¿Qué es una fracción decimal?

En el siglo XVI d. C., los matemáticos europeos comenzaron a notar la facilidad con la cual se efectuaban los cálculos con números fraccionarios cuyos denominadores fueran potencias de 10. Por ejemplo $\frac{3}{100}$, $\frac{25}{10,000}$, $\frac{748}{10}$ etc.

Naturalmente, para sumar las fracciones anteriores basta con tomar 10,000 como denominador común y se obtiene

$$\frac{300}{10,000} + \frac{25}{10,000} + \frac{748,000}{10,000} = \frac{748,325}{10,000}$$

Este tipo de fracción se llama fracción decimal.

Un ingeniero y matemático holandés llamado Simón Stevin inventó en el siglo XVI un método para hacer cálculos con fracciones decimales sin usar el denominador.

Aunque su método no llegó a usarse mucho, su idea fue tomada por un gran matemático escocés, Napier, quien desarrolló, a partir de la proposición de Stevin, otra manera de escribir las fracciones decimales.

Al principio, colocó una línea debajo de los dígitos del numerador, de esta manera:

$$\frac{25}{10} = 25, \quad \frac{3}{100} = 03 \quad y \quad \frac{234}{100} = 3 \underbrace{24}$$

Finalmente, ya en 1617, Napier propuso el uso de una coma o un punto para separar la parte entera de la parte decimal:

$$\frac{25}{10} = 2,5 = 2.5 \quad \frac{324}{100} = 3,24 = 3.24$$

Partes de un número decimal

El número decimal tiene dos partes separadas por un punto: La parte entera a la izquierda del punto expresa las unidades enteras, tiene el significado de un número natural; y la parte decimal a la derecha del punto, que expresa el valor del trozo de unidad incompleta.

Los órdenes de unidades de un número decimal los determina el punto, por eso debemos contar desde el punto. A la izquierda del punto están los órdenes de unidades enteras, son los de un número natural, es decir: unidad, decena, centena, unidad de millar, decena de millar, centena de millar, unidad de millón.

Consideración importante

Lectura de un número decimal

Para leer un número decimal leemos primero la parte entera, y decimos enteros, leemos después la parte decimal y decimos el orden de unidad de la última cifra de la derecha, para separar la parte entera de la parte decimal.

Para sumar números decimales

Para sumar números decimales los colocamos en columna alineando sus puntos, de esta forma confrontarán unidades con unidades, decenas con decenas, centenas con centenas... décimas con décimas, centésimas con centésimas.

Si alguno de los sumandos es un número natural; se le coloca desde la posición del punto de los otros a la izquierda. Realizamos las sumas en columna empezando por la derecha y teniendo en cuenta las llevadas. Finalmente ponemos el punto en línea con las de los sumandos. Caso similar es para la resta o sustracción.

A la derecha del punto están los órdenes de unidades decimales: décima, centésima, milésima, diezmilésima, cienmilésima, millonésima.

Actividad 1.

Encontrar decimales, utilizando divisiones de partes.

Objetivo

Identificar los conceptos de décimas, centésimas y milésimas.

Metodología

En esta actividad se pretende que el niño y la niña identifiquen mediante fracciones a las que llamamos décimas, centésimas y milésimas, con el fin de desarrollar su capacidad de resolver problemas de adición y sustracción de números decimales.

Materiales

- Cuaderno de trabajo cuadriculado.
- Colores.

Indicaciones

Solicitar en la clase que se reúnan en equipos de tres y cada quien en su cuaderno elaborará una cuadrícula de 5×2 y una de 10×10 en las cuales trabajaremos el concepto de décimas y centésimas.

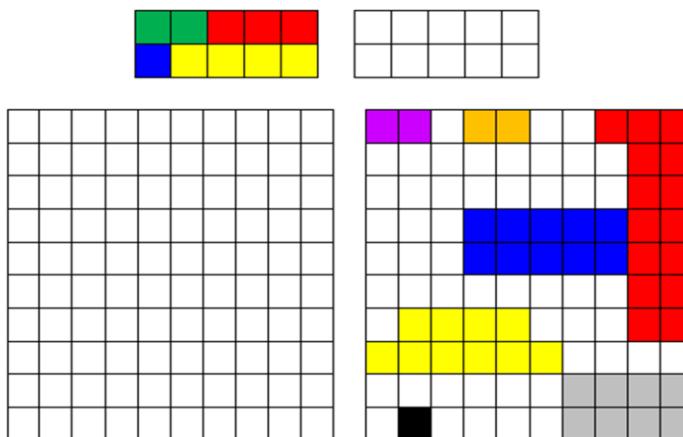


Figura 2. Cuadrículas para identificar las décimas y las centésimas.

Luego, con los colores, solicitar que haciendo uso de diversos colores pinten algunos cuadros, tal como se muestra en el ejemplo que se presenta en los cuadros que se adjuntan.

Comentario para la Actividad 2

En esta actividad pretendemos que el estudiantado comience a realizar cada una de las operaciones de suma o adición de números decimales, utilizando décimas y centésimas.

Es importante que se observe cómo realizan las otras operaciones que los equipos se habrán planteado, por la razón de que en algunos casos sugerirán decimales que al hacer la suma resultarán con **llevadas**, por ejemplo $2.7 + 5.3$.

Resultará que cuando sumen las décimas $7 + 3 = 10$ y al igual que las unidades se pueden **llevar**, en este ejemplo se **lleva** las 10 décimas a una unidad. Por tanto el resultado se convierte en sumar las unidades más la nueva que se forma con las 10 décimas y así el resultado final es de 8.0 unidades con cero décimas.

Trabaja las sumas siguientes haciendo uso de las llevadas:

$$13.5 + 12.5$$

$$5.8 + 2.2$$

$$23.4 + 34.6$$

$$0.4 + 0.6 + 0.7 + 0.3$$

Respuestas

26, 8.0, 58, 2

Luego, relacionaremos cada uno de los cuadrados con las partes en que se ha dividido la unidad, por tanto puede hacer preguntas como las que se te presentan a continuación:

¿Cómo se escribe la fracción del cuadrado azul? ¿Cómo escribimos la fracción de los cuadrados amarillos? ¿Cómo se escriben las de los cuadrados rojos? ¿Y el de cuadrados verdes? Tanto para el cuadro que se ha dividido en 10 y el cuadro que se ha dividido en 100 partes.

Las respuestas de las preguntas en el cuadrado de 10 partes son: $1/10, 4/10, 3/10, 2/10$. Como hay tres integrantes pídiale que cada uno coloree de diferente forma los cuadraditos, para que entre los tres obtengan diferentes fracciones.

Luego de encontrar fracciones coméntele que cada una de esas fracciones se puede reescribir como decimales, Es decir $1/10 = 0.1; 4/10 = 0.4; 3/10 = 0.3; 2/10 = 0.2$, y lo mismo ocurrirá en la cuadrícula que la unidad se ha dividido en 100 partes.

La actividad consiste en que el equipo de trabajo identifique las fracciones y las reescriba como decimales. Como cada equipo tendrá diferentes cuadros coloreados, se podrá encontrar diferentes fracciones y números decimales utilizando décimas y centésimas.

Actividad 2

Conozcamos la operación de la suma o adición de los números decimales utilizando décimas y centésimas. (Sin llevar).

Objetivo

Comprender el algoritmo de la operación suma de los números decimales sin llevar.

Metodología

Comencemos a utilizar las nuevos términos de decímos, centésimos y milésimos, ya en la actividad anterior se revisó las fracciones, para encontrar los decímos y centésimos.

Podemos utilizar la caja de valores, para construir las décimas y centésimas; así como lo hicimos con las unidades, decenas y centenas, etc.

Indicaciones

Formar equipos de tres y sugerir que escriban 10 números decimales, con décimas y centésimas los que ellos quieran, por ejemplo 2.1, 3.5, 8.24, 7.25, etc. Luego elabora en la pizarra la siguiente tabla:

D	U	.	d	c
		.		

Comentario para la Actividad 3

Metodología

Luego de que el estudiantado haya practicado las sumas o adición con décimas y centésimas sin llevar, podremos introducir las sumas o adición con décimas y centésimas llevando, y trabajaremos con lo anterior.

Indicaciones

Como en la actividad anterior se desarrollaron ejercicios en los cuales los resultados de la suma se pasaban de las 9 décimas o centésimas, al llegar a las 10 décimas o centésimas o más, estamos completando; si son centésimas completamos décimas, pero si son décimas completamos unidades. Por tanto, la actividad es organizar a las niñas y niños en los grupos anteriores y desarrollar los ejercicios en los cuales ellos hayan tenido que prestar.

En el caso de que no se hayan elegido decimales que al hacer la suma resulten con llevadas, entonces que proporcionen, ellos mismos, nuevos decimales en los cuales tengan cantidades en los décimos y centésimos de 6, 7, 8, 9, ya que al hacer la operación de la adición, el resultado será con llevadas. Proporciona ejemplos en la pizarra.

22.78, 8.66, 4.8, 2.97, etc.

Que ubiquen su listado de 10 números decimales en tablas similares a las que usted ha elaborado en la pizarra. Y que los ubiquen según corresponda, por ejemplo:

D	U	.	d	c
3	.	5		

Para la actividad anterior se espera que sus estudiantes tengan conocimiento de décimas y centésimas. Así, explíquenes que ubicando los decimales de esta manera, se podrá realizar la operación de adición:

D	U	.	d	c
3	.	5		
2	.	1		

Sumamos unidades con unidades y décimas con décimas. En este ejemplo en particular se tiene que $5 + 1 = 6$ décimas y $3 + 2 = 5$ unidades, por tanto el resultado se escribe:

D	U	.	d	c
5	.	6		

Actividad 3

Continuemos con la adición o suma de decimales utilizando décimas y centésimas con llevadas.

Objetivo

Conocer la operación de la adición de los números decimales utilizando los términos décimos y centésimos. Llevando.

Elaboramos de nuevo en la pizarra el cuadro siguiente el que nos servirá para ubicar las decenas, unidades, décimos y centésimos.

D	U	.	d	c
		.		

Ubicando de esta manera podremos realizar la operación de adición, es decir:

D	U	.	d	c
2	2	.	7	8
8	.	6	6	

Comentario para la Actividad 4

Metodología

Luego de la suma viene la sustracción o resta, con la cual seguiremos los mismos pasos. Para aprender la resta o sustracción, es importante decir que ahora van a hacer uso de las frases prestando y sin prestar.

Indicaciones

Pedir a las niñas y niños que se reúnan en equipos de tres integrantes y proporcionales ahora 10 números decimales, que contengan décimas y centésimas, incluso que solo tengan décimas y no centésimas, para utilizar el término de agregar cero a la derecha del punto decimal.

Proporciona en la pizarra un ejemplo de los decimales 4.78, al que se le restará 2.4, en donde el valor del minuendo es mayor que el sustraendo, esto es, que el valor de las centésimas del segundo término sea mayor que las centésimas del primer término.

Entonces sumamos centésimas con centésimas, décimas con décimas, unidades con unidades, etc. En este ejemplo en particular se tiene que $8 + 6 = 14$ centésimas, por tanto escribimos el cuatro y pasamos una unidad a las décimas, y $7 + 6 = 13$ décimas, más la décima que llevamos es 14, por tanto escribimos 4 en las décimas y pasamos el 1 a las unidades, luego sumamos las unidades que en este caso es $2 + 8 = 10$ más la unidad que llevaba de las décimas el resultado es 11 por tanto colocamos el 1 en las unidades y pasamos el 1 a las decenas, así el resultado se escribe.

D	U	.	d	c
3	1	.	4	4

Haga que realicen las operaciones de dos en dos de cada uno de los 10 números decimales que escribieron.

Importante

El objetivo por cumplir en esta actividad es que sumen decimales con décimas y centésimas y que resulten con llevadas, en otras palabras, se pasen de las décimas o 10 partes o de las centésimas o 100 partes en que se divide la unidad.

Recuérdale a sus estudiantes que el punto decimal separa las unidades de las décimas y centésimas. Puesto que estas son las partes en que se divide la unidad.

Los ejercicios que se proporcionarán deben tener las características que se mencionaron anteriormente, dicho de otra manera, los decimales deben ser valores que incluyan los números 6, 7, 8, 9, para que al realizar la operación de la adición el resultado sea una operación con llevadas. Puede incluso proporcionar más ejemplos, si ve que con la actividad no se ha comprendido el concepto.

Actividad 4

Conozcamos la operación de la resta o sustracción de los números decimales utilizando décimas y centésimas (sin prestar y prestando).

Objetivo

Efectuar operaciones de resta de números decimales sin prestar y prestando.

Materiales

Cuaderno de trabajo, pizarra.

Utilizaremos de nuevo el cuadro de unidades que se utilizó para la suma o adición.

D	U	.	d	c
		.		

Así ubicaremos los valores según el valor posicional es decir que el resultado será de la siguiente manera.

D	U	.	d	c
4	.	7	8	
2	.	4		

Entonces en la casilla vacía podemos ubicar el cero y no alteramos en nada el valor del sustraendo y luego realizar las operaciones de decir $8 - 0 = 8$, luego en las décimas $7 - 4 = 3$ y por último, las unidades $4 - 2 = 2$ entonces el resultado será:

D	U	.	d	c
2	.	3	8	

Haga que sus estudiantes proporcionen las características especificadas anteriormente, para que puedan utilizar la sustracción sin prestar, mínimo de cinco operaciones. Haga que lo discutan para que corroboren sus respuestas. Algo similar se puede trabajar con las operaciones de la sustracción cuando tenemos que prestar. Si estoy en centésimas le prestaré una unidad a las centésimas, y si estoy en las décimas, se les prestará a las unidades, y así sucesivamente.

Importante

La operación de la resta es similar a la de la suma, sólo que hoy las palabras por utilizar son sin prestar y prestando. Las operaciones que estamos utilizando son las mismas de sustracción y adición, por tanto los nuevos conceptos que se han incluido son los décimos y centésimos, que son los valores que se ubican después del llamado punto decimal.

Es importante que las niñas y niños practiquen las operaciones, pero que lo hagan en equipo, ya que la discusión de los resultados les hará comprender que tienen la razón, y sabrán cuál es el error que cometen a la hora de realizar las operaciones.

Actividad 5

Adición y sustracción de los números decimales con llevadas, sin llevadas, prestando y sin prestar.

Objetivo

Utilizar correctamente la caja de valores, para efectuar operaciones de adición y sustracción con llevadas, sin llevadas, prestando y sin prestar.

Materiales

- Cuaderno de trabajo.
- Pizarra.

Metodología

Ahora podemos continuar con el estudio de las operaciones con decimales, agregando el concepto de milésimas, eso significa, las unidades divididas en 1,000 partes.

Indicaciones

Para esto utilizaremos los conocimientos adquiridos con las dos actividades anteriores, eso quiere decir que, ahora después del punto podremos agregar 3 decimales más a los cuales llamaremos, décimas, centésimas y milésimas.

Elaboremos el ejemplo en la pizarra de 235.456, 36.231.

Con estas dos cantidades podemos realizar la adición y sustracción de cantidades, por tanto ubique en la pizarra el cuadro.

C	D	U	.	d	c	m
3	5	.	4	5	6	

Ahora, se ubicarán además de las décimas y centésimas, las milésimas representadas por la "m", y así realizar la operación de la adición como en los ejercicios anteriores, a saber:

D	U	.	d	c	m
3	6	.	2	3	1

Y realizamos las operaciones normales, dicho de otra forma $6 + 1 = 7$ en las milésimas; $5 + 3 = 8$ en las centésimas, $4 + 2 = 6$ en las décimas, $5 + 6 = 11$ así que escribimos 1 en las unidades y llevamos 1 a las decenas, así en las decenas $3 + 6 = 9$ más las decenas que llevamos es 10 por tanto escribimos 0 y llevamos una a las centenas así el resultado es $2 + 1 = 3$ en las centenas, por tanto el resultado final es:

C	D	U	.	d	c	m
3	0	1	.	6	8	7

Al igual que realizamos en la adición, se puede trabajar en la sustracción el resultado de $235.456 - 36.231 = 199.225$, escríbelo a tus alumnos utilizando los cuadros anteriores.

Así, luego de que expliques estos dos resultados, pídeles que ellos mismos escriban en su cuaderno 10 decimales; del tipo que mencionaste anteriormente, en otros términos, que contengan décimas, centésimas y milésimas, no importando si tienen unidades, decenas o centenas, y luego pídeles que se reúnan en equipos de tres integrantes y resuelvan las operaciones con los decimales que se proporcionaron por ellos mismos.

Importante

Para trabajar con los números decimales la niña y el niño deben comprender cada uno de los valores posicionales de las décimas y centésimas, y así como los nuevos conceptos de milésimas. Como en lecciones anteriores han utilizado el concepto de unidades, decenas, centenas, inclusive unidades de millar, la dificultad se encuentra en los nuevos conceptos de décimas, centésimas y milésimas. No se debe descuidar a los equipos que se forman y revisar las operaciones que están realizando, de manera que realicen 10 operaciones, 5 sumas y 5 restas, y las operaciones que ellos se han dado.

De ser posible, que pase a la pizarra alguien de cada equipo para ver cómo realizaron las operaciones de la adición y sustracción de los decimales proporcionados por los mismos grupos.

Actividad 6

Analizando datos y tomemos decisiones.

Objetivo

Realicemos operaciones de sumas y restas de decimales con décimas, centésimos y milésimos.

Indicaciones

Forme equipo de tres estudiantes para que analicen el caso siguiente.

- I. En un colegio se han formado grupos para participar en unas competiciones de salto de longitud y salto de altura. Estos son los tres grupos clasificados.

II			III			IV		
Grupo A			Grupo B			Grupo C		
Componentes	Salto de longitud	Salto de altura	Componentes	Salto de longitud	Salto de altura	Componentes	Salto de longitud	Salto de altura
Inés	5.25 m	1.25 m	Pablo	5.25 m	1.35 m	Elena	5.15 m	1.25 m
Jorge	4.90 m	1.50 m	María	4.85 m	1.20 m	Fernando	4.95 m	1.35 m
Adela	5.10 m	1.35 m	Rosa	5.20 m	1.25 m	Pedro	4.85 m	1.10 m
Marcos	5.15 m	1.40 m	José	4.95 m	1.10 m	Cecilia	5.15 m	1.20 m

Calcular

- ¿Qué equipo ganó en salto de altura?
- ¿Qué equipo ganó en salto de longitud?
- Suma los datos de salto de longitud y elige el equipo con mayor salto de longitud.
- Suma los datos de salto de altura y elige el equipo con mayor salto de altura.
- Investiga con tu profesor cómo calcular el promedio del salto de altura y salto de longitud por equipo ¿se mantiene la tendencia con lo calculado en c y d?

En el siguiente cuadro aparece el número de calorías que tiene aproximadamente un gramo de algunos alimentos.

