



Universidad
Carlos III de Madrid

Departamento de Ingeniería Mecánica

PROYECTO FIN DE CARRERA

GUÍA PARA EL PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE SEÑALES. