DISCIPLINA:

PRÉ-CÁLCULO

AULA 4

Prof. Guilherme Lemermeier Rodrigues

CONVERSA INICIAL

Dentro dos estudos de iniciais de trigonometria a fundamentação nos estudos dos ângulos e, principalmente, do triângulo retângulo de grande relevância.

Suas inúmeras aplicações nos diversos campos das engenharias torna o estudo do triângulo retângulo base fundamental do conhecimento de um engenheiro.

TEMA 1 ÂNGULOS E MEDIDAS

Nessa aula iniciaremos os estudos da Trigonometria, para isso o primeiro tema que será visto é a ideia de ângulos.

Veremos como é o comportamento da marcação dos ângulos em um círculo de raio unitário.

Esse conhecimento é fundamental para o desenvolvimento dos estudos futuros que envolvam trigonometria.

Usualmente temos duas unidades de marcação de ângulos: Graus e radianos.

Acompanhe no exemplo 1, no vídeo, a ideia das marcações dos ângulos nas duas unidades em um círculo trigonométrico (raio unitário).

Vídeo Aula 4 – Exemplo 1 – 3min42

04-201900316-A04-P01

TEMA 2 TRANSFORMAÇÕES ENTRE GRAUS E RADIANOS

Um dos pontos importantes desse tema é a transformação entre a marcação de um ângulo em graus para radianos e vice-versa.

Acompanhe no vídeo do exemplo 2 a ideia central dessas transformações.

Vídeo Aula 4 – Exemplo 2 – 4min03

04-201900316-A04-P02

TEMA 3 TRIÂNGULO RETÂNGULO

Um triângulo que possui um ângulo reto (90°) é chamado triângulo retângulo.

Acompanhe no vídeo do exemplo 3 as ideias centrais das principais características do triângulo retângulo e do Teorema de Pitágoras.

Vídeo Aula 4 – Exemplo 3 – 3min42

04-201900316-A04-P03

TEMA 4 RAZÕES E RELAÇÕES NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Acompanhe no vídeo do exemplo 4 as demonstrações centrais das principais razões e relações do triângulo retângulo.

Vídeo Aula 4 – Exemplo 4 – 7min20

04-201900316-A04-P04

TEMA 5 EXEMPLOS PRÁTICOS

Exemplo 5. Supondo que uma pizza de tamanho grande tenha 40 cm de diâmetro e seja cortada em 12 pedaços iguais.

a) Calcule o ângulo de corte de cada pedaço.

b) Calcule a área da pizza.

c) Calcule a área de uma fatia.

Vídeo Aula 4 – Exemplo 5 – 4min45

04-201900316-A04-P05

Exemplo 6. Qual o ângulo agudo formado entre os ponteiros do relógio quando é marcada a hora 4h e 12 minutos.

Vídeo Aula 4 – Exemplo 6 – 6min01

04-201900316-A04-P06

Exemplo 7. Assista ao vídeo sobre as classificações dos triângulos relativas aos seus lados e ângulos.

Vídeo Aula 4 – Exemplo 7- 5min22

04-201900316-A04-P07

TEMA 6 EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. Transforme 36° em radianos:

02. Transforme $\frac{3\pi}{5}$ rad em graus:

03. Qual a medida em graus do ângulo $\frac{7\pi}{3}$ na sua menor determinação de arco côngruo?

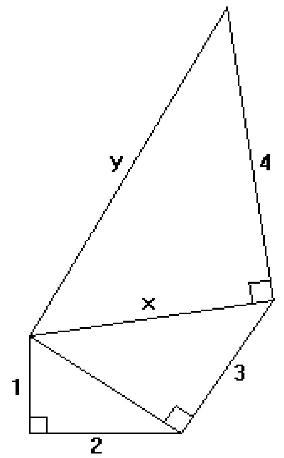
04. Qual o ângulo agudo formado entre os ponteiros do relógio quando é marcada a hora 12h e 15 minutos.

05. Qual o ângulo agudo formado entre os ponteiros do relógio quando é marcada a hora 6h e 50 minutos.

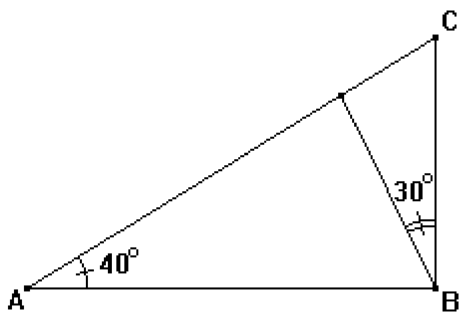
06. Classifique, em relação aos lados, o triângulo formado pelos lados de medidas 12cm, 15cm e 25cm.