Alimentos	Pan	Queso blanco	Manzana	Filete	Espárragos
Calorías por gramo	3.3	1.2	0.52	3.75	0.32

- ¿Qué combinación de caloría te da comer queso blanco y espárragos?
- ¿Qué combinación de caloría te da comer pan y filete?
- ¿Cuál de estas combinaciones proporciona más calorías.
Pan y filete.
Pan, espárragos y queso.
Queso y filete.

Actividad de evaluación

Objetivo

Efectuar las operaciones de suma y resta de decimales, utilizando décimas, centésimas y milésimas.

1. Realiza las siguientes operaciones, rescríbelas en centenas, decenas, unidades, décimas, centésimas y milésimas.
 - a) $123.026 + 4576.231 =$
 - b) $135.546 - 123.35 =$
 - c) $463.21 - 10.3$
 - d) $5689.112 - 121.23$
2. Realiza la operación de la suma y resta para cada uno de los pares de números decimales.
 - e) 256.32 y 25.31
 - f) 25.356 y 45.325
 - g) 987.235 y 876.231

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Alfa 6 con estándares, 2005, serie matemática para educación secundaria y media, Grupo Editorial Norma, Colombia.
2. K. Lovell, 1999, *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*, Ediciones Morata, Madrid, España.
3. Números decimales. Recuperado a partir 6 de junio de 2010
<http://www.rena.edu.ve/TerceraEtapa/Matematica/TEMA17/NumerosDecimales.html>.
4. Números decimales. Sector matemática. Recuperado a partir 6 de diciembre de 2010.
http://www.sectormatematica.cl/basica/santillana/operaciones_con_decimales.pdf

Estudio del tipo de fracciones

Descripción del tema

Una considerable cantidad de docentes comparte que la enseñanza de las fracciones es, por hoy, un reto para la formación en competencias matemáticas sobre todo en la educación básica.

Las fracciones están asociadas a diferentes contextos como los números decimales, los períodos de tiempo, los repartos o descuentos, etc. De una u otra forma se conoce el término fracción y según el concepto que se tiene de él se transmite a los alumnos y alumnas, acercándoseles a las definiciones más acertadas posibles.

Independientemente del trabajo que se haga en las aulas, se debe plantear algunas preguntas que pueden surgir cuando se enseña fracciones, y reflexionar esas prácticas, las que al ser rutina se van transformando en algo obvio, evidente, natural.

Esta rutina de nuestras prácticas es uno de los obstáculos para transformarlas, y mejorar los aprendizajes de los alumnos y alumnas y a la vez para aprender desde las propias prácticas.

Debemos reflexionar que al empezar a trabajar un tema matemático es posible que los conceptos que vamos a desarrollar estén vinculados a un lenguaje cotidiano, es decir, el que usamos generalmente.

Las fracciones deben ser acercadas al alumno mediante un lenguaje que él entienda. Así surge la idea de que, considerando los conocimientos que de las fracciones se tengan, el inicio para un adecuado aprendizaje se puede hacer partiendo de los términos más usuales.

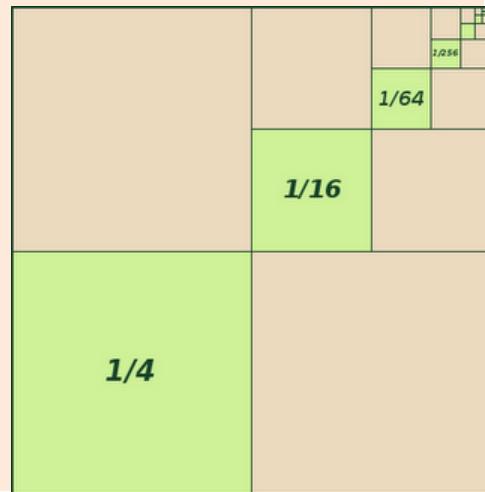


Figura 1. Sucesión formada con fracciones unitarias, con potencias de 4, demostración que su serie no tiene suma 1.

Competencias

- Saber cuantificar.
- Saber representar y comunicar.
- Saber resolver y enfrentarse a problemas.

Objetivos

- Visualizar fracciones utilizando figuras geométricas.
- Identificar las fracciones impropias y mixtas.
- Comprender la conversión de fracciones impropias y mixtas.

Presaber

- Manejo del concepto de cantidad.
- Resolución de operaciones de multiplicación y división.

Vocabulario Clave

Fracciones propias

Son las fracciones de la forma $\frac{c}{d}$ donde c es menor que d , c y d enteros, d distinto de cero. Es decir, son las fracciones cuyo numerador es menor que el denominador.

Ejemplos: $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{7}$

Fracciones impropias

Son las fracciones de la forma $\frac{c}{d}$ donde c es mayor o igual que d , c y d enteros, d distinto de cero.

El numerador es mayor (o igual) que el denominador.

Ejemplos: $\frac{4}{3}, \frac{11}{4}, \frac{7}{7}$

Fracciones mixtas

Son las fracciones de la forma $A\frac{c}{d}$ donde A es un número entero, y con la condición que la fracción $\frac{c}{d}$ es propia, d no es cero.

Ejemplos: $1\frac{1}{3}, 2\frac{1}{4}, 16\frac{2}{5}$

Tipos de fracciones

En el nivel de tercer grado se conocieron los elementos de las fracciones, en esta ocasión se pretende que sus estudiantes conozcan los diferentes tipos de fracciones, desarrollando problemas con fracciones propias, impropias y mixtas.

Actividad 1

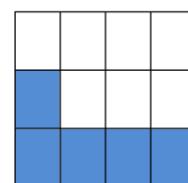
Objetivo

Utilizar figuras geométricas para introducir el estudio de las fracciones impropias.

Las fracciones propias

En esta actividad se le pedirá al grupo de estudiantes que identifique a partir del gráfico la fracción que está presente en cada caso, contando el total de cuadros y luego diciendo cuántos son azules del total. Se puede hacer la misma actividad con los cuadros blancos.

Es interesante decirles que si suman los blancos y los azules el resultado es todo el cuadrado.



Dicho de otra manera, el resultado del número de azules es $\frac{5}{12}$ y el número de blancos es $\frac{7}{12}$, si los agregamos azules y blancos el resultado es $\frac{12}{12}$, la unidad.

Repitamos este proceso con las siguientes figuras:

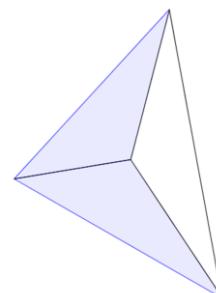
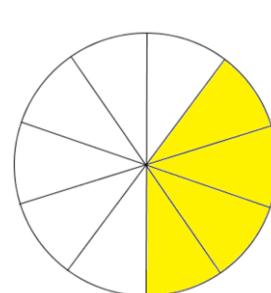


Figura 2. Representación de fracciones en figuras geométricas.

Importante

Para la Actividad 2 debemos procurar que el estudiantado estudiantes haga comparaciones con las fracciones y que al final deduzca el algoritmo para la suma de fracciones propias con igual denominador, esto es, que para sumar fracciones de igual denominador sólo se suman los numeradores, esto permitirá que los estudiantes tengan precaución cuando se hagan cálculos con fracciones de diferente denominador.

Es muy importante que hagan comparaciones y que se establezca que al tener fracciones con igual denominador la fracción mayor será la que tenga el numerador mayor.

Por ejemplo:

$$\frac{4}{5} \text{ y } \frac{2}{5}$$

La fracción $\frac{4}{5}$ es la mayor, esto se puede verificar haciendo una regleta y coloreando estas fracciones.

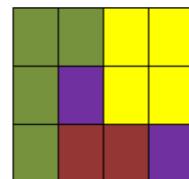
Es recomendable elaborar otro tipo de figuras que pueden ser triángulos, polígonos regulares, circunferencias.

Actividad 2

Objetivo

Utilizar figuras geométricas para introducir el estudio de las fracciones propias

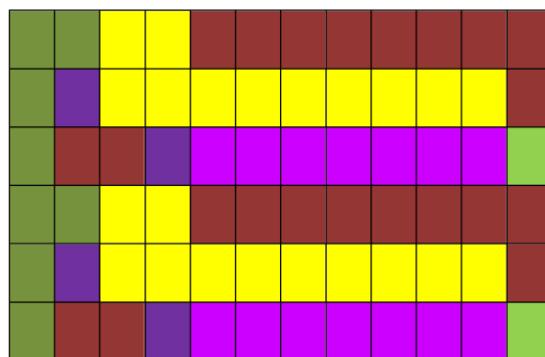
En esta actividad se les pedirá que cuenten en la figura siguiente el número de cuadrados de color que hay en cada caso y que luego hagan cálculos de los totales combinando dos colores a la vez.



- ¿Cuántos amarillos hay del total en la figura?
- ¿Cuántos verdes hay del total en la figura?
- ¿Cuántos verdes y amarillos hay del total en la figura?
- ¿Cuántos morados, verdes y amarillos hay en total en la figura?
- ¿Cuál fracción es mayor de las fracciones, la fracción amarillos o la de verdes?
- ¿Cuál fracción es mayor, la de amarillos y verdes o la de morados y café?

Pregúntale si observan alguna diferencia entre las fracciones descritas en los literales e) y f) con respecto al numerador del numerador.

- Repetir las preguntas con la siguiente figura:



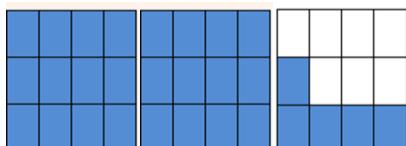
Cuidado

En este caso se deberá recalcar al grupo de educandos que la figura inicial es la unidad y la representación es para ambas figuras, es decir, que estamos escribiendo cantidades que pasan de la unidad.

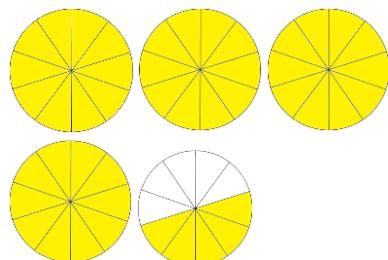
Debe quedar claro el concepto de fracción impropia considerando que en estas el numerador siempre mayor o igual que la del denominador.

Después de realizar la actividad 3, invite a sus estudiantes a escribir en fracción impropia las siguientes representaciones geométricas.

a.



b.



c.

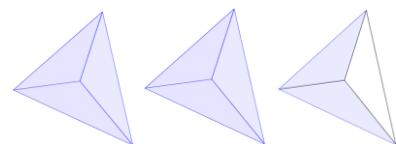


Figura 3. Soluciones ilustrativas.

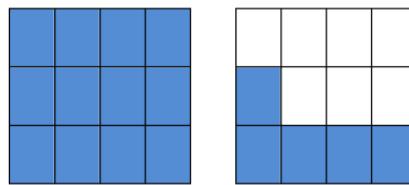
Solución $\frac{29}{12}, \frac{45}{10}, \frac{8}{3}$

Actividad 3

Objetivo

Utilizar figuras geométricas para introducir el estudio de las fracciones impropias.

En esta actividad se les pedirá que cuenten en la figura siguiente el número de cuadrados de color que hay en cada caso, y que luego hagan cálculos de los totales combinando dos colores o tres a la vez.



a) ¿Cuál es el total de cuadros azules?

Solución

$$\frac{12}{12} + \frac{5}{12} = \frac{17}{12}$$

b) ¿Escribir para estos casos la fracción impropia que las representa?
c) ¿Cuál de las dos fracciones es mayor?

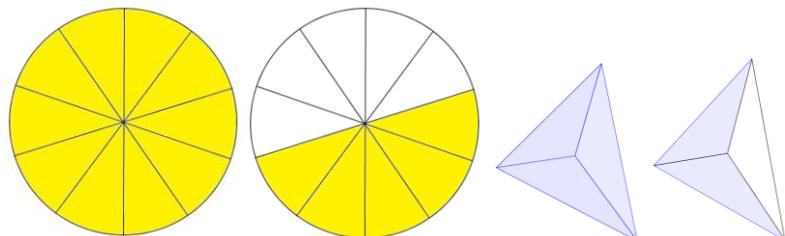


Figura 4. Representación de fracciones mediante figuras geométricas.

Solución

Luego pregúntele si observan alguna diferencia entre las fracciones con respecto al numerador, por ejemplo en la figura de las circunferencias la fracción se escribe $\frac{17}{10}$ y en la de los tetraedros $\frac{5}{3}$.

Importante

En la Actividad 4 es fundamental establecer la geometría de las fracciones impropias, mostrando la relación que hay con las fracciones mixtas, es importante deducir el algoritmo a partir de los ejemplos propuesto en esta actividad.

Al finalizar los ejemplos de la actividad 4, deberá proponer los siguientes ejercicios de fijación de conocimientos.

Escribir en fracción impropia los siguientes números mixtos:

a.



b.

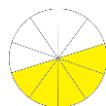
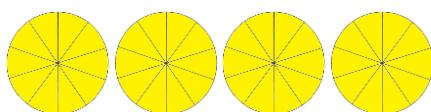


Figura 5. Soluciones ilustrativas.

Soluciones $\frac{14}{5}, \frac{25}{10}$

Actividad 4

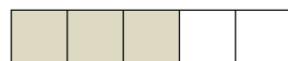
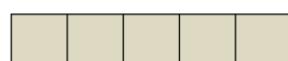
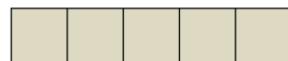
Convertamos fracciones mixtas a fracciones impropias.

Objetivo

Convertir fracciones mixtas a fracciones impropias.

Ejemplo

Analicemos $2\frac{3}{5}$, notemos que una presentación geométrica de esta expresión es:

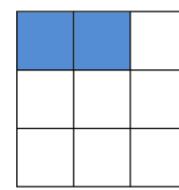
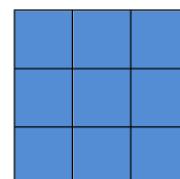
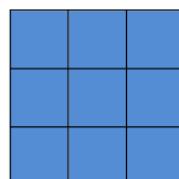
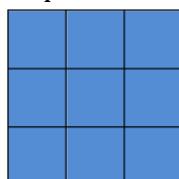


Pero que se puede escribir como $\frac{13}{5}$

Este resultado es evidente a partir de la operación 2 veces el número de cuadros pintados completamente, cuyo resultado es 10, más el número de restantes que es 3, así el total es 13 de las 5 partes en las que se cortó la unidad.

Veamos otro ejemplo

Analicemos $3\frac{2}{9}$, notemos que una presentación geométrica de esta expresión es



Que se puede escribir como $\frac{29}{9}$

Este resultado es evidente a partir de la operación de tres veces el número de cuadros completamente pintados cuyo resultado es 27, más el número de restantes que es 2, así el total es 29 de las 9 partes en las que se cortó la unidad.

Actividad 5

Trabajando con algoritmo

De las actividades 3 y 4 se deduce el siguiente algoritmo para pasar de fracciones mixtas a fracciones impropias

$$A \frac{b}{c} = \frac{A \cdot c + b}{c}, c \neq 0$$

Ejemplos:

Pasar las fracciones mixtas a impropias.

a) $2 \frac{3}{4}$

Solución

$$2 \frac{3}{4} = \frac{2(4) + 3}{4} = \frac{11}{4}$$

b) $3 \frac{2}{7}$

Solución

$$3 \frac{2}{7} = \frac{3(7) + 2}{7} = \frac{23}{7}$$

Resuelve los siguientes ejercicios con tu estudiantado, haciendo uso de procesos geométricos y algorítmicos.

a) $1 \frac{1}{5}$

b) $2 \frac{1}{3}$

c) $3 \frac{2}{5}$

d) $5 \frac{2}{3}$

Procedimiento para pasar de una fracción impropia a un número mixto

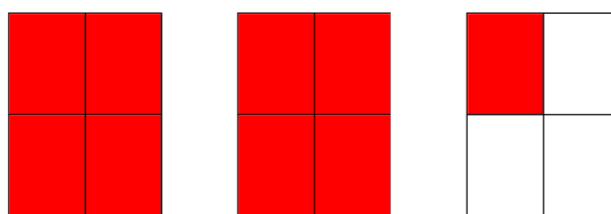
El procedimiento para pasar fracciones impropias a mixtos es simple desde el punto de vista geométrico.

En primer lugar analicemos el denominador de la fracción impropia, consideramos por ejemplo la fracción $\frac{11}{4}$

Notemos que el denominador es 4 y que

$$\frac{4 + 4 + 1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = 2 \frac{1}{4}$$

Geométricamente



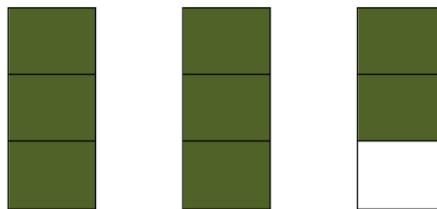
Dicho de otro modo, podemos descomponer en tantas partes como podamos el numerador observando el denominador.

Ejemplo

Escribir como número mixto $\frac{8}{3}$

Solución

$$\frac{8}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$$



Ejercicios

Escriba cada una de las fracciones impropias en número mixto

e) $\frac{6}{5}$ b) $\frac{7}{3}$ c) $\frac{17}{5}$ d) $\frac{17}{3}$

Actividad 6

Escriba como número mixto las siguientes fracciones representadas a continuación, seguidamente conviértalo en fracción.

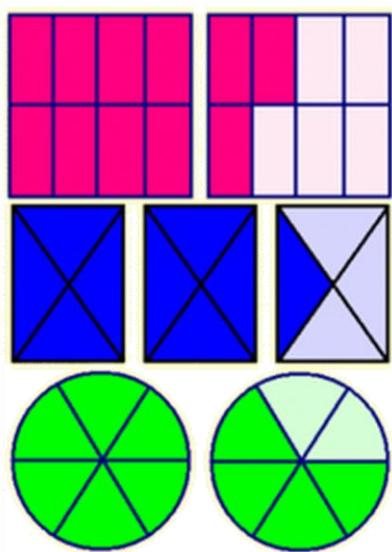


Figura 6. Representaciones de fracciones mediante figuras geométricas.

Aplicaciones

Ana trabajó en una fábrica el lunes, el martes, el miércoles y cuatro horas del jueves. ¿Cuántos días le deben pagar?

Ana María piensa así:

El lunes trabajé las ocho horas laborables del día, por lo que me deben pagar el día completo.

El martes también trabajé las ocho horas, por lo que también me lo deben pagar completo, con lo que llevo dos días.

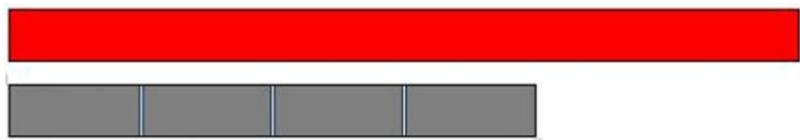
El miércoles también trabajé las ocho horas, por lo que el día se paga completo, con lo cual tengo tres días.

El jueves solo trabajé cuatro de las ocho horas laborables, o sea, medio día.

