



# PRÉ-CÁLCULO

AULA 6



Prof. Guilherme Lemermeier Rodrigues



## CONVERSA INICIAL

Nessa aula trabalharemos com os conceitos de matrizes e sistemas lineares.

Esse conteúdo é base na formação do engenheiro, suas aplicações vão desde o controle de dados por meio de planilhas a contextos complexos de múltiplas variáveis que auxiliam tanto na aplicação, como nas tomadas de decisões estratégicas nos diversos campos das engenharias.

## TEMA 1 SISTEMAS LINEARES: DEFINIÇÃO

Usaremos um exemplo para definir um sistema linear e calcular sua solução por dois métodos.

Exemplo 1.

Acompanhe o vídeo do exemplo 1.

Vídeo Aula 6 – Exemplo 1 – 4min56

**04-201900316-A06-P01**

## TEMA 2 TIPOS DE SISTEMAS: SPD, SPI E SI.

Dentro dos estudos de Sistemas Lineares temos três tipos, acompanhe nos próximos vídeos a definição e exemplificação geométrica de cada um.

É denominado um Sistema Possível e Determinado (SPD) um sistema linear que possui apenas uma solução para cada variável.

Acompanhe essa definição no vídeo do exemplo 2.

Vídeo Aula 6 – Exemplo 2 – 2min35

**04-201900316-A06-P02**

É denominado um Sistema Possível e Indeterminado (SPI) um sistema linear que possui mais de uma solução para cada variável.

Acompanhe essa definição no vídeo do exemplo 3.

Vídeo Aula 6 – Exemplo 3 – 3min14

**04-201900316-A06-P03**

É denominado um Sistema Impossível (SI) um sistema linear não possui solução.

Acompanhe essa definição no vídeo do exemplo 4.

Vídeo Aula 6 – Exemplo 4 – 2min02

**04-201900316-A06-P04**

## TEMA 3 RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS



Vídeo Aula 6 – Exemplo 5 – 2min03

**04-201900316-A06-P05**

Vídeo Aula 6 – Exemplo 6 – 2min07

**04-201900316-A06-P06**

Vídeo Aula 6 – Exemplo 7 – 2min01

**04-201900316-A06-P07**

## TEMA 4 MATRIZES: DEFINIÇÃO

As matrizes são formas matemáticas usadas para organizar dados e deles retirar informações importantes.

Acompanhe no vídeo do exemplo 8 alguns tipos de matrizes e como são organizadas.

Vídeo Aula 6 – Exemplo 8 – 2min46

**04-201900316-A06-P08**

No próximo vídeo, veremos as operações de soma, subtração e multiplicação.

Vídeo Aula 6 – Exemplo 9 – 6min31

**04-201900316-A06-P09**

## TEMA 5 DETERMINANTES

Determinantes são números ligados às matrizes que tem importância e uso em diversos mecanismos dentro dos cálculos nas Engenharias.

Acompanhe a definição de determinante de 1ª ordem no vídeo do exemplo 10.

Vídeo Aula 6 – Exemplo 10 – 1min45

**04-201900316-A06-P10**

Acompanhe a definição de determinante de 2ª ordem no vídeo do exemplo 11.

Vídeo Aula 6 – Exemplo 11 – 2min13

**04-201900316-A06-P11**

Acompanhe a definição de determinante de 3ª ordem no vídeo do exemplo 12.

Vídeo Aula 6 – Exemplo 12 – 2min46

**04-201900316-A06-P12**



## TEMA 6 EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. Dadas as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ , calcule a soma  $A + B$ .

02. Dadas as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ , calcule subtração  $A - B$ .

03. Dadas as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ , calcule a multiplicação  $A \times B$ .

04. Verifique se o sistema linear a seguir é um S.P.D.:

$$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ 3a - b = 2 \end{cases}$$

05. Verifique se o sistema linear a seguir é um S.P.I.:

$$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ -4a - 6b = -10 \end{cases}$$

06. Verifique se o sistema linear a seguir é um S.I.:

$$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ 2a + 3b = 2 \end{cases}$$

07. Calcule o determinante da matriz de segunda ordem:  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ .

08. Calcule o determinante da matriz de terceira ordem:  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

09. O latão é uma liga metálica composta basicamente de cobre e zinco. Em geral, a porcentagem de zinco na liga varia de 20 a 35%, dependendo das características que se quer dar ao latão. Uma empresa possuía em estoque dois grandes lotes de latão, sendo um lote de 4 toneladas de latão com 23% de zinco na sua composição e um lote de 5 toneladas de latão com 33% de zinco. Essa empresa foi consultada sobre a possibilidade de fazer uma entrega de certa quantidade de latão, de modo que no total a porcentagem de zinco fosse de 25%.

a) Para cada tonelada com 25% de zinco, quantos quilos de cada tipo de latão que a empresa tinha em estoque seriam necessários?

b) Qual a quantidade máxima que ela poderia obter de latão com 25% de zinco, com base em seus estoques atuais?

(Fonte: DANTE, L. R. Matemática: contexto e aplicações (Vol. 2). São Paulo: Ática, 2011.)

10. Um orçamento consta três produtos vendidos em forma combinada (combo).

	Quantidade do produto A	Quantidade do produto B	Quantidade do produto C	Valor final
Combo 1	2	3	2	R\$ 1.050,00
Combo 2	3	1	1	R\$ 650,00
Combo 3	0	2	3	R\$ 900,00

Calcule o valor unitário de cada produto.



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS PASSO A PASSO:

01. Dadas as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ , calcule a soma  $A + B$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

02. Dadas as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ , calcule subtração  $A - B$ .

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

03. Dadas as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ , calcule a multiplicação  $A \times B$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 0 + (-3) \cdot 3 & 1 \cdot 1 + (-3)(-2) \\ 2 \cdot 0 + 4 \cdot 3 & 2 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 7 \\ 12 & -6 \end{bmatrix}$$

04. Verifique se o sistema linear a seguir é um S.P.D.:

$$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ 3a - b = 2 \end{cases}$$

Multiplicando a 2ª linha por (3),

$$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ 9a - 3b = 6 \end{cases}$$

Somando as duas linhas do sistema,

$$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ 9a - 3b = 6 \end{cases} \quad +$$
$$\hline 11a = 11$$

Assim o valor de  $a = 1$ , na 1ª linha do sistema original,

$$2(1) + 3b = 5$$

$$2 + 3b = 5$$

$$3b = 5 - 2$$

$$3b = 3$$

$$b = 1$$

Resposta: S.P.D., onde  $a = 1, b = 1$ .

05. Verifique se o sistema linear a seguir é um S.P.I.:

$$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ -4a - 6b = -10 \end{cases}$$

Multiplicando a 1ª linha por (2),

$$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ -4a - 6b = -10 \end{cases}$$

Somando as duas linhas do sistema,

$$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ -4a - 6b = -10 \end{cases} \quad +$$
$$\hline 0 = 0$$

Resposta: S.P.I., pois chega-se a uma igualdade plena, não há estabelecimento dos valores das incógnitas.

06. Verifique se o sistema linear a seguir é um S.I.:

$$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ 2a + 3b = 2 \end{cases}$$

Multiplicando a 2ª linha por (-1),



$$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ -2a - 3b = -2 \end{cases}$$

Somando as duas linhas do sistema,

$$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ -2a - 3b = -2 \end{cases} \quad +$$


---


$$0 = 3$$

Resposta: S.I., pois chega-se a uma impossibilidade  $0 = 3$ .