07. Classifique, em relação aos ângulos, o triângulo formado pelos lados de medidas 12cm, 15cm e 17cm.

08. Na figura a seguir, calcule o valor de y:



09. O triângulo $A\hat{B}C$ abaixo é pitagórico. Calcule os valores dos outros ângulos:



10. (UFRGS-RS) Se o ponteiro menor de um relógio percorre um arco de $\frac{\pi}{12} rad$, o ponteiro maior percorre:

a) $\frac{\pi}{6} rad$

b) $\frac{\pi}{4} rad$

c) $\frac{\pi}{3} rad$

d) $\frac{\pi}{2} rad$

e) $\pi \ rad$

RESPOSTA PASSO A PASSO DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. Transforme 36° em radianos:

Resolução:

$180° = \pi \ rad$

$36° = x$

$180x = 36\pi$

$$x = \frac{36\pi}{180}$$

$$x = \frac{\pi}{5}\, rad$$

02. Transforme $\frac{3\pi}{5}$ rad em graus:

Resolução:

$$180° = \pi\, rad$$
$$x = \frac{3\pi}{5}\, rad$$
$$x\pi = \frac{180.3\pi}{5}$$
$$x = \frac{180.3\pi}{5\pi}$$
$$x = 108°$$

03. Qual a medida em graus do ângulo $\frac{7\pi}{3}$ na sua menor determinação de arco côngruo?

Resolução:

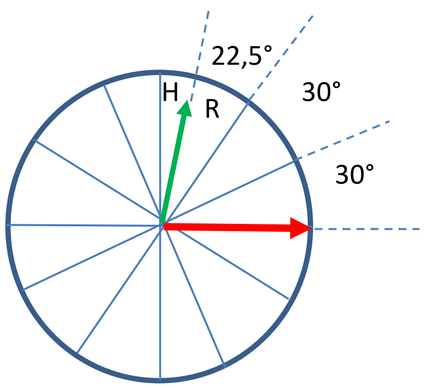
$$\frac{7\pi}{3} = \frac{6\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = 2\pi + \frac{\pi}{3}$$

Logo:

$$180° = \pi\, rad$$
$$x = \frac{\pi}{3}\, rad$$
$$x\pi = \frac{180.\pi}{3}$$
$$x = \frac{180.\pi}{3\pi}$$
$$x = 60°$$

04. Qual o menor ângulo formado entre os ponteiros do relógio quando é marcada a hora 12h e 15 minutos?

Resolução:



Ponteiro dos minutos: Não há necessidade de ser calculado, pois está em uma marcação fixa e conhecida.

Ponteiro das horas:

60 minutos - 30°

15 minutos - H

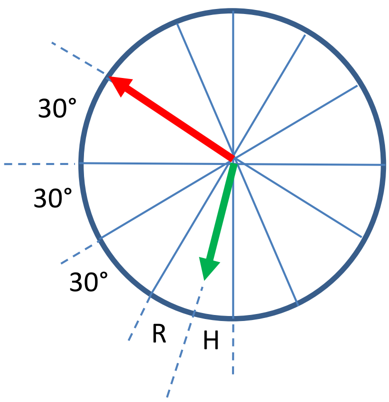
Calculando a Regra de Três:

60 . H = 15 . 30
60 . H = 450
H = 7,5°, portanto R = 22,5°

Assim, o ângulo entre os ponteiros será a soma: 22,5° + 30° + 30° = 82,5°

05. Qual o menor ângulo formado entre os ponteiros do relógio quando é marcada a hora 6h e 50 minutos?

Resolução:



Ponteiro dos minutos: Não há necessidade de ser calculado, pois está em uma marcação fixa e conhecida.

Ponteiro das horas:

60 minutos - 30°
50 minutos - H

Calculando a Regra de Três:

60 . H = 50 . 30
60 . H = 1500
H =25°, portanto R = 5°

Assim, o ângulo entre os ponteiros será a soma: 5° + 30° + 30° + 30° = 95°

06. Classifique, em relação aos lados, o triângulo formado pelos lados de medidas 12cm, 15cm e 25cm.

Resolução:

Fazendo
a = 25
b = 12
c = 15

temos um triângulo escaleno. Verificando se é retângulo:

$a^2 = 25^2 = 625$

$b^2 = 12^2 = 144$

$c^2 = 15^2 = 225$

e

$b^2 + c^2 = 144 + 225 = 369$

Como

$a^2 > b^2 + c^2$, ou seja, $625 > 369$ (não verifica) , assim o triângulo é escaleno não retângulo.