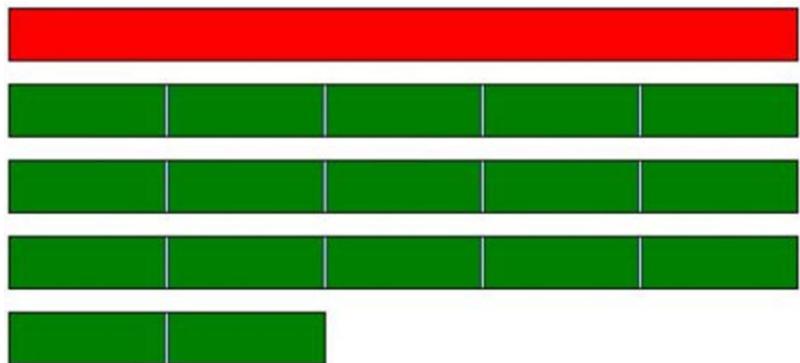
Actividad 7

En una primera etapa, esta actividad está destinada a estimar números mixtos, posteriormente a calcular mediante superposición de figuras los mixtos deducibles.

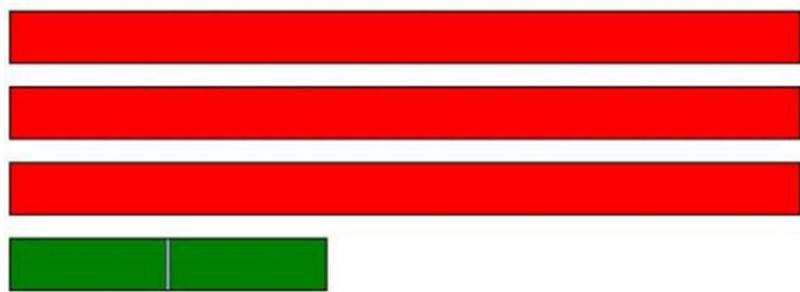
¿Cuántas fichas rojas puedo conseguir con 10 fichas grises?



¿Cuántas fichas rojas puedo conseguir con 17 fichas verdes?



¿Cuántas fichas rojas puedo conseguir con dos fichas verdes?



GUÍA DE PROBLEMAS

1. Rocío compra un queso completo que pesa cinco kilos y medio. Pagó 12 dólares por todo el queso. Si su cuñada quiere una tercera parte y su prima dos quintas partes, ¿cuánto debe cobrar y cuánto queso debe de dar a cada una?

2. Don Daniel quiere poner un puesto móvil en forma de carro, para vender churros con azúcar.

En la panadería donde trabajaba, usaba 12 kilos y medio de harina para la masa de los churros; pero ahora, para no tener pérdidas o sobrantes, sabe que tiene que preparar menos cantidad. Él desea saber qué cantidades de la receta necesita si sólo quiere preparar una tercera parte de masa.

La receta que él preparaba incluye las cantidades de ingredientes que siguen:

12 kilos y medio de harina de trigo.

1 cucharada sopera de polvo de hornear.

1 cucharada sopera de vainilla.

3 litros de agua hirviendo.

1 puño de sal de grano.

1 cuarto kg de manteca vegetal.

Aceite caliente, el necesario para freír, y azúcar para espolvorear.

Ayude usted a don Pancho a obtener, con ayuda de las fracciones, las cantidades de ingredientes que necesita para preparar su masa.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. M. Pujel (2006), *Fracciones un quebradero de cabezas*. Ediciones Novedades Educativas, Buenos Aires, Argentina.
2. Aulas de Verano. (2001), *Dificultad del aprendizaje de las matemáticas*. Ministerio de Educación de España.

Tiempo: 8 horas clase

Conozcamos más sobre ángulos

Introducción del tema

El Capital Gate le arrebató a Pisa el récord de la torre más inclinada del mundo

El edificio, aún en construcción, logró el reconocimiento internacional debido a que su inclinación es de 18 grados, cuatro veces más que la afamada construcción italiana torre de Pisa. El edificio Capital Gate, de Abu Dabi, fue reconocido por el libro de Records Guinness como el más inclinado del mundo, superando a la famosa torre de Pisa.

Capital Gate, que aún está en construcción por la Abu Dhabi National Exhibitions Company (ADNEC), formará parte de un complejo de exposiciones de la capital. Este inmueble, que tiene 160 metros de alto y cuenta con 35 plantas, logró el reconocimiento mundial debido a que su inclinación de 18 grados (cuatro veces más que la torre de Pisa), según la prensa local.

Los arquitectos que proyectaron la torre, diseñaron que la inclinación sea a partir del piso 12. En cambio la torre de Pisa, ubicada al norte de Italia, adquirió esta particularidad que la hace única en el mundo, dado que su construcción fue sobre un terreno que no es suficientemente sólido.

Fuente: <http://elcomercio.pe/mundo/490753/noticia-capital-gate-le-arrebato-pisa-record-torre-mas-inclinado-mundo>

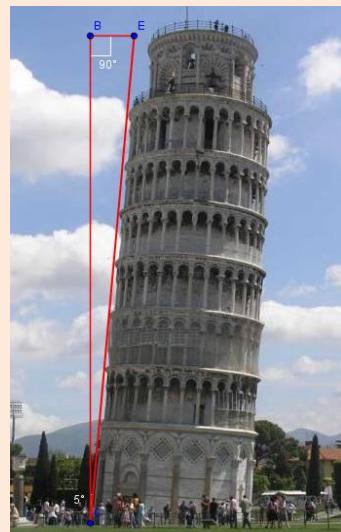


Figura 1. Ángulo de inclinación de la Torre de Pisa.

Competencias

- Saber cuantificar.
- Saber representar y comunicar.
- Saber usar instrumentos de medición en Geometría.

Objetivos

- Formalizar el uso del trasportador para medir ángulos.
- Identificar ángulos complementarios y suplementarios, consecutivos y adyacentes.
- Identificar tipos de ángulos entre paralelas.
- Identificar los ángulos internos en un triángulo.

Presaber

- Números naturales.
- Operaciones básicas.

Vocabulario Clave

Ángulos adyacentes

Son los ángulos que cumplen las tres condiciones siguientes

- Están en un mismo plano.
- Tienen un mismo vértice.
- Están situados a uno y otro lado común.

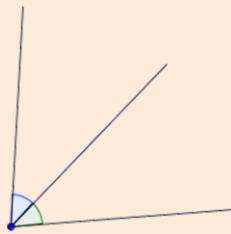


Figura 2.

Ángulos complementarios.

Dos ángulos son complementarios si su suma es un ángulo recto (90°).

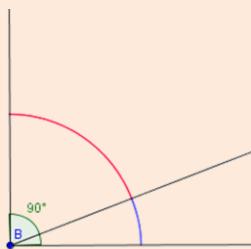


Figura 3.

Ángulos suplementarios

Dos ángulos son suplementarios si su suma es dos ángulos rectos, es decir 180° .



Figura 4.

En tercer grado se mostró algunas clases de ángulos.

En esta lección desarrollaremos más sobre este tópico, en cada actividad que se desarrollará se dará a conocer los tipos de ángulos, entre estos los complementarios, suplementarios, consecutivos, adyacentes, opuestos por el vértice.

Trabajaremos con líneas paralelas y ángulos que se forma al interceptar una línea transversal con una paralela.

Ángulos entre líneas paralelas

Al interceptar dos rectas paralela por una recta llamada transversal o secante, se forman los siguientes tipos de ángulo:

Ángulos correspondientes

Son los que están al mismo lado de las paralelas y al mismo lado de la transversal.

Ángulos alternos internos

Son los que están entre las paralelas a distinto lado de ellas y a distinto lado de la transversal.

Ángulos alternos externos

Son los que están fuera de las paralelas, a distinto lado de ellas y a distinto lado de la transversal.

Las propiedades fundamentales de los ángulos entre paralelas son:

- Los ángulos correspondientes son iguales entre sí, en la figura de abajo se tiene $a = e$, $c = g$, $b = f$, $d = h$
- Los ángulos alternos internos son iguales entre sí, $c = f$, $d = e$
- Los ángulos alternos externos son iguales entre sí, $a = h$, $b = g$

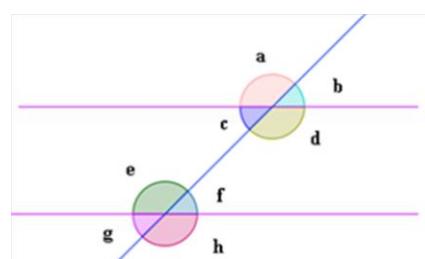


Figura 5. Rectas paralelas cortadas por una secante, formando 8 ángulos.

Actividad 1

Utilizando la definición de ángulos complementarios y suplementarios determinar para cada uno de los ángulos lo que se pide:

I Parte

- a) Son complementarios los ángulos 45° , 53° ¿por qué?
- b) Son complementarios los ángulos 75° y 15° ¿por qué?
- c) Son suplementarios los ángulos 65° y 125° ¿por qué?

II Parte

¿De la siguiente lista de ángulos cuáles se pueden tomar para crear ángulos complementarios?

14° , 16° , 80° , 60° , 20° , 90° , 60°

Se puede tomar más de uno.

Problemas

¿Existe el complemento del suplemento de 80° ?

¿Cuál es el complemento del suplemento de la mitad de 200° ?

¿Son los siguientes ángulos complementarios?

$$A^\circ + 80^\circ, 5^\circ - A, 5^\circ$$

Diagnóstico de conocimientos previos

Actividad 2. Conozcamos más ángulos.

Objetivo

Aplicar nociones de medida para los ángulos utilizando el transportador.

Metodología

Se requiere que los niños recuerden cómo se mide ángulos con el trasportador; tal y como lo han hecho en lecciones anteriores. Esto es necesario para que sea más comprensible la nueva clasificación de ángulos.

Materiales

- Trasportador.
- Cuaderno de trabajo.

Indicaciones

Pedir a sus estudiantes que, con el trasportador, tracen las siguientes medidas: 30° , 60° , 90° , 120° , 135° , 150° y 180° .

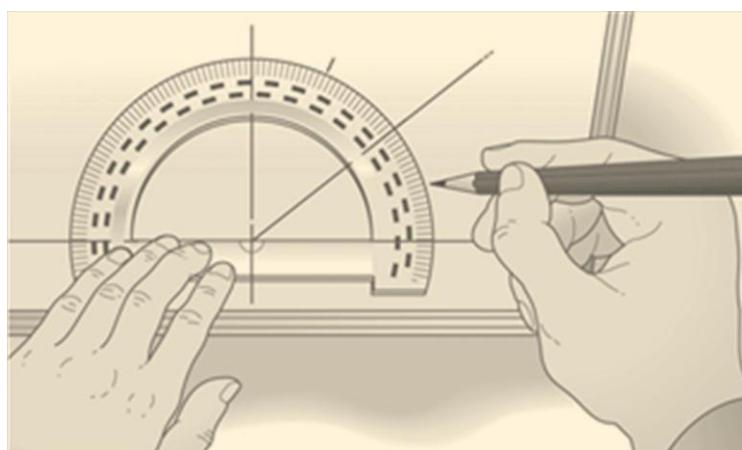


Figura 6. Trazos de rectas mediante el uso del transportador.

Sugerencia metodológica

Pedir a las niñas y niños que verifiquen con el transportador que los ángulos de 30° , 60° son complementarios, que los 30° , 150° son suplementarios. Será importante que se les pida graficar ángulos de 45° , 15° , 60° y pedir sin medir ¿cuál es el ángulo complementario de cada uno? Repetir el proceso, pero para ángulos suplementarios.

Actividad 3 Reflexión

Si las niñas y niños han dado la definición correcta de ángulos adyacentes suplementarios, ellos señalarán que estos dos ángulos poseen un vértice común, y que los otros dos lados son la continuación uno del otro.

Asimismo, representarán correctamente los ángulos adyacentes suplementarios y los reconocerán en la multitud de ángulos diferentes.

Pregúntales si al tener dos ángulos cuya suma es 180° y tienen vértice común ¿serán adyacentes suplementarios o no?

Presente el siguiente esquema y analice con ellos.

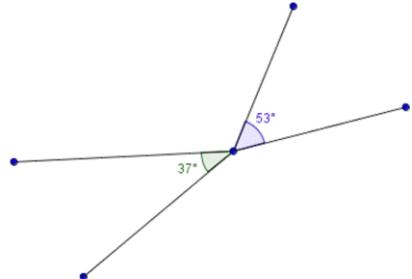


Figura 7

Conozcamos los ángulos consecutivos y adyacentes

Objetivo

Identificar los ángulos consecutivos y adyacentes.

Metodología

Se deberá insistir en que niños y niñas, sean capaces de visualizar y diferenciar entre ángulo adyacente y ángulo consecutivo de forma que no confundan los términos.

Materiales

- Cuaderno de trabajo cuadriculado.
- Pizarra.
- Regla.
- Lápiz.

Instrucciones

Dibuja en la pizarra la siguiente figura y pregunta al estudiantado ¿qué ven en común en dichos ángulos?

La respuesta debería ser que tiene un vértice común y un lado en común por ejemplo el ángulo BOA es consecutivo con el ángulo AOC, y al igual con el ángulo BOC.

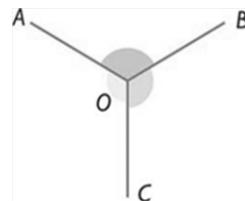


Figura 8.

Entonces los ángulos que tienen un vértice común y un lado común se llaman ángulos consecutivos.

Pídeles que dibujen qué otras posiciones podrían tener los ángulos consecutivos.

Ahora dibuja en la pizarra la siguiente ilustración:

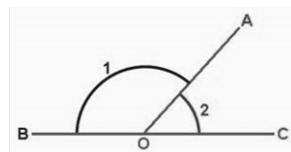


Figura 9.

Y pregunta: ¿Qué ven en común en dichos ángulos?

Se esperaría que la respuesta fuese que un lado en común y el otro lado del ángulo están sobre una misma línea recta. Entonces a esos ángulos les llamaremos adyacentes.

Sugerencia metodológica

Se deberá insistir en reconocer los tipos de ángulos y su clasificación según el corte de las rectas transversales.

Ángulos correspondientes

Son los que están al mismo lado de las paralelas y al mismo lado de la transversal.

Ángulos alternos internos

Son los que están entre las paralelas a distinto lado de ellas y a distinto lado de la transversal.

Ángulos alternos externos

Son los que están “fuera” de las paralelas a distinto lado de ellas y a distinto lado de la transversal.

Los ángulos correspondientes

Son iguales entre sí, en la Figura 6 de abajo se tiene $a = e$, $c = g$, $b = f$, $d = h$

Los ángulos alternos internos

Son iguales entre sí, $c = f$, $d = e$

Los ángulos alternos externos

Son iguales entre sí, $a = h$, $b = g$

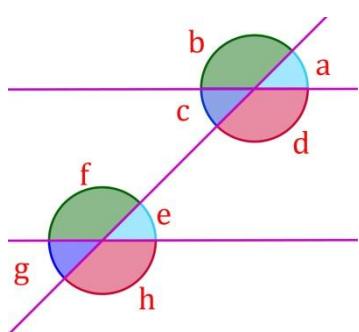


Figura 11. Ángulos entre paralelas cortados por una secante.

Pueden dibujar diferentes posiciones de los ángulos adyacentes, pídale que lo hagan en su cuaderno de trabajo.

Y pregunta ¿Qué ven en común en dichos ángulos?

Se esperaría que la respuesta fuese que un lado en común y el otro lado del ángulo están sobre una misma línea recta. Entonces a esos ángulos les llamaremos adyacentes.

Pueden dibujar diferentes posiciones de los ángulos adyacentes, pídeles que lo hagan en su cuaderno de trabajo

Ángulos entre paralelas

Objetivo

Identificar los tipos de ángulos entre paralelas.

Materiales

- Cuaderno de trabajo.
- Lana de colores.
- Regla.
- Pegamento, tijera.
- Pizarra.
- Transportador.

Metodología

Se pretenderá que mediante la elaboración de las paralelas cortadas por una secante el estudiantado logre identificar los ángulos que se forman entre las paralelas cortadas por una secante.

Instrucciones

Trazar dos líneas paralelas cortadas por una secante o transversal tal como se muestra en la Figura 7 que se expone a continuación. Usted puede dibujarla en la pizarra para que vean cómo deben elaborarla en el cuaderno. Con estas rectas formarán algunos ángulos, luego cortarán pedazos de lana para cubrir las rectas paralelas y la secante o transversal. Luego con el transportador medirán cada uno de los ángulos. Los colocarán en cada uno de los espacios.



Figura 10. Ángulos entre paralelas cortadas por una transversal.

De esta manera notarán que se forman ocho ángulos, pero que son algunos iguales entre sí.

Como docente, deberá entonces hacer la clasificación según la ilustración siguiente.

Actividad 4

Los ángulos opuestos por el vértice son iguales

Hagamos una verificación con nuestros alumnos.

Pasos

- a. Construir una recta definida por dos puntos A y B.
- b. Intersecciar la anterior recta con otra recta definida por dos puntos C y D.
- c. Encontrar el punto de intersección de las dos rectas al que llamaremos O.
- d. Marcar los ángulos opuestos formados por AOC y DOB.
- e. Sea AOC y DOB ángulos opuestos por el vértice.
- f. Demostraremos que $AOC = DOB$
- g. $AOC + AOD = 180^\circ$ por ser suplementarios y $DOB + AOD = 180^\circ$

Igualando las ecuaciones y cancelando de ambos lados de la ecuación AOD se tiene que $AOC = DOB$.

Actividad 5

Teorema sobre triángulos

En esta actividad se le propondrá al grupo dibujar triángulos de cualquier medida, y posteriormente se le asignará la tarea de medir los ángulos internos de cada uno de los triángulos.

Es preciso que hagan buen uso del transportador para evitar mediciones erróneas, habrá que apoyar dicha actividad mediante la orientación del buen uso del transportador.

Posteriormente se le solicitará a la clase que dé su opinión de las mediciones hechas y se le preguntará:

¿Cuánto miden los ángulos internos de los triángulos medidos por los estudiantes?

Seguramente dirán que suman 180° . Habrá que reflexionar que efectivamente así es, pero que no basta con hacer un millón de mediciones.

Eso no es una prueba contundente de que en cualquier triángulo la suma de sus ángulos internos es 180° .

Pídale que tomen uno de los triángulos dibujados y que pinten los ángulos con los colores, como los de la ilustración.

Reflexionar entonces que los ángulos rojos son iguales por ser opuestos por el vértice, los ángulos verdes son alternos internos igual que los anaranjados, juntos forman un llano, y el ángulo llano mide 180° ; por lo tanto, la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180° .

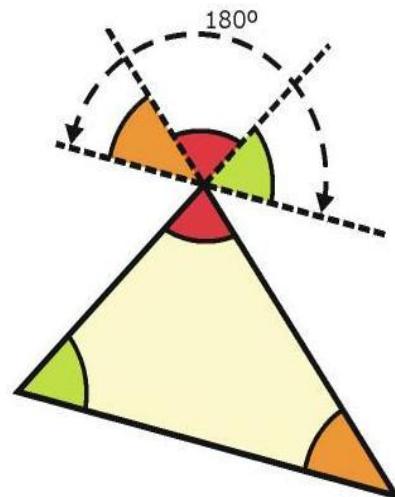


Figura 11. Solución de la demostración de la suma de los ángulos internos de un triángulo.

Otros ángulos



Figura 12. Ejemplo de los ángulos de elevación y depresión.

Ángulo de depresión

Si el observador se encuentra en un punto más alto del punto u objeto que está mirando.

Ángulo de elevación

Si el observador se encuentra en un punto más bajo del punto u objeto que está mirando.

Los triángulos rectángulos se utilizan frecuentemente para hallar distancias que no pueden medirse fácilmente en forma directa. En tales casos se utiliza el ángulo formado por la línea visual (la que sale del ojo del observador) y la horizontal del punto de observación.

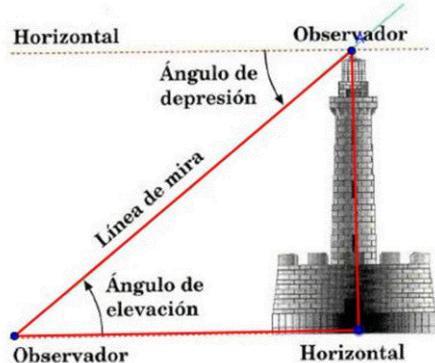


Figura 13. Formación de ángulos.

Actividad 6

Hay muchos instrumentos y objetos que funcionan porque tienen ángulos iguales con paralelas. Los ángulos iguales dan la sensación de repetición y equilibrio.

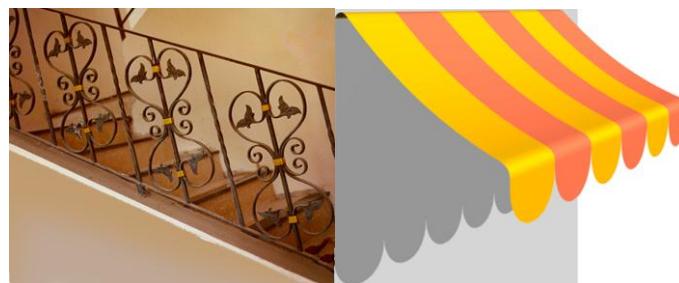


Figura 14. Objetos que forman ángulos.

Explica con palabras donde están los ángulos iguales en la escalera y el toldo.

Otros objetos que tienen ángulos opuestos en un vértice, que miden lo mismo. Y los otros suman 180° .



Figura 15. Objetos que forman ángulos opuestos por el vértice.

Explica con palabras dónde hay ángulos suplementarios (que suman 180°) en las fotos.

GUIA DE TRABAJO

1. Observe la figura. En ella se han dibujado ocho ángulos, algunos son iguales, otros no lo son.

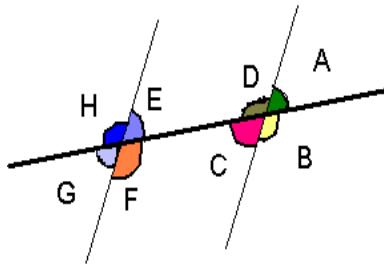


Figura 16. Ángulos entre rectas paralelas cortadas por una transversal.

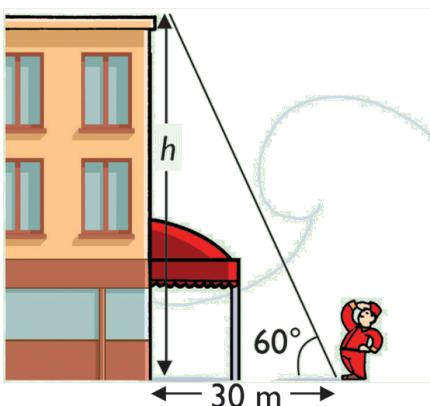
2. Completa la tabla poniendo verdadero o falso.

Ángulos	A	B	C	D	E	F	G	H
Mide Igual a A	V							
Mide Igual a B		V		V				

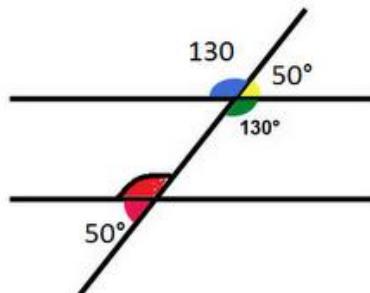
- ¿Cuáles son los pares de ángulos opuestos por el vértice? ¿Qué relación guardan entre sí los ángulos opuestos por el vértice? Compruébalo: mídelos con el transportador y comprueba los resultados. Cambia la posición de las rectas y repite la medición. ¿Se mantiene la relación entre ambos?
- ¿Qué pares de ángulos adyacentes observas? ¿Qué relación guardan entre sí los ángulos adyacentes? Compruébalo: mídelos con el transportador y comprueba los resultados. Cambia la posición de las rectas y repite la medición. ¿Se mantiene la relación entre ambos?
- Mueve las rectas para que el ángulo C mida 35° (ayúdate del transportador). ¿Cuánto miden los demás ángulos?
- Mueve el deslizador “Paralela” hacia la derecha. Observa los ángulos que aparecen. Señala todas las parejas de ángulos correspondientes que veas. ¿Qué relación guardan entre sí dos ángulos correspondientes? Utiliza el transportador para comprobar tus resultados. Cambia ahora la posición de las rectas (mueve alguno de los puntos amarillos). ¿Se mantiene la relación que has encontrado? Compruébalo con el transportador. Copia el dibujo en tu cuaderno y señala en él las parejas de ángulos correspondientes.
- Señala todas las parejas de ángulos alternos internos que veas. ¿Qué relación mantienen entre sí dos ángulos alternos internos? Compruébalo con el transportador. Cambia ahora la posición de las rectas (mueve alguno de los puntos amarillos). ¿Se mantiene la relación que has encontrado? Haz las mediciones oportunas y compruébalo. Copia el dibujo en tu cuaderno y señala en él las parejas de ángulos alternos internos.
- Señala todas las parejas de ángulos alternos externos que veas. ¿Qué relación mantienen entre sí dos ángulos alternos externos? Utiliza el transportador para comprobar tus resultados. Cambia ahora la posición de las rectas (mueve alguno de los puntos amarillos). ¿Se mantiene la relación que has

encontrado? Haz las mediciones oportunas y compruébalo. Copia el dibujo en tu cuaderno y señala en él las parejas de ángulos alternos externos.

- g. Mueve las rectas para que el ángulo C mida 45° . ¿Cuánto miden los demás ángulos? Haz primero tus cálculos a partir de las relaciones que has encontrado en los apartados anteriores y, a continuación, comprueba los resultados midiendo con el transportador.
 - h. Mueve ahora las rectas para que el ángulo H mida 60° . ¿Cuánto miden los demás ángulos? Haz primero tus cálculos a partir de las relaciones que has encontrado en los apartados anteriores y, a continuación, comprueba los resultados midiendo con el transportador.
 - i. ¿Puedes conseguir que los ocho ángulos sean iguales? ¿Cuál será su valor en ese caso? ¿Por qué?
 - j. ¿Puedes colocar las rectas de modo que el ángulo E mida 43° y el ángulo C mida 58° ? Justifica tu respuesta y, en caso afirmativo, compruébalo con el transportador.
3. Identifica cuál es el valor del ángulo de elevación y de depresión en el siguiente gráfico.

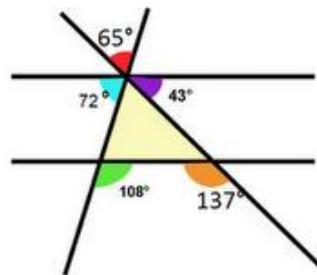


- a. Si el ángulo verde mide 130 grados:
- b. ¿Qué relación hay entre el ángulo verde y el celeste?
- c. ¿Cuánto mide el ángulo celeste?
- d. ¿Cuánto mide el ángulo amarillo?
- e. ¿Qué relación hay entre el ángulo fucsia y el amarillo?
- f. Encuentra ángulos supplementarios.
- g. ¿Cuánto mide el ángulo fucsia?
- h. Pintar de otro color el ángulo alterno interno del verde.



4. Si el ángulo verde mide 108 grados y el ángulo violeta mide 43 grados:
¿Cuánto mide el ángulo naranja?

- ¿Cuánto mide el ángulo turquesa?
- ¿Cuánto mide el ángulo rojo?
- ¿Calcular la suma de los ángulos internos del triángulo?



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. A. Pogorélov (1974) *Geometría elemental*, Editorial Mir, Moscú, traducido del ruso por Carlos Vea, Catedrático de Matemáticas superiores.
2. E. Quispe, (1995) *Geometría - Primer nivel* primera edición, Lima, Perú.
3. Ángulos. (2010). Recuperado Diciembre 14, 2011, a partir de
<http://ashby10.blogspot.com/2011/10/si-el-angulo-marron-mide-105-grados-y.html>

Utilicemos el tangram sumemos y restemos fracciones

Introducción del tema

El Tangram chino conocido como “Juego de los siete elementos” o “tabla de la sabiduría”; tiene su origen en la China de hace más de 2000 años. Este juego antiguo consiste en formar siluetas de figuras utilizando las siete piezas (tans), sin superponerlas. El Tangram es planimétrico porque todas las figuras deben estar contenidas en un mismo plano.

Si combinamos adecuadamente estas siete figuras, podemos obtener muchas figuras diferentes. La regla es muy sencilla: Siempre tenemos que utilizar las siete piezas, sin dejar ninguna por colocar y todas tienen que estar en contacto, aunque sólo sea por una puntita.

Esto que comenzó como un juego, pero en la actualidad se utiliza en multitud de áreas, pero, ahora nos interesa es su aplicación didáctica en el tópico de suma de fracciones.

El tangram está constituido por:

1 cuadrado.

5 triángulos (rectángulos isósceles).

2 triángulos “grandes” (los catetos miden el doble de la medida del lado del cuadrado).

1 triángulo “mediano” (la hipotenusa mide el doble de la medida del lado del cuadrado).

2 triángulos “pequeños” (los catetos son congruentes a los lados del cuadrado).

1 paralelogramo.

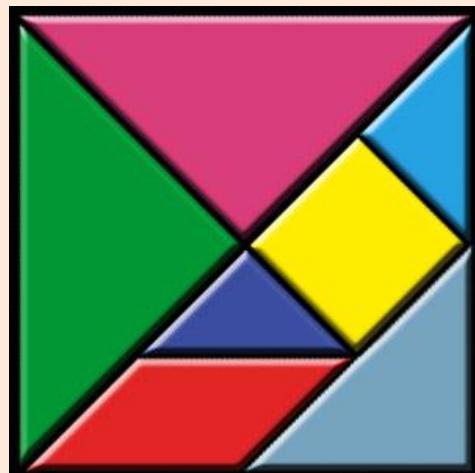


Figura 1. Tangram chino: “Juego de los siete elementos” o “tabla de la sabiduría”.

Competencias

- Saber cuantificar.
- Saber representar y comunicar.
- Saber usar instrumentos de medición en Geometría.

Objetivos

- Comprender el uso de fracciones para la representación de partes de un total.
- Obtener y entender el concepto de fracción equivalente.
- Realizar operaciones con fracciones.
- Establecer relaciones entre fracciones y decimales.

Presaber

- Figuras geométricas.
- Operaciones básicas.

Otros tipos de tangram

Existen otros tipos de tangram con los cuales se pueden hacer las actividades que a continuación se detallarán.

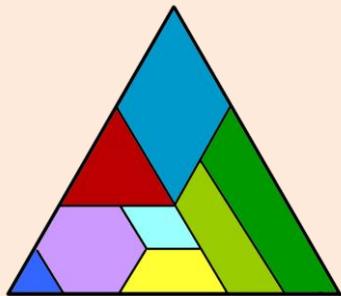


Figura 2. Tangram Triangular.

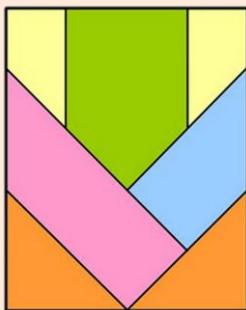


Figura 3. Tangram Pitagórico.

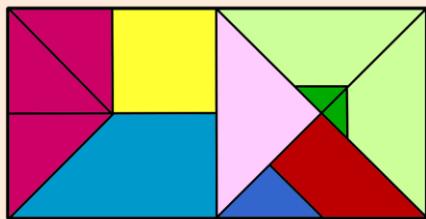


Figura 4. Tangram Russo.

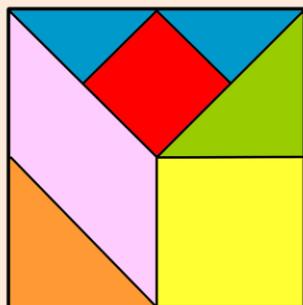


Figura 5. Tangram de Flecher.

Actividad 1. Construcción del rompecabezas cuadrado (tangram).

1. Dibuja en una hoja lisa un cuadrado de 10 cm de lado.
2. Traza una de sus diagonales.
3. Traza el segmento paralelo a la diagonal dibujada que tiene por extremos los puntos medios de dos lados consecutivos. Quedará así trazado otro triángulo, más pequeño que el anterior; llámalo A.
4. ¿Cuántos triángulos como A se necesitarían para cubrir todo el cuadrado? ¿Cómo lo calculaste?
El triángulo A es rectángulo porque tiene un ángulo recto, y es isósceles porque tiene dos lados iguales que se llaman catetos; el tercer lado se llama hipotenusa.
5. Traza la otra diagonal hasta la hipotenusa del triángulo A. Qedarán formados dos triángulos: B y C. Cada uno de ellos es la cuarta parte.
6. Traza un segmento paralelo al lado del cuadrado y con un extremo en el punto de intersección de la hipotenusa de A y la diagonal del cuadrado.
7. Quedará así dibujado un paralelogramo, llámalo D, y un triángulo pequeño; llámalo E.
8. Por el extremo de la hipotenusa de A traza una paralela a la diagonal de modo que se forme un cuadrado, llámalo F, y otro pequeño triángulo, llámalo G.
9. Fíjate que te haya quedado como se muestra en la figura.

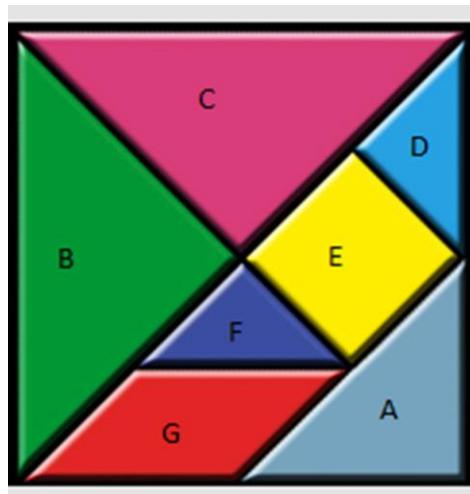


Figura 6. Rompecabezas del tangram.

Actividad 2

Reproduce el tangram en el cuadrado de cartulina y recorta las siete piezas.

Cada pieza representa una fracción. Construye en tu cuaderno una tabla como la siguiente y complétala con las fracciones que corresponden a cada una de las piezas del rompecabezas en relación con el decímetro cuadrado.

Completa la siguiente tabla, suponiendo que el triángulo A vale $1/8$ del total.

Tabla 1. Piezas del tangram y fracciones equivalentes de cada pieza.

Pieza	Fracción
A	$1/8$
B	
C	
D	
E	
F	
G	

Respuestas: A: $1/8$, B: $1/4$, C: $1/4$

D: $1/16$, E: $1/8$, F: $1/16$, G: $1/8$

Notemos que

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = 1$$

Actividad 3

Con las piezas recortadas del tangram, usando solo algunas de las siete o todas ellas, se pueden formar diferentes figuras. Te mostramos algunas y te proponemos que inventes otras.

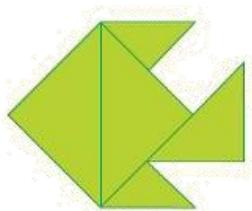


Figura 7. Piezas del tangram en la construcción de figuras.

Por ejemplo, para construir el pez que se ve en el dibujo de arriba, se usó:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$$



Figura 8. Piezas del tangram en la construcción de figuras.

¿Cuál es la fracción que representa la casa?

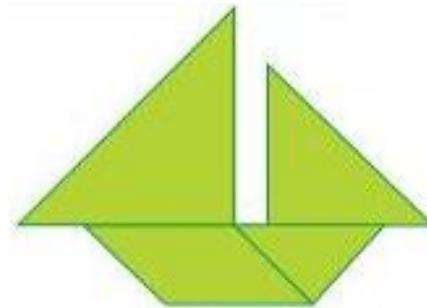


Figura 9. Piezas del tangram en la construcción de figuras.

¿Cuál es la fracción que representa la barca?

Actividad 4

Verifica que las siguientes aseveraciones son válidas

- El triángulo A y el Cuadrado E representan la misma fracción que el triángulo C.
- El triángulo F es una cuarta parte del triángulo C.
- Al sumar la fracción que representa al triángulo G, F, E, D y A su resultado es la mitad del cuadrado.
- La suma de A, B y C es $5/8$.
- La suma de D, E F y G es $3/8$.
- La suma de la fracción que representa a C y E es la misma que la que representa B, F y D.

- g) ¿Quién es mayor la suma de las fracciones que representan a B, D, E, o F y G.
 h) Si sumáramos ocho veces el triángulo la fracción que representa el triángulo F su resultado sería el cuadrado.

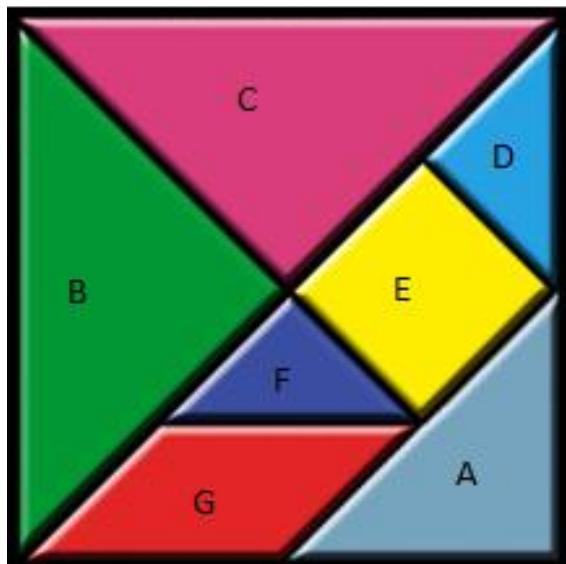


Figura 11. El tangram.

Actividad 5

En esta actividad se le pedirá al estudiantado hacer equipos de cuatro, proporcionándoles un tangram, será necesario en cada caso que los equipos hagan discusión en torno a cada pregunta que se les haga.

