FUNDAMENTOS DA COMPUTAÇÃO

AULA 1

Prof. Ricardo Alexandre Deckmann Zanardini

CONVERSA INICIAL

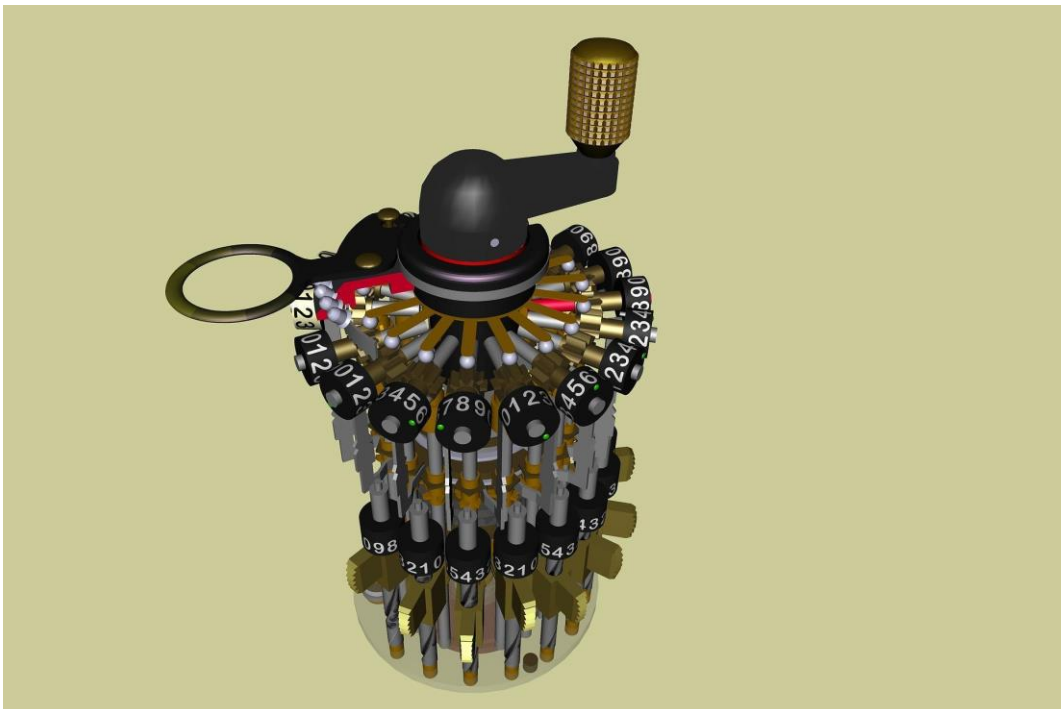
Olá! Seja muito bem-vindo à disciplina de Fundamentos da Computação. Nesta aula abordaremos tópicos relacionados à base da computação e de sistemas digitais. Inciaremos estudando fundamentos de bases numéricas e a base binária. Tratermos de proposições e de operações lógicas sobre proposições. Para finalizar, teremos noções relacionadas à representação de funções lógicas por meio de circuitos e de portas lógicas. Bons estudos e conte conosco!

TEMA 1 – BASES NUMÉRICAS

Atualmente os computadores estão presentes em quase tudo o que fazemos, direta ou indiretamente. Mas de onde surgiram os computadores? Os computadores, como conhecemos hoje, estão relacionados à evolução de máquinas de calcular. A primeira calculadora que se tem notícia é o ábaco. Por meio do ábaco é possível realizar operações algébricas elementares. Sua origem está na Mesopotâmia, por volta de 2400 a.C.

Fonte: succo/Pixabay

Uma calculadora mecânica destinada à realização de somas e subtrações foi elaborada por Pascal Pascal, no século XVII. Também no século XVII, um matemático chamado Leibnitz desenvolveu uma calculadora mecânica capaz de realizar operações de multiplicação e divisão. No século XIX, uma calculadora capaz de realizar cálculos náuticos foi desenvolvida por Charles Babbage.



Fonte: 2427999/Pixabay

A partir destas calculadoras, melhorias foram adicionadas de modo que com o passar do tempo máquinas de calcular mais complexas foram criadas. Em 1944, Howard Aiken criou um computador eletromecânico dotado de memória, entrada e saída em fita de papel e chamado de Mark I. Podemos dizer que de fato a origem do computador moderno ocorreu nos anos de 1943 a 1947. Neste período foi construído o ENIAC (electronic numerical integrator and computer, computador e integrador numérico eletrônico). O ENIAC era uma estrutura gigante que pesava 30 toneladas e possuía 18 mil válvulas e 70 mil resistores. Para a representação e processamento das informações, foram utilizados bits (binary digit). Um bit é um elemento que possui dois estados: desligado (0) ou ligado (1). Os bits estão diretamente relacionados à base binária.

A base binária é um sistema de numeração que conta com dois símbolos, 0 e 1, capazes de gerar todas as quantidades possíveis. É um sistema posicional, pois os dígitos 0 e 1 podem representar diferentes valores, dependendo de onde estão posicionados em relação aos demais dígitos. Na computação um dígito binário (0 ou 1) é chamado de bit e o conjunto formado por 8 bits é chamado de byte (binary term).

Na tabela a seguir temos as representações na forma binária associadas a alguns números decimais:

Decimal	Binário	Byte
0	0	00000000
1	1	00000001
2	10	00000010
3	11	00000011
4	100	00000100
5	101	00000101

É possível realizar a conversão de números binários para números decimais e também de números decimais para números binários de forma bastante simples.

Se quisermos transformar um número binário em um número decimal, basta realizarmos os seguintes passos:

1. Escrever o número binário a ser convertido.

2. A cada dígito, da direita para a esquerda, escrever as respectivas potências da base b=2 com os expoentes variando de 0, 1, 2 e assim por diante, ou seja, 2^0, 2^1, 2^2, …

3. Multiplicar os dígitos pelas respectivas potências e somar os resultados.

4. O número obtido é o decimal equivalente ao número binário.

Exemplo:

Converta o número binário 110101 em decimal.

