

# Ejercicios Tema 2 - Estimación. Taller 1

Ricardo Alberich, Juan Gabriel Gomila y Arnau Mir

Curso completo de estadística inferencial con R y Python

## Contenidos

<b>1 Estimación taller 1</b>	<b>1</b>
1.1 Ejercicio 1	1
1.2 Ejercicio 2	1
1.3 Ejercicio 3	1
1.4 Ejercicio 4	1
1.5 Ejercicio 5	2
1.6 Ejercicio 6	2
1.7 Ejercicio 7	2
1.8 Ejercicio 8	2

## 1 Estimación taller 1

### 1.1 Ejercicio 1

El fabricante SMART\_LED fabrica bombillas led inteligentes y de alta gama. Supongamos que la vida de estas bombillas sigue una distribución exponencial de parámetro  $\lambda$ . Si tomamos una muestra aleatoria de tamaño  $n$  de estas bombillas y representamos por  $X_i$  la duración de la  $i$ -ésima bombilla para  $i = 1, \dots, n$ , ¿cuál es la función de densidad conjunta de la muestra?

### 1.2 Ejercicio 2

Sean  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  variables aleatorias que son una muestra aleatoria simple de una v.a.  $X$ . a. Dividimos la muestra en dos partes: de forma que la primera son los 5 primeros valores y la segunda los restantes. ¿Son independientes las dos partes? b. Volvemos a dividir la muestra en dos partes: la primera está formada por los 5 valores más pequeños y la segunda por el resto. ¿Son independientes las dos partes?

### 1.3 Ejercicio 3

Un fabricante de motores pone a prueba 6 motores sobre el mismo prototipo de coche de competición. Para probar que los motores tienen las mismas prestaciones se someten a distintas pruebas en un circuito. Las velocidades máximas en 10 vueltas al circuito de cada motor tras la prueba son 190, 195, 193, 177, 201 y 187 en Km/h. Estos valores forman una muestra aleatoria simple de la variable  $X$  = velocidad máxima de un motor en 10 vueltas. Se pide calcular los valores observados de los siguientes estadísticos de la muestra: a.  $\bar{X}$ . b.  $\hat{S}^2$ . c. Mediana. d.  $X_{(4)}$  (valor que ocupa el cuarto lugar ordenados los valores de menor a mayor).

### 1.4 Ejercicio 4

¿Cuál es la probabilidad de que el máximo de una muestra de tamaño  $n = 10$  de una v.a. uniforme en el intervalo  $(0, 1)$  sea mayor que 0.9? ¿Cuál es la probabilidad de sea menor que  $\frac{1}{2}$ ?

### 1.5 Ejercicio 5

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una muestra aleatoria simple de una variable aleatoria normal de parámetros  $\mu$  y  $\sigma$ . Denotemos por  $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$  la muestra ordenada de menor a mayor. a. Calcular la funciones de densidad del mínimo  $X_{(1)}$  y del máximo  $X_{(n)}$  b. ¿Alguna de estas variables sigue una distribución normal?

### 1.6 Ejercicio 6

Consideremos la muestra aleatoria simple  $X_1, X_2, \dots, X_n$  de una v.a  $X$  de media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$  desconocidas. Definimos

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \text{ y } T = \frac{\sqrt{n} \cdot (\bar{X} - \mu)}{\sigma}.$$

- a. ¿Cuál es la distribución de  $T$ ?
- b. ¿Es  $T$  un estadístico?

### 1.7 Ejercicio 7

Consideremos la muestra aleatoria simple  $X_1, X_2, \dots, X_n$  de tamaño  $n = 10$  de una v.a  $X$  normal estándar. Calculad  $P\left(2.56 < \sum_{i=1}^{10} X_i^2 < 18.31\right)$ .

### 1.8 Ejercicio 8

Consideremos la muestra aleatoria simple  $X_1, X_2, \dots, X_n$  de tamaño  $n = 10$  de una v.a  $X$  normal  $N(\mu = 2, \sigma = 4)$ . Definimos la siguiente variable aleatoria  $Y = \frac{\sum_{i=1}^{10} (X_i - 2)^2}{16}$ . Calculad  $P(Y \leq 2.6)$