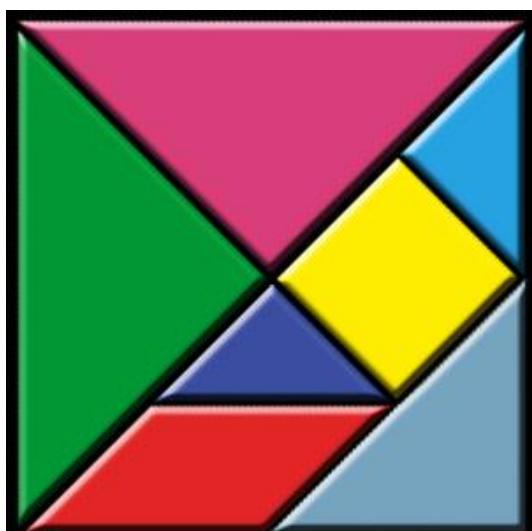


Figura 10. Tangram.

- Si damos al triángulo más pequeño el valor $1u^2$, ¿qué valor daremos a las demás piezas?
- Si damos al cuadrado el valor $1u^2$, ¿qué valor daremos a las demás piezas?
- Si damos al cuadrado grande (formado con todas las piezas del tangram) el valor $1u^2$, ¿qué valor daremos a las demás piezas?
- Si damos al paralelogramo el valor $1u^2$, ¿qué valor daremos a las demás piezas?
- Formar todos los cuadrados de distinto tamaño posibles con distintas piezas del tangram. Determinar las respectivas áreas.
- Formar todos los triángulos rectángulos de distinto tamaño posibles con distintas piezas del tangram. Determinar las respectivas áreas.
- Formar todos los paralelogramos de distinto tamaño posibles con distintas piezas del tangram.

Actividad 6. Juguemos a salir del laberinto.

En esta actividad es necesario el equipo de tres estudiantes.

- Un calculador.
- Un verificador.
- Un trazador de la trayectoria.

Se les pedirá a los equipos de estudiantes que elaboren una estrategia para salir del laberinto, siendo el equipo ganador el primero en salir, anotaremos en un cuadro los tiempos de salida de cada equipo.

Se pueden construir más de este tipo de laberintos a fin que se intercambien los roles.

Para encontrar el tesoro debes salir de A y llegar hasta B bajando por números más pequeños o subiendo por números más grandes (los demás movimientos están prohibidos). ¿Qué camino seguirías?

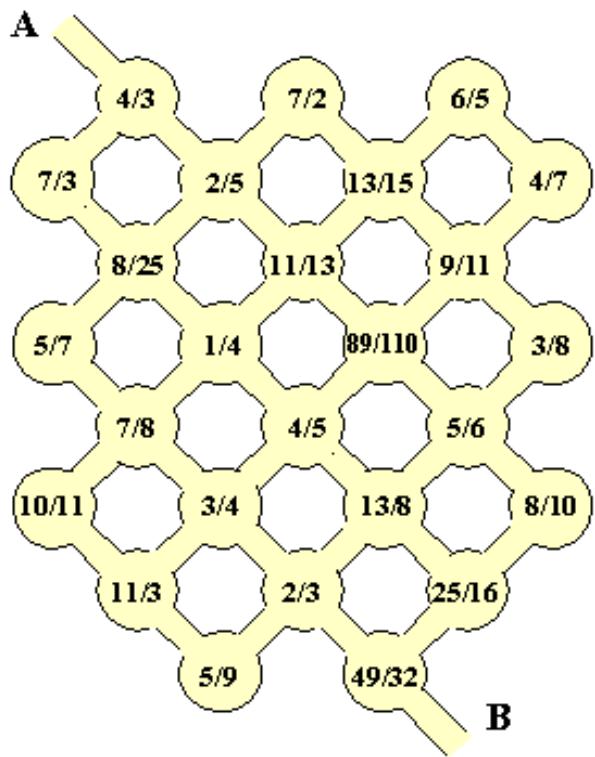


Figura 14. Laberinto para llegar del punto A al punto B

Actividad 7. Juguemos a completar la estrella

Completa la estrella mágica (la suma de las fracciones de cada línea es siempre la misma).

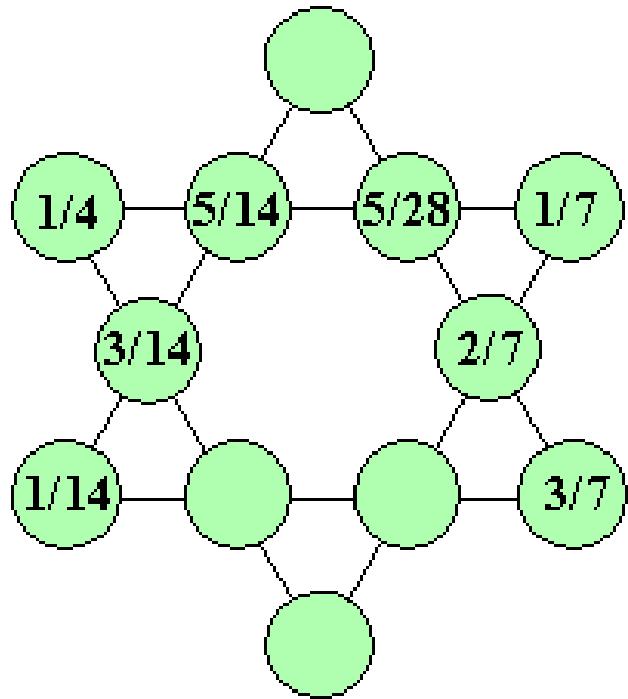
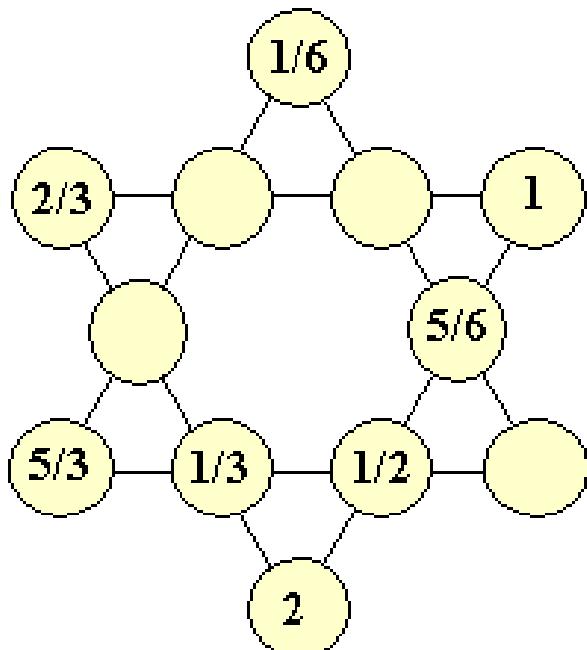


Figura 12. Estrellas mágicas.

Actividad 8. Juguemos a completar el triángulo.

Si en los rectángulos de los extremos escribimos los inversos de los números naturales y en los demás rectángulos escribimos la suma de los dos que tiene directamente encima, obtenemos el **Triángulo Armónico de Leibniz**. Complétalo hasta la línea octava.

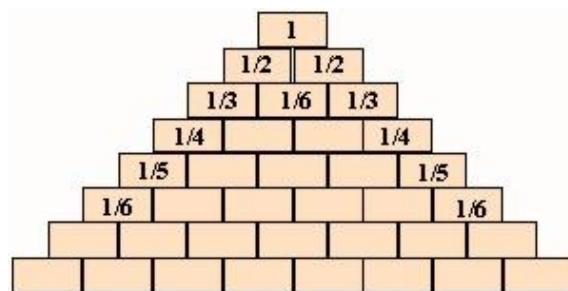


Figura 13. Triángulo Armónico de Leibniz .

Problema

Analiza el concepto de fracción como parte de la unidad o como cociente de dos números enteros, mostrando exactitud.

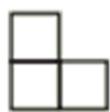
Resuelva las siguientes situaciones y comparta sus respuestas con las de sus colegas de área.

1. En cada una de las situaciones, representa la unidad gráficamente, de dos maneras diferentes.

a. Si es los dos cuartos de un todo.

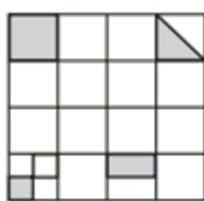


b. Si es los tres quintos de un todo.



2. Observe la siguiente imagen:

Responda:



¿Qué fracción del total representa la parte sombreada?

¿Qué fracción del total representa el área no sombreada?

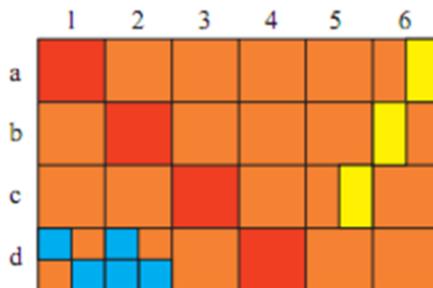
¿Qué parte del área no sombreada es igual al área sombreada?

¿Qué parte del área sombreada es igual al área no sombreada?

Problema de Aplicación

Analicemos la siguiente situación:

Osmany tiene un terreno en Chinameca, y allí cultiva flores. Su esposa, que trabaja con él, ha dividido el terreno en parcelas para sembrar las flores según los pedidos de sus clientes para la próxima temporada. En el siguiente gráfico se muestra la distribución del terreno: En la parte roja ha sembrado rosas; en la parte amarilla, girasoles; en la parte celeste, claveles; y en la parte naranja, margaritas blancas.



1. ¿Qué parte del terreno representa el área destinada para el cultivo de rosas?
2. ¿Qué parte del terreno se ha destinado para los girasoles?
3. ¿Qué parte del terreno se ha destinado para los claveles?
4. ¿Qué parte del terreno se ha utilizado para cultivar margaritas blancas?
5. ¿Cómo cambiaría la distribución si se siembran dos parcelas más de rosas en lugar de Claveles?

Respuestas: $1/6$; $3/48$; $5/96$; $69/96$

Repite el problema para la siguiente cuadrícula:



Problemas para razonar y calcular

1. ¿De qué número sus $\frac{3}{4}$ partes valen 39?

2. Si un hombre maduro hace 17 inspiraciones por minuto y en cada inspiración introduce $\frac{8}{15}$ de litro de aire en sus pulmones ¿cuántos litros de aire entran en sus pulmones en un día?

3. He grabado los $\frac{7}{12}$ de la cara A y los $\frac{2}{5}$ de la cara B de una casete de 60 minutos. ¿Podría grabar entero un disco de media hora de duración?

4. Escribe la expresión decimal de las fracciones $\frac{3}{15}$, $\frac{12}{5}$ y $\frac{3}{11}$.

5. Si un coche recorre 20 km en 15 minutos y otro 21 km en 16 minutos ¿cuál de los dos lleva una velocidad media mayor?

6. Un edificio de 20 m de altura da, a una determinada hora del día, una sombra de 15 m. Si yo mido 180 cm. ¿de qué longitud será mi sombra a esa misma hora?

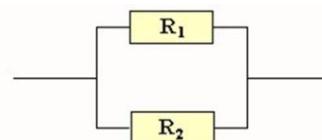
Actividad de Aplicación

En electricidad, la unidad de resistencia es el Ohmio (**S**).

Montar dos resistencias R_1 y R_2 en serie, equivale a tener una resistencia de $R = R_1 + R_2$ ohmios.

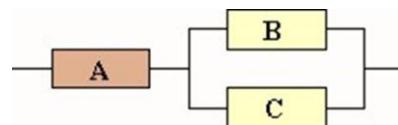


Montar dos resistencias R_1 y R_2 en paralelo, equivale a tener una resistencia R tal que $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$



Completar las tablas correspondientes, teniendo en cuenta en cada caso el tipo de montaje que nos indica la figura.

<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>R</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>6</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>15</td> <td>3</td> <td></td> </tr> <tr> <td>22</td> <td>16</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	A	B	R	2	6	8	3	4		4	5		15	3		22	16		<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>R</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>3</td> <td>$\frac{6}{5}$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>6</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>21</td> <td>28</td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>7</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	A	B	R	2	3	$\frac{6}{5}$	3	6		4	5		21	28		7	7	
A	B	R																																			
2	6	8																																			
3	4																																				
4	5																																				
15	3																																				
22	16																																				
A	B	R																																			
2	3	$\frac{6}{5}$																																			
3	6																																				
4	5																																				
21	28																																				
7	7																																				



A	B	C	R
4	2	3	
5	3	6	
1	4	5	
2	7	7	
5	2	7	

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. J. Spencer, (2004.) *The Tangram Route to Infinity*, Editorial Trafford, Victoria, Canadá
2. Junta de Andalucía. (2003). Actividades finales. Actividades finales. Recuperado diciembre 9, 2011, a partir de
<http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/materiales/3eso/numeros/fracciones/actividadesfinalesfracciones.htm>
3. Proyecto Azarquiel, (1996), *Matemáticas, 1º de ESO libro del profesor*, Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, España.
4. R. Ronald, (1965) *Tangrams: 330 puzzles*, Dover Publications, Toronto, Canadá

Referencia de imágenes

1. Figura 13: Fuente
<http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/materiales/3eso/numeros/fracciones/actividadesfinalesfracciones.htm>

Clasifiquemos cuadriláteros



Introducción del tema

¿Qué son los cuadriláteros?

Los cuadriláteros son polígonos, es decir, figuras geométricas planas limitadas por líneas rectas, que tienen los siguientes elementos:

- Cuatro lados.
- Cuatro vértices.
- Cuatro ángulos.

Además, la suma de todos sus ángulos interiores es de 360° :

Los cuadriláteros se clasifican en:

Paralelogramos (*cuadrado, rectángulo, rombo y romboide*).

Cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos dos a dos.

Trapezios (*trapecio rectángulo, trapecio isósceles y trapecio escaleno*).

Son los cuadriláteros con un par de lados opuestos paralelos y el otro no paralelo.

Trapezoides (*trapezoide simétrico y trapezoide asimétrico*).

Son los cuadriláteros en el que no existe paralelismo alguno.

Figura 1. Los griegos construyeron el Partenón de Atenas en el siglo V a. C. El rectángulo que comprende la fachada delantera del Partenón es un **rectángulo áureo**. El rectángulo áureo es un rectángulo tal que si se corta un cuadrado unitario en un extremo, los lados del rectángulo resultante estarán en la misma proporción que los lados del rectángulo original.

Competencias

- Identificar características que permiten diferenciar cuadriláteros, según su forma.
- Comprensión de paralelismo y perpendicularidad observando estos elementos en el entorno.

Objetivos

- Clasificar los cuadriláteros atendiendo al paralelismo de sus lados.

Presaber

- Comprensión de concepto de ángulos y tipos de ángulos.
- Identificación de características de triángulos y cuadriláteros

Vocabulario Clave

Lados

Son líneas que limitan la superficie del cuadrilátero.

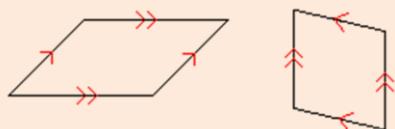


Figura 5. Lados de un cuadrilátero.

Paralelismo

Si al trazar dos rectas, estas no se cortan (no se intersectan) en un punto, entonces estas son paralelas.

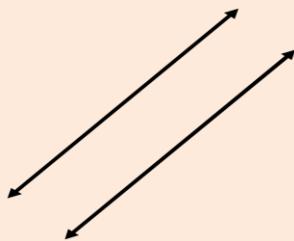


Figura 6. Rectas paralelas.

Perpendicularidad

Si dos rectas, se cortan en un punto específico formando cuatro ángulos rectos, entonces son perpendiculares.

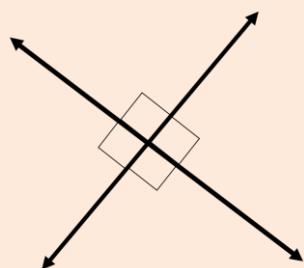


Figura 7. Rectas paralelas.

Cuadriláteros

Los cuadriláteros son figuras geométricas que constan de cuatro lados, cuatro ángulos y cuatro vértices.



Figura 2. Cuadriláteros

Tipos de Cuadriláteros

Existen dos tipos de cuadriláteros: cuadrilátero convexo y cuadrilátero cóncavo.

Cuadrilátero Convexo

Es aquel en el que si se toman dos puntos interiores, cualesquiera, todos los puntos del segmento formado están dentro del cuadrilátero.



Figura 3. Cuadrilátero convexo

Cuadrilátero Cónvexo

Es aquel en el que se pueden encontrar dos puntos interiores, tales que, al unirlos formando un segmento, algunos de los puntos de este, están fuera del cuadrilátero.



Figura 4. Cuadrilátero cónvexo.

Ángulo

Un ángulo es la parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo punto de origen. Suelen medirse en unidades tales como el radián, el grado sexagesimal o el grado centesimal.

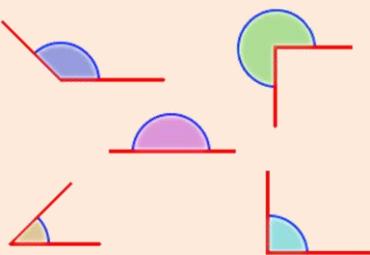


Figura 8. Ángulos.

El instrumento común de medida utilizado para medir ángulos es el transportador.

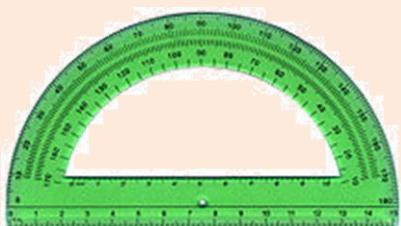


Figura 9. Transportador

Angulo Recto, es el ángulo que mide 90° .

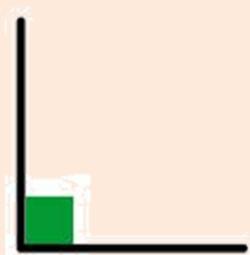


Figura 10. Ángulo recto.

Clasificación de los cuadriláteros convexos

Los cuadriláteros convexos se clasifican en:

1. Paralelogramos.
2. No paralelogramos
 - a. Trapecio
 - b. Trapezoide

1. Paralelogramos

Los paralelogramos son cuadriláteros que tienen dos pares de lados paralelos.

Características

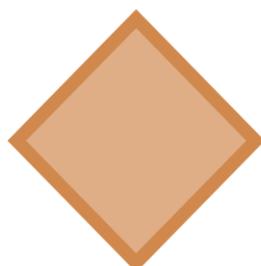
- Sus lados opuestos tienen la misma longitud.
- Sus ángulos opuestos son iguales y los consecutivos supplementarios.
- Cada diagonal divide al paralelogramo en dos triángulos congruentes.



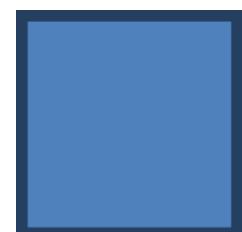
Paralelogramo



Rectángulo



Rombo



Cuadrado

Figura 11. Clases de cuadriláteros.

Actividad 1

1. ¿Podrías justificar por qué la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero suman 360° ? (Sugerencia: utiliza los trapecios que está en esta hoja y trázale una diagonal. Esta divide al cuadrilátero en dos triángulos. Recuerda el valor de la suma de los ángulos interiores de un triángulo).
2. Verifica que los trapecios escaleno, isósceles y rectangular, son convexos.
3. ¿Cuántos triángulos puedo inscribir en el trapecio escaleno, utilizando los vértices?
4. ¿Cuántos triángulos puedo inscribir en el trapecio isósceles, utilizando los vértices?
5. Construye una conjetura para calcular el área de un trapecio en general, utiliza regla para medir y deduce el área de cada trapecio.
6. ¿Cuál de los trapecios se puede inscribir en una circunferencia? ¿Qué característica tendrán estos trapecios que se pueden inscribir?, ¿qué condiciones cumplen?

2. Trapecios

Son cuadriláteros que tienen dos lados opuestos paralelos y se les llaman bases. Hay tres clases de trapecios: trapecio escaleno, trapecio isósceles y trapecio rectangular.

A. Trapecio escaleno: Es aquel trapecio que no tiene ningún lado igual ni ángulo recto.

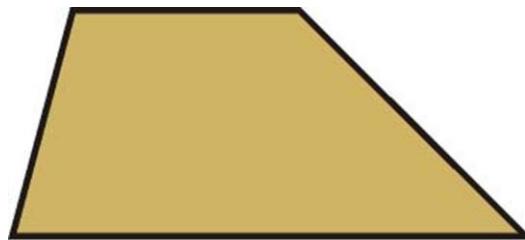


Figura 12.

B. Trapecio isósceles: Un trapecio isósceles tiene dos lados no paralelos iguales.

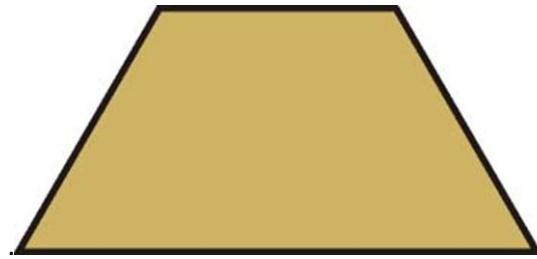


Figura 13.

C. Trapecio rectangular: Es aquel que tiene dos ángulos rectos.

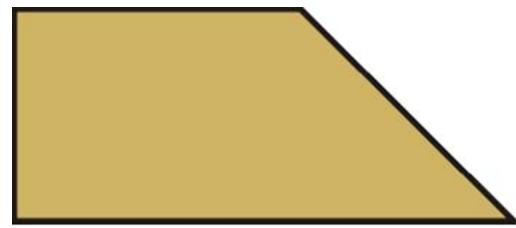


Figura 14.

Actividad 2

Analiza con tu docente las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál de los siguientes cuadriláteros queda dividido en cuatro triángulos rectángulos e iguales al trazar sus diagonales?
 - a. Cuadrado.
 - b. Rectángulo.
 - c. Trapecio.
2. ¿Qué ángulo forma la diagonal de un cuadrado con uno de sus lados?
 - a. Agudo.
 - b. Obtuso.
 - c. Recto.
3. ¿Cómo son las diagonales del rombo?
 - a. Perpendiculares.
 - b. Iguales y oblicuas.
 - c. Desiguales y oblicuas.
4. ¿Cuáles son los cuadriláteros que tienen todos sus lados de igual longitud?
 - a. Cuadrado y rectángulo.
 - b. Cuadrado y rombo
 - c. Rombo y trapecio.

3. Trapezoides

Son los cuadriláteros en el que no existe paralelismo alguno, entre estos tenemos los trapezoides simétricos y el trapezoide asimétrico.

El trapezoide simétrico: Tiene la forma de una cometa, con dos pares de lados iguales. Sus diagonales son perpendiculares y bisectrices de los ángulos de los vértices.

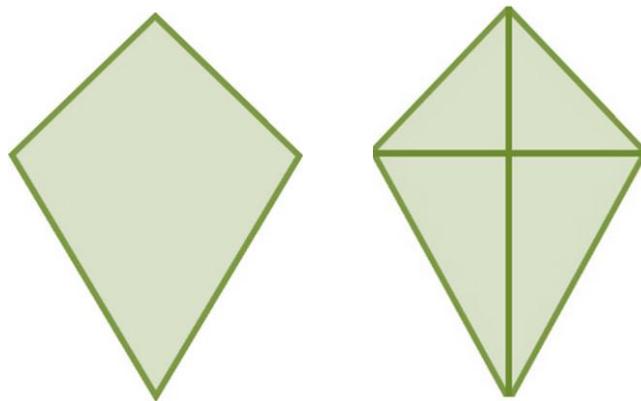


Figura 15.

Trapezoide asimétrico: Es el trapezoide que tiene sus cuatro lados desiguales.

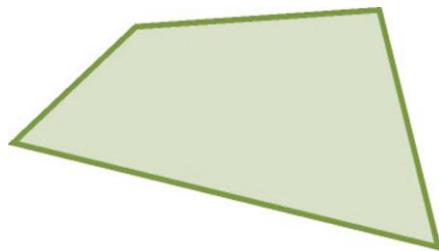


Figura 16.

Los cuadriláteros y el arte

Las figuras geométricas son utilizadas en la creación de obras de arte debido a su particular belleza.

En la pintura, surge en el siglo XX un movimiento artístico que utiliza cuadriláteros en la creación de obras, a este movimiento se le llamó **cubismo**. Los autores que adoptaron esta técnica, siguen esquemas rígidamente geométricos y buscan trasladar la realidad a formas rectilíneas, utilizando las formas básicas conocidas (cuadrados, rectángulos, rombos, romboide, trapecio, trapezoide).

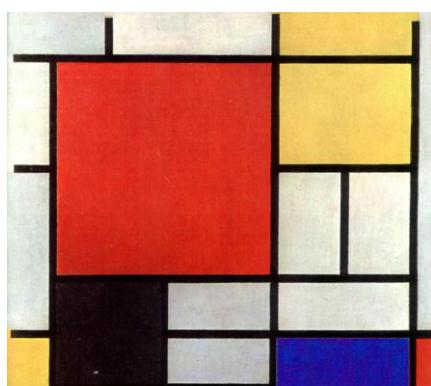


Figura 17. Pinturas del cubismo, donde se utilizan mucho la forma de los cuadriláteros.

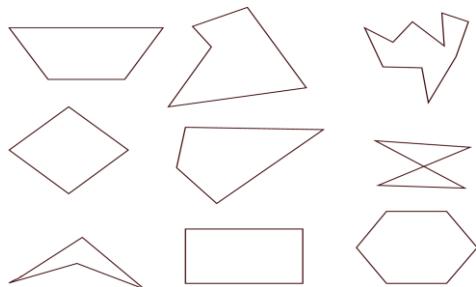
Actividad 3. Identificación de cuadriláteros.

Proporcionar al estudiantado una lámina donde observe e identifique las figuras que considera como cuadriláteros.

Lámina 1

Identificación de cuadriláteros

Colorea de color rojo los cuadriláteros.



Actividad 4. Reconocimiento de nombres de figuras geométricas.

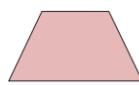
Lámina 2

Relación nombre-figura.

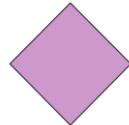
Relacionar las figuras geométricas de la izquierda con el nombre que le corresponde a la derecha, además, medir la longitud de los lados de las figuras y los ángulos que los conforman. Comentar los resultados.



Rombo



Rectángulo



Cuadrado



Trapecio

Objetivo de la actividad

Evaluar la comprensión del estudiantado en relación al tema estudiado.

Materiales

Crucigrama.

Lápiz.

Borrador.

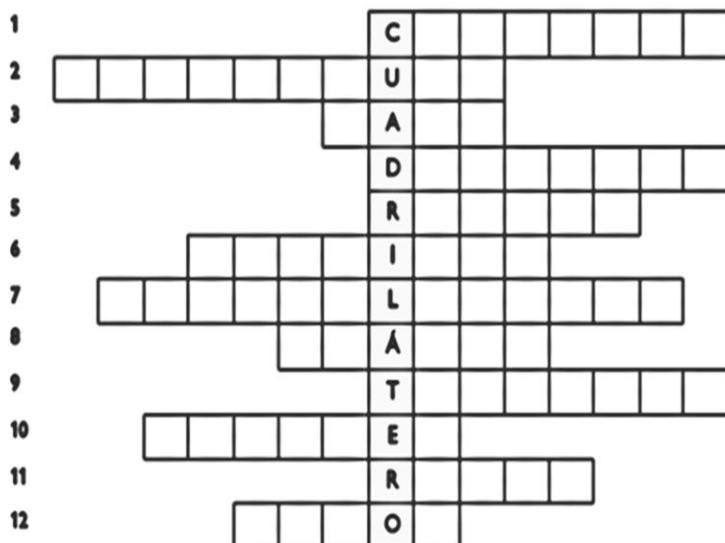
Indicaciones

Brindar a cada estudiante un crucigrama como el que aparece en esta página.

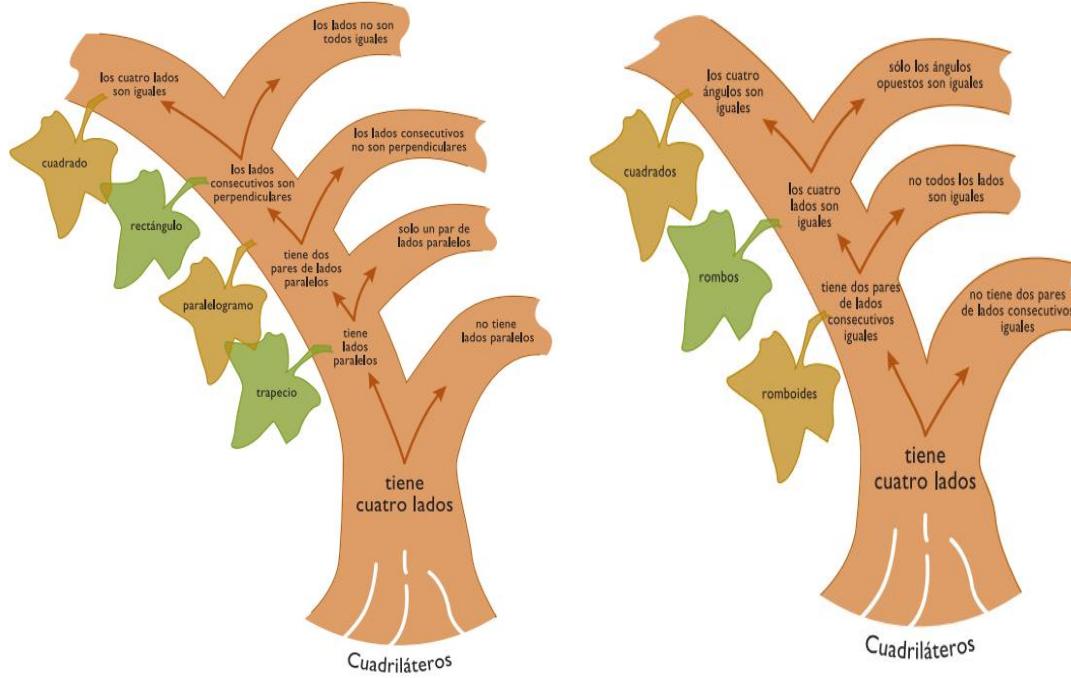
Analizar las pistas y la información proporcionada, y posicionar la palabra correcta, según indica, será necesario hacer un repaso con los estudiantes prellenando del crucigrama para que recuerden cada uno de los conceptos proporcionados en las actividades anteriores.

Actividad Final**Completando el crucigrama**

1. Evaluación de conocimientos relacionados a la clasificación de cuadriláteros, complete el crucigrama.
2. Paralelogramo que tiene cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos.
3. Paralelogramo que tiene cuatro ángulos rectos y diagonales no perpendiculares.
4. Cada uno de los segmentos que limitan un cuadrilátero.
5. Segmento que une dos vértices no consecutivos de un cuadrilátero.
6. Ángulos que forman las diagonales del rombo al cortarse.
7. Puntos extremos de cada lado del cuadrilátero.
8. Cuadrilátero con dos pares de lados opuestos paralelos e iguales.
9. Cantidad de lados de un trapecio.
10. Cuadrilátero con un par de lados opuestos paralelos.
11. Los lados del cuadrado son perpendiculares e...
12. Paralelogramo con cuatro lados iguales no perpendiculares.
13. Los rectángulos son paralelogramos.



Actividad final de repaso de Conceptos



Responde las siguientes preguntas

De las siguientes preguntas, responder en equipos las referidas a las figuras con las que trabajaron en las actividades anteriores. Se deberá ampliar la lista, formulando nuevas preguntas. Para hacerlo, pueden consultar algún libro o manual de matemática que exista en la biblioteca. Escriban las preguntas y sus respuestas.

1. ¿Cuáles de los cuadriláteros tienen un par de lados paralelos?; ¿y dos pares de lados paralelos?
2. ¿Cuáles tienen lados perpendiculares?
3. ¿Cómo son los lados opuestos de un paralelogramo?
4. ¿Qué se puede asegurar de los ángulos opuestos de un paralelogramo?
5. ¿Qué cuadriláteros tienen sus diagonales iguales?
6. ¿Qué cuadriláteros tienen sus diagonales perpendiculares?
7. ¿En qué cuadriláteros las diagonales se cortan mutuamente en partes iguales?

REFERENCIA BIBLIOGRAFÍA

1. Curso0708 - Aplicaciones en el aula sobre cuadriláteros. (s.d.). Recuperado diciembre 2, 2010, a partir de <http://curso0708.wikispaces.com/Aplicaciones+en+el+aula+sobre+cuadril%C3%A1teros>
2. Cuadriláteros. (2010, febrero). Recuperado diciembre 2, 2010, a partir de http://www.vitutor.com/geo/eso/pl_6.html#
3. Cuadriláteros. (s.d.). Recuperado diciembre 2, 2010, a partir de http://www.vitutor.com/geo/eso/pl_6.html#
4. Quispe, E. (1995). *Geometría - Primer nivel*, primera edición, Lima - Perú.
5. Recursos educativos-isanaji - MATEMATICAS. (s.d.). Recuperado diciembre 2, 2010, a partir de <http://recursoseducativos-isanaji.wikispaces.com/MATEMATICAS>.

Clasifiquemos los polígonos

Introducción del tema

Los teselados y los polígonos

Las antiguas civilizaciones utilizaban teselados para la construcción de casas y templos cerca del año 4000 a. C. Por ese tiempo los sumerios realizaban decoraciones con mosaicos que formaban modelos geométricos. El material usado era arcilla cocida que coloreaban y esmaltaban. Posteriormente otros grupos demostraron maestría en este tipo de trabajo. Ellos fueron los persas, los moros y los musulmanes.

El grupo matemático de los pitagóricos analizaron tales construcciones y probablemente estas los hayan conducido al famoso teorema que establece que la suma de los ángulos interiores es igual a un ángulo llano.

La palabra teselado proviene de “tessellae”. Así llamaban los romanos a las construcciones y pavimentos de su ciudad. Los teselados pueden ser regulares o irregulares. Dentro de los regulares existen los semirregulares y demirregulares. Los regulares se logran a partir de la repetición y traslación de polígonos regulares.

Los demirregulares se logran a partir de la combinación de varios tipos de polígonos regulares, pero de modo que no todos los vértices tengan la misma distribución, en cambio, los semirregulares se forman con la combinación de dos o más polígonos regulares, pero distribuidos de modo tal que en todos los vértices aparezcan los mismos polígonos y en el mismo orden.

Fuente:

http://www.oni.escuelas.edu.ar/2002/buenos_aires/infinito/teselado.htm

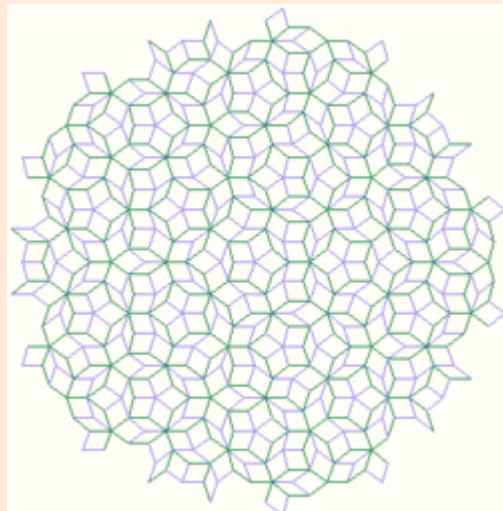


Figura 1. Una Teselación de Penrose o suelo de baldosas de Penrose es una teselación no periódica.

Competencias

- Identificar características que permiten diferenciar cuadriláteros, según su forma.
- Comprensión de paralelismo y perpendicularidad observando estos elementos en el entorno

Objetivos

- Construir líneas poligonales para conocer los polígonos.
- Identificar polígonos utilizando líneas poligonales cerradas.
- Reconocer los elementos principales de un polígono.

Presaber

- Comprensión de conceptos de ángulos y tipos de ángulos. Identificación de características de triángulos y cuadriláteros.

Vocabulario Clave

Polígono

Superficie plana encerrada dentro de un contorno formado por segmentos rectos unidos en sus extremos.

- Cada uno de los segmentos se denomina lado.
- El punto de unión de cada par de segmentos se denomina ángulo.
- El número de lados, (y por tanto de ángulos) ha de ser mayor o igual a tres.

Elementos de un polígono

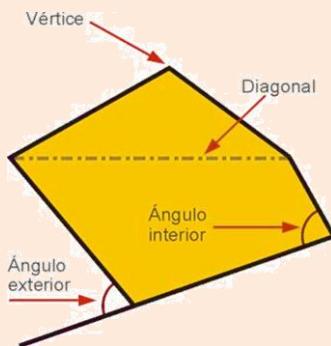


Figura 6. Elementos de un polígono.

Lado

Son los segmentos que lo limitan.

Vértices

Son los puntos donde concurren dos lados.

Ángulos interiores de un polígono

Son los determinados por dos lados consecutivos.

Diagonal

Son los segmentos que determinan dos vértices no consecutivos.

Tipos de Polígonos

Polígono cruzado: Dos o más lados se cortan

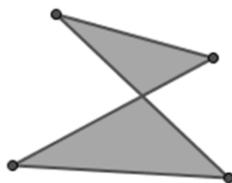


Figura 2. Polígono cruzado

Los polígonos regulares estrellados son el caso más interesante.



Figura 3. Polígono cruzado estrellado.

Polígono convexo: Si el segmento que une dos puntos cualesquiera del polígono es interior al polígono. Todos los ángulos interiores son menores de 180° . Si uno o más de los ángulos interiores es mayor de 180 , el polígono es no convexo, o cóncavo.

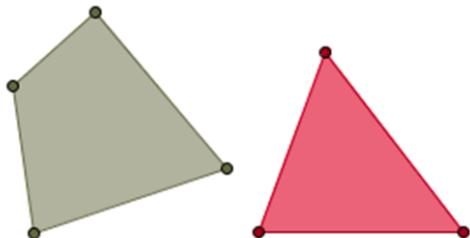


Figura 4. Polígono convexo.

Polígono regular. Si tiene lados y ángulos iguales.

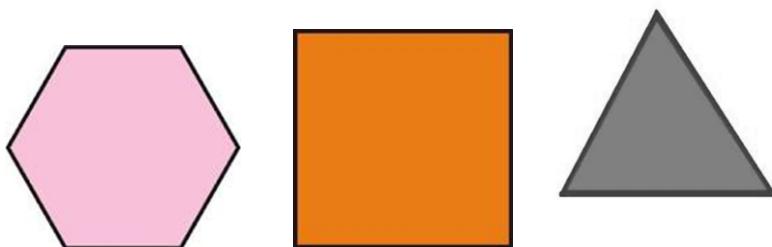
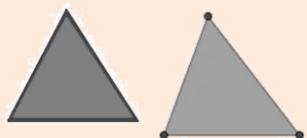


Figura 5. Polígono regular.

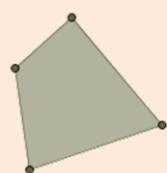
Clasificación de los Polígonos

Por el número de sus lados, si estos polígonos tienen todos sus lados iguales se conocen como regulares.

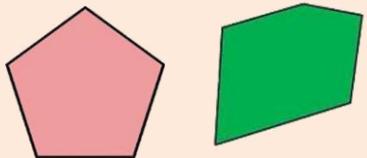
Triángulos: polígonos de tres lados.



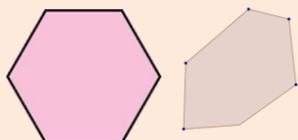
Cuadriláteros: polígonos de cuatro lados.



Pentágonos: polígonos de cinco lados.



Hexágono: polígonos de seis lados.



Heptágonos: polígonos de siete lados.

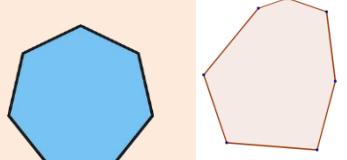


Figura 9. Triángulos, cuadriláteros, pentágono, hexágono, heptágonos,

Clasificación de los Polígonos

Octágonos: polígonos de ocho lados.

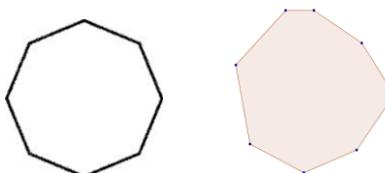
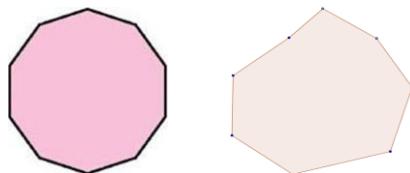
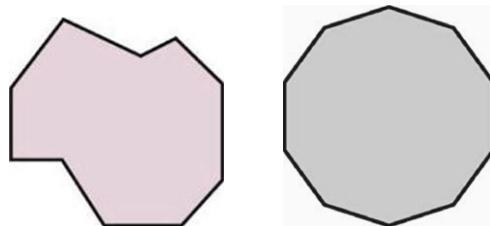


Figura 7. Octágonos

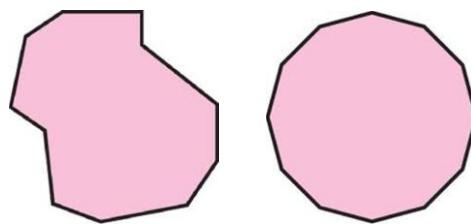
Nonágonos: polígonos de nueve lados.



Decágono: polígonos de diez lados.



Endecágono: polígonos de once lados.



Dodecágono: polígonos de doce lados.

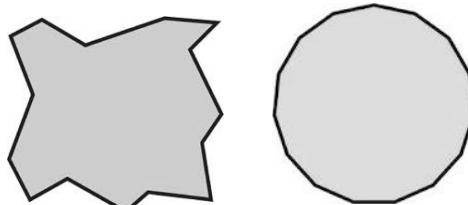


Figura 8. Nonágonos, decágono, endecágono, dodecágono.

¿Cómo se llama un polígono de 20 lados?

Para saber cómo se llama un polígono de menos de cien lados podemos hacer lo siguiente: contamos el número de lados que tiene, hacemos una combinación de prefijos (como se muestra a continuación) y agregamos la terminación *gono*.

Decenas	y	Unidades		Terminación
20	Icosa-	-kai-	1	-hená-
			2	-dí-
			3	-trí-
			4	-tetrá-
			5	-pentá-
			6	-hexá-
			7	-heptá-
			8	-octá-
			9	-eneá-
				-gono

Por ejemplo, un polígono de 30 lados se llama **triacontágono**, mientras que uno de 63 lados se llama **hexacontakaitrígonon**.

Ejemplo: El polígono de la cercanía del MINED tiene 23 lados ¿cuál es su nombre?

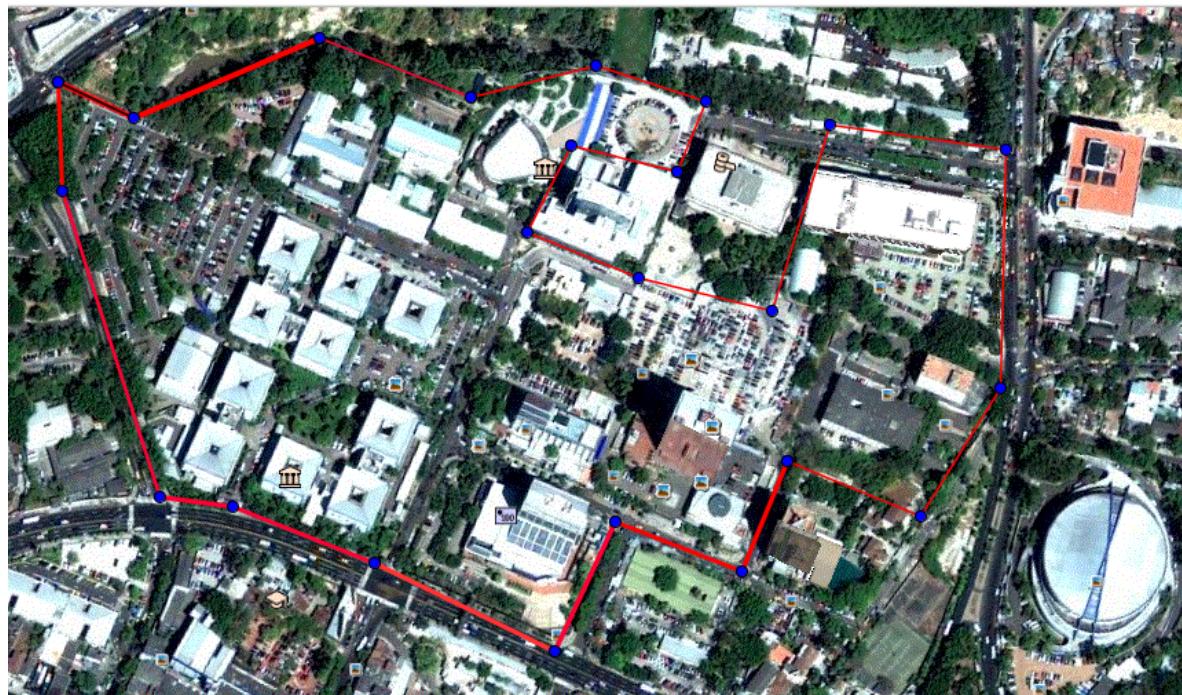


Figura 10. Formación de un polígono de los lugares cercanos al MINED.

Respuesta: **Icosakaitrigono**.

Clasificación de los Polígonos

Por el contorno de sus lados:

Convexos: Aquellos polígonos que al ser atravesados por una recta, son cortados en un máximo de dos puntos.

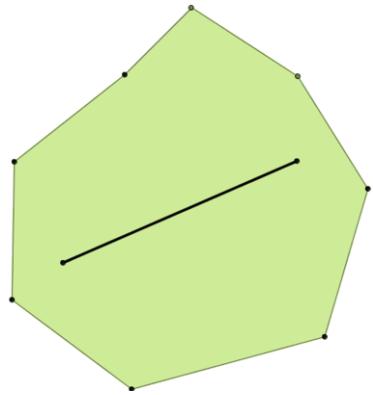


Figura 11. Polígonos convexos

Cóncavos: Aquellos polígonos que al ser atravesados por una recta, pueden ser cortados en más de dos puntos.

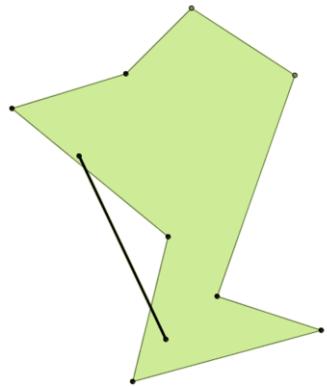


Figura 12. Polígonos cóncavos.

Actividad 1. (Reconocimiento)

Esta actividad debe ser resuelta inicialmente por cada docente. Es indispensable hacerla por la cantidad de respuestas que obtendrá de parte del estudiantado.

¿Observa algún polígono en estas fotos?, enumérelos, diga sus nombres, ¿son estos polígonos regulares?, ¿puede decir cuántas diagonales tienen?, ¿sabe construirlos con regla y compás? ¿Tienen estos polígonos ejes de simetría?, ¿por qué cree que varias construcciones utilizan el triángulo en su estructura?, ¿cuál será la razón de que abunden tantos rectángulos?

¿Por qué es tan abundante el pavimento cuadrado?, ¿que otras formas de pavimento abundan?, ¿se ha fijado en la cantidad de motivos ornamentales y de diseño que tienen forma pentagonal? ¿a qué cree que se debe su armonía?, ¿por qué cree que son escasos los motivos heptagonales?, ¿cómo se ven los cuadrados en perspectiva?



Figura 13. Polígonos en formas arquitectónicas.

Actividad 2

Observe la foto siguiente con sus estudiantes y responda las preguntas.



Figura 14. Fotografía en donde se muestran polígonos.

¿Qué tipo de simetría se observa en la foto?

¿Cuántos dodecágonos hay? ¿Son regulares?

¿Hay algún polígono que no se haya definido en esta lección, cuáles son estos?

Respuesta de literal c:

Polígonos estrellados.

Actividad 3

Enumere los diversos elementos geométricos de la bicicleta.

Explique el efecto de los piñones sobre el pedal.

¿Qué figuras ve en el perfil de cada rueda?



Figura 15. Bicicleta.

Actividad 4

Observa las fotografías e identifica en cada caso

¿Ves algún cono?

¿Y algún cilindro?

¿Ves alguna pirámide?

¿Cuántas?

¿Y cuántos polígonos? ¿Cómo se clasifican?

Enuméralos.



Figura 16. Fotografía en donde se muestran polígonos.

¿Sabrías dibujar los rayos de luz que producen las sombras en la foto?

¿Qué figuras geométricas observas en la foto?

¿Qué figuras son en la realidad?

¿Sabes calcular el área de color negro en la foto?

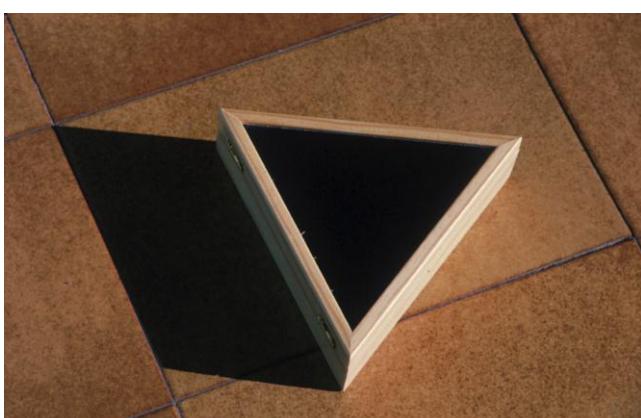


Figura 17. Fotografía en donde se muestran polígonos.

Actividad 5

En esta actividad vamos a ver cuánto miden los ángulos interiores de los polígonos regulares.

Usaremos este resultado en la segunda actividad para ver que hay solo un número finito de poliedros regulares.

Estrategias de trabajo

Proponga al estudiantado que resuelva las consignas de forma individual, deles suficiente tiempo para hacerlo, por lo menos media hora. Procure que piensen y que hagan sus propias conclusiones. Debe guiarles sin dar la respuesta directamente y permitir la discusión entre el grupo.

Recursos de trabajo

Papel y algo para escribir.

Preguntas para el estudiantado

¿Cuánto miden los ángulos interiores de un triángulo equilátero, de un cuadrado y de un pentágono regular?

¿Te animas a conjeturar cuánto miden los ángulos interiores de un polígono regular de n lados, donde n es cualquier número natural mayor o igual que 3, $n = 3, 4, 5, 6 \dots$?

Cierre

Discutir acerca de los valores que toman estos ángulos intentando notar cómo se acercan a 180° .

Pensar en la circunferencia como un polígono regular de infinitos lados y cada ángulo interior de 180° .

Actividad 6

Los mosaicos

Observe cómo partiendo de un triángulo equilátero se pueden realizar composiciones plásticas (Figura 1). Realice la que aquí presentamos siguiendo los pasos indicados en el dibujo.



Figura 18.

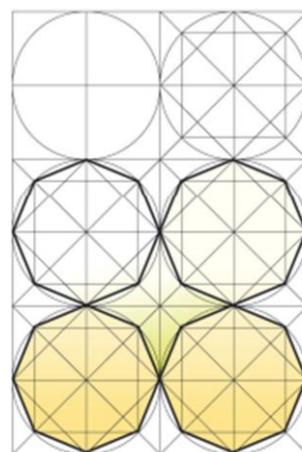


Figura 19.

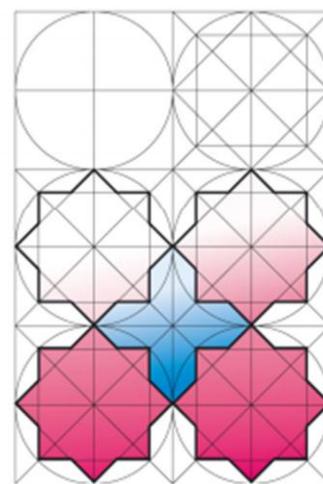


Figura 20.

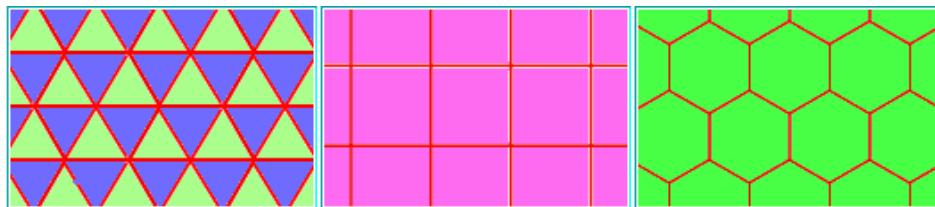
Los teselados

Un **teselado** es un patrón repetitivo de figuras geométricas, por ejemplo los polígonos, que encajan y cubren el plano sin superponerse y sin dejar huecos. Teselar es embaldosar una superficie con figuras regulares o irregulares. Al teselar un plano, entre las figuras, no queda espacios y tampoco se superponen.

Los cubrimientos realizados con baldosas, cerámicos, pastelones, azulejos, tejas en pisos, muros y techos son las más comunes teselaciones que se encuentran en la realidad.

- a. Una **teselación regular** es un patrón que se consigue repitiendo un polígono regular.

Ejemplos



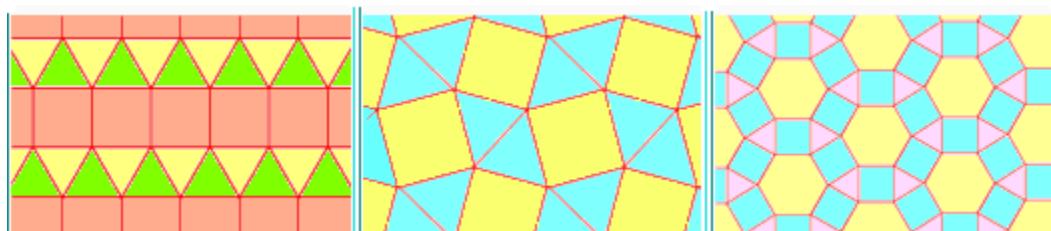
Triángulos

Cuadrados

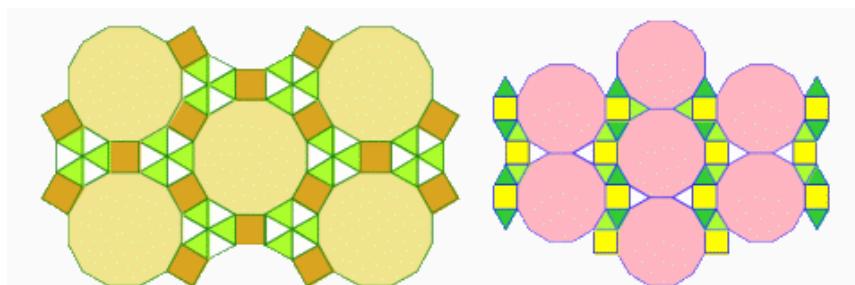
Hexágonos

- b. Una **teselación semirregular** está hecha con dos o más polígonos regulares

Ejemplos



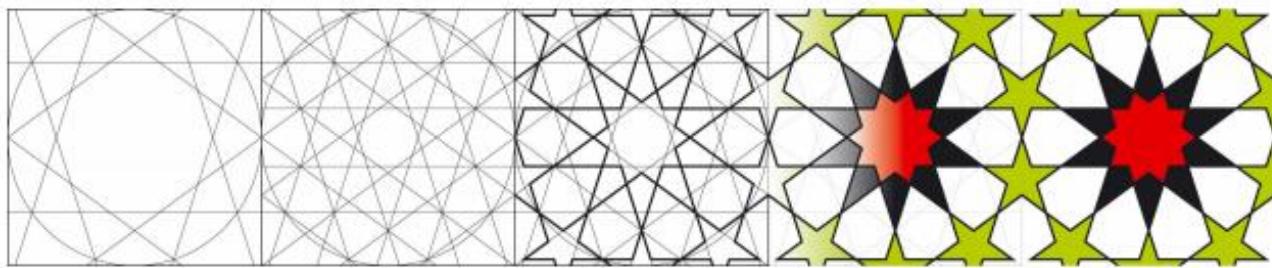
- c. Los **teselados semirregulares** están formados usando los tres teselados regulares y los ocho teselados semirregulares



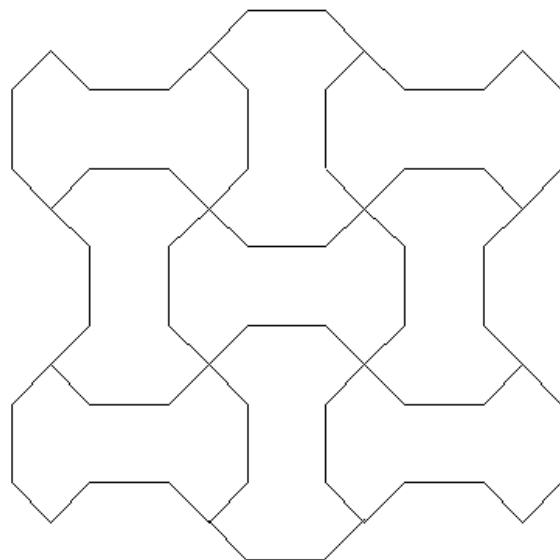
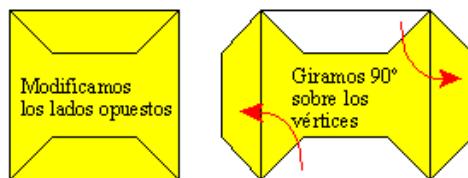
Actividad Final. Aprendamos a hacer teselados.

Realiza con tu docente la siguiente actividad:

Dibuja estos motivos decorativos apoyándote en los esquemas previos que te proporcionamos. Fíjate en que con un mismo esquema de base se pueden generar diferentes diseños. Además de hacer el expuesto, intenta crear alguno propio.



Mediante giros de 60° , 90° o 120° desde un vértice en algunos polígonos. Los vértices desde los que se gira no pueden ser contiguos, el polígono hueso tésala el plano, como se llama este polígono por el número de lados.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Ceibal. (2009). Teselados semi-regulares. Recuperado diciembre 15, 2011 a partir de http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/teselacionesplano/teselados_semirregulares.html
2. Landaverde F. (1977), *Curso de Geometría*.1977, Editorial Progreso S.A. de C.V. México D.F.
3. Polígonos. (2007).Polígonos. Recuperado diciembre 2009, 2012, a partir de http://web.educastur.prinCAST.es/ies/pravia/carpetas/recursos/mates/recursos_2005/fotografia/fot54.htm
4. Quispe, E. (1995) "Geometría - Primer nivel" primera edición, Lima - Perú.
5. Miller, H. (2004), *Matemática Razonamiento y Aplicaciones*.
6. Teselados, McGraw-Hill/Interamericana de España Recuperado diciembre 9 de 2001, a partir de: http://www.mhe.es/bachillerato/bachillerato_dibujo/8448148908/archivos/unidad4_actividad1.pdf.

Referencias de imágenes

1. Figura 13: Fuente http://web.educastur.prinCAST.es/ies/pravia/carpetas/recursos/mates/recursos_2005/fotografia/fot54.htm
2. Figura 20: Fuente Fuente:http://www.mhe.es/bachillerato/bachillerato_dibujo/8448148908/archivos/unidad4_actividad1.pdf

Comparemos el volumen de sólidos geométricos

Introducción del tema

El volumen es una de las propiedades físicas de la materia y se define como lugar que ocupa un cuerpo en el espacio. Se simboliza con la letra V, normalmente se asocia con el tamaño del cuerpo. La medición del volumen puede realizarse por distintos instrumentos, y las unidades en que se expresa pueden variar, dependiendo del estado en que se encuentre la materia.

Las unidades de volumen se clasifican en tres categorías:

Unidades de volumen sólido. Miden al volumen de un cuerpo utilizando unidades de longitud elevadas a la tercera potencia. Se le dice volumen sólido porque en geometría se utiliza para medir el espacio que ocupan los cuerpos tridimensionales, y se da por hecho que el interior de esos cuerpos no es hueco sino que es sólido.

Unidades de volumen líquido. Estas unidades fueron creadas para medir el volumen que ocupan los líquidos dentro de un recipiente.

Unidades de volumen de áridos. También llamadas tradicionalmente unidades de capacidad. Estas unidades fueron creadas para medir el volumen que ocupan las cosechas (legumbres, tubérculos, forrajes y frutas) almacenadas en graneros y silos.

Estas unidades fueron creadas porque hace muchos años no existía un método adecuado para pesar todas las cosechas en un tiempo breve, y era más práctico hacerlo usando volúmenes áridos. Actualmente, estas unidades son poco utilizadas porque ya existe tecnología para pesar la cosecha en tiempo breve.

Fuente:http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/midi_endocapacidades/unidades_de_volumen.html



Figura 1. Los sólidos platónicos, también conocidos como cuerpos platónicos, reciben estos nombres en honor del filósofo griego Platón (ca. 428 a. C./427 a. C.-347 a. C.), al que se atribuye haberlos estudiado en primera instancia.

Competencias

- Identifica cuerpos sólidos en estructuras del entorno, relacionando los Presaberes con el estudio de la temática.
- Analiza la relación entre capacidad y espacio, comparando medidas de capacidad de diversos objetos.

Objetivos

- Comparar el volumen de figuras geométricas, utilizando la capacidad de estas.

Presaberes

- Identificación de características de figuras geométricas.
- Conocimiento de medidas de capacidad.

Vocabulario Clave

Arista

Segmento donde se encuentran dos caras de un sólido.

Vértice

Punto de intersección de dos o más lados (caras).

Bases

Son los lados inferiores de un sólido.

Polígono

Figura cerrada formada por tres o más segmentos de recta.

Sólidos

Figuras del espacio que tienen tres dimensiones (largo, ancho, alto).

¿Cuáles son los sólidos geométricos?

Sólidos geométricos

Un sólido geométrico es una región cerrada del espacio limitada por ciertas superficies que pueden ser planas o curvas.

Ejemplos



Figura 2. Sólidos geométricos

¿Qué es un Poliedro?

Los poliedros son sólidos geométricos de muchas caras, que contienen los siguientes elementos.

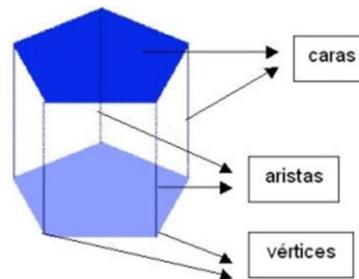


Figura 3. Elementos de un poliedro.

Caras: Superficies planas que forman el poliedro, las cuales se interceptan entre sí.

Aristas: Segmentos formados por la intersección de dos caras.

Vértices: Puntos donde se interceptan tres o más aristas.

Actividad 1

Objetivo

Relacionar el volumen de sólidos y su capacidad.

Materiales

Fichas de trabajo con ilustraciones.

Refrigerador, licuadora, horno, microondas, vaso o taza.

Indicaciones

Mostrar al estudiantado las fichas con ilustraciones de objetos que se encuentran en la cocina. (Lámina 1)

Invitar a sus estudiantes a ordenar de menor a mayor según la capacidad que tengan.

En la lámina 2 se muestran diferentes medios de transporte, pedir que los ordenen de menor a mayor, según la capacidad de dichos medios. El número de personas que caben en un lugar dado, brinda una idea de cuál es su capacidad, pero no es una medida exacta.

Sugerir diferentes maneras de medir la capacidad de dichos sólidos, que los niños y niñas expresen esas ideas y niñas fundamenten.

Capacidad y Espacio

Actividad 2. Relación entre capacidad y espacio

Objetivo

Dimensionar y conjeturar las capacidades de los sólidos.

Se comprende que aquellos objetos que tienen mayor tamaño, necesitan mayor cantidad de líquido para llenarse; entonces, se asegura que contiene más o tiene mayor capacidad.

Lámina 1: En la cocina.



Lámina 2: Medios de transporte.



Actividad 3

Acercamiento a la unidad de medida de capacidades.

Objetivo

Analizar el volumen de objetos a partir de la interpretación de capacidad.

Materiales

Dos contenedores de plástico de igual tamaño: cubetas, peceras, vasos, tazas transparentes.

Bolitas de ping pong o durapax.

Canicas.

Semillas de arroz.

Semillas de maíz.

Indicación

Mostrar a sus estudiantes dos recipientes de características comunes.

Con las pelotitas de ping pong y las canicas, se invita a los estudiantes a pronosticar la cantidad de objetos que caben dentro de sus contenedores. (Rotularlos).

Considerar que, si la unidad de medida tiene mayor tamaño, entonces el recipiente lo contendrá en menor cantidad que objetos de menor tamaño.

Lámina 3: ¿Cuántos caben?



1. Posicionar los dos vasos o recipientes en un lugar adecuado, donde el/la niño/a observe e identifique los detalles de la ilustración.
2. En el vaso de la derecha, indicar mediante un rótulo, qué tipo de objeto se introducirá en él (canicas); en el vaso de la izquierda, se procede de forma similar (bolas de ping pong). NOTA: Estos materiales pueden ser sustituidos por rocas o semillas.
3. Invitar a sus estudiantes a estimar la cantidad de canicas que se necesitan para llenar el primer recipiente. Escribir la respuesta en el cuaderno y esperar la comprobación mediante la acción.
4. Introducir la cantidad de canicas necesarias para llenar el recipiente hasta el borde. Comparar el resultado con el pronóstico de los estudiantes.
5. Para el segundo recipiente, pedir a sus estudiantes que estimen la cantidad de bolitas de ping pong que caben dentro del recipiente. Hacer la experimentación y comparar el resultado con el pronóstico.
6. Observar ambos recipientes e invitar a sus estudiantes a analizar los resultados obtenidos en ambas experiencias.
¿En qué recipiente hay más objetos?
7. En ambos recipientes existen espacios que no han sido cubiertos ni con las canicas ni las bolitas de ping pong. ¿Qué sucedió?
8. En el segundo recipiente (ping pong) verter arroz y observar lo que sucede. En el primer recipiente (canicas) verter agua.
¿Qué sucede con los recipientes? ¿Cuál posee menos espacios vacíos?

Actividad 4

Objetivo

Identificar la capacidad de diversos recipientes utilizando la notación de mayor o menor.

Materiales

Dos recipientes con capacidades semejantes, pero forma diferente.

También se puede utilizar envases de bebidas hidratantes, jugos, sodas.

Indicaciones

La actividad pretende identificar las diferencias de capacidades entre dos recipientes.

Al verter el contenido de un recipiente a otro, se esperan tres posibles resultados.

1. El primer recipiente tiene mayor capacidad que el segundo.
2. El primer recipiente tiene menor capacidad que el segundo.
3. Ambos recipientes tienen la misma capacidad.

A partir de estas relaciones se determina el volumen de estos objetos, el que contenga mayor cantidad de líquido, tendrá mayor volumen.

Lámina 4: Recipientes.



Proceso

1. Mostrar dos recipientes que poseen diferentes características físicas.
2. Invitar a sus estudiantes a observarlos y estimar cuál de los dos recipientes necesita más líquido para llenarse.
3. Llenar el recipiente A con líquido (hasta el borde).
4. Verter el líquido del recipiente A en el recipiente B.

¿Qué sucede?

Se presentan tres resultados diferentes. Si al verter el líquido de A a B, este hace que el recipiente B rebalse, entonces el recipiente A tendrá mayor capacidad. Si el recipiente B no logra llenarse, entonces B tiene mayor capacidad. Pero, si al verter el líquido, este cubre completamente el recipiente, entonces ambos contenedores tienen la misma capacidad y en consecuencia, igual volumen.

5. Repetir la experiencia con diversos contenedores o recipientes, y discutir en cada caso la relación que tienen entre sí.

Este tipo de experiencias es más común de lo que parece. Cuando se vierte el contenido de una soda enlatada en un vaso y se observa que, a pesar que la lata estaba completamente llena, el contenido líquido de esta no llena completamente el vaso, esto indica que la taza tiene mayor capacidad de contenido que la lata.

En cambio, si se vertiese el contenido de un vaso lleno dentro de una lata de soda, entonces la capacidad de la lata sería insuficiente para contener dicho líquido.

Para analizar

Medición y comparación de volúmenes.

Objetivo

Comparar volúmenes utilizando prismas cuadrangulares.

Definir unidades de medidas para el estudio de volumen del prisma.

Materiales

Cubos de cartulina o papel. (5cm x 5cm x 5cm).

Caja de cartulina o cartón (15cm x 20cm x 10cm)

Indicaciones

Considerar las experiencias relacionadas a las capacidades de recipientes (cantidad de líquido que contienen) en la comparación de volúmenes de figuras geométricas (prismas).

Mostrar procesos intuitivos de obtención de volúmenes utilizando cubos como unidad de medida.

Si el contenido de un vaso o una taza, fuese vertido dentro de un recipiente en forma de prisma cuadrangular, el volumen de este, no cambia, pero la forma de obtener un resultado numérico se facilita, reduciéndose a determinar la cantidad de unidades cúbicas que contiene el recipiente cuadrangular.

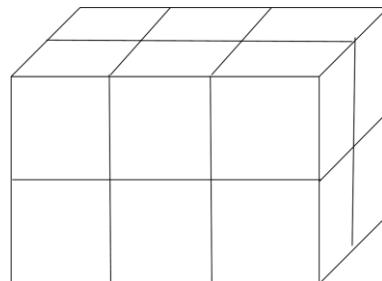


Figura 4. Recipientes en forma cuadrangular.

El prisma rectangular tiene en total 12 cubos, donde cada cubo posee $1 u^3$, por lo tanto, el prisma tiene en total $12 u^3$.

En el prisma, aparecen las longitudes, 3 unidades de largo, 2 unidades de ancho y 2 unidades de altura.

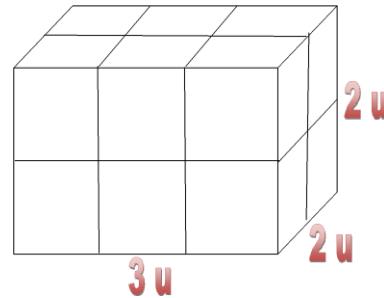


Figura 5. Prisma rectangular.

Volumen: Magnitud definida como el espacio ocupado por un cuerpo. Se encuentra multiplicando tres dimensiones de un cuerpo. Largo, ancho y altura.

El resultado del producto de las dimensiones de un cuerpo, se expresa según la unidad de medida de la longitud de las dimensiones. Si las dimensiones se miden en centímetros (cm), el volumen se expresa en cm^3 . Si no se especifica unidad de medida, se utiliza la simbología **u** (unidades) y se expresa u^3 .

Actividad 5

Analizar la correspondencia entre forma y volumen de cuerpos geométricos.

Materiales

Piezas de Lego, o cubos pequeños.

Indicaciones

Mostrar a los estudiantes diversas figuras construidas con piezas de lego o cubos pequeños.

Invitarlos a observar la forma de las figuras.

Definir que una pieza (cubo) será considerado unidad cúbica ($1u^3$).

A partir de esta información, calcular el volumen de las figuras y analizar la correspondencia de sus volúmenes.

Explicar que cuerpos geométricos de diferentes formas pueden tener volúmenes congruentes.

Invitar a sus estudiantes a formular estrategias para definir el volumen del cuerpo geométrico de la lámina 5, de igual forma, definir el volumen de las partes que lo forman.

Actividad 6: Comparación de volumen.

Lámina 4: Volúmenes equivalentes.

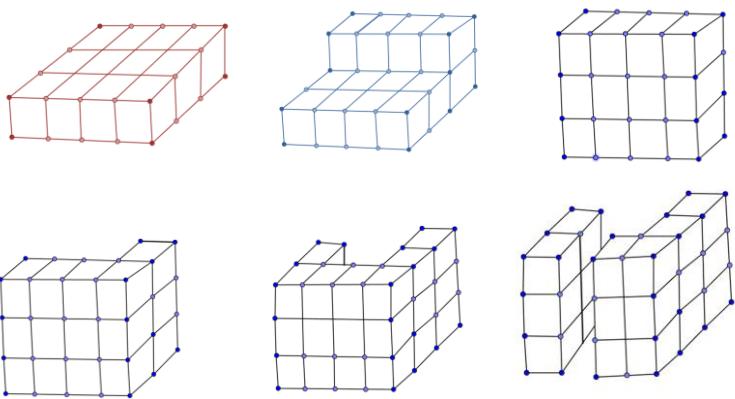


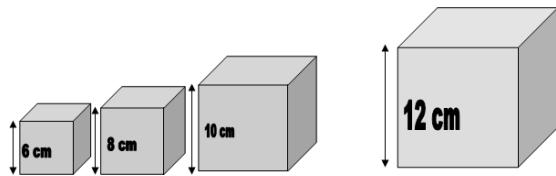
Figura 6. Formas para encontrar volúmenes equivalentes.

RESPONDER LAS INTERROGANTES:

1. ¿Qué figura tiene mayor volumen?
2. ¿Y la de menor volumen?
3. ¿Existen figuras con volumen congruente? ¿Cuáles?
4. Con las piezas de la figura anterior, elaborar otra que posea la mitad del volumen de la figura original.

GUÍA DE PROBLEMAS.

1. En la ilustración se muestran cuatro cubos de alturas distintas: 6 cm; 8 cm; 10 cm; 12 cm. Hay que colocarlos en los platillos de una balanza, de modo que estos queden en equilibrio.



Proceso 1: Solución del problema

- Determinar el volumen de los cubos.
- Con los resultados, simular la colocación de cubos en cada extremo de la balanza, a continuación, verificar que el volumen de los cubos de uno de los extremos, es igual al volumen de los cubos del otro extremo.
- Escriba la ubicación de los cubos que permite que la balanza quede en equilibrio.

Proceso 2: Verificación y generalización

En el proceso 1, has encontrado la posición de los cubos en la balanza que hacen que esta se encuentre en equilibrio, esto te permitirá generalizar la respuesta y estudiar todos los casos en que la relación se cumple.

- Observa los cubos, que tienen altura 6, 8, 10. ¿Qué tienen en común estas medidas?
- Divide las longitudes entre dos. Y escribe los elementos que resultan de la operación. También divide entre dos el cubo de altura 12.
- Encuentra el volumen de los cubos, cuya altura son: 3, 4, 5 y 6. Verifica que la suma de los cubos pequeños de altura 3, 4 y 5, es igual al volumen del cubo de altura 6.
- ¿Cómo formarías el número 6, utilizando los números 3, 4 y 5 y operaciones de suma y resta? Escribe tu respuesta.
- Observa que si multiplicas por dos cada elemento 3, 4, 5 y 6; se obtiene nuevamente las medidas originales de los cubos.
- ¿Crees que la equivalencia entre los pesos se mantendrá si multiplicas las medidas por 3?
- ¿Y por 4? Argumenta.
- ¿Crees que esto se cumplirá siempre?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Salazar, C. (2004), *Conexiones matemáticas 1*, Bogotá, Grupo Editorial Norma, Colombia
2. Volumen de los cuerpos geométricos recuperado a partir de:
<http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas/2quincena10/2esoquincena10.pdf>.
3. Imágenes sacadas de la dirección: www.flickr.com.

**Viceministerio de Ciencia y Tecnología
Gerencia de Educación en Ciencia Tecnología e Innovación**

Este material de Autoformación e Innovación Docente es un esfuerzo del Gobierno de El Salvador (Gestión 2009-2014) para desarrollar y potenciar la creatividad de todos los salvadoreños y salvadoreñas, desde una visión que contempla la Ciencia y la Tecnología de una manera “viva” en el currículo nacional, la visión CTI (Ciencia, Tecnología e Innovación).

