

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
DEIN0217 - Introdução à Criptografia
prof. Antonio de Abreu Batista Júnior
Prova III

Aluno(a): Thalles Almeida Silva

Questão 1

Como o grupo dos pontos de uma curva elíptica é usado em sistemas criptográficos?

Questão 2

Quais são as vantagens do uso de sistemas criptográficos de curvas elípticas?

Questão 3

Considere a curva elíptica E dada por $Y^2 = X^3 + 2X + 2 \pmod{17}$ e o ponto $P(5, 1)$

1. Calcule $4P$.
2. Calcule $-P$.
3. Encontre a ordem de P em E .
4. descubra k , onde k é um inteiro tal que $k * P$ é o ponto $(10, 6)$.

$$P(x_1, y_1) + Q(x_2, y_2) = R(x_3, y_3)$$

$$x_3 = s_2 - x_1 - x_2 \pmod{p} \text{ and } y_3 = s(x_1 - x_3) - y_1 \pmod{p}$$

where

$$s = \begin{cases} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \pmod{p} & ; \text{if } P \neq Q \text{ (point addition)} \\ \frac{3x_1^2 + a}{2y_1} \pmod{p} & ; \text{if } P = Q \text{ (point doubling)} \end{cases}$$

$$\frac{1}{3} \pmod{17}$$

$$3x \equiv 1 \pmod{17}$$

Entrada: Representação Binária de k e um ponto P

Saída: $Q = kP$

```

1:  $Q = P$ 
2: for  $i = n - 2$  to  $0$  do
3:    $Q = 2Q$  {Doubling}
4:   if  $k_i = 1$  then
5:      $Q = Q + P$  {Addition}
6:   end if
7: end for
8: return  $Q$ 

```

Algorithm 1: Double-and-Add Algorithm

Por exemplo, calcular $19P$.

$$\begin{array}{cccccc}
 k_4 2^4 + & k_3 2^3 + & k_2 2^2 + & k_1 2^1 + & k_0 2^0 = & 19 \\
 k_4 & k_3 & k_2 & k_1 & k_0 & \\
 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \\
 \hline
 2P & 4P & 8P + P & 18P + P & &
 \end{array}$$