Precisamos escrever as potências de 2 com expoentes 0, 1, 2, … da direita para a esquerda a cada dígito binário com as respectivas multiplicações e somas:

$$N = 1 . 2^5 + 1 . 2^4 + 0 . 2^3 + 1 . 2^2 + 0. 2^1 + 1 . 2^0$$

Calculando as potências, temos:

$$N = 1 . 32 + 1 . 16 + 0 . 8 + 1 . 4 + 0 . 2 + 1 . 1$$

Efetuando as multiplicações:

$$N = 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1$$

Efetuando as somas:

$$N = 53$$

Logo, o binário 110101 corresponde ao decimal 53.

Para transformarmos um número decimal em binário, precisamos efetuar todas as sucessivas divisões por 2 do número decimal a ser convertido e considerarmos, de trás para a frente, os respectivos restos de cada divisão realizada.

Exemplo:

Converta o número decimal 25 para o respectivo número binário.

Para efetuarmos a conversão, precisamos realizar sucessivas divisões por 2 e considerar os respectivos restos, do final para o início do processo. Inicialmente, vamos dividir 25 por 2 cujo resultado corresponde a 12 e o resto da divisão é igual a 1. Vamos dividir agora 12 por 2 cujo resultado da divisão corresponde a 6 e cujo resto corresponde a 0. Fazendo a divisão de 6 por 2, temos o resultado igual a 3 o resto igual a 0. Dividindo 3 por 2, o resultado corresponde a 1 e o resto é igual a 1. Finalmente, dividindo 1 por 2, o resultado é 0 e o resto é igual a 1.

Organizando estes passos em uma tabela. temos:

Decimal	Quociente (divisão por 2)	Resto
25	12	1
12	6	0
6	3	0
3	1	1
1	0	1
Forma binária: 11001		

A forma binária é obtida considerando os restos das divisões, de baixo para cima.

Exemplo:

Dado 32 na forma decimal, qual é a respectiva representação na forma binária?

Considerando as sucessivas divisões por 2 e os respectivos restos, temos:

Decimal	Quociente (divisão por 2)	Resto
32	16	0
16	8	0

8	4	0
4	2	0
2	1	0
1	0	1
Forma binária: 100000		

TEMA 2 – PROPOSIÇÕES

Na computação, as proposições e as operações lógicas estão diretamente associadas ao processamento de informações. Para começarmos a nossa conversa, vamos tratar de proposições.

Uma proposição é um conjunto de palavras ou símbolos que retratam um pensamento de sentido completo e que pode ser classificado como verdadeiro ou falso. Quando uma proposição é verdadeira, associamos a ela a letra V ou o número 1. Quando uma proposição é falsa, associamos a ela a letra F ou o número 0. Afirmações do tipo “2 é par”, “Tóquio é a capital do Japão” ou “2 + 3 = 9” são exemplos de proposições

Dois princípios fundamentais regem a lógica clássica e consequentemente estão relacionados às proposições:

I. Princípio da não contradição: uma proposição não pode ser classificada como verdadeira e falsa simultaneamente.
II. Princípio do terceiro excluído: uma proposição é verdadeira ou falsa, e não existe a possibilidade de um terceiro caso.

Estes dois princípios determinam o conceito de valor lógico de uma proposição: se uma proposição é verdadeira, então seu valor lógico é a verdade (representado por V ou por 1) e se uma proposição é falsa, então seu valor lógico é a falsidade (representado por F ou por 0).

Por exemplo, o valor lógico da proposição p:”8 > 5” é a verdade (V) e o valor lógico da proposição q:”10 < 7” é a falsidade (F). Escrevemos que V(p)=V e V(q)=F onde V(p) é o valor lógico de p e V(q) é o valor lógico de q.

Quando tratamos de proposições, podemos ter proposições simples ou proposições compostas.

Exemplos:

a) Júlia é engenheira.
b) **Não** é verdade que 2 é maior do que 4.
c) Julia é engenheira **ou** professora.
d) Gustavo trabalha durante o dia **e** estuda à noite.
e) **Se** Anderson estudar, **então** terá um bom desempenho nas avaliações.
f) Vou comprar um livro **se**, **e somente se**, receber um aumento salarial.

É possível observar que as proposições compostas são unidas por alguns termos específicos. Estes termos são chamados de conectivos. Mas o que é um conectivo?

Um conectivo é formado por uma ou mais palavras e é utilizado para, com base em proposições simples, formar proposições compostas.

Os conectivos mais usuais são:

“Não”, “e”, “ou”, “se... então...”, “...se, e somente se...”

O primeiro conectivo que iremos estudar é a negação.

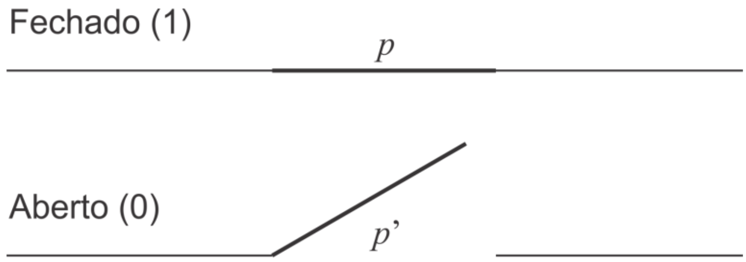
A negação é a operação lógica associada ao conectivo “não”. A negação de uma proposição p é a proposição p’, dita “não p” ou também “p linha”, tal que o valor lógico de p’ é a verdade quando p é uma proposição falsa e p’ é falsa quando o valor lógico de p é a verdade.

O valor lógico da negação de uma proposição é dado pela seguinte tabela-verdade

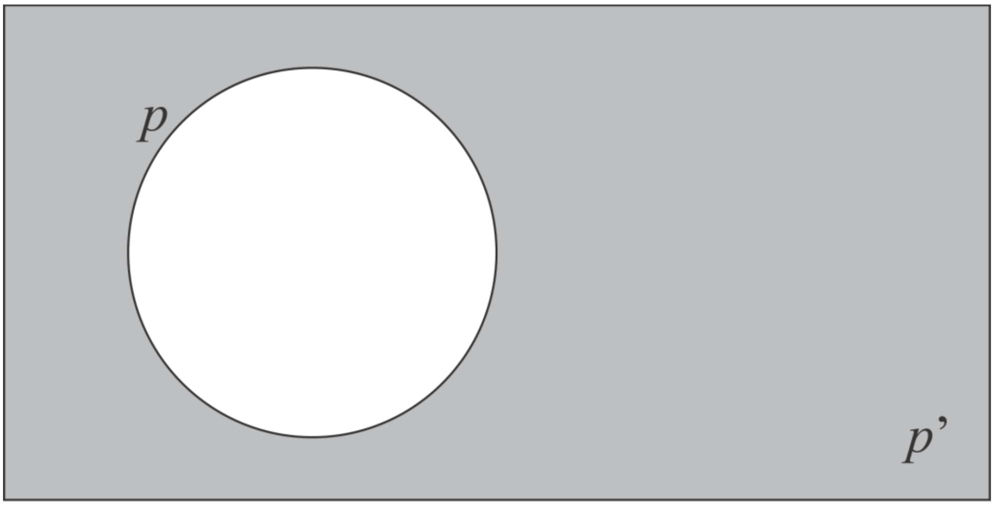
p	p’

1	**0**
0	**1**

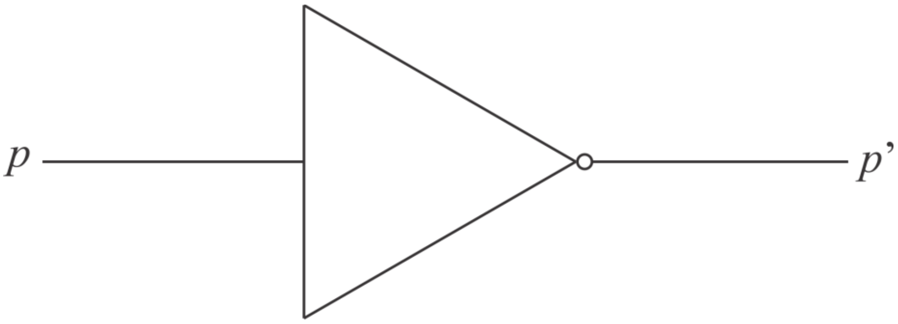
Podemos pensar em interruptores relacionados à negação. Quando uma proposição p é verdadeira (1), temos um interruptor fechado e neste caso ocorre a passagem de corrente por este interruptor. A respectiva negação p’ é falsa (0) e temos um interruptor aberto onde não ocorre a passagem de corrente por este interruptor.



A negação pode ser representada também por meio de um diagrama de Venn. Se a proposição p corresponde ao círculo, a negação p’ é a região externa ao círculo.



A representação da negação por meio de porta lógica é:



Portas lógicas servem de base para a construção de circuitos lógicos e as representações utilizadas são padronizadas por normas internacionais.

Exemplos:

p: 5+1=6 é verdadeira e p': 5+1≠6 é falsa

q: 6>7 é falsa e q': 6≤7 é verdadeira

Exemplo:

Sabendo que p: Recife é a capital do estado de Pernambuco, determine o valor lógico de p'

Como V(p)=1, temos que V(p')=0

TEMA 3 – CONJUNÇÃO E DISJUNÇÃO

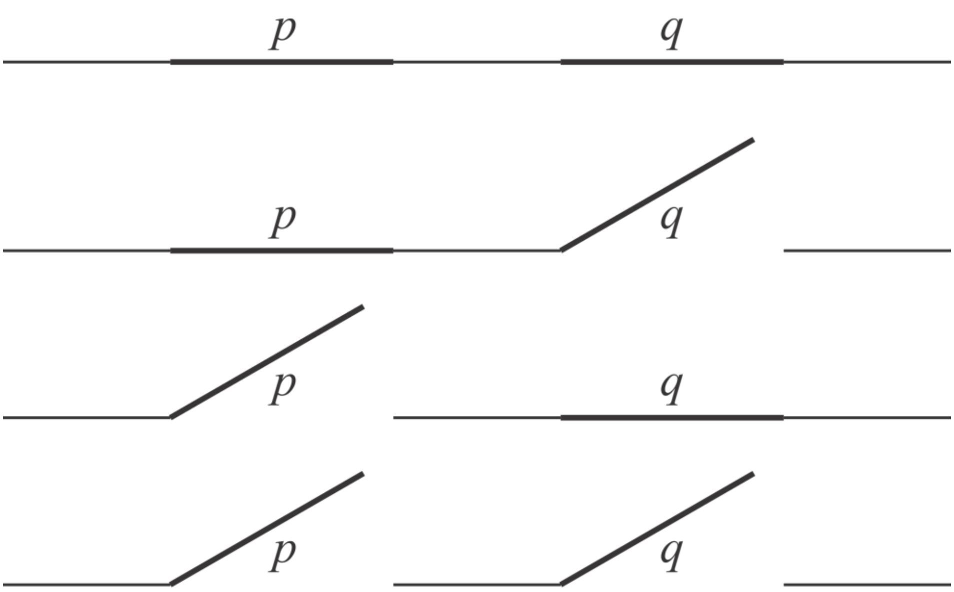
Duas outras operações lógicas muito importantes e utilizadas são a conjunção e a disjunção.

A conjunção é a operação lógica associada ao conectivo "e". A conjunção de duas proposições p e q, representada por p∧q ou por p.q é verdadeira sempre que p e q são verdadeiras. Nos demais casos, a conjunção é falsa.

