

Notebook ICPC-UFPS

Semillero de Investigación en Linux y Software Libre

Gerson Yesid Lázaro - Angie Melissa Delgado

8 de noviembre de 2015

Índice

1. Bonus: Input Output	2		
1.1. scanf y printf	2		
2. Dynamic Programming	2		
2.1. Knapsack	2		
2.2. Longest Increasing Subsequence	2		
2.3. Max Range Sum	3		
3. Geometry	3		
3.1. Point	3		
3.2. Geometric Vector	3		
3.3. Angle	4		
3.4. Area	4		
3.5. Collinear Points	4		
3.6. Convex Hull	4		
3.7. Euclidean Distance	5		
3.8. Perimeter	5		
3.9. Point in Polygon	6		
3.10. Sexagesimal degrees and radians	6		
4. Graph	6		
4.1. BFS	6		
4.2. DFS	7		
4.3. Dijkstra's Algorithm	7		
		4.4. Flood Fill	8
		4.5. Floyd-Warshall's Algorithm	8
		4.6. Kruskal's Algorithm	9
		4.7. Maxflow	10
		4.8. Tarjan's Algorithm	11
		5. Math	12
		5.1. Binary Exponentiation	12
		5.2. Binomial Coefficient	12
		5.3. Catalan Number	12
		5.4. Euler Totient	12
		5.5. Gaussian Elimination	13
		5.6. Greatest common divisor	13
		5.7. Lowest Common Multiple	14
		5.8. Miller-Rabin	14
		5.9. Prime Factorization	15
		5.10. Sieve of Eratosthenes	15
		6. String	15
		6.1. KMP's Algorithm	15
		7. Tips and formulas	16
		7.1. ASCII Table	16
		7.2. Catalan Number	17
		7.3. Euclidean Distance	18
		7.4. Permutation and combination	18

7.5. Time Complexities	18
7.6. mod: properties	18

1. Bonus: Input Output

1.1. scanf y printf

```
#include <stdio>

scanf("%d",&value); //int
scanf("%ld",&value); //long y long int
scanf("%c",&value); //char
scanf("%f",&value); //float
scanf("%lf",&value); //double
scanf("%s",&value); //char*
scanf("%lld",&value); //long long int
scanf("%x",&value); //int hexadecimal
scanf("%o",&value); //int octal
```

2. Dynamic Programming

Dados N articulos, cada uno con su propio valor y peso y un tamaño maximo de una mochila, se debe calcular el valor maximo de los elementos que es posible llevar.

Debe seleccionarse un subconjunto de objetos, de tal manera que quepan en la mochila y representen el mayor valor posible.

2.1. Knapsack

```
#include <algorithm>

const int MAX_WEIGHT = 40; //Peso maximo de la mochila
const int MAX_N = 1000; //Numero maximo de objetos
int N; //Numero de objetos
int prices[MAX_N]; //precios de cada producto
```

```
int weights[MAX_N]; //pesos de cada producto
int memo[MAX_N][MAX_WEIGHT]; //tabla dp

//El metodo debe llamarse con 0 en el id, y la capacidad de
//la mochila en w
int knapsack(int id, int w) {
    if (id == N || w == 0) {
        return 0;
    }
    if (memo[id][w] != -1) {
        return memo[id][w];
    }
    if (weights[id] > w){
        memo[id][w] = knapsack(id + 1, w);
    }else{
        memo[id][w] = max(knapsack(id + 1, w),
            prices[id] + knapsack(id + 1, w -
                weights[id]));
    }

    return memo[id][w];
}

//La tabla memo debe iniciar en -1
memset(memo, -1, sizeof memo);
```

2.2. Longest Increasing Subsequence

Halla la longitud de la subsecuencia creciente mas larga. MAX debe definirse en el tamaño limite del array, n es el tamaño del array. Puede aplicarse también sobre strings, cambiando el parametro int s[] por string s. Si debe ser estrictamente creciente, cambiar el \leq de "s[j] ≤ s[i]" por <.

```
const int MAX = 1005;
int memo[MAX];

int longestIncreasingSubsequence(int s[], int n){
```

```

memo[0] = 1;
int output = 0;
for (int i = 1; i < n; i++){
    memo[i] = 1;
    for (int j = 0; j < i; j++){
        if (s[j] <= s[i] && memo[i] < memo[j]
            + 1){
            memo[i] = memo[j] + 1;
        }
    }
    if(memo[i] > output){
        output = memo[i];
    }
}
return output;
}

```

2.3. Max Range Sum

Dada una lista de enteros, retorna la máxima suma de un rango de la lista.

```

#include <algorithm>

int maxRangeSum(vector<int> a){
    int sum = 0, ans = 0;
    for (int i = 0; i < a.size(); i++){
        if (sum + a[i] >= 0) {
            sum += a[i];
            ans = max(ans, sum);
        }else{
            sum = 0;
        }
    }
    return ans;
}

```

3. Geometry

3.1. Point

La estructura punto será la base sobre la cual se ejecuten otros algoritmos.

```

#include <cmath>

struct point {
    double x, y;
    point() {
        x = y = 0.0;
    }
    point(double _x, double _y) : x(_x), y(_y) {}
    bool operator == (point other) const {
        return (fabs(x - other.x) < 1e-9 && (fabs(y -
            other.y) < 1e-9));
    }
};

```

3.2. Geometric Vector

Dados dos puntos A y B, crea el vector A -> B. IMPORTANTE: Debe definirse la estructura point. Es llamado vec para no confundirlo con el vector propio de c++.

```

struct vec {
    double x, y;
    vec(double _x, double _y) : x(_x), y(_y) {}
};

vec toVector(point a, point b) {
    return vec(b.x - a.x, b.y - a.y);
}

```

3.3. Angle

Dados 3 puntos A, B, y C, determina el valor del angulo ABC (origen en B) en radianes. IMPORTANTE: Definir la estructura point y vec. Si se desea convertir a grados sexagesimales, revisar Sexagesimal degrees and radians.

```
#include <vector>
#include <cmath>

double angle(point a, point b, point c) {
    vec ba = toVector(b, a);
    vec bc = toVector(b, c);
    return acos((ba.x * bc.x + ba.y * bc.y) / sqrt((ba.x
        * ba.x + ba.y * ba.y) * (bc.x * bc.x + bc.y *
        bc.y)));
}
```

3.4. Area

Calcula el área de un polígono representado como un vector de puntos. IMPORTANTE: Definir $P[0] = P[n-1]$ para cerrar el polígono. El algoritmo utiliza el método de determinante de la matriz de puntos de la figura. IMPORTANTE: Debe definirse previamente la estructura point.

```
#include <vector>
#include <cmath>

double area(vector<point> P) {
    double result = 0.0, x1, y1, x2, y2;
    for (int i = 0; i < P.size()-1; i++) {
        x1 = P[i].x;
        x2 = P[i+1].x;
        y1 = P[i].y;
        y2 = P[i+1].y;
```

```
        result += ((x1 * y2) - (x2 * y1));
    }
    return fabs(result) / 2.0;
}
```

3.5. Collinear Points

Determina si el punto r está en la misma linea que los puntos p y q. IMPORTANTE: Deben incluirse las estructuras point y vec.

```
double cross(vec a, vec b) {
    return a.x * b.y - a.y * b.x;
}
bool collinear(point p, point q, point r) {
    return fabs(cross(toVector(p, q), toVector(p, r))) <
        1e-9;
}
```

3.6. Convex Hull

Retorna el polígono convexo mas pequeño que cubre (ya sea en el borde o en el interior) un set de puntos. Recibe un vector de puntos, y retorna un vector de puntos indicando el polígono resultante. Es necesario que esten definidos previamente:

Estructuras: point y vec Métodos: collinear, euclideanDistance, in-Polygon y angle.

```
#include <cmath>
#include <algorithm>
#include <vector>

point pivot;
bool angleCmp(point a, point b) {
    if (collinear(pivot, a, b)){
```

```

        return euclideanDistance(pivot, a) <
            euclideanDistance(pivot, b);
    }

    double d1x = a.x - pivot.x, d1y = a.y - pivot.y;
    double d2x = b.x - pivot.x, d2y = b.y - pivot.y;
    return (atan2(d1y, d1x) - atan2(d2y, d2x)) < 0;
}

vector<point> convexHull(vector<point> P) {
    int i, j, n = P.size();
    if (n <= 3) {
        if (!(P[0] == P[n-1])){
            P.push_back(P[0]);
        }
        return P;
    }
    int P0 = 0;
    for (i = 1; i < n; i++){
        if (P[i].y < P[P0].y || (P[i].y == P[P0].y &&
            P[i].x > P[P0].x)){
            P0 = i;
        }
    }

    point temp = P[0]; P[0] = P[P0]; P[P0] = temp;
    pivot = P[0];
    sort(++P.begin(), P.end(), angleCmp);
    vector<point> S;
    S.push_back(P[n-1]);
    S.push_back(P[0]);
    S.push_back(P[1]);
    i = 2;
    while (i < n) {
        j = S.size()-1;
        if (ccw(S[j-1], S[j], P[i])){
            S.push_back(P[i++]);
        }else{
            S.pop_back();
        }
    }
}

```

```

    }
    return S;
}

```

3.7. Euclidean Distance

Halla la distancia euclideana de 2 puntos en dos dimensiones (x,y). Para usar el primer método, debe definirse previamente la estructura point

```

#include <cmath>

/*Trabajando con estructuras de tipo punto*/
double euclideanDistance(point p1, point p2) {
    return hypot(p1.x - p2.x, p1.y - p2.y);
}

/*Trabajando con los valores x y y de cada punto*/
double euclideanDistance(double x1, double y1, double x2,
    double y2){
    return hypot(x1 - x2, y1 - y2);
}

```

3.8. Perimeter

Calcula el perímetro de un polígono representado como un vector de puntos. IMPORTANTE: Definir $P[0] = P[n-1]$ para cerrar el polígono. La estructura point debe estar definida, al igual que el método euclideanDistance.

```

#include <vector>

double perimeter(vector<point> P) {
    double result = 0.0;
    for (int i = 0; i < P.size()-1; i++){

```

```

    result += euclideanDistance(P[i], P[i+1]);
}
return result;
}

```

3.9. Point in Polygon

Determina si un punto *pt* se encuentra en el polígono *P*. Este polígono se define como un vector de puntos, donde el punto 0 y *n*-1 son el mismo. **IMPORTANTE:** Deben incluirse las estructuras *point* y *vec*, además del método *angle*.

```

#include <cmath>

bool ccw(point p, point q, point r) {
    return cross(toVector(p, q), toVector(p, r)) > 0;
}

bool inPolygon(point pt, vector<point> P) {
    if (P.size() == 0){
        return false;
    }
    double sum = 0;
    for (int i = 0; i < P.size()-1; i++) {
        if (ccw(pt, P[i], P[i+1])){
            sum += angle(P[i], pt, P[i+1]);
        }else{
            sum -= angle(P[i], pt, P[i+1]);
        }
    }
    return fabs(fabs(sum) - 2*acos(-1.0)) < 1e-9;
}

```

3.10. Sexagesimal degrees and radians

Conversiones de grados sexagesimales a radianes y viceversa.

```

#include <cmath>

double DegToRad(double d) {
    return d * acos(-1.0) / 180.0;
}

double RadToDeg(double r) {
    return r * 180.0 / acos(-1.0);
}

```

4. Graph

4.1. BFS

Algoritmo de búsqueda en anchura en grafos, recibe un nodo inicial *s* y visita todos los nodos alcanzables desde *s*. BFS también halla la distancia más corta entre el nodo inicial *s* y los demás nodos si todas las aristas tienen peso 1.

```

int v, e; //vertices, arcos
int MAX=100005;
vector<int> ady[MAX]; //lista de Adyacencia
long long distance[MAX];

static void init() {
    for (int j = 0; j <= v; j++) {
        distance[j] = -1;
        ady[j].clear();
    }
}

static void bfs(int s){
    queue<int> q;
    q.push(s); //Inserto el nodo inicial
    distance[s]=0;
    int actual, i, next;

```

```

while(q.size()>0){
    actual=q.front();
    q.pop();
    for(i=0; i<ady[actual].size(); i++){
        next=ady[actual][i];
        if(distance[next]==-1){
            distance[next]=distance[actual]+1;
            q.push(next);
        }
    }
}
}

```

4.2. DFS

Algoritmo de búsqueda en profundidad para grafos. Parte de un nodo inicial s visita a todos sus vecinos. DFS puede ser usado para contar la cantidad de componentes conexas en un grafo y puede ser modificado para que retorne información de los nodos dependiendo del problema. Permite hallar ciclos en un grafo.

```

int v, e; //vertices, arcos
int MAX=100005;
vector<int> ady[MAX];
int marked[MAX];

void init(){
    for (int j = 0; j <= v; j++) {
        marked[j] = 0;
        ady[j].clear();
    }
}

static void dfs(int s){
    marked[s]=1;
    int i, next;

    for(i=0; i<ady[s].size(); i++){
        next=ady[s][i];

```

```

        if(marked[next]==0){
            dfs(next);
        }
    }
}

```

4.3. Dijkstra's Algorithm

Algoritmo que dado un grafo con pesos no negativos halla la ruta mínima entre un nodo inicial s y todos los demás nodos.

```

int v,e;
vector<Node> ady[100001];
int marked[100001];
long long distance[100001];
int prev[100001];

class cmp
{
public:
    bool operator()(Node n1,Node n2)
    {
        if(n1.second>n2.second)
            return true;
        else
            return false;
    }
};

void init(){
    long long max=LLONG_MAX;
    for(int j=0; j<=v; j++){
        ady[j].clear();
        marked[j]=0;
        prev[j]=-1;
        distance[j]=max;
    }
}

```

```

void dijkstra(int s){
    priority_queue< Node , vector<Node> , cmp > pq;
    pq.push(Node(s, 0)); //se inserta a la cola el nodo
                           Inicial.
    distance[s]=0;
    int actual, j, adjacent;
    long long weight;

    while(!pq.empty()){
        actual=pq.top().first;
        pq.pop();
        if(marked[actual]==0){
            marked[actual]=1;
            for(j=0; j<ady[actual].size(); j++){
                adjacent=ady[actual][j].first;
                weight=ady[actual][j].second;
                if(marked[adjacent]==0){
                    if(distance[adjacent]>distance[actual]+weight){
                        distance[adjacent]=distance[actual]+weight;
                        prev[adjacent]=actual;
                        pq.push(Node(adjacent,
                                    distance[adjacent]));
                    }
                }
            }
        }
    }
}

```

4.4. Flood Fill

Dado un grafo implícito colorea y cuenta el tamaño de las componentes conexas. Normalmente usado en rejillas 2D.

//aka Coloring the connected components

```

int dy[] = {1,1,0,-1,-1,-1, 0, 1};
int dx[] = {0,1,1, 1, 0,-1,-1,-1};
char grid[tam][tam];

```

```

int X, Y;

int floodfill(int y, int x, char c1, char c2) {
    if (y < 0 || y >= Y || x < 0 || x >= X) return 0;

    if (grid[y][x] != c1) return 0; // base case

    int ans = 1;
    grid[y][x] = c2; // se cambia el color para prevenir
                      ciclos

    for (int i = 0; i < 8; i++)
        ans += floodfill(y + dy[i], x + dx[i], c1, c2);

    return ans;
}

```

4.5. Floyd-Warshall's Algorithm

Algoritmo para grafos que halla la distancia mínima entre cualquier par de nodos. Matrix[i][j] guardará la distancia mínima entre el nodo i y el j.

```
#define Node pair<int,long long> //(Vertice adyacente, peso)
```

```

int v,e;
int matrix[505][505];

```

```

void floydWarshall(){
    int k=0;
    int aux, i ,j;

    while(k<v){
        for(i=0; i<v; i++){
            if(i!=k){
                for(j=0; j<v; j++){
                    if(j!=k){
                        aux=matrix[i][k]+matrix[k][j];
                        if(aux<matrix[i][j] && aux>0){

```



```

        matrix[i][j]=aux;
    }
}
}
}
k++;
}
}

```

4.6. Kruskal's Algorithm

Algoritmo para hallar el arbol cobertor mínimo de un grafo no dirigido y conexo. Utiliza la técnica de Union-Find (Conjuntos disjuntos) para detectar que aristas generan ciclos. Para hallar los 2 arboles cobertores minimos, se debe ejecutar el algoritmo $v-1$ veces, en cada una de ellas descartar una de las aristas previamente elegidas en el arbol.

```

struct Edge{
    int origen, destino, peso;

    bool operator!=(const Edge& rhs) const{
        if(rhs.origen!=origen || rhs.destino!=destino ||
           rhs.peso!=peso){
            return true;
        }
        return false;
    }
};

int v,e;
int MAX=10001;
int parent[MAX];
int rank[MAX];
Edge edges[MAX];
Edge answer[MAX];

void init(){

```

```

    for(int i=0; i<v; i++){
        parent[i]=i;
        rank[i]=0;
    }
}

int cmp(const void* a, const void* b)
{
    struct Edge* a1 = (struct Edge*)a;
    struct Edge* b1 = (struct Edge*)b;
    return a1->peso > b1->peso;
}

int find(int i){
    if(parent[i]!=i){
        parent[i]=find(parent[i]);
    }
    return parent[i];
}

void unionFind(int x, int y){
    int xroot = find(x);
    int yroot = find(y);

    // Attach smaller rank tree under root of high rank tree
    // (Union by rank)
    if (rank[xroot] < rank[yroot])
        parent[xroot] = yroot;
    else if (rank[xroot] > rank[yroot])
        parent[yroot] = xroot;

    // If ranks are same, then make one as root and increment
    // its rank by one
    else{
        parent[yroot] = xroot;
        rank[xroot]++;
    }
}

void kruskal(){
    Edge actual;

```

```

int aux=0;
int i=0;
int x,y;
qsort(edges, e, sizeof(edges[0]), cmp);

while(aux<v-1){
    actual=edges[i];
    x=find(actual.origen);
    y=find(actual.destino);

    if(x!=y){
        answer[aux]=actual;
        aux++;
        unionFind(x, y);
    }
    i++;
}
}

```

4.7. Maxflow

Dado un grafo, halla el máximo flujo entre una fuente s y un sumidero t.

```

vector<int> adyNetwork [105];
int capacity [105] [105]; //Capacidad de aristas de la red
int flow [105] [105]; //Flujo de cada arista
int anterior [105];

void connect(int i, int j, int cap){
    adyNetwork[i].push_back(j);
    adyNetwork[j].push_back(i);
    capacity[i][j]+=cap;
    //Si el grafo es dirigido no hacer esta linea
    //capacity[j][i]+=cap;
}

int maxflow(int s, int t, int n){ //s=fuente, t=sumidero,
    n=numero de nodos

```

```

int i, j, maxFlow, u, v, extra, start, end;
for(i=0; i<=n; i++){
    for(j=0; j<=n; j++){
        flow[i][j]=0;
    }
}

maxFlow=0;

while(true){
    for(i=0; i<=n; i++) anterior[i]=-1;

    queue<int> q;
    q.push(s);
    anterior[s]=-2;

    while(q.size()>0){
        u=q.front();
        q.pop();
        if(u==t) break;
        for(j=0; j<adyNetwork[u].size(); j++){

            v=adyNetwork[u][j];
            if(anterior[v]==-1 && capacity[u][v] -
                flow[u][v]>0){
                q.push(v);
                anterior[v]=u;
            }
        }
    }
    if(anterior[t]==-1)break;

    extra=1<<30;
    end=t;
    while(end!=s){
        start=anterior[end];
        extra=min(extra,
            capacity[start][end]-flow[start][end]);
        end=start;
    }
}

```

```

        end=t;
        while(end!=s){
            start=anterior[end];
            flow[start][end]+=extra;
            flow[end][start]= -flow[start][end];
            end=start;
        }

        maxFlow+=extra;
    }

    return maxFlow;
}

int main(){
    //Para cada arista
    connect(s,d,f); //origen, destino, flujo
}

```

4.8. Tarjan's Algorithm

Algoritmo para hallar los puentes e itsmos en un grafo no dirigido.

```

vector<int> ady[1010];
int marked[1010];
int previous[1010];
int dfs_low[1010];
int dfs_num[1010];
int itsmos[1010];
int n, e;
int dfsRoot, rootChildren, cont;
vector<pair<int,int>> bridges;

void init(){
    bridges.clear();
    cont=0;
    int i;
    for(i=0; i<n; i++){
        ady[i].clear();
    }
}

```

```

        marked[i]=0;
        previous[i]=-1;
        itsmos[i]=0;
    }
}

void dfs(int u){
    dfs_low[u]=dfs_num[u]=cont;
    cont++;
    marked[u]=1;
    int j, v;

    for(j=0; j<ady[u].size(); j++){
        v=ady[u][j];
        if(marked[v]==0){
            previous[v]=u;
            //para el caso especial
            if(u==dfsRoot){
                rootChildren++;
            }
            dfs(v);
            //Itsmos
            if(dfs_low[v]>=dfs_num[u]){
                itsmos[u]=1;
            }
            //Bridges
            if(dfs_low[v]>dfs_num[u]){
                bridges.push_back(make_pair(min(u,v),max(u,v)));
            }
            dfs_low[u]=min(dfs_low[u], dfs_low[v]);
        }else if(v!=previous[u]){ //Arco que no sea backtrack
            dfs_low[u]=min(dfs_low[u], dfs_num[v]);
        }
    }
}

int main(){
    //Antes de ejecutar el Algoritmo
    cont=0;
    dfsRoot=0;
    rootChildren=0;
}

```

```
    dfs(0);
}
```

5. Math

5.1. Binary Exponentiation

Realiza a^b y retorna el resultado módulo c . Si se elimina el módulo c , debe tenerse precaución para no exceder el límite

```
int binaryExponentiation(int a, int b, int c){
    if (b == 0){
        return 1;
    }
    if (b % 2 == 0){
        int temp = binaryExponentiation(a,b/2, c);
        return ((long long)(temp) * temp) % c;
    }else{
        int temp = binaryExponentiation(a, b-1, c);
        return ((long long)(temp) * a) % c;
    }
}
```

5.2. Binomial Coefficient

Calcula el coeficiente binomial nCr , entendido como el número de subconjuntos de k elementos escogidos de un conjunto con n elementos.

```
long long binomialCoefficient(long long n, long long r) {
    if (r < 0 || n < r) {
        return 0;
    }
    r = min(r, n - r);
    long long ans = 1;
    for (int i = 1; i <= r; i++) {
```

```
        ans = ans * (n - i + 1) / i;
    }
    return ans;
}
```

5.3. Catalan Number

Guarda en el array Catalan Numbers los numeros de Catalan hasta MAX.

```
const int MAX = 30;
long long catalanNumbers[MAX+1];

void catalan(){
    catalanNumbers[0] = 1;
    for(int i = 1; i <= MAX; i++){
        catalanNumbers[i] = (long
                             long)(catalanNumbers[i-1]*((double)(2*((2
                             * i)- 1))/(i + 1))));
    }
}
```

5.4. Euler Totient

Función totient o indicatriz (ϕ) de Euler. Para cada posición n del array result retorna el número de enteros positivos menores o iguales a n que son coprimos con n (Coprimos: MCD=1)

```
#include <string.h>

const int MAX = 100;
int result[MAX];

void totient () {
    bool temp[MAX];
    int i,j;
    memset(temp,1,sizeof(temp));
```

```

    for(i = 0; i < MAX; i++) {
        result[i] = i;
    }
    for(i = 2; i < MAX; i++){
        if(temp[i]) {
            for(j = i; j < MAX ; j += i){
                temp[j] = false;
                result[j] = result[j] -
                    (result[j]/i) ;
            }
            temp[i] = true ;
        }
    }
}

```

5.5. Gaussian Elimination

Resuelve sistemas de ecuaciones lineales por eliminación Gaussiana. matrix contiene los valores de la matriz cuadrada y result los resultados de las ecuaciones. Retorna un vector con el valor de las n incongnitas. Los resultados pueden necesitar redondeo.

```

#include <vector>
#include <algorithm>
#include <limits>
#include <cmath>

const int MAX = 100;
int n = 3;
double matrix[MAX][MAX];
double result[MAX];

vector<double> gauss() {
    vector<double> ans(n, 0);
    double temp;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int pivot = i;
        for (int j = i + 1; j < n; j++) {

```

```

            temp = fabs(matrix[j][i]) -
                fabs(matrix[pivot][i]);
            if (temp > numeric_limits<double>::epsilon()) {
                pivot = j;
            }

            swap(matrix[i], matrix[pivot]);
            swap(result[i], result[pivot]);

            if (!(fabs(matrix[i][i]) <
                numeric_limits<double>::epsilon())) {

                for (int k = i + 1; k < n; k++) {
                    temp = -matrix[k][i] / matrix[i][i];
                    matrix[k][i] = 0;
                    for (int l = i + 1; l < n; l++) {
                        matrix[k][l] += matrix[i][l] *
                            temp;
                    }
                    result[k] += result[i] * temp;
                }
            }

            for (int m = n - 1; m >= 0; m--) {
                temp = result[m];
                for (int i = n - 1; i > m; i--) {
                    temp -= ans[i] * matrix[m][i];
                }
                ans[m] = temp / matrix[m][m];
            }
            return ans;
        }
    }
}

```

5.6. Greatest common divisor

Calcula el máximo común divisor entre a y b mediante el algoritmo de Euclides

```

int mcd(int a, int b) {

```

```

    int aux;
    while(b!=0){
        a %= b;
        aux = b;
        b = a;
        a = aux;
    }
    return a;
}

```

5.7. Lowest Common Multiple

Calculo del mínimo común múltiplo usando el máximo común divisor. REQUIERE mcd(a,b)

```

int mcm(int a, int b) {
    return a*b/mcd(a,b);
}

```

5.8. Miller-Rabin

La función de Miller-Rabin determina si un número dado es o no un número primo.

```

#include <cstdlib>

long long mulmod(long long a, long long b, long long mod){
    long long x = 0;
    long long y = a % mod;
    while (b > 0){
        if (b % 2 == 1){
            x = (x + y) % mod;
        }
        y = (y * 2) % mod;
        b /= 2;
    }
    return x % mod;
}

```

```

}

long long modulo(long long base, long long exponent, long
long mod){
    long long x = 1;
    long long y = base;
    while (exponent > 0){
        if (exponent % 2 == 1)
            x = (x * y) % mod;
        y = (y * y) % mod;
        exponent = exponent / 2;
    }
    return x % mod;
}

bool miller(long long p){
    if (p < 2){
        return false;
    }
    if (p != 2 && p % 2==0){
        return false;
    }
    long long s = p - 1;
    while (s % 2 == 0){
        s /= 2;
    }
    for (int i = 0; i < 5; i++){
        long long a = rand() % (p - 1) + 1;
        long long temp = s;
        long long mod = modulo(a, temp, p);
        while (temp != p - 1 && mod != 1 && mod != p - 1){
            mod = mulmod(mod, mod, p);
            temp *= 2;
        }
        if (mod != p - 1 && temp % 2 == 0){
            return false;
        }
    }

    return true;
}

```

```
}
```

5.9. Prime Factorization

Guarda en primeFactors la lista de factores primos del value de menor a mayor.

IMPORTANTE: Debe ejecutarse primero la criba de Eratostenes. La criba debe existir al menos hasta la raiz cuadrada de value (se recomienda dejar un poco de excedente).

```
#include <vector>

vector <long long> primeFactors;

void calculatePrimeFactors(long long value){
    primeFactors.clear();
    long long temp = value;
    int factor;
    for (int i = 0; (long long)primes[i] * primes[i] <=
        value; ++i){
        factor = primes[i];
        while (temp % factor == 0){
            primeFactors.push_back(factor);
            temp /= factor;
        }
    }
    if (temp != 1) {
        primeFactors.push_back(temp);
    }
}
```

5.10. Sieve of Eratosthenes

Guarda en primes los números primos menores o iguales a MAX

```
#include <vector>
```

```
const int MAX = 10000000;
vector<int> primes;
bool sieve[MAX+5];

void calculatePrimes() {
    sieve[0] = sieve[1] = 1;
    int i;
    for (i = 2; i * i <= MAX; i++) {
        if (!sieve[i]) {
            primes.push_back(i);
            for (int j = i * i; j <= MAX; j += i)
                sieve[j] = true;
        }
    }
    for(; i <= MAX; i++){
        if (!sieve[i]) {
            primes.push_back(i);
        }
    }
}
```

6. String

6.1. KMP's Algorithm

Encuentra si el string pattern se encuentra en el string cadena.

```
#include <vector>

vector<int> table(string pattern){
    int m=pattern.size();
    vector<int> border(m);
    border[0]=0;

    for(int i=1; i<m; ++i){
        border[i]=border[i-1];
        while(border[i]>0 &&
            pattern[i]!=pattern[border[i]]){

```

```

        border[i]=border[border[i]-1];
    }
    if(pattern[i] == pattern[border[i]]){
        border[i]++;
    }
}
return border;
}

bool kmp(string cadena, string pattern){
    int n=cadena.size();
    int m=pattern.size();
    vector<int> tab=table(pattern);
    int seen=0;

    for(int i=0; i<n; i++){
        while(seen>0 && cadena[i]!=pattern[seen]){
            seen=tab[seen-1];
        }
        if(cadena[i]==pattern[seen])
            seen++;
        if(seen==m){
            return true;
        }
    }
    return false;
}

```

7. Tips and formulas

7.1. ASCII Table

Caracteres ASCII con sus respectivos valores numéricos.