07. Calcule o determinante da matriz de segunda ordem:  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ .

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 6 = -2$$

08. Calcule o determinante da matriz de terceira ordem:  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$$= -2 + 0 + 4 + 2 + 0 - 12 = -8$$

09. O latão é uma liga metálica composta basicamente de cobre e zinco. Em geral, a porcentagem de zinco na liga varia de 20 a 35%, dependendo das características que se quer dar ao latão. Uma empresa possuía em estoque dois grandes lotes de latão, sendo um lote de 4 toneladas de latão com 23% de zinco na sua composição e um lote de 5 toneladas de latão com 33% de zinco. Essa empresa foi consultada sobre a possibilidade de fazer uma entrega de certa quantidade de latão, de modo que no total a porcentagem de zinco fosse de 25%.

a) Para cada tonelada com 25% de zinco, quantos quilos de cada tipo de latão que a empresa tinha em estoque seriam necessários?

b) Qual a quantidade máxima que ela poderia obter de latão com 25% de zinco, com base em seus estoques atuais?

(Fonte: DANTE, L. R. Matemática: contexto e aplicações (Vol. 2). São Paulo: Ática, 2011.)

10. Um orçamento consta três produtos vendidos em forma combinada (combo).

	Quantidade do produto A	Quantidade do produto B	Quantidade do produto C	Valor final
Combo 1	2	3	2	R\$ 1.050,00
Combo 2	3	1	1	R\$ 650,00
Combo 3	0	2	3	R\$ 900,00

Calcule o valor unitário de cada produto.



$$\begin{cases} 2A + 3B + 2C = 1050 \\ 3A + 1B + 1C = 650 \\ 2B + 3C = 900 \end{cases} \quad (i)$$

Olhando em (i), isolando o C:

$$2B + 3C = 900$$

$$3C = 900 - 2B$$

$$C = 300 - \frac{2}{3}B$$

Substituindo nas duas primeiras linhas do sistema,

$$\begin{cases} 2A + 3B + 2\left(300 - \frac{2}{3}B\right) = 1050 \\ 3A + 1B + 1\left(300 - \frac{2}{3}B\right) = 650 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2A + 3B + 600 - \frac{4}{3}B = 1050 \\ 3A + B + 300 - \frac{2}{3}B = 650 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2A + \frac{5}{3}B = 450 \\ 3A + \frac{B}{3} = 350 \end{cases} \quad (ii)$$

$$\cdot (-5)$$

$$\begin{cases} 2A + \frac{5}{3}B = 450 \\ -15A - \frac{5B}{3} = -1750 \end{cases}$$

Somando as duas linhas,

$$-13A = -1300$$

$$A = 100$$

Substituindo em (ii),

$$2 \cdot 100 + \frac{5}{3}B = 450$$

$$200 + \frac{5}{3}B = 450$$

$$\frac{5}{3}B = 250$$

$$B = 150$$

Substituindo em (i),

$$2 \cdot 150 + 3C = 900$$

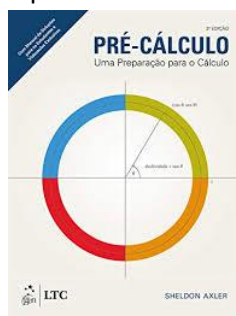
$$3C = 600$$

$$C = 200$$

Resposta: os valores unitários são: A = R\$ 100,00; B = R\$ 150 e C = R\$ 200.

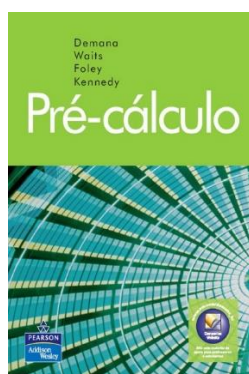
## REFERÊNCIAS

AXLER, S. Pré-Cálculo: Uma preparação para o cálculo. 2ª ed. São Paulo: LTC, 2016.



**Acesso via: Biblioteca Virtual – Minha Biblioteca**

DEMANA, F. D.; WAITS, B. W.; FOLEY, G. D.; KENNEDY, D. Pré-Cálculo. São Paulo: Pearson, 2009.



**Acesso via: Biblioteca Virtual – Biblioteca Pearson**