

1d) Modelo para el control de *Lobesia botrana* sin estructura etaria - con técnica de confusión sexual (incorporando voltinismo, tasa pulsátil y el efecto de dos aplicaciones de difusores pasivos)

Técnica de la confusión sexual

A lo largo de los años, el manejo de *Lobesia botrana* ha mejorado notablemente, orientado a reducir el uso de pesticidas, limitar la aparición de resistencia a insecticidas y minimizar los impactos negativos sobre la salud humana y el medio ambiente. Si bien existen estrategias de control eficaces, esta plaga continúa siendo una amenaza relevante en regiones vitivinícolas, lo que requiere un monitoreo continuo.

Uno de los avances clave ha sido la consolidación de la técnica de confusión sexual (Mating Disruption, MD por sus siglas en inglés), basada en el uso de feromonas sexuales sintéticas para interferir en el apareamiento de los adultos. Este progreso ha sido posible gracias al conocimiento acumulado sobre la quimio ecología del insecto y al desarrollo tecnológico que permite formular y liberar eficazmente las mezclas feromonales.

Existen factores meteorológicos, características del cultivo y del suelo que influyen en la permanencia de la "nube feromonal", por lo que se debe ajustar la distribución de los difusores a nivel local. La efectividad del sistema está condicionada por la relación entre la cinética de emisión de la feromona y variables ambientales como la humedad y la temperatura, así como con el patrón de vuelo de *Lobesia botrana*. Estudios previos destacan la importancia de considerar estos parámetros meteorológicos, dado su impacto sobre el comportamiento de la plaga. (4)

Los dispensadores de feromonas utilizados en MD son ampliamente utilizados en el control de plagas mediante la técnica de confusión sexual. Su eficacia depende de una liberación constante y continua de compuestos volátiles para mantener la concentración adecuada en el ambiente. Esta liberación requiere planificación y conocimiento tecnológico (3).

Se clasifican en dos tipos principales, según su mecanismo de liberación: pasiva y activa. Los primeros, liberan las feromonas de forma continua y no regulada por difusión. Generalmente se instalan entre 200 y 500 unidades por hectárea. La segunda clase de dispensadores (conocidos como 'puffers'), liberan las feromonas en pulsos controlados por mecanismos automatizados, siendo la cantidad necesaria entre 2 y 5 unidades por hectárea (2), (3) y (4).

Supuestos del modelo

El modelo es una extensión del modelo 1a.

Se plantea entonces un modelo unidimensional donde:

- $W(t)$: población silvestre (machos + hembras)

Para la formulación consideraremos los siguientes supuestos:

- No se considera la estructura etaria.
- Se agrega una tasa de crecimiento pulsátil (similar a la planteada en el modelo 1a), donde cada pulso se activa en las cercanías de los tiempos donde se observan los picos en la cantidad de polillas detectadas para los diferentes vuelos.
- Incorpora voltinismo.
- El apareamiento es entre una hembra y un macho (se ve afectado por la confusión inducida por las feromonas)
- Se considera crecimiento logístico de la población silvestre, pero no se modela en términos de capacidad de carga del sistema.
- Se incluye el efecto de dos aplicaciones de difusores pasivos.

Modelo del Sistema

El modelo planteado es:

$$\frac{dW}{dt} = r(t)W e^{(-rC(t))} - \mu W - \beta W^2$$

donde:

– $W(t)$: población silvestre total (machos + hembras)

– $r(t)$: tasa intrínseca de crecimiento de la población silvestre, $r(t) = \sum_{i=1}^n r_i(t)$,

con $r_i(t) = r_{max} \exp\left(-\frac{(t-t_i)^2}{2\sigma_i^2}\right)$

– r_{max} : tasa intrínseca máxima de la campaña.

– t_i : tiempo en que se producen los i-ésimos picos de cantidad de polillas.

– σ_i : duración de la semivida de un adulto para el vuelo i-ésimo.

– $C(t) = \sum_{i=1}^2 A_i \exp\left(-\frac{(t-\tau_i)^2}{2\theta_i^2}\right)$ es la concentración de feromonas por hectárea suministrada en dos aplicaciones de difusores en la campaña.

– τ_i : tiempo en que se realizan las aplicaciones de los dispensadores pasivos de feromonas.

- θ_i : duración de la aplicación i-esima de feromonas.
- A_i : amplitud de la liberación.
- γ : factor asociado a la degradación de las aplicaciones de feromonas.
- β : Tasa asociada a la disminución por denso-dependencia,
- μ : tasa de mortalidad natural de la población silvestre,

Observaciones:

- El factor $\sum_{i=1}^n r_i(t)$ suma los efectos de las tasas pulsátiles de cada vuelo.
- No se puede llevar a cabo el estudio cualitativo usual relacionado a sistemas autónomo, dado el carácter temporal de la tasa de desarrollo.
- En términos de la predictibilidad del modelo, contar con buenas estimaciones de los t_i es crucial, que se pueden realizar mediante el empleo del método de Touzeau (1).
- $C(t) = \sum_{i=1}^2 A_i \exp\left(-\frac{(t-\tau_i)^2}{2\theta_i^2}\right)$ modela la aplicación de dos dosis de dispensadores pasivos. Experimentalmente se ha demostrado que los efectos de las aplicaciones de este tipo de dispensadores generan curvas de densidad de feromonas en el ambiente de tipo gaussiano. Ver (6) Fig.1.
- El factor $e^{(-\gamma C(t))}$ modela la probabilidad de encuentro que tienen los machos y hembras de la población. Esta estrategia para modelar la probabilidad es similar a la utilizada para modelar la probabilidad de sobrevida de la densidad de huéspedes en el modelo de Nicholson Bailey discreto. Mientras más baja es esta probabilidad, mayor efectividad del método.

Puntos de Equilibrio

El sistema planteado no tiene carácter autónomo (depende explícitamente del tiempo t a través de las tasas pulsátiles $r_i(t)$), lo que limita la aplicación directa de las técnicas clásicas de análisis cualitativo para sistemas autónomos.

Los puntos de equilibrio del sistema provienen de igualar a 0 la ecuación del modelo:

$$0 = \left[\sum_{i=1}^n r_i(t) \right] W e^{(-\gamma C(t))} - \mu W - \beta W^2$$

Resolviendo la ecuación precedente se obtienen en forma explícita los dos equilibrios: $W_1^* = 0$ y $W_2^* = \frac{1}{\beta} [\sum_{i=1}^n r_i(t) e^{(-\gamma C(t))} - \mu]$.

Análisis de Estabilidad Global y condición de control global

Procedemos de la misma manera que para el modelo 1a), Nos centramos en averiguar condiciones para que el punto de equilibrio $W_1^* = 0$ sea estable, específicamente en el estudio de la estabilidad no lineal del mismo.

Sea $\epsilon > 0$ una perturbación pequeña. Definamos $W_1 = W_1^* + \epsilon$. Reemplazando en la ecuación diferencial del sistema original obtenemos:

$$\frac{dW_1}{dt} = \left(\sum_{i=1}^n r_i(t) e^{(-\gamma C(t))} - \mu \right) W_1 - \beta W_1^2, \text{ donde } i = 1, 2, \dots, n$$

Por la definición de W_1 , para el primer y segundo miembro obtenemos, respectivamente: $\frac{dW_1}{dt} = \frac{d(W_1^* + \epsilon)}{dt} = \frac{d\epsilon}{dt}$, y $(\sum_{i=1}^n r_i(t) - \mu)\epsilon - \beta\epsilon^2$. Por lo tanto, se tiene:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \left(\sum_{i=1}^n r_i(t) e^{(-\gamma C(t))} - \mu \right) \epsilon - \beta\epsilon^2, \text{ donde } i = 1, 2, \dots, n$$

Por monotonía del logaritmo y positividad de $e^{(-\gamma C(t))}$ para todo t , se tiene que $0 < r_i(t) \leq \sum_{i=1}^n r_i(t) e^{(-\gamma C(t))}$.

Para estabilidad del punto crítico estudiado necesitamos que $\frac{d\epsilon}{dt} < 0$, es decir $\sum_{i=1}^n r_i(t) e^{(-\gamma C(t))} < \mu$. Tomando logaritmos naturales en ambos miembros de la desigualdad:

$$\ln \left(\sum_{i=1}^n r_i(t) \right) - \gamma C(t) < \ln(\mu)$$

Dado que $0 \leq r_i(t) \leq \sum_{i=1}^n r_i(t) \leq n r_{max}$, por definición de $r_i(t)$, para todo t , para todo $i = 1, 2, \dots, n$ y utilizando propiedades de logaritmos, obtenemos:

$$\ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n r_i(t)}{\mu} \right) - \gamma C(t) \leq \ln \left(\frac{n r_{max}}{\mu} \right) - \gamma C(t) < 0$$

Finalmente, el punto de equilibrio es estable si:

$$\frac{1}{\gamma} \ln \left(\frac{n r_{max}}{\mu} \right) < C(t)$$

Esto nos indica cual es la condición de control para la densidad de feromonas para que $W_1^* = 0$ sea estable, implicando que la plaga se extingue si se respeta la misma.

De acuerdo con (6), se estima que la duración de los difusores pasivos es de aproximadamente 120 días. En el mismo trabajo, se dan precisiones respecto a las aplicaciones de los difusores.

Definiendo $\kappa(n, \mu, r_{max}, \gamma) = \frac{1}{\gamma} \ln \left(\frac{n r_{max}}{\mu} \right)$ y de acuerdo a la definición de $C(t)$, podemos escribir:

$$\kappa(n, \mu, r_{max}, \gamma) \leq \sum_{i=1}^2 A_i \exp \left(-\frac{(t - \tau_i)^2}{2\theta_i^2} \right)$$

Esta es otra forma de reescribir la condición de control recién obtenida, pero a partir de ella se pueden obtener numéricamente ventanas temporales de cobertura (intervalos centrados en τ_1 y τ_2 , recordemos que son los tiempos de aplicación de los difusores), que garantizan que la plaga se extinga ($W_1^* = 0$ sea estable). En las simulaciones se mostrarán numéricamente estas ventanas, para valores seleccionados de los parámetros.

Simulaciones

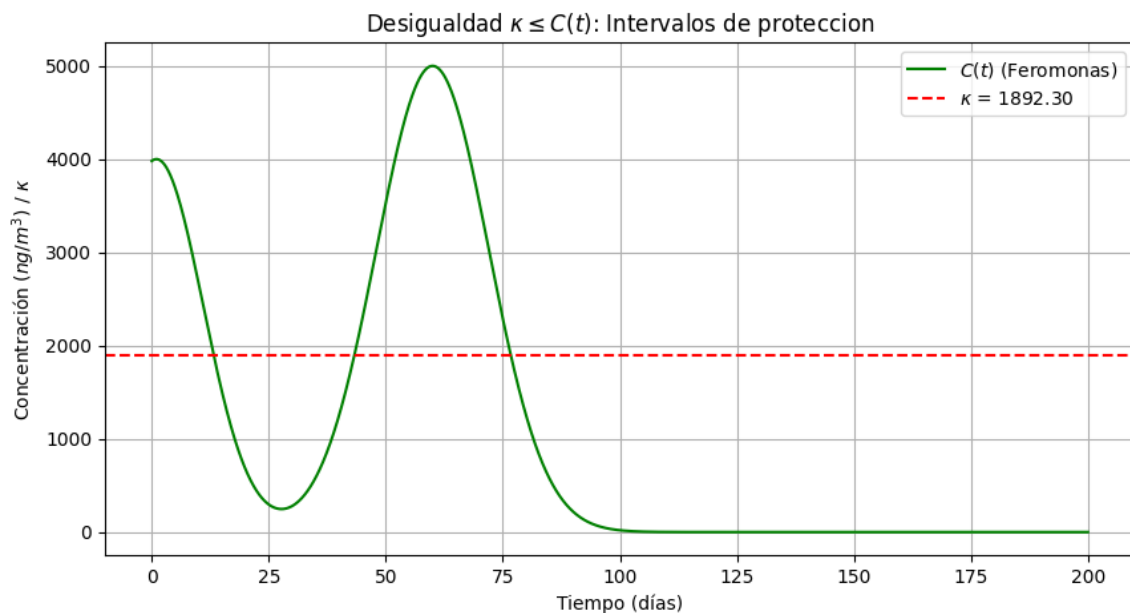
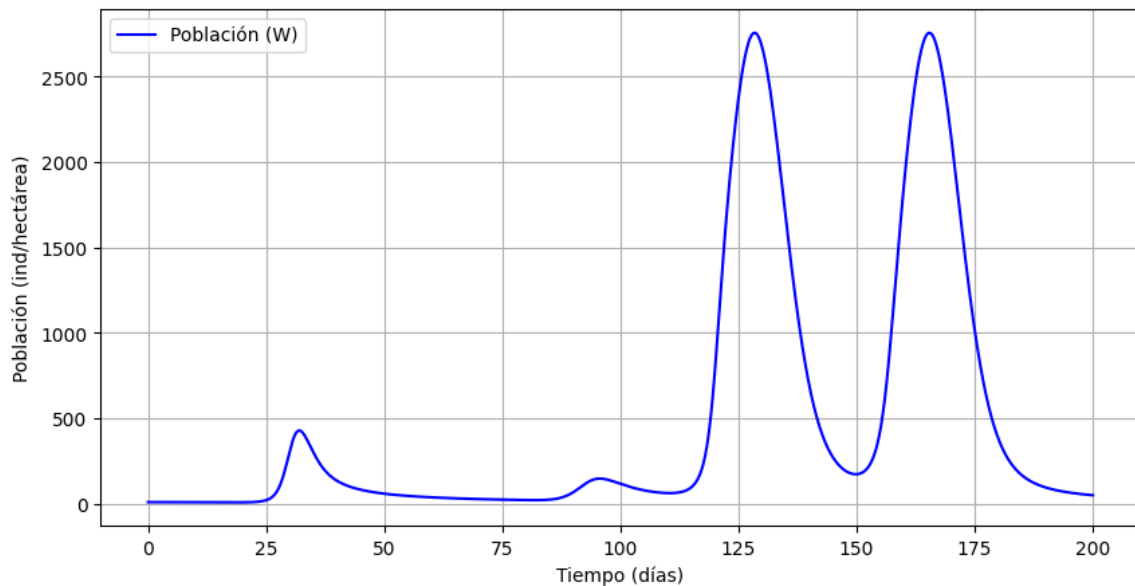
Se llevaron a cabo simulaciones con diferentes valores de los parámetros. Es importante mencionar dado que no se pudieron contar con datos reales para calibrar el modelo, a partir de la información suministrada en (6) se propusieron valores razonables de los parámetros.

- $r_{max} = 2.571$ (tasa máxima de crecimiento por generación)
- $\mu = 0.0010$ (tasa de mortalidad natural)
- $\beta = 0.000931$ (coeficiente de competencia intraespecífica)
- $n = 5$ (número de generaciones)
- $\tau_i = [7, 30, 81, 128, 165]$ días
- $A_i = [4000, 5000]$ ng/m³
- $\theta_i = [10, 12]$ días
- $\gamma = 0.005$

- $\sigma_i = 6.4$ días

El script (1d) (7), escrito en Python (8), contiene la simulación de las soluciones del sistema propuesto. Se utilizó el procedimiento *odeint* del paquete *Scipy*.

En la misma, se considera $W_0 = 10$ polillas (población inicial detectada en trampas de Lobesia).



Las gráficas de las simulaciones presentadas permiten visualizar claramente que en las ventanas temporales de protección (intervalos donde $C(t) \geq \kappa$: [0.0, 13.2] días y [43.3, 76.7] días) se mantiene controlada la cantidad de polillas, mientras que en

aquellos intervalos donde la cantidad de feromonas aplicada está por debajo del umbral κ , aumenta considerablemente la plaga.

Conclusiones y trabajo futuro

- Este modelo permite advertir el comportamiento pulsátil de la plaga.
- La definición de $r_i(t)$ no considera variables ambientales (fundamentalmente temperatura) que podría ser incluida a futuro para mejorar la precisión de los resultados. Es muy probable que datos meteorológicos complementarios puedan explicar algunas discrepancias entre los datos observados y el modelo planteado. La tasa de desarrollo puede reformularse utilizando (por ejemplo) las fórmulas de Logan o Briere de la especie. Actualmente se está avanzando en ese sentido.
- Contando con datos y mediciones a campo de mediciones de feromonas en los momentos estipulados por (6), se puede llevar a cabo la calibración del modelo y obtener estimaciones de tiempos de aplicación óptimos que garanticen ventanas temporales adecuadas de protección de la plaga en el ámbito local.
- En (6) Fig. 1 se brindan detalles técnicos que permiten pensar en la extensión de este modelo a difusores activos, teniendo en mente que experimentalmente se ha demostrado que los efectos de las aplicaciones de este tipo de dispensadores generan curvas de densidad de feromonas en el ambiente que muestran efectos de saturación, por lo que una forma de modelación de la densidad de feromonas podría ser a través de los efectos combinados de curvas de tipo Holling II.
- Optimizar este tipo de estrategias de control permite maximizar los efectos no contaminantes para el medio ambiente, reduciendo significativamente el empleo de químicos, que solo deberían reservarse para generar disminuciones abruptas de la masa poblacional, los casos donde la plaga se encuentre descontrolada.

Referencias

- 1) Touzeau, J. (1981). Modélisation de l'évolution de l'Eudemis de la Vigne pour la région Midi-Pyrénées (pp. 26–30).
- 2) De Alfonso, I., & Colás, C. (n.d.). CheckMate® Puffer® LB, la tecnología aerosol de emisión activa para el control de Lobesia botrana - Phytoma España. Phytoma España.

- 3) Benelli, G., Ricciardi, R., Cosci, F., Iodice, A., Ladurner, E., Savino, F., & Lucchi, A. (2023). Sex pheromone aerosol emitters for *Lobesia botrana* mating disruption in Italian vineyards. *Insects*, 14(3), 270. <https://doi.org/10.3390/insects14030270>
- 4) Honorio Guisado, F., & Rodríguez Bernabé, J. A. (2008). Emisión de la feromona del difusor Isonet-L en una experiencia de confusión sexual contra *Lobesia botrana* Den. y Schiff. (Lepidoptera: Tortricidae). *Boletín de Sanidad Vegetal. Plagas*, 34, 297–303.
- 5) Benelli, G., Lucchi, A., Anfora, G., Bagnoli, B., Botton, M., Campos-Herrera, R., Carlos, C., Daugherty, M. P., Gemenio, C., Harari, A. H., Hoffmann, C., Ioriatti, C., López Plantey, R. J., Reineke, A., Ricciardi, R., Roditakis, E., Simmons, G. S., Tay, W. T., Torres-Vila, L. M., Vontas, J., & Thiéry, D. (2023). European grapevine moth, *Lobesia botrana*. Part II: Prevention and management. *Entomologia Generalis*, 43(2), 281–304.
<https://doi.org/10.1127/entomologia/2023/1947>
- 6) Gavara, A., Vacas, S., Navarro, I., Primo, J., & Navarro-Llopis, V. (2020). Airborne pheromone quantification in treated vineyards with different mating disruption dispensers against *Lobesia botrana*. *Insects*, 11(5), 289.
<https://doi.org/10.3390/insects11050289>
- 7) Bageta, R. (2025). *Script 1c – parte B) [Archivo Jupyter “Modelos lobesia.ipynb”]* [Notebook de Jupyter]. GitHub.
<https://github.com/CarlosRubenBageta/Repositorio-de-modelos-matematicos-para-Lobesia-botrana>
- 8) Python Software Foundation. (2023). *Python (versión 3.11) [Lenguaje de programación]*. <https://www.python.org>