PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

ASIGNATURA CITEL-FICA

PAUL ROSERO

1. INTRODUCCIÓN

1. INTRODUCCIÓN

Señal: cualquier magnitud física que varía con el tiempo, el espacio o cualquier otra variable o variables independientes

$s_1 = 5t$

$s_{(x,y)} = 3x + 2xy + 10y^2$

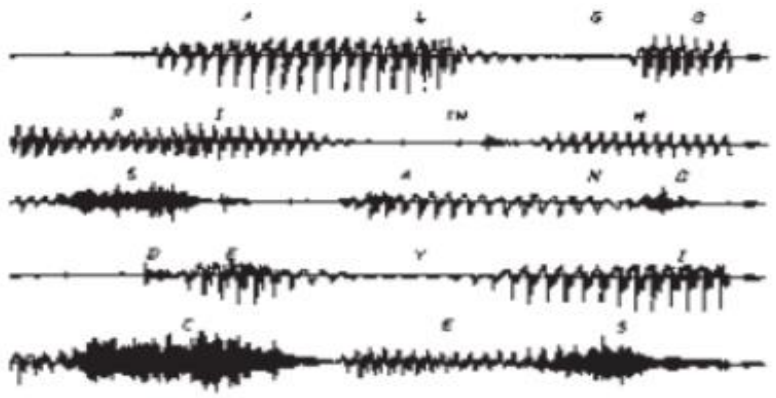
Existen casos en los que la relación funcional es desconocida o extremadamente compleja.

$\sum_{i=1}^{N} A_i(t) sen[2\pi F_i(t)t + \theta_i(t)]$

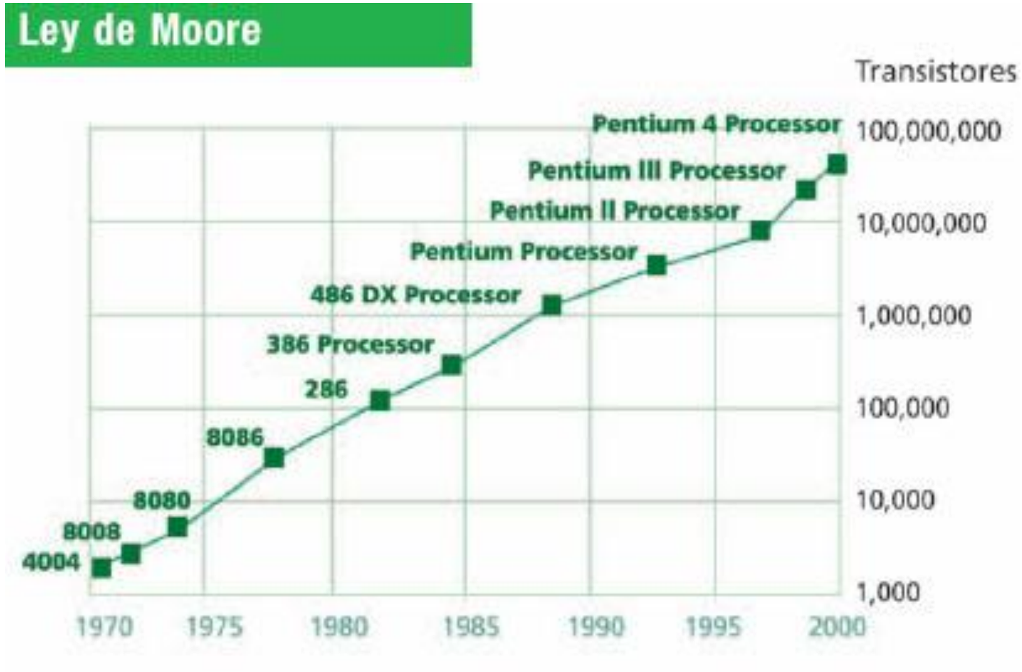
Donde $\{A_i(t), F_i(t)\ y \theta_i(t)\}$ es amplitud,

frecuencias y fases en señales

sinusoidales



1. INTRODUCCIÓN



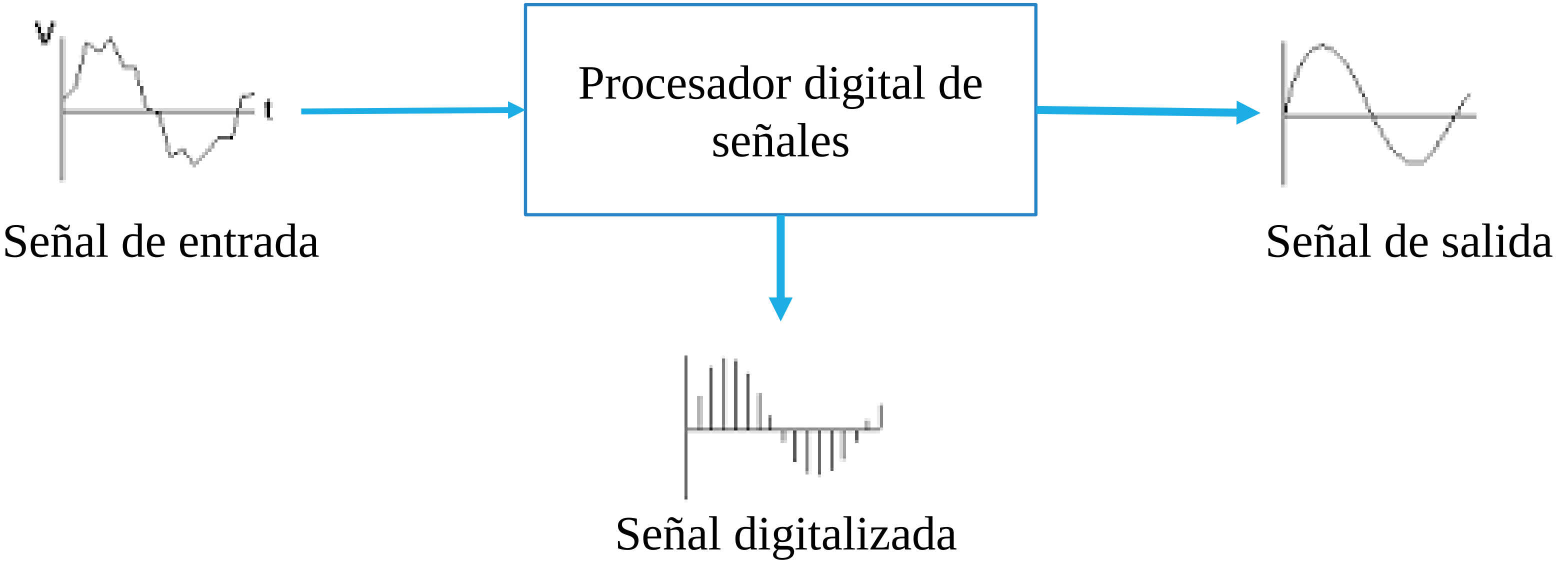
1. INTRODUCCIÓN

Las señales de voz, de un electrocardiograma y de un electroencefalograma son ejemplos de señales que contienen información y que varían como funciones de una sola variable independiente que, normalmente, es el tiempo. Un ejemplo de una señal que es una función de dos variables independientes es una señal de imagen.

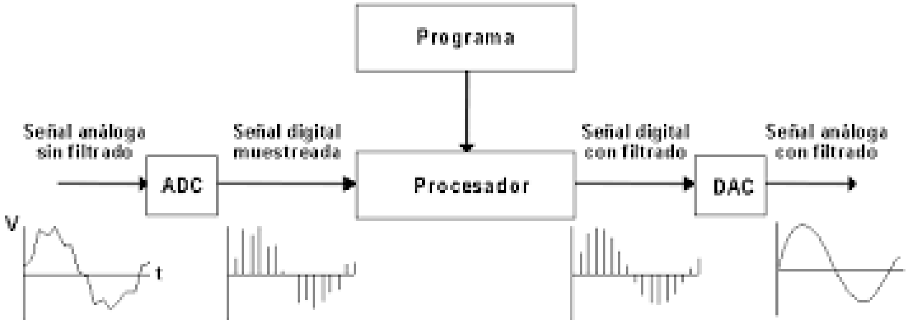
Asociados a las señales naturales se encuentran los medios con los que se generan. Por ejemplo, las señales de voz se generan al pasar el aire a través de las cuerdas vocales. Las imágenes se obtienen mediante la exposición de una película fotográfica ante una escena u objeto. Por tanto, normalmente la generación de señales está asociada con un sistema que responde a un estímulo o fuerza. En una señal de voz, el sistema está formado por las cuerdas vocales y el tracto bucal, también conocido como cavidad bucal. El estímulo en combinación con el sistema es lo que se denomina fuente de señal. Por tanto, existen fuentes de voz, fuentes de imágenes y muchos otros tipos de fuentes de señal.

