

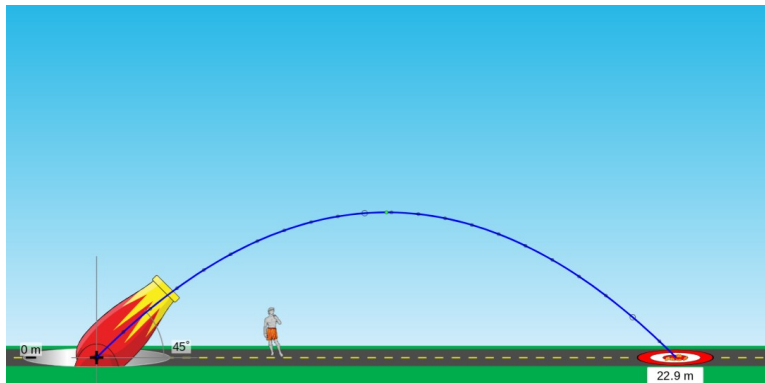
Movimiento de proyectiles

Carlos David Ureña Pérez

30 de agosto del 2019

1 Introduccion

El movimiento de proyectil es una forma de movimiento que experimenta un objeto o partícula (un proyectil) que se arroja cerca de la superficie de la Tierra y se mueve a lo largo de una trayectoria curva solo bajo la acción de la gravedad (en particular, se supone que los efectos de la resistencia del aire son insignificantes) Galileo demostró que este camino curvo es una parábola.



Ejemplo de tiro parabólico

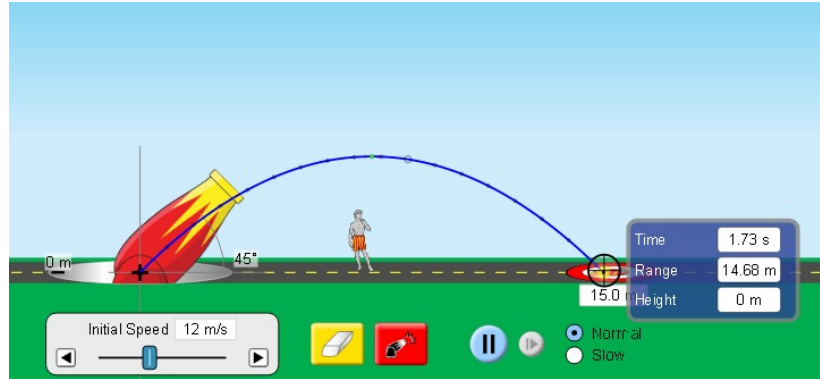
2 Tiempo de vuelo

El tiempo de vuelo total que el proyectil permanece en movimiento. Para encontrar esto, tenemos en cuenta que $y=0$ cuando el cuerpo llega al suelo.

$$t = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g} \quad (1)$$

En el ejemplo que veremos a continuación se vio la trayectoria de un proyectil desde una altura 0, con un ángulo del disparo de 45 y una velocidad inicial de 12m/s:

de vuelo.jpeg



Como se puede observar en el ejemplo el tiempo total del recorrido del proyectil es de 1.73 segundos.

3 Alcance máximo o rango del proyectil

El alcance máximo es la distancia horizontal que recorre el proyectil. Obtenemos la ecuación al sustituir la expresión del tiempo de movimiento en la ecuación de la coordenada x:

$$x = v_o x t = v_o \cos(\alpha) \frac{2v_o \sin(\alpha)}{g} = \frac{2v_o^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)}{g} \quad (2)$$

Y utilizando la relación trigonométrica $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, resulta :

$$x = \frac{v_o^2}{g} \sin 2\alpha \quad (3)$$

4 Altura máxima

La altura máxima de un proyectil lanzado se alcanza cuando $v_y=0$. De aquí podemos obtener el valor de t.

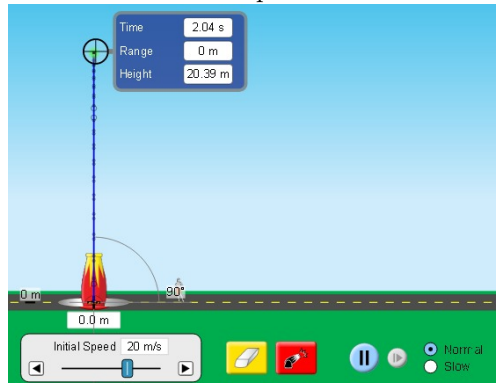
$$t = \frac{v_{oy}}{g} = \frac{v_o \sin(\alpha)}{g} \quad (4)$$

Sustituimos este valor en la ecuación de la coordenada y:

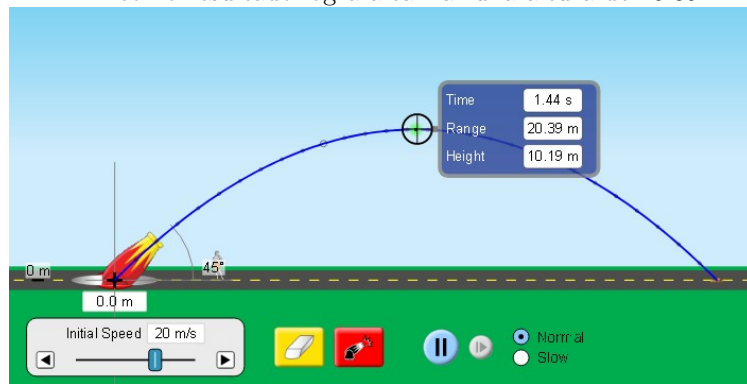
$$y_{max} = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{v_o^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{v_o^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad (5)$$

$$y_{max} = \frac{v_o^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad (6)$$

La altura máxima que se puede obtener cuando se dispara un proyectil solo se puede obtener cuando en este caso el "cañón" se encuentra a 90 grados, como se puede observar en el siguiente ejemplo:



En esta primera imagen vemos que el cañón tiene una inclinación de 90 grados y una velocidad inicial de 20m/s y como resultado logra alcanzar una altura de 20.39m



Caso contrario tenemos este disparo del cañón con una inclinación de 45 grados y con la misma velocidad inicial de 20m/s. Como resultado en el punto más alto de la parábola generada por el recorrido su altura es de solo 10.19m

5 Referencias

1. Projectile motion - Wikipedia: <https://en.wikipedia.org/wiki/Projectile-motion>
2. Tiro Parabolico - Descartes 2D: <http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales-didacticos/comp-movimientos/parabolico.htm>