

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE CHICONTEPEC



INGENIERIA EN SISTEMAS COMPUTACIONALES

NOMBRE DE LA MATERIA:

Métodos Numéricos

SEMESTRE:

4º semestre

NOMBRE DEL ALUMNO:

Carlos Humberto Tejeda Osorio.

NOMBRE DEL DOCENTE:

Ing. Efrén Flores Cruz

TRABAJO:

Resumen unidad 3.

MÉTODOS NUMÉRICOS.

Unidad 3

3.1 MÉTODOS ITERATIVOS

El primer método iterativo para solucionar un sistema lineal apareció probablemente en una letra de Gauss a un estudiante suyo. Él propuso el solucionar de un sistema 4 by-4 de ecuaciones en varias ocasiones solucionando el componente del cual la residual era la más grande.

Un método iterativo es un método que progresivamente va calculando aproximaciones a la solución de un problema. En Matemáticas, en un método iterativo se repite un mismo proceso de mejora sobre una solución aproximada. Se espera que lo obtenido sea una solución más aproximada que la inicial. El proceso se repite sobre esta nueva solución hasta que el resultado más reciente satisfaga ciertos requisitos. A diferencia de los métodos directos, en los cuales se debe terminar el proceso al término de una iteración n se obtiene una aproximación a la solución.

3.2 SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES

Un sistema de ecuaciones es no lineal, cuando al menos una de sus ecuaciones no es de primer grado

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

La resolución de estos sistemas se suele hacer por el método de sustitución, para ello,

se siguen los siguientes pasos:

1° Se despeja una incógnita en una de las ecuaciones, preferentemente en la de primer grado

$$y = 7 - x$$

2° Se sustituye el valor de la incógnita despejada en la otra ecuación.

$$x^2 + (7 - x)^2 = 25$$

3° Se resuelve la ecuación resultante.

$$x^2 + 49 - 14x + x^2 = 25$$

$$2x^2 - 14x + 24 = 0$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x_1 = 4$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} = x_2 = 3$$

4° Cada uno de los valores obtenidos se sustituye en la otra ecuación, se obtienen así los valores correspondientes de la otra incógnita.

$$x = 3$$

$$y = 7 - 3$$

$$y = 4$$

$$x = 4$$

$$y = 7 - 4$$

$$y = 3$$

3.3 ITERACION Y CONVERGENCIA DE SISTEMAS DE ECUACIONES.

En general, en todos los procesos iterativos para resolver el sistema $Ax = b$ se recurre a una cierta matriz Q , llamada matriz descomposición, escogida de tal forma que el problema original adopte la forma equivalente:

$$Qx = (Q - A)x + b \quad (62)$$

La ecuación (62) sugiere un proceso iterativo que se concentra al escribir:

$$Qx^{(k)} = (Q - A)x^{(k-1)} + b \quad (k \geq 1) \quad (63)$$

El vector inicial $x^{(0)}$ puede ser arbitrario, aunque si se dispone de un buen candidato como solución, este es el que se debe emplear. La aproximación inicial que se adopta, a no ser que se disponga de una mejor, es la idénticamente nula: $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$. A partir de la ecuación (63) se puede calcular una sucesión de vectores $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots$. Nuestro objetivo es escoger una matriz Q de manera que:

- Se pueda calcular fácilmente la sucesión $[x^{(k)}]$.
- La sucesión $[x^{(k)}]$ converja rápidamente a la solución.

Como en todo método iterativo, debemos especificar un criterio de convergencia. Si N es un número máximo de iteraciones. Para asegurar que el proceso se detiene si no se alcanza la convergencia. Este caso puesto que x es un vector se aplican 2 criterios.

3.4 APLICACIONES.

Una compañía de electrónica produce transistores, resistores, chips de computadora y diodos. Cada transistor requiere cuatro unidades de cobre, una de zinc, dos de vidrio y una de silicio. Cada resistor requiere tres, tres, una y dos unidades de dichos materiales respectivamente. Cada chip de computadora requiere dos, una, cuatro y una unidades de dichos materiales, respectivamente. Y cada diodo requiere una, una, una y cinco unidades de los materiales respectivamente. En forma de tabla, esta información queda así:

Componente	cobre	zinc	vidrio	silicio
Transistores	4	1	2	1
Resistores	3	3	1	2
chips de Comp.	2	1	4	1
Diodos	1	1	1	5

Los suministros de estos materiales varían de una semana a la otra, de modo que la compañía necesita determinar una corrida diferente cada semana. Por ejemplo, cierta semana las cantidades disponibles de los materiales son 960 unidades de cobre, 510 unidades de zinc, 610 unidades de vidrio y 550 unidades de silicio. plantee el sistema de ecuaciones que modela la corrida de producción y encuentre el número de transistores, resistores, chips de computadora y diodos por manufacturar esta semana. Use el método de Gauss seidel, con un error permisible de 0.001

Solución.

$$\begin{aligned} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &= 960 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &= 510 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 &= 610 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 &= 550 \end{aligned}$$

Se despejan las x_i :

$$x_1^{k+1} = \frac{1}{4}(960 - 3x_2^k - 2x_3^k - x_4^k)$$

$$x_2^{k+1} = \frac{1}{3}(510 - x_1^{k+1} - x_3^k - x_4^k)$$

$$x_3^{k+1} = \frac{1}{4}(610 - 2x_1^{k+1} - x_2^{k+1} - x_4^k)$$

$$x_4^{k+1} = \frac{1}{5}(550 - x_1^{k+1} - 2x_2^{k+1} - x_3^{k+1})$$

iterando en las ecuaciones hasta llegar al Error permisible. se tiene.

K	x_1	x_2	x_3	x_4	Error	$\leq \epsilon_p$
0	0	0	0	0		
1	240	90	10	24	4	NO
2	161.5	104.833333	39.5416667	27.8583333	1.51316311	NO
3	134.6396	102.653472	52.5522569	31.5002431	6.58392343	NO
4	128.8587	99.0295978	55.4381965	33.5287823	0.19401912	NO
5	129.6265	97.1355061	55.0206715	34.2163607	0.05310605	NO
6	131.0839	96.5576745	54.264919	34.3065375	0.03365426	NO
7	131.8716	96.5192811	53.8577452	34.2464185	0.01569034	NO
8	132.1201	96.5919248	53.7303832	34.1931914	0.00656117	NO
9	132.1426	96.6446321	53.7192669	34.1697779	0.00160645	NO
10	132.1144	96.6655024	53.7339559	34.1641183	0.00086786	SI