Un sistema también se puede definir como un dispositivo físico que realiza una operación sobre una señal.

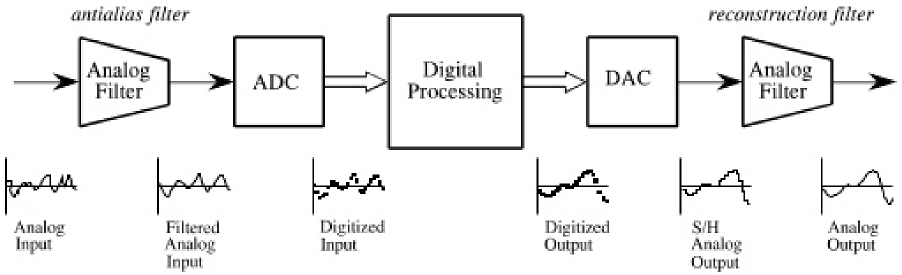
1. INTRODUCCIÓN



1. INTRODUCCIÓN



Sistema normal DSP



Sistema robusto DSP

1. INTRODUCCIÓN

Tratamiento digital

- Flexibilidad
- Mejor precisión
- Mejor almacenamiento
- Más sofisticado
- En algunos casos es más barato

Tratamiento analógico

- Velocidad del CAD
- Mejores en señales de grandes anchos de banda

1.2 Clasificación de señales

Los diferentes métodos de procesamiento de señales dependen de los atributos características de cada una de ellas.

- Señales multicanal y multidimensionales
- Señales continuas y discretas
- Señales deterministas y señales aleatorias

1.2 Clasificación de señales

- Analógicas, *x(t):* Amplitud y Tiempo continuos
- Muestreadas, x[n] : Tiempo discreto, amplitud continua
- Cauntizada, x_Q(t), Tiempo continuo, amplitud discreta
- Digital x_Q[n] : Tiempo y amplitud discretos

1.2.1 Señales multicanal y multidimensionales

En algunas aplicaciones pueden obtener señales de diferentes fuentes o sensores. Un ejemplo es un electrocardiograma, en el cual depende del número de sensores y su ubicación generan componentes para la creación de una señal.

$s_1(t) = Asen2\pi t$ (señal unidimensional)

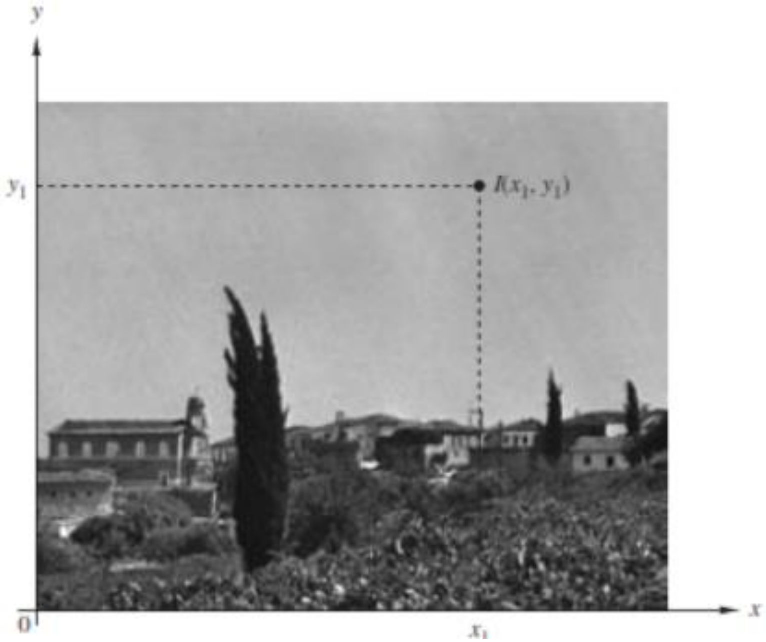
$s_2(t) = Acos3\pi t + jsen3\pi t$

Si $s_k(t), k = 1,2,3$ donde k es un sensor en función del tiempo se puede representar en un vector $\mathbf{S}(t)$, donde:

$$\mathbf{S}(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ s_3(t) \end{bmatrix}$$