A tabela-verdade da conjunção é dada por:

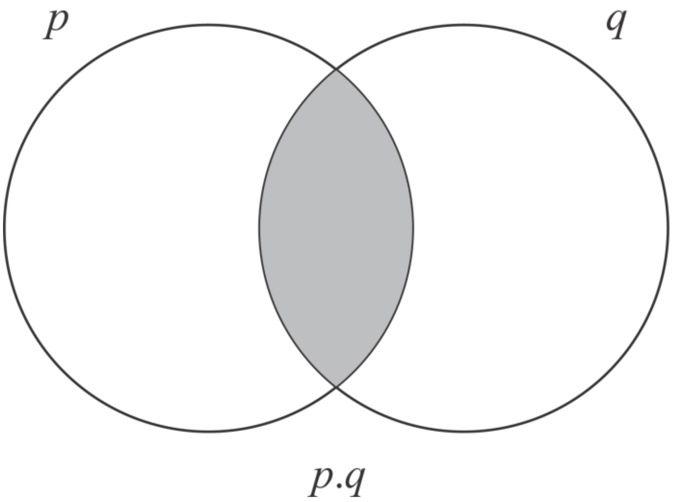
p	.	q
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**0**	0

Pensando em interruptores, a conjunção corresponde à ligação em série deles:

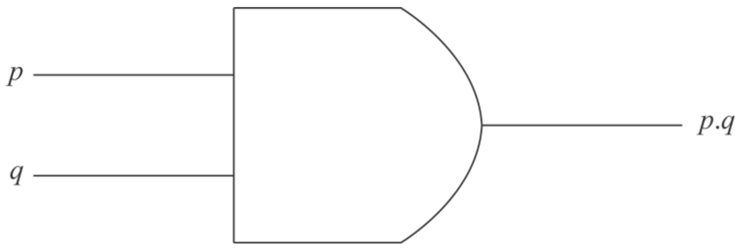


Note que em cada um dos casos só ocorrerá a passagem de corrente quando os dois interruptores estiverem ligados. Se um deles estiver desligado ou se ambos estiverem desligados, não haverá passagem de corrente.

A representação da conjunção por meio de um diagrama de Venn é:



e por meio de porta lógica, a representação é:



Exemplos:

2+2=4 e 5+1=6

3+2=5 e 6<2

Podemos pensar também em um exemplo associado à aprovação de um estudante em uma determinada disciplina presencial onde a média precisa ser maior ou igual a 70 e o número de faltas menor ou igual a 25% do total de aulas ministradas. Assim, a aprovação ocorre quando a proposição composta Média ≥ 70 e Frequência ≥ 75% é verdadeira, ou seja, quando o estudante obteve média maior ou igual a 70 e teve frequência maior ou igual a 75% do total de aulas ministradas.

Exemplo:

Sejam p: o guerreiro mantém sua palavra e q: o guerreiro assume uma responsabilidade, traduza para a linguagem corrente a proposição p.q

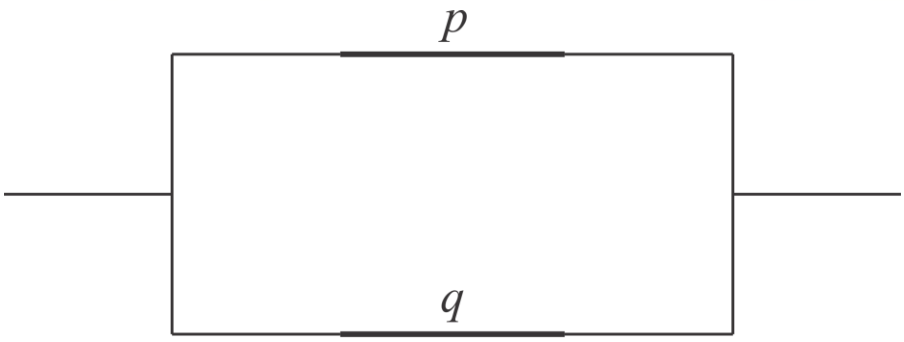
Em linguagem corrente, temos: O guerreiro mantém sua palavra e assume uma responsabilidade.

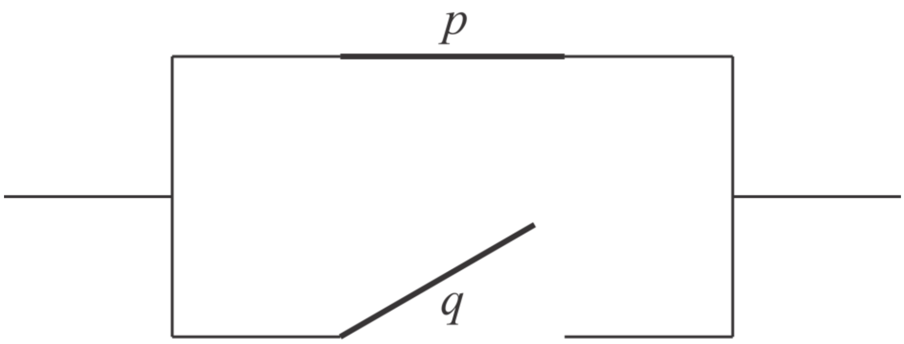
A disjunção de duas proposições p e q, representada por “V” ou por “+”, é verdadeira quando pelo menos uma das proposições é verdadeira. A disjunção é falsa quando as proposições p e q são falsas.

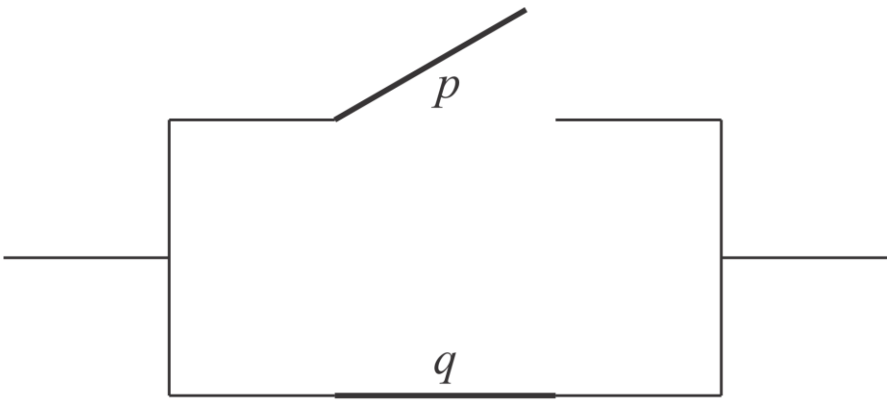
A tabela-verdade da conjunção ilustra este fato:

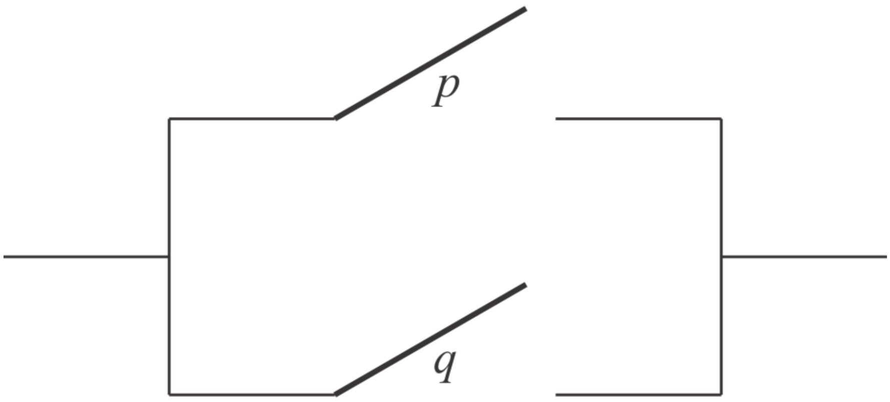
p	+	q
1	**1**	1
1	**1**	0
0	**1**	1
0	**0**	0

Podemos representar a disjunção por meio de interruptores ligados em paralelo. Se pelo menos um dos interruptores estiver ligado, há passagem de corrente.

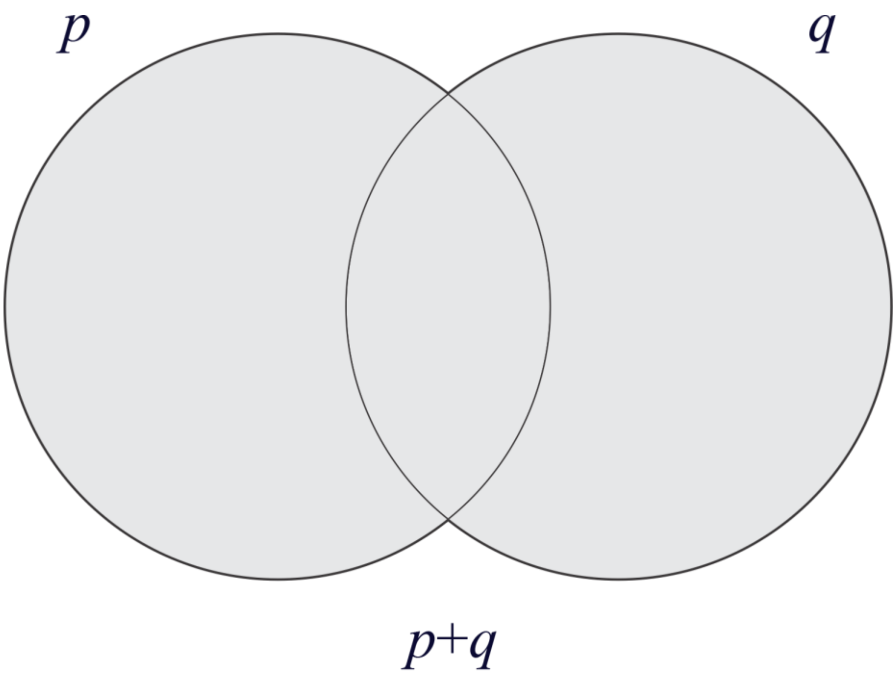

p
q


p
q

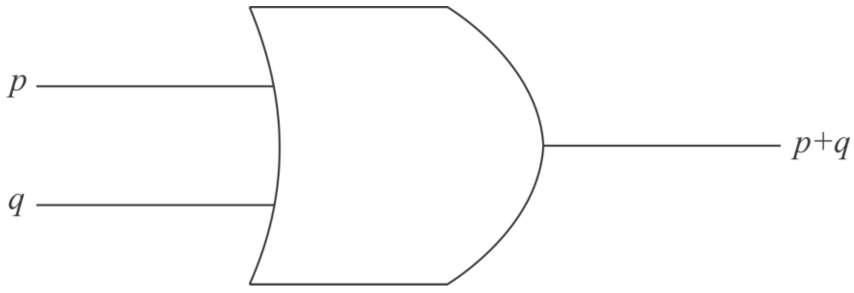

p
q


p
q

Utilizando um diagrama de Venn, a representação da disjunção corresponde a:



Também é possível representarmos a disjunção por meio de uma porta lógica:



Exemplos:

2+2=4 ou 5+1=6

3+2=5 ou 6<2

2+1=10 ou 4+4=1

Exemplo:

Determine o valor lógico da proposição (p+q)’, em que p:3-1>0 e q:6<4

Os valores lógicos das proposições p e q são, respectivamente,

p:3-1>0, V(p)=1

q:6<4, V(q)=0

Assim, temos:

