INSTITUTO TECNOLOGICO SUPERIOR DE CHICONTEPEC

INGENIERIA EN SISTEMAS COMPUTACIONALES

NOMBRE DE LA MATERIA:

Métodos Numéricos

SEMESTRE:

4º semestre

NOMBRE DEL ALUMNO:

Carlos Humberto Tejeda Osorio.

NOMBRE DEL DOCENTE:

Ing. Efrén Flores Cruz

TRABAJO:

Resumen unidad 6.

Chicontepec, Ver 29 de mayo de 2020

Unidad 6

METODOS DE UN PASO

Los metodos de un paso tienen por objetivo obtener una aproximación de la solución de un problema bien planteado de valor inicial en cada punto de la malla, basandose en el resultado obtenido para el punto anterior.
Se desarrollan aquí los metodos Taylor, y de Runge kutta. Para ver el detalle de cada uno de los metodos hacer click en cada uno de los siguientes vinculos. para volver a esta pagina, hacer click en la solapa "metodo de un paso".

- METODO DE EULER
- METODOS DE TAYLOR
- METODOS DE RUNGE KUTTA.

Hay dos cuestiones importantes que deben tenerse en cuenta al evaluar un algoritmo.

- EL ESFUERZO COMPUTACIONAL REQUERIDO PARA EJECUTARLO
- LA PRECISION QUE ESTO ESFUERZO PRODUCE

para los algoritmos vistos, el mayor esfuerzo se presenta en la evaluación de f. El algoritmo de Euler hace una evaluacion de f por paso y el de RK4 hace 4, mientras que las de taylor, tienen la complicación de evaluar las derivadas de f en cada paso. por esta razon, y dado que un metodo de Runge-kutta de orden m tiene la misma precisión que el metodo de Taylor de igual orden, es que los metodos de Taylor no se utilizan con fines practicos.

METODOS DE PASOS MULTIPLES

Los metodos de un paso descritos en las secciones anteriores utilizan informacion en un solo punto x_i para predecir el valor dependiente y_{i+1}.

Se considera el problema de valores iniciales (P.V.I.) 8<: $y0(x) = f(x; y(x))$; x 2 $[a; b]$; $y(a) = y0$ dado, el que supondremos tiene solucion unica y: $[a; b]$.

Dada una particion del intervalo $[a; b]$: $a = x_0 < x_1 < \; < x_N = b$; los metodos que hemos visto hasta aqui solo usan la informacion del valor y_i de la solucion calculada en x_i para obtener y_{i+1} por eso se denominan metodos paso multiple. Tambien pueden utilizarse los valores y_i

para ello, si integramos $y0(x) = f(x; y(x))$ en el intervalo $[x_i; x_{i+1}]$, se tiene Z x_{i+1} x_i $y0(x)\,dx$ = Z x_{i+1} x_i $f(x; y(x))$.

El metodo de Heun de no auto inicio

Recordemos que el procedimiento de Heun usa el metodo de Euler como un predictor:

$$y_{i+1}^{0} = y_i + f(x_i, y_i)h$$

y la regla trapezoidal como un corrector

$$y_{i+1} = y_i + \frac{f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^{0})}{2}$$

SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

UN SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE CUALQUIER ORDEN PUEDE SER REDUCIDO A UN SISTEMA EQUIVALENTE DE PRIMER ORDEN, SI SE INTRODUCEN NUEVAS VARIABLES Y ECUACIONES. POR ESA RAZON EN ESTE ARTICULO (RESUMEN) PODEMOS VER QUE UN SISTEMA DE ECUACIONES ORDINARIAS DE PRIMER ORDEN ESTA ESCRITO EN FORMA EXPLICITA

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = F_1(x_1, x_2, \ldots, x_n; t) \\ \dfrac{dx_2}{dt} = F_2(x_1, x_2, \ldots, x_n; t) \\ \vdots \\ \dfrac{dx_n}{dt} = F_n(x_1, x_2, \ldots, x_n, t) \end{cases}$$

DADO UN SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES DE ORDEN n CON m ECUACIONES:

$$F_i\left(x_j, \frac{dx_j}{dt}, \ldots, \frac{d^n x_j}{dt^n}\right) = 0 \quad \text{con } i, j \in \{1, 2, \ldots, m\}$$

EXISTE UN SISTEMA EQUIVALENTE DE PRIMER ORDEN CON A LO SUMO $(n+1) \times m$ ECUACIONES. PARA VER ESTO CONSIDERAMOS UN SISTEMA EN QUE INTERVIENEN m FUNCIONES INCOGNITAS x_i Y SUS n DERIVADAS, E INTRODUZCAMOS UN NUEVO CONJUNTO DE VARIABLES $y_{i,k}$ DEFINIDOS DE LA SIGUIENTE MANERA

$$y_{i,k}(t) := \frac{d^k x_i(t)}{dt^k}$$

EL SISTEMA DE PRIMER ORDEN EQUIVALENTE EN LAS VARIABLES $y_{i,k}$ RESULTA SER:

$$y_{i,k+1} = \frac{dy_{i,k}}{dt} \qquad k \in \{0,2,\dots,n-1\}$$

$$F_i(y_{j,0}, y_{j,1}, \dots y_{j,n}; t) = 0 \qquad i,j \in \{1,2,\dots,m\}$$

EJERCICIO

APLICAR EL METODO DE EULER PARA ESTIMAR LA SOLUCION $x=1$ de $y' = 1 - x + 4y$, $y(0) = 1$ Siendo $Z_0 = 1$ y los TAMAÑOS DE PASO SIGUIENTES: 0,1; 0,05, 0.025, 0, 0125. RESOLVER LA ECUACIÓN DIFERENCIAL. VALORAR EL ERROR COMETIDO Y COMPARARLO CON EL TAMAÑO DE PASO UTILIZADO

RESULTADOS DE APLICAR EL METODO DE EULER CON DISTINTOS TAMAÑOS DE PASO A: $y' = 1 - x + 4y$, $y(0) = 1$, PARA APROXIMAR LA SOLUCIÓN EN $x = 1$

X	h=0,1	h=0,05	h=0,025	h=0,0125	Exacto
1	34,411490	45,588399	53,807866	60,037124	64,897803
Error Global	30,48...	19,309...	11,09...	4,86...	

SE OBSERVA QUE AL DISMINUIR LOS TAMAÑOS DEL PASO A LA MITAD LOS ERRORES COMETIDOS SE

REDUCEN CADA VEZ APROXIMANDOSE A LA MITAD. EN ESTE SENTIDO SE DICE QUE EL ORDEN DE ERROR ES SIMILAR A H, EL TAMAÑO DE PASO.