07. Classifique, em relação aos ângulos, o triângulo formado pelos lados de medidas 12cm, 15cm e 17cm.

Resolução:

Fazendo

$a = 17$

$b = 12$

$c = 15$

temos:

$a^2 = 17^2 = 289$

$b^2 = 12^2 = 144$

$c^2 = 15^2 = 225$

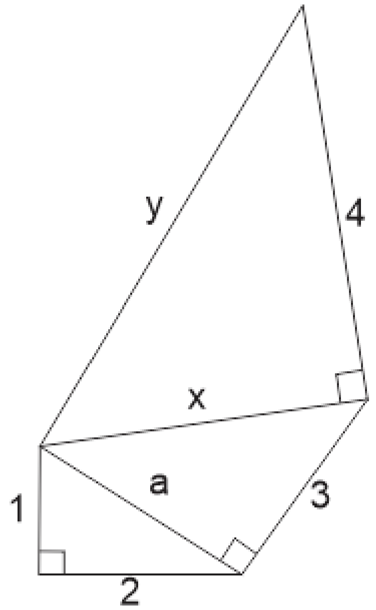
e

$b^2 + c^2 = 144 + 225 = 369$

Como

$a^2 < b^2 + c^2$, ou seja, $289 < 369$, o triângulo é AGUDO.

08. Na figura a seguir, calcule o valor de y:



Resolução:

$a^2 = 1^2 + 2^2$

$a^2 = 1 + 4$

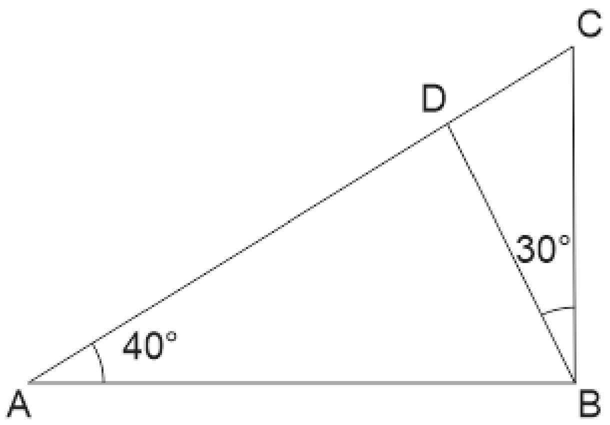
$a^2 = 5$

$a = \sqrt{5}$

$x^2 = (\cancel{\sqrt{5}})^{\cancel{2}} + 3^2$
$x^2 = 5 + 9$
$x^2 = 14$
$x = \sqrt{14}$

$y^2 = (\cancel{\sqrt{14}})^{\cancel{2}} + 4^2$
$y^2 = 14 + 16$
$y^2 = 30$
$y = \sqrt{30}$
$y = 5{,}48$

09. O triângulo $A\hat{B}C$ abaixo é pitagórico. Calcule os valores dos outros ângulos:



Resolução:

Como o ângulo ABC mede 90° e o ângulo DBC mede 30°, o ângulo ABD mede 90° - 30° = 60°.

Sabendo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, O ângulo DCB corresponde a 180° - 40° - 90° = 50°.

Consequentemente, o ângulo CDB é igual a 180° - 30° - 50° = 100°.

Finalmente, o ângulo ADB é igual a 180° - 100° - 80°.

10. (UFRGS-RS) Se o ponteiro menor de um relógio percorre um arco de $\frac{\pi}{12} rad$, o ponteiro maior percorre:

a) $\frac{\pi}{6} rad$
b) $\frac{\pi}{4} rad$
c) $\frac{\pi}{3} rad$
d) $\frac{\pi}{2} rad$
e) $\pi\ rad$

Resolução:

A cada volta completa do ponteiro grande, o pequeno percorre 1 hora, o que corresponde a $\frac{2\pi}{12}\, rad = \frac{\pi}{6}\, rad.$

Logo,

$$\frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = \frac{x}{\frac{\pi}{12}}$$

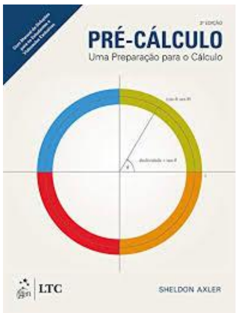
$$12.\frac{\pi}{12} = x$$

$$\pi = x$$

$$x = \pi$$

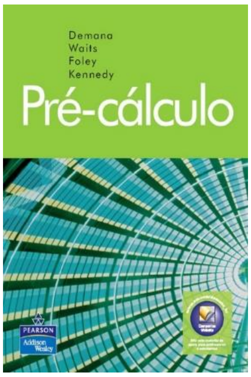
REFERÊNCIAS

AXLER, S. Pré-Cálculo: Uma preparação para o cálculo. 2ª ed. São Paulo: LTC, 2016.



Acesso via: Biblioteca Virtual – Minha Biblioteca

DEMANA, F. D.; WAITS, B. W.; FOLEY, G. D.; KENNEDY, D. Pré-Cálculo. São Paulo: Pearson, 2009.



Acesso via: Biblioteca Virtual – Biblioteca Pearson