V(p+q)=1

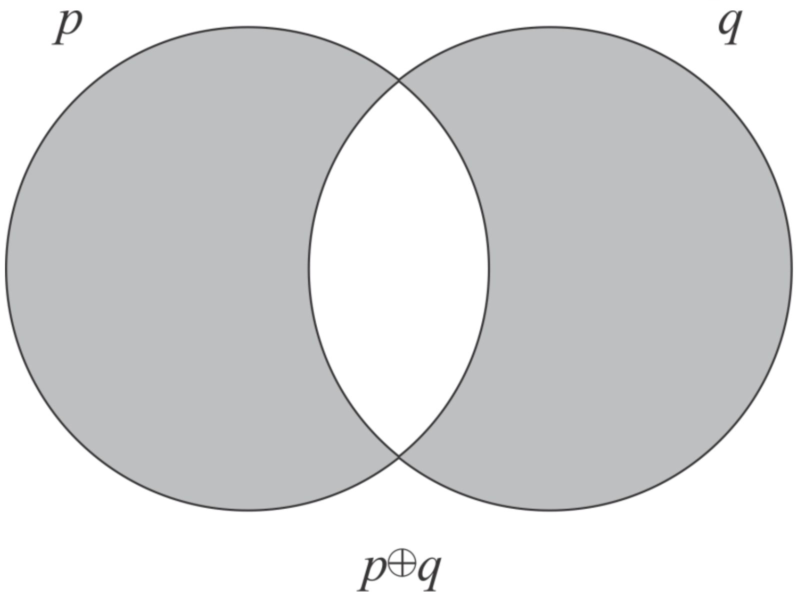
Logo, a negação de p+q tem o seguinte valor lógico:

V((p+q)’)=0

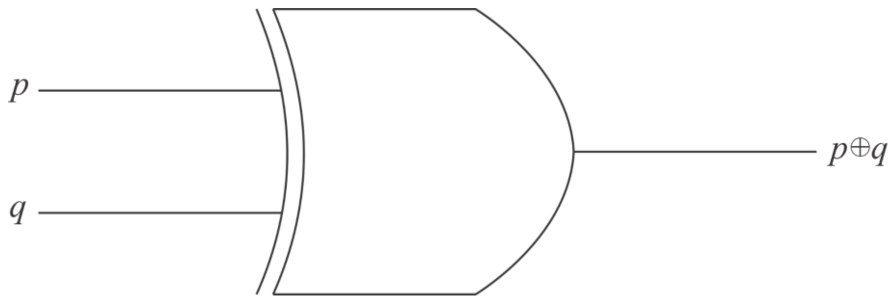
A disjunção exclusiva, geralmente representada por ⊕, é verdadeira apenas quando p e q possuem valores lógicos diferentes:

p	⊕	q
1	**0**	1
1	**1**	0
0	**1**	1
0	**0**	0

A representação do ou exclusivo por meio de um diagrama de Venn é:



Por meio de uma porta lógica, temos a seguinte representação:



Exemplos:

João é gaúcho ou pernambucano.

Andressa nasceu de dia ou de noite.

Exemplo:

Determine o valor lógico da proposição $p \oplus q$ sabendo que $V(p)=1$ e $V(q)=1$

Como $V(p)=1$ e $V(q)=1$, $V(p \oplus q)=0$.

TEMA 4 – CONDICIONAL E BICONDICIONAL

Finalmente, iremos tratar agora de mais dois importantes operadores lógicos: a condicional e a bicondicional.

A condicional, representada por →, é uma operação lógica associada aos termos “se…, então…” e tem a seguinte tabela-verdade:

p	→	q
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**1**	1
0	**1**	0

O valor lógico da condicional é a falsidade quando p é uma proposição verdadeira e q uma proposição falsa. Nos demais casos, a condicional é verdadeira.

Exemplo:

Um jardineiro recebeu a seguinte proposta: se cortar a grama da frente de uma certa residência, irá receber R$ 50,00 pelo trabalho. Construa a tabela-verdade associada ao problema e analise as possíveis combinações para este problema.

Neste caso, temos as seguintes proposições simples:

p: cortar a grama

q: receber R$ 50,00

A tabela-verdade associada ao problema é:

p	→	q
cortou	**1**	recebeu
cortou	**0**	não recebeu

não cortou	**1**	recebeu
não cortou	**1**	não recebeu

Analisando as possibilidades, temos:

1) Se o jardineiro cortou a grama e recebeu R$ 50,00, a promessa foi cumprida e a condicional é verdadeira.

2) Se o jardineiro cortou a grama e não recebeu R$ 50,00, a promessa não foi cumprida e a condicional é falsa.

3) Se o jardineiro não cortou a grama, mas mesmo assim recebeu R$ 50,00, a promessa não foi descumprida e a condicional é verdadeira.

4) Se o jardineiro não cortou a grama e não recebeu R$ 50,00, a promessa não foi descumprida e a condicional é verdadeira.

Logo, a única possibilidade de termos o valor lógico falso para a condicional é quando o jardineiro corta a grama, mas não recebe o pagamento de R$ 50,00. Nos demais casos a condicional é verdadeira.

Exemplo:

Qual é o valor lógico da proposição “Se o pagamento for aprovado, então entregue a mercadoria”, sabendo que o pagamento foi aprovado e que a mercadoria não foi entregue?

Neste caso, temos:

$$P: p \rightarrow q$$

$$V(p)=1$$

$$V(q)=0$$

$$V(p \rightarrow q)=0$$

A bicondicional é uma operação lógica representada por ↔ e está associada aos termos “...se e somente se…”. A tabela-verdade da bicondicional é dada por:

p	↔	q
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**1**	0

Podemos observar que a bicondicional é verdadeira quando as duas proposições possuem o mesmo valor lógico e é falsa quando as duas proposições possuem valores lógicos diferentes.

Exemplo:

Supondo que uma pessoa, apenas se receber um determinado prêmio, ganhará uma quantia de R$ 500.000,00. Construa a tabela-verdade da bicondicional associada ao problema e analise as possibilidades.

Neste caso, temos as proposições simples

p: ganhar um prêmio

q: receber R$ 500.000,00

A tabela-verdade relacionada a esta situação é:

p	↔	q
ganhou	**1**	recebeu
ganhou	**0**	não recebeu
não ganhou	**0**	recebeu
não ganhou	**1**	não recebeu

Assim, temos as seguintes possibilidades:

1) Se a pessoa ganhou o prêmio e recebeu R$ 500.000,00, a promessa

foi cumprida e a bicondicional é verdadeira.

2) Se a pessoa ganhou o prêmio e não recebeu R$ 500.000,00, a promessa não foi cumprida e a bicondicional é falsa.

