

A)

La distribución de la diferencia de las medias muestrales es:

$$\bar{X}_A - \bar{X}_B \sim N(\mu_A - \mu_B, \frac{\sigma_A^2}{n} + \frac{\sigma_B^2}{n})$$

donde  $\bar{X}_A$  y  $\bar{X}_B$  son las medias muestrales de las bombillas A y B, respectivamente,  $n = 125$  es el tamaño de la muestra en cada grupo,  $\mu_A = 1400$  y  $\mu_B = 1200$  son las duraciones medias de las bombillas A y B, respectivamente,  $\sigma_A = 200$  y  $\sigma_B = 100$  son las desviaciones típicas de las duraciones de las bombillas A y B, respectivamente.

Queremos calcular la probabilidad de que  $\bar{X}_A - \bar{X}_B \geq 160$ . Para ello, primero estandarizamos la variable aleatoria:

$$\frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n} + \frac{\sigma_B^2}{n}}} \sim N(0, 1)$$

Luego, utilizando la tabla de la distribución normal estándar, podemos obtener:

$$P(\bar{X}_A - \bar{X}_B \geq 160) = P\left(Z \geq \frac{160}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n} + \frac{\sigma_B^2}{n}}}\right)$$

donde  $Z$  es una variable aleatoria normal estándar. Sustituyendo los valores dados, tenemos:

$$P(\bar{X}_A - \bar{X}_B \geq 160) = P\left(Z \geq \frac{160}{\sqrt{\frac{200^2}{125} + \frac{100^2}{125}}}\right) \approx 0.9767$$

Por lo tanto, la probabilidad de que la duración media de las bombillas de A sea al menos 160 horas mayor que la duración media de las bombillas de B es de aproximadamente 0.9767 .

B)

Queremos calcular la probabilidad de que  $\bar{X}_A - \bar{X}_B \geq 250$ . Para ello, estandarizamos la variable aleatoria:

$$\frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n} + \frac{\sigma_B^2}{n}}} \sim N(0, 1)$$

Luego, utilizando la tabla de la distribución normal estándar, podemos obtener:

$$P(\bar{X}_A - \bar{X}_B \geq 250) = P\left(Z \geq \frac{250}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n} + \frac{\sigma_B^2}{n}}}\right)$$

donde  $Z$  es una variable aleatoria normal estándar. Sustituyendo los valores dados, tenemos:

$$P(\bar{X}_A - \bar{X}_B \geq 250) = P\left(Z \geq \frac{250}{\sqrt{\frac{200^2}{125} + \frac{100^2}{125}}}\right) \approx 0.7611$$

Por lo tanto, la probabilidad de que la duración media de las bombillas de A sea al menos 250 horas mayor que la duración media de las bombillas de B es de aproximadamente 0.7611 o del 76.11