1.2.1 Señales multicanal y multidimensionales

Si la señal es una función de una sola variable independiente es una señal unidimensional. Sin embargo, si una señal es *M*-dimensional si su valor es una función de *M* variables dependientes. Un ejemplo es una fotografía, dado que la intensidad o brillo *I(x,y)* en cada punto es una función de dos variables independientes. Además, una imagen de TV en blanco y negro puede representarse como *I(x,y,t)*, pesto que el brillo es función del tiempo. Finalmente, una imagen de TV a color puede escribirse en tres funciones de intensidad de la forma $I_r(x,y,t)$, $I_g(x,y,t)$, $I_b(x,y,t)$ *(forma rgb)* en función del tiempo.



$$\mathrm{I}(x,y,t)=\begin{bmatrix} I_r(x,y,t) \\ I_g(x,y,t) \\ I_b(x,y,t) \end{bmatrix}$$

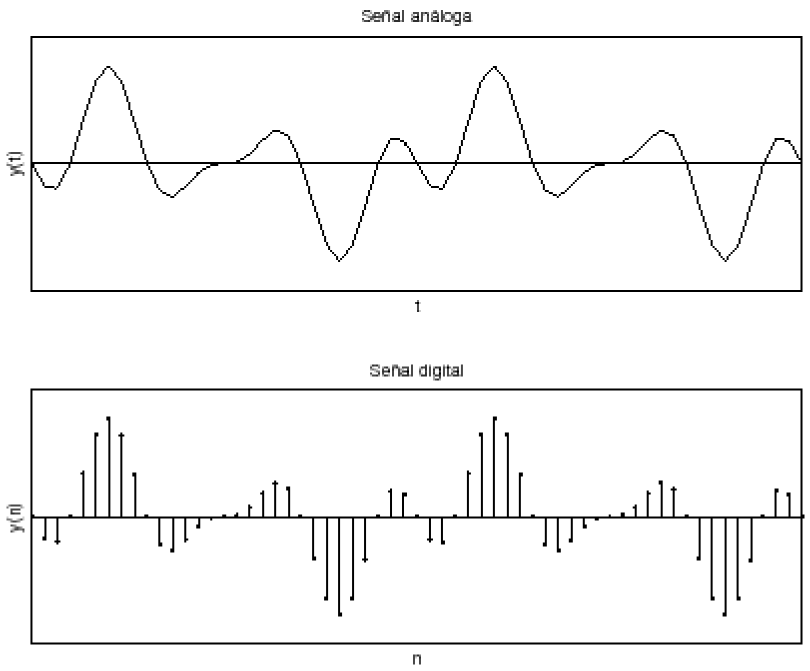
1.2.2 Señales continuas y discretas en el dominio del tiempo

Las **señales continuas** en el tiempo (analógicas) están definidas por cada instante de tiempo y toman sus valores en un intervalo continuo *(a,b)*, donde *a* puede ser -∞ y *b* puede ser ∞. Matemáticamente, estas señales pueden describirse mediante funciones de una variable continua $s_1(t) = Asen2\pi t$ que puede ser expresado $s_1(t) = e^{-|t|}$, -∞ < t < ∞.

Las **señales discretas en el tiempo** sólo están definidas en determinados instantes específicos de tiempo. Dichos instantes no tiene que ser equidistantes, aunque, en la práctica, normalmente están igualmente espaciados para facilitar los cálculos. La señal $s_1(tn) = e^{-|tn|}, n = 0,1,2, \ldots$ es un ejemplo de una señal discreta. Con el fin de resaltar la naturaleza discreta al usar el índice n, se denota a dicha señal como $s_1[n]$. Si los instantes de tiempo (tn) están igualmente separados $(tn = nT)$ se puede utilizar la notación $s_1[nT]$.

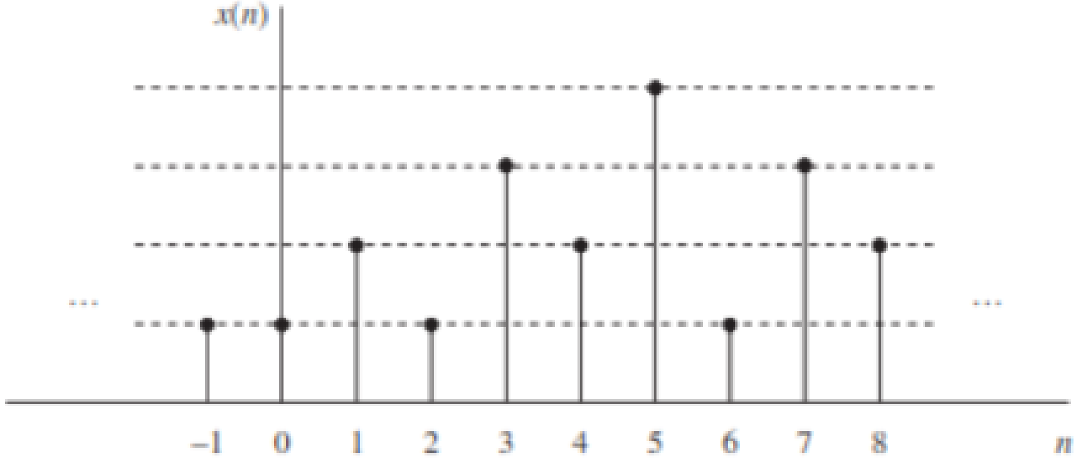
1.2.2 Señales continuas y discretas en el dominio del tiempo

Si una señal analógica se va a procesar se debe convertir en una señal digital muestreándola en instantes discretos de tiempo, obtenido una señal discreta en el tiempo. Este proceso de conversión se denomina cuantificación, y es básicamente un proceso de aproximación.



1.2.3 Señales deterministas y señales aleatorias

El procesamiento y análisis matemático de señales requiere disponer de una descripción matemática para la propia señal. Esta descripción matemática, a menudo denominada modelo de señal. Cualquier señal que se puede describir mediante una expresión matemática explícita, una tabla de datos o una regla es determinista. Este término se emplea para destacar que todos los valores pasados, presentes y futuros de la señal se conocen de forma precisa.

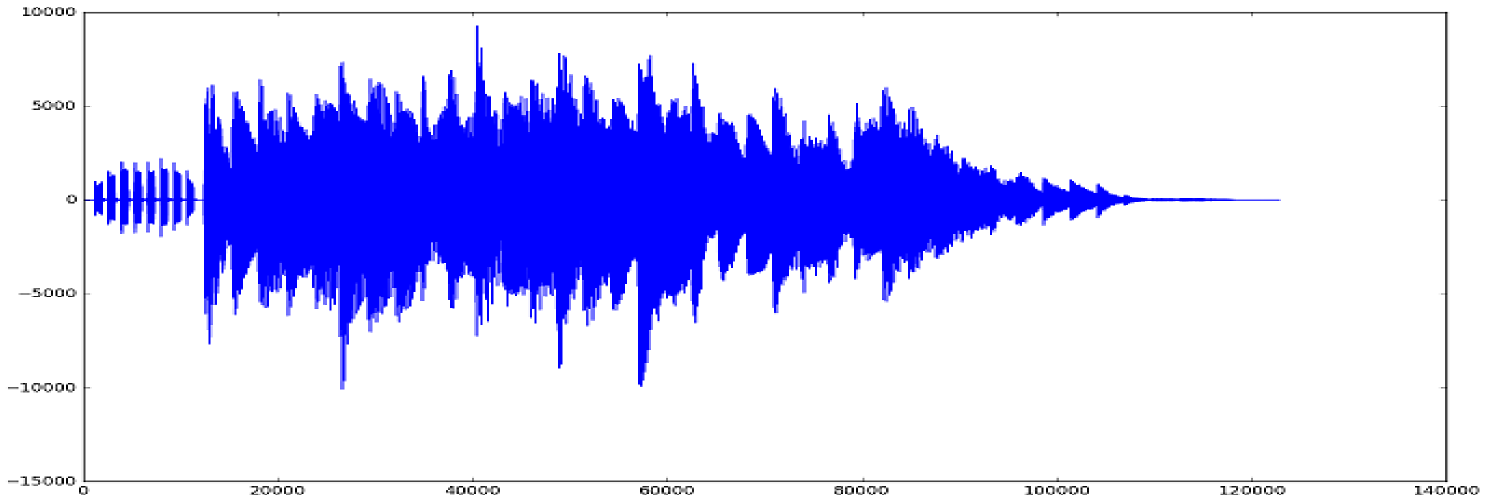


1.2.3 Señales deterministas y señales aleatorias

En otras aplicaciones prácticas, existen señales que o no se puede describir con un grado razonable de precisión mediante fórmulas matemáticas o una descripción resulta demasiado compleja. Con ello se puede decir que éstas señales evolucionan en el tiempo de manera no predecible, son consideradas aleatorias.

Es clasificación puede que en algunos casos no sea clara y puede provocar análisis y resultados erróneos.

Señal de audio con ruido



1.3 Concepto de frecuencia en señales continuas y discretas en el tiempo

En física es movimiento periódico denominado oscilatorio armónico, que se describe mediante funciones sinusoidales. Este concepto relacionado con el tiempo y su dimensión es la inversa del tiempo. Por tal motivo, se pueden presentar en dos diferentes tipos.

- Señales sinusoides continuas en el tiempo
- Señales sinusoides discretas en el tiempo.

1.3.1 Señales sinusoidales continuas en el tiempo

Una oscilación armónica simple se describe matemáticamente mediante la siguiente señal sinusoidal continua:

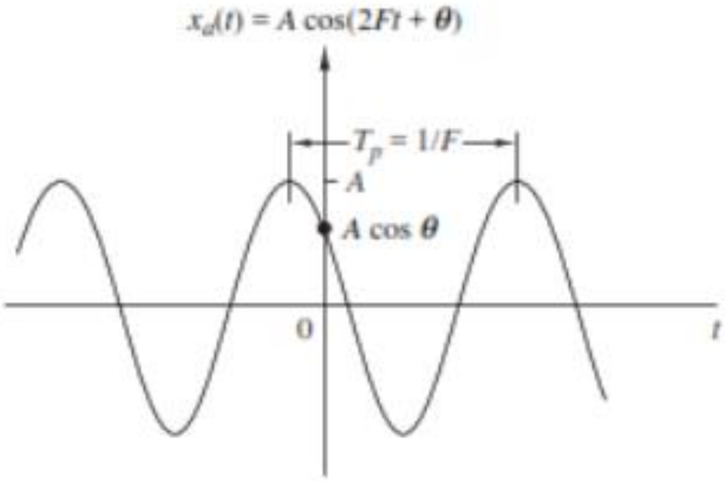
$x_1(t) = Acos(\Omega t + \theta)$, $-\infty < t < \infty$

A, es la amplitud del sinusuide, Ω es la frecuencia en radianes por segundo (rad/s) y θ es la fase en radianes. En lugar de Ω, usualmente se puede usar la frecuencia F medida en ciclos por segundo o hercios (Hz), donde :

$\Omega = 2\pi F$

$x_1(t) = Acos(2\pi Ft + \theta)$, $-\infty < t < \infty$

$x_1(t) = Ae^{-j(\Omega t + \theta)}$



1.3.1 Señales sinusoidales continuas en el tiempo

A1. Para todo valor fijo de la frecuencia *F*, *x(t)* es periódica. En efecto, se puede demostrar fácilmente, utilizando trigonometría elemental, que $x(t + Tp)=x(t)$ donde $Tp = 1/F$ es el período fundamental de la señal sinusoidal.

A2. Señales sinusoidales continuas en el tiempo con diferentes frecuencias son diferentes.

A3. Un incremento de la frecuencia F da lugar a un incremento de la velocidad de oscilación de la señal, en el sentido de que se incluyen más períodos en un intervalo de tiempo dado.