3) Se a pessoa não ganhou o prêmio e mesmo assim recebeu R$ 500.000,00, recebeu um pagamento que não estava autorizado e a bicondicional é falsa.

4) Se a pessoa não ganhou o prêmio e não recebeu R$ 500.000,00, a promessa não foi descumprida e a bicondicional é verdadeira.

Exemplo:

Considere as proposições p: n é par e q: n^2 é par. Qual é o valor lógico de $p \leftrightarrow q$ sabendo que n=4?

Temos as seguintes proposições:

p: n é par

q: n^2 é par

Como n=4, temos:

p: 4 é par, V(p)=1

q: $4^2 = 16$ é par, V(q)=1

Logo,

$$V(p \leftrightarrow q)=1$$

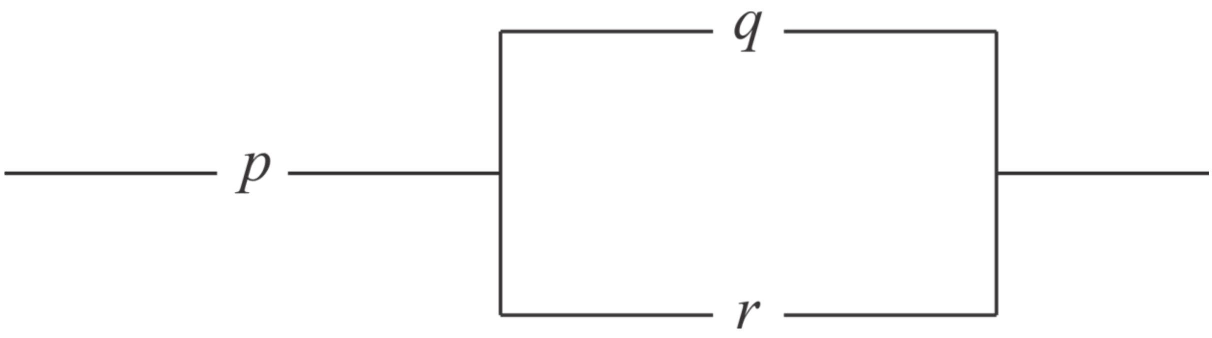
TEMA 5 – CIRCUITOS E PORTAS LÓGICAS

Por meio das operações lógicas, podemos desenvolver estruturas destinadas ao processamento de informações e resolução de problemas. Em um sistema digital temos dois valores lógicos (0 e 1). Utilizando combinações de operações de negação, conjunção e disjunção, podemos construir funções lógicas. Estas funções podem ser representadas algebricamente. É possível, também, fazer a representação por meio de circuitos ou por meio de portas lógicas.

Por exemplo, dada a expressão p.(q+r), podemos fazer a representação do respectivo circuito.

Para isto, basta colocarmos p em série com o bloco formado por (q+r), ou seja, com q e r em paralelo.

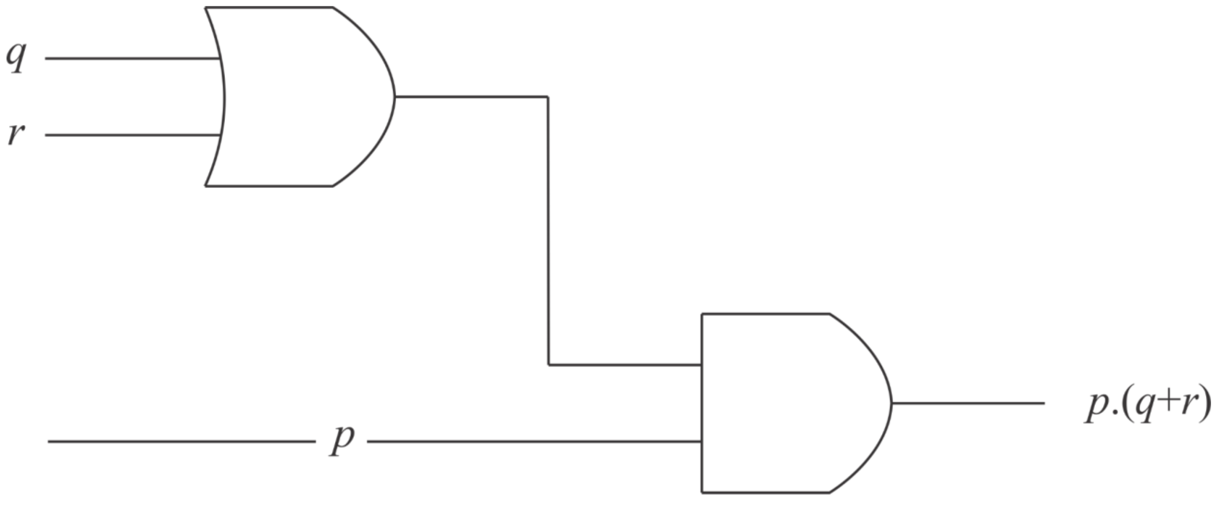
O resultado é:



Também podemos fazer a representação da expressão p.(q+r), por exemplo, por meio de portas lógicas.

Para o bloco (q+r) utilizamos o símbolo relacionado à disjunção e em seguida ligamos este bloco com p por meio do símbolo associado à conjunção.

