Disciplina: Matemática Discreta e Lógica	Curso: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO	
Código 5595.8	Carga Horária: 60 horas	Créditos: 4.0.0
Professor: Luciano Reis Coutinho	Email: lrc@deinf.ufma.br	

MEDIA
6,0

Terceira Avaliação: Prova Escrita **Data:** 2 **de fevereiro 2017.**

Aluno : Sebastião Henrique N. Santos **Código:** ____________

INSTRUÇÕES

- A prova deve ser realizada INDIVIDUALMENTE e SEM CONSULTA à livros, anotações, etc.
- Todas as questões – sem exceção – devem ser respondidas na folha de respostas (papel almaço) que foi entregue junto com esta folha de enunciado das questões. Questões respondidas fora da folha de respostas não serão corrigidas.
- Cada questão consiste em um enunciado e um conjunto de requisitos que uma resposta aceitável deve satisfazer. Respostas dadas que não atendam aos requisitos podem em última instância ser completamente desconsideradas durante a correção da prova. Tenham sempre em mente os requisitos ao dar as suas respostas.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e a correspondente resposta.
- O tempo total de prova é de 100 min. A nota máxima é 10, apesar da soma dos pontos ser 11,5.

QUESTÕES

1. (1,5 pontos) Utilizando o **princípio de indução matemática**, prove passo a passo que para qualquer inteiro positivo n, $\sum_{i=1}^{n} i \cdot i! = (n+1)! - 1$. **Lembrete**: primeiro, prove a proposição para $n = 1$; em seguida, prove que se a proposição é verdadeira para um valor $n = k$ arbitrário, então ela também é verdadeira para $n = k + 1$.

2. (1,0 ponto) Apresente **definições recursivas** para cada uma das sequências abaixo definidas sobre os inteiros positivos:
   a) $a_n = 4n - 2$ b) $a_n = 1 + (-1)^2$

3. (2,0 pontos) Apresente uma **definição recursiva** para a função *ones(w)* que conta a quantidade de ums em uma cadeia de bits w ∈ {0,1}*. Em seguida, use **indução estrutural** para provar que *ones(st) = ones(s) + ones(t)*.

4. (1,0 ponto) Há quatro rotas entre uma cidade A e uma cidade B e seis rotas entre B e uma terceira cidade C. **Pergunta-se**: Quantas rotas existem entre A e C, passando por B? **Justifique** sua resposta mostrando como pelo menos um dos **princípios de contagem** discutidos em sala de aula pode ser usado para encontrar a solução correta.

5. (1,0 ponto) Um palíndromo é uma cadeia de símbolos cujo reverso é idêntico ao original. Por exemplo: "roma" e "amor" são palíndromos. **Pergunta-se**: Quantas cadeias binárias (formadas apenas por 0 e 1) de tamanho *n* são palíndromos. **Justifique** sua resposta mostrando como pelo menos um dos **princípios de contagem** discutidos em sala de aula pode ser utilizado para encontrar a solução correta.

6. (1,0 ponto) Em uma gaveta há 12 meias brancas e 12 meias pretas, todas misturadas. Uma pessoa, no escuro, tira meias da gaveta. Pergunta-se: (a) Quantas meias devem ser tiradas para garantir que, pelo menos, duas tenham a mesma cor? (b) Quantas devem ser tiradas para garantir que duas sejam pretas? Justifique suas respostas dos itens (a) e (b) mostrando exatamente como o **princípio da casa do pombo** pode ser utilizado na solução.

7. (1,0 ponto) Quantas relações diferentes existem sobre o conjunto {a,b,c,d}? Quantas contêm o par (a,a)? Justifique sua resposta utilizando os conceitos de **relações** e **contagem** discutidos em aula.

8. (1,0 ponto) Liste todos os pares ordenados da **relação** R={(a,b)| a divide b} sobre {1,2,3,4,5,6}. Em seguida desenhe o **gráfico da relação.**

9. Considere as relações abaixo sobre o conjunto E = {a, b, c}:
   R_1 = {(a, a), (b, b)}
   R_2 = {(a, b), (b, c), (a, c)}
   R_3 = {(a, b), (a, a), (c, c)}
   R_4 = {(a, a), (c, c), (a, c), (c, b), (b, b)}
   R_5 = {(a, b), (b, b), (c, a)}
   R_6 = {(a, c), (c, a), (a, a), (c, c)}
   R_7 = {(a, a), (a, c), (c, c), (b, b), (c, a)}

a) (0,5 ponto) Dentre essas relações, aponte TODAS as que são **REFLEXIVA.** 4, 7
b) (0,5 ponto) Dentre essas relações, aponte TODAS as que são **SIMÉTRICA.** 3, 2
c) (0,5 ponto) Dentre essas relações, aponte TODAS as que são **ANTI-SIMÉTRICA.**
d) (0,5 ponto) Dentre essas relações, aponte TODAS as que são **TRANSITIVA.**

Boa Sorte!