Observe que para $F = 0$, el valor $Tp = \infty$ es coherente con la relación fundamental $F = 1/Tp$.

Generalmente, se llama **período fundamental** al *menor* número real positivo T que satisface la condición de *F*.

1.3.1 Señales sinusoidales continuas en el tiempo

$x_2(t) = 5cos(t + \pi)$ -> $x_2(t) = acos(bt + c)$+d

Amplitud (A)= | a |

Periodo (T)= (2π)/b

Desfase (h)= -c/b

Traslación vertical (k)=d

1.3.1 Señales sinusoidales continuas en el tiempo

$x_2(t) = 5cos(\frac{t}{2}t{+}3){+}3\sin 2t$

Periodo1= $\frac{2\pi}{1/2} = 4\pi$

Periodo2 = $\frac{2\pi}{2} = 1\pi$

Mcm = 4 π

1.3.1 Señales sinusoidales continuas en el tiempo

$x_1(t) = 5cos(t)$

$x_2(t) = 5cos(t + \pi)$

$x_3(t) = -2sin(3t - 0{,}5\pi)$

$x_4(t) = 2sin(3t - 0{,}3\pi) + 3\cos(2t)$

1.3.2 Señales sinusoidales discretas en el tiempo

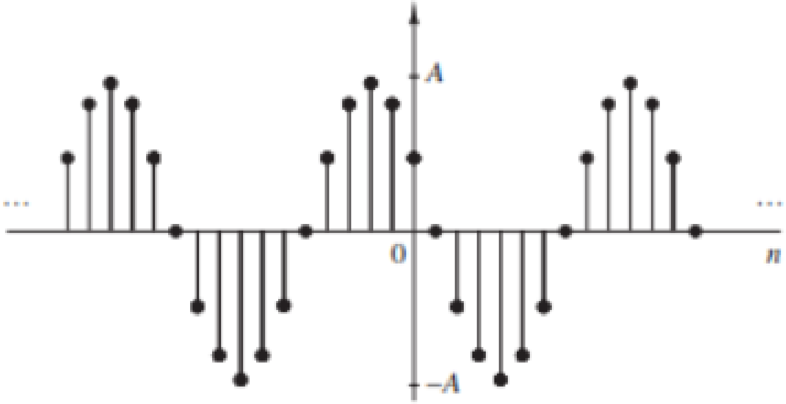
Una señal sinusoidal discreta en el tiempo puede expresarse como sigue:

$x_1[n] = A cos(\omega n + \theta),\ -\infty < n < \infty\ ,\ n\ \in\ Z$

$\omega = 2\pi$f

$x_1[n] = A cos(2\pi \mathrm{f} n + \theta),\ -\infty < n < \infty\ ,\ n \in Z$

La frecuencia *f* de una sinusoide discreta en el tiempo con la frecuencia F en ciclos por segundo de una sinusoide analógica.



1.3.2 Señales sinusoidales discretas en el tiempo

B1. Una sinusoide discreta en el tiempo es periódica sólo si su frecuencia es un número racional.

Por definición, una señal discreta en el tiempo $x[n]$es periódica de período N $(N > 0)$ si y sólo si

$x[n + N]=x[n]$ para todo n.

La demostración de la propiedad de periodicidad es sencilla. Para que una sinusoide de frecuencia f_0 sea periódica, se tiene que cumplir que

$cos[2\pi f_0(N + n)+\theta]=cos[2\pi f_0 n + \theta]$

Esta relación es cierta si y sólo si existe un entero k tal que

$$2\pi f_0 N = 2k\pi$$

o, lo que es lo mismo,

$$f_0 = \frac{k}{N}$$

1.3.2 Señales sinusoidales discretas en el tiempo

B2. Las senoidales en tiempo discreto cuyas frecuencias están separadas por un múltiplo entero de 2π son idénticas. Podríamos decir que las señales con frecuencia entre $-\pi$ y π como únicas y las de frecuencias mayores como un alias de las primeras.

B3. La mayor razón de oscilación en una senoidal en tiempo discreto se alcanza cuando ω es igual a π, o equivalentemente f es igual a ½.