Assim, temos o seguinte resultado:

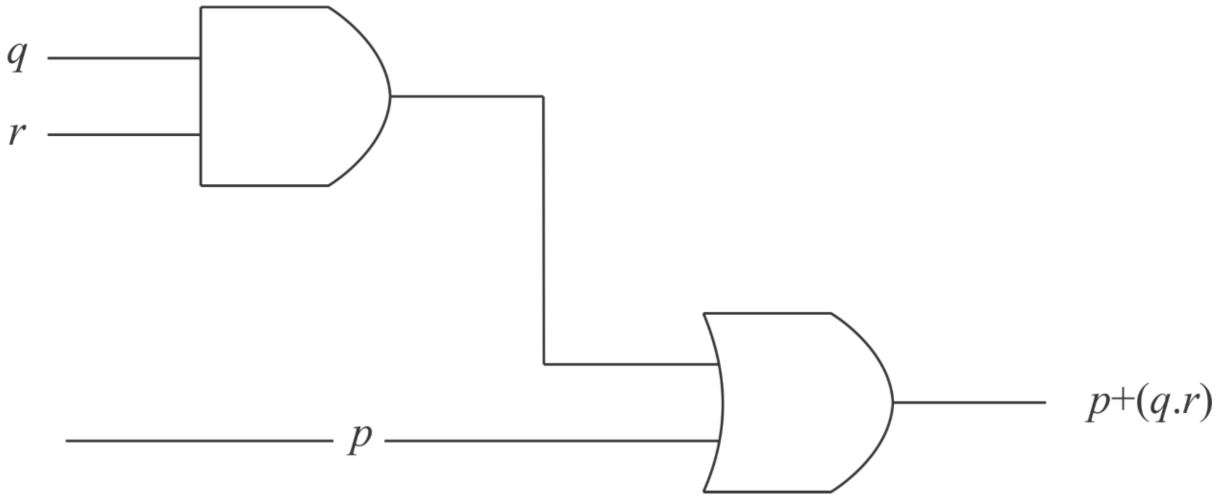


Para compreendermos melhor, vamos resolver alguns exemplos.

Exemplo:

Represente as portas lógicas associadas à expressão p+(q.r).

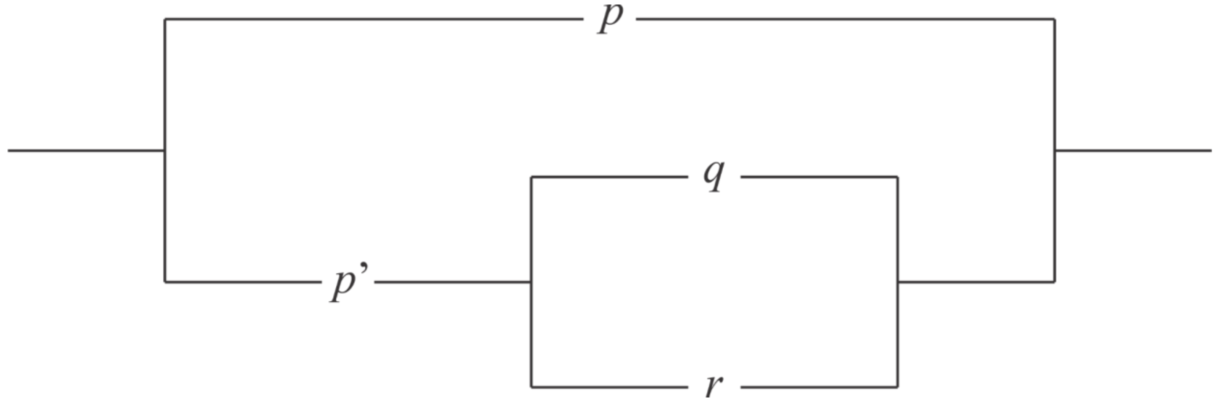
Resolução:



Exemplo:

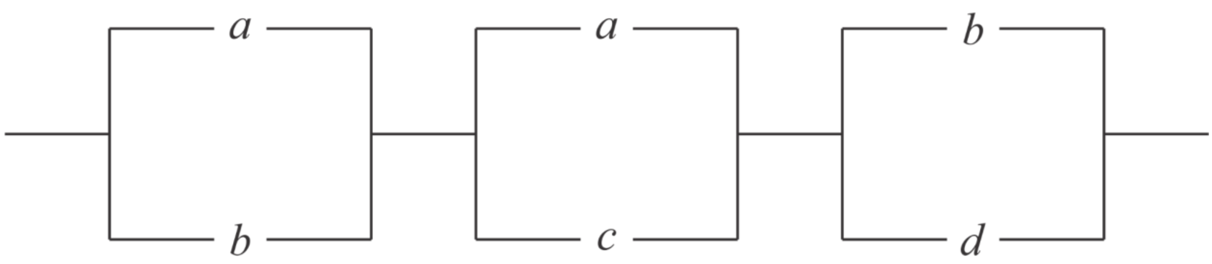
Desenhe o circuito referente à expressão p+(p’.(q+r)).

Resolução:



Exemplo:

Qual é a expressão associada ao seguinte circuito?



Resolução:

Neste exemplo temos três blocos (a+b), (a+c) e (b+d) dispostos em série. Em cada bloco, temos uma ligação em paralelo. Como a conjunção (.) está associada às ligações em série e a disjunção (+) está associada às ligações em paralelo, a expressão associada ao circuito é:

$$(a+b).(a+c).(b+d)$$

FINALIZANDO

Estamos chegando ao final da nossa primeira aula de Fundamentos Computação. Vimos um breve histórico relacionado à origem dos computadores. Estudamos conceitos associados à base binária. Aprendemos o que são proposições e a importância das proposições em diversos problemas. Aprendemos a trabalhar com as operações negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional. Finalizarmos a aula abordando a representação de funções lógicas por meio de circuitos e de portas lógicas.

REFERÊNCIAS

CASTANHEIRA, N. P.; Estatística aplicada a todos os níveis. Curitiba: InterSaberes, 2012.

DAGHLIAN, Jacob. Lógica e álgebra de boole. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1995.

DASGUPTA, Sanjoy; PAPADIMITRIOU, Christos; VAZIRANI, Umesh. Algoritmos. Porto Alegre: AMGH, 2010.

GUPTA, B. C.; GUTTMAN, I. Estatística e probabilidade: com aplicações para engenheiros e cientistas. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

LARSON, R.; FARBER, B.; Estatística aplicada. 6ª ed. São Paulo: Pearson, 2015.

ROCHA, S. Estatística geral e aplicada: para cursos de engenharia. 2ª ed. São Paulo: Atlas, 2015.