No.	ASCII	No.	ASCII
0	NUL	16	DLE
1	SOH	17	DC1
2	STX	18	DC2
3	ETX	19	DC3

4	EOT	20	DC4
5	ENQ	21	NAK
6	ACK	22	SYN
7	BEL	23	ETB
8	BS	24	CAN
9	TAB	25	EM
10	LF	26	SUB
11	VT	27	ESC
12	FF	28	FS
13	CR	29	GS
14	SO	30	RS
15	SI	31	US

No.	ASCII	No.	ASCII
32	(space)	48	0
33	!	49	1
34	"	50	2
35	#	51	3
36	\$	52	4
37	%	53	5
38	&	54	6
39	'	55	7
40	(56	8
41)	57	9
42	*	58	:
43	+	59	;
44	,	60	i
45	-	61	=
46	.	62	¿
47	/	63	?

No.	ASCII	No.	ASCII
64	@	80	P
65	A	81	Q
66	B	82	R

67	C	83	S
68	D	84	T
69	E	85	U
70	F	86	V
71	G	87	W
72	H	88	X
73	I	89	Y
74	J	90	Z
75	K	91	[
76	L	92	\
77	M	93]
78	N	94	^
79	O	95	-

No.	ASCII	No.	ASCII
96	'	112	p
97	a	113	q
98	b	114	r
99	c	115	s
100	d	116	t
101	e	117	u
102	f	118	v
103	g	119	w
104	h	120	x
105	i	121	y
106	j	122	z
107	k	123	{
108	l	124	
109	m	125	}
110	n	126	~
111	o	127	

7.2. Catalan Number

$$C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n} = \frac{(2n)!}{(n+1)!n!}$$

Primeros 30 números de Catalán:

n	C_n
0	1
1	1
2	2
3	5
4	14
5	42
6	132
7	429
8	1.430
9	4.862
10	16.796
11	58.786
12	208.012
13	742.900
14	2.674.440
15	9.694.845
16	35.357.670
17	129.644.790
18	477.638. 700
19	1.767.263.190
20	6.564.120.420
21	24.466.267.020
22	91.482.563.640
23	343.059.613.650
24	1.289.904.147.324
25	4.861.946.401.452
26	18.367.353.072.152
27	69.533.550.916.004

28	263.747.951.750.360
29	1.002.242.216.651.368
30	3.814.986.502.092.304

7.3. Euclidean Distance

$$d_E(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

7.4. Permutation and combination

Combinación (Coeficiente Binomial): Número de subconjuntos de k elementos escogidos de un conjunto con n elementos

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Combinación con repetición: Número de grupos formados por n elementos, partiendo de m tipos de elementos.

$$CR_m^n = \binom{m+n-1}{n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$$

Permutación: Número de formas de agrupar n elementos, donde importa el orden y sin repetir elementos

$$P_n = n!$$

Elegir r elementos de n posibles con repetición

$$n^r$$

Permutaciones con repetición: Se tienen n elementos donde el primer elemento se repite a veces, el segundo b veces, el tercero c veces, ...

$$PR_n^{a,b,c,\dots} = \frac{P_n}{a!b!c!\dots}$$

Permutaciones sin repetición: Número de formas de agrupar r elementos de n disponibles, sin repetir elementos

$$\frac{n!}{(n-r)!}$$

7.5. Time Complexities

Aproximación del mayor número n de datos que pueden procesarse para cada una de las complejidades algorítmicas. Tomar esta tabla solo como referencia.

Complexity	n
$O(n!)$	11
$O(n^5)$	50
$O(2^n * n^2)$	18
$O(2^n * n)$	22
$O(n^4)$	100
$O(n^3)$	500
$O(n^2 \log_2 n)$	1.000
$O(n^2)$	10.000
$O(n \log_2 n)$	10^6
$O(n)$	10^8
$O(\sqrt{n})$	10^{16}
$O(\log_2 n)$	-
$O(1)$	-

7.6. mod: properties

1. $(a \% b) \% b = a \% b$ (Propiedad neutro)
2. $(ab) \% c = ((a \% c)(b \% c)) \% c$ (Propiedad asociativa en multiplicación)
3. $(a + b) \% c = ((a \% c) + (b \% c)) \% c$ (Propiedad asociativa en suma)