Aplicación de la Programación Lineal en una PyME de Calzado

Basado en el artículo de LACCEI 2018

1. Introducción al Problema

La empresa analizada es una PyME dedicada a la fabricación de calzado que enfrenta problemas relacionados con la planificación de la producción y la asignación de recursos limitados. En particular, se busca maximizar los beneficios de la empresa sin exceder las capacidades de producción disponibles, como materiales, horas de mano de obra, uso de maquinaria y demanda del mercado.

La programación lineal se propone como una herramienta efectiva para ayudar a esta empresa a tomar decisiones óptimas sobre cuántos pares de zapatos de cada modelo deben producirse para maximizar el beneficio total.

2. Objetivo del Modelo

El objetivo principal del modelo es:

- Maximizar el beneficio total obtenido por la producción de diferentes tipos de calzado.
- Considerar las restricciones de recursos disponibles (materiales, tiempo de producción, maquinaria).
- Cumplir con los límites de demanda máxima para cada tipo de zapato.

Este tipo de modelo es una aplicación clásica de la programación lineal, y su implementación permite tomar decisiones fundamentadas en datos reales de la empresa.

3. Formulación Matemática

Variables de decisión

Sea x_i la cantidad de pares de zapatos del modelo i a producir, para $i = 1, 2, \ldots, n$.

Función objetivo

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \tag{1}$$

Donde:

- p_i: Ganancia por cada par del modelo i
- x_i: Número de pares del modelo i a producir

Restricciones

1. **Materiales disponibles:**
$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_i \leq M_j \quad \forall j \tag{2}$$
Donde a_{ij} es la cantidad del material j utilizado por unidad del producto i, y M_j es la disponibilidad total del material j.

2. **Horas de trabajo disponibles:**
$$\sum_{i=1}^{n} t_i x_i \leq T \tag{3}$$
Donde t_i es el tiempo necesario para fabricar un par del modelo i, y T es el total de horas disponibles.

3. **Capacidad de maquinaria:**
$$\sum_{i=1}^{n} m_i x_i \leq C \tag{4}$$
Donde m_i representa el uso de maquinaria requerido por cada unidad del modelo i, y C es la capacidad máxima de la maquinaria.

4. **Demanda máxima por modelo:**
$$x_i \leq d_i \quad \forall i \tag{5}$$
Donde d_i es la demanda máxima del modelo i.

5. **No negatividad:**
$$x_i \geq 0 \quad \forall i \tag{6}$$

4. Implementación en Software

El modelo de programación lineal fue implementado utilizando el complemento **Solver de Excel**, una herramienta de optimización incluida en Microsoft Excel. Este complemento permite resolver problemas de maximización o minimización bajo restricciones lineales o no lineales.

Pasos detallados para la implementación en Solver

1. **Diseño de la hoja de cálculo:** Se crearon columnas para cada tipo de zapato y filas que representan:
   - La cantidad producida (variables de decisión).
   - La ganancia unitaria de cada modelo.
   - Los recursos consumidos por cada tipo de zapato (materiales, tiempo, maquinaria).
   - La disponibilidad de recursos (límites).
   - La demanda máxima permitida por el mercado.
2. **Definición de la función objetivo:** Se construyó una celda que calcula el beneficio total usando una fórmula tipo:

   Beneficio total = `=SUMPRODUCT(Ganancia; Cantidades)`

3. **Configuración del Solver:**
   - **Objetivo:** Maximizar la celda del beneficio total.
   - **Variables de decisión:** Celdas de cantidades a producir.
   - **Restricciones:**
     - Recursos usados $\leq$ Recursos disponibles.
     - Cantidades producidas $\leq$ Demanda máxima.

    - Todas las variables deben ser mayores o iguales a cero.

  - **Método de solución:** Se seleccionó "Simplex LP", adecuado para problemas lineales.

4. **Ejecución y análisis:** Al ejecutar Solver, se obtuvo el número óptimo de pares de zapatos a producir para cada modelo. Además, se revisaron los valores sombra y los reportes de sensibilidad para evaluar la importancia de cada restricción.

Ventajas del uso de Solver

- No requiere conocimientos avanzados en programación.
- Permite modelar y resolver problemas rápidamente.
- Genera reportes de sensibilidad que ayudan a tomar decisiones estratégicas.
- Puede adaptarse fácilmente si cambian los valores de los parámetros del modelo.

La implementación permitió visualizar claramente cómo se distribuyen los recursos limitados para maximizar las ganancias y facilitó la toma de decisiones basada en datos.

Para la resolución del modelo se utilizó el complemento **Solver de Excel**. El procedimiento fue el siguiente:

- Definición de las celdas de variables de decisión.
- Introducción de la función objetivo a maximizar.
- Programación de las restricciones de recursos.
- Ejecución del Solver para obtener la combinación óptima.

Solver utiliza algoritmos como el método símplex para encontrar soluciones óptimas en problemas de programación lineal.

5. Resultados y Conclusiones

La implementación del modelo permitió obtener una estrategia óptima de producción que maximiza los beneficios de la empresa. Entre los beneficios observados se encuentran:

- Aumento del beneficio económico dentro de los límites de recursos.
- Disminución de tiempos muertos en maquinaria.
- Uso más eficiente de materiales y mano de obra.

Además, el modelo es adaptable a otras industrias manufactureras que enfrentan problemas similares de asignación de recursos.