

## Laboratório da Aula 11 – Programação Dinâmica

### 1. Introdução

Nesse laboratório, seu objetivo é implementar algoritmos de programação dinâmica no contexto de solução de um Processo Decisório de Markov (*Markov Decision Process* - MDP). Os algoritmos implementados serão avaliação de política (*policy evaluation*), iteração de política (*policy iteration*) e iteração de valor (*value iteration*). No caso, o objetivo é avaliar políticas e determinar políticas ótimas para um grid world, conforme ilustra a Figura 1. Perceba que esses algoritmos resolvem o problema de Aprendizado por Reforço (*Reinforcement Learning* - RL) no caso em que o modelo do MDP é conhecido.

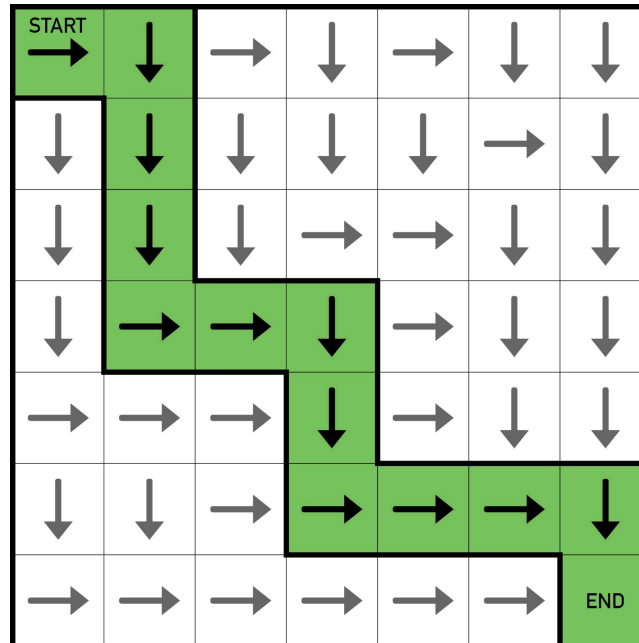


Figura 1: exemplo de política ótima em *grid world*.

### 2. Descrição do Problema

O problema consiste em um *grid world* com 5 ações possíveis:

- **STOP**: continua parado na mesma posição.
- **UP**: move-se uma célula para cima no tabuleiro.
- **RIGHT**: move-se uma célula para direita no tabuleiro.
- **DOWN**: move-se uma célula para baixo no tabuleiro.
- **LEFT**: move-se uma célula para esquerda no tabuleiro.

Considera-se que a ação STOP sempre é executada com perfeição, i.e. com probabilidade 1, o agente permanece na mesma posição após executar essa ação. Já as demais ações tem uma probabilidade  $p_c$  de serem executadas corretamente. Se a ação não for executada corretamente, o resultado de uma das demais ações acontece com igual probabilidade, i.e. com  $(1 - p_c)/4$ . No *grid world*, há obstáculos, que ocupam algumas células do *grid*. Se um determinado movimento for levar o agente para um obstáculo, então o agente permanece na sua posição. Ademais, os limites do *grid* são também barreiras. Além dessas questões, o MDP tem fator de desconto  $\gamma$  e a recompensa é -1 para cada instante que o agente passa em uma célula que não é a objetivo. Há uma única célula objetivo no *grid*, onde o agente recebe recompensa 0.

Conforme discutido em sala, o algoritmo de avaliação de política é baseado na equação de Bellman de expectativa:

$$v_{\pi}(s) = \sum_{a \in A} \pi(a|s) r(s, a) + \gamma \sum_{a \in A} \sum_{s' \in S} \pi(a|s) p(s'|s, a) v_{\pi}(s')$$

A ideia do algoritmo é realizar a solução iterativa do sistema de equações lineares associado.

Já o algoritmo de iteração de política alterna entre avaliação de política e aprimoramento de política. O aprimoramento é realizado através de tomar uma política gulosa (*greedy*) a partir da função valor da atual política. Pode-se mostrar que esse algoritmo converge para a política ótima. Uma política gulosa (*greedy*) determinística é obtida da seguinte forma:

$$\pi'(s) = \text{greedy}(v_{\pi}(s))$$

$$\pi'(s) = \underset{a \in A}{\operatorname{argmax}} (r(s, a) + \gamma \sum_{s' \in S} p(s'|s, a) v_{\pi}(s'))$$

Nesse caso, quando há mais de uma ação ótima para um certo estado, considera-se que qualquer ação ótima pode ser executada, com igual probabilidade. Com isso, tem-se uma política gulosa estocástica. Um ponto interessante de iteração de política é que não é necessário avaliar a política atual até convergência do algoritmo de avaliação de política para que a iteração de política como um todo convirja para a política ótima.

O algoritmo de iteração de valor abandona a ideia de alternar entre avaliação de política e aprimoramento de política e se baseia em iterar diretamente sobre a função valor de acordo com a equação de otimalidade de Bellman:

$$v_*(s) = \max_{a \in A} (r(s, a) + \gamma \sum_{s' \in S} p(s'|s, a) v_{\pi}(s'))$$

Com isso, pode-se mostrar que a iteração de valor converge para a função valor ótima. Após a convergência deste algoritmo, a política ótima pode ser obtida de forma gulosa:

$$\pi'(s) = \text{greedy}(v_*(s))$$

Como comentado anteriormente, caso haja mais de uma ação ótima para um estado, pode-se adotar uma política estocástica em que cada ação ótima é escolhida com igual probabilidade.

### 3. Código Base

O código base traz as seguintes implementações prontas:

- **GridWorld**: classe que implementa um *grid world*, considerando o que foi descrito na Seção 2. Principais métodos que são interessantes para as tarefas deste laboratório:
  - `get_valid_successors(position)`: retorna uma lista de pares ordenados contendo os sucessores válidos da posição passada como argumentos. Para filtrar quem são sucessores válidos, elimina-se posições que fiquem fora do *grid* ou que contenham um obstáculo.
  - `transition_probability(s, a, s')`: retorna o valor de  $p(s'|s,a)$ .
  - `reward(s, a)`: retorna o valor de  $r(s,a)$ .
- **dynamic\_programming.py**: as funções `random_policy()` e `greedy_policy()` já estão implementadas e criam uma política aleatória e gulosa (com respeito a uma função valor), respectivamente. Você deve implementar as seguintes funções:
  - `policy_evaluation()`: realiza avaliação de política.
  - `policy_iteration()`: realiza iteração de política.
  - `value_iteration()`: realiza iteração de valor.

Para testar suas implementações, use o script `test_dynamic_programming.py`. Um exemplo de saída deste código é apresentado na Tabela 1. Perceba que \* indica células com obstáculos. Além disso, no caso em que a política escolhe várias ações com mesma probabilidade, todas as ações são apresentadas (SURDL significa STOP, UP, RIGHT, DOWN, e LEFT).

Value function:						
[	-384.09,	-382.73,	-381.19,	*	-339.93,	-339.93]
[	-380.45,	-377.91,	-374.65,	*	-334.92,	-334.93]
[	-374.34,	-368.82,	-359.85,	-344.88,	-324.92,	-324.93]
[	-368.76,	-358.18,	-346.03,	*	-289.95,	-309.94]
[	*	-344.12,	-315.05,	-250.02,	-229.99,	*
[	-359.12,	-354.12,	*	-200.01,	-145.00,	0.00]
Policy:						
[	SURDL	, SURDL	, SURDL	, *	, SURDL	, SURDL ]
[	SURDL	, SURDL	, SURDL	, *	, SURDL	, SURDL ]
[	SURDL	, SURDL	, SURDL	, SURDL	, SURDL	, SURDL ]
[	SURDL	, SURDL	, SURDL	, *	, SURDL	, SURDL ]
[	*	, SURDL	, SURDL	, SURDL	, SURDL	, *
[	SURDL	, SURDL	, *	, SURDL	, SURDL	, S ]

**Tabela 1:** exemplo de função valor determinada por avaliação de política e política usada na avaliação.

## 4. Tarefas

### 4.1. Implementação de Avaliação de Política

Implemente avaliação de política na função `policy_evaluation()` de `dynamic_programming.py`. Use o script `test_dynamic_programming.py` para testar sua avaliação de política. A política usada escolhe ação aleatória para todos os estados, exceto no estado objetivo, onde sempre escolhe ação STOP. Preste atenção nos argumentos que são passados para a função para uma correta implementação. O critério de parada consiste de número máximo de iterações e de uma condição  $\max_{s \in S} |v_{k+1}(s) - v_k(s)| < \epsilon$ . Implemente a avaliação de política no estilo síncrono.

#### 4.2. Implementação de Iteração de Valor

Para isso, implemente `value_iteration()` de `dynamic_programming.py`. Preste atenção nos argumentos que são passados para a função para uma correta implementação. O agente deve então encontrar a função ótima e, a partir dela, a política ótima. Implemente a iteração de valor no estilo síncrono.

#### 4.3. Implementação de Iteração de Política

Implemente iteração de política. Você deve alternar entre avaliação de política e aprimoramento de política (`greedy_policy`). Para isso, implemente `policy_iteration()` de `dynamic_programming.py`. Preste atenção nos argumentos que são passados para a função para uma correta implementação. O argumento `evaluations_per_policy` controla quantas iterações de avaliação de política são feitas para cada atualização de política (realizada de forma gulosa). O agente deve então encontrar a política ótima. Implemente a iteração de política no estilo síncrono.

#### 4.4. Comparação entre *Grid Worlds* diferentes

Por fim, compare os resultados de avaliação de política, iteração de valor e iteração de política para os seguintes casos:

- `CORRECT_ACTION_PROB` ( $p_c$ ) = 1.0 e `GAMMA` = 1.0.
- `CORRECT_ACTION_PROB` ( $p_c$ ) = 0.8 e `GAMMA` = 0.98.

Inclua no seu relatório os resultados obtidos (pode apenas copiar a saída do programa de forma organizada). Comente se os resultados obtidos. Diga se os resultados condizem com o que você esperava.

### 5. Entrega

A entrega consiste do código e de um relatório, submetida através do Google Classroom. Modificações nos arquivos do código base são permitidas, desde que o nome e a interface dos scripts “main” não sejam alterados. A princípio, não há limitação de número de páginas para o relatório, mas pede-se que seja sucinto. O relatório deve conter:

- Breve descrição em alto nível da sua implementação.

- Figuras que comprovem o funcionamento do seu código.

Por limitações do Google Classroom (e por motivo de facilitar a automatização da correção), entregue seu laboratório com todos os arquivos num único arquivo **.zip** (**não** utilize outras tecnologias de compactação de arquivos) com o seguinte padrão de nome: “<login\_email\_google\_education>\_labX.zip”. Por exemplo, no meu caso, meu login Google Education é **marcos.maximo**, logo eu entregaria o lab 11 como “**marcos.maximo\_lab11.zip**”. **Não** crie subpastas para os arquivos da sua entrega, **deixe todos os arquivos na “raiz” do .zip**. Os relatórios devem ser entregues em formato **.pdf**.

## 6. Dicas

- Para facilitar o entendimento de como utilizar as estruturas fornecidas no código base, tente primeiramente entender a implementação da função `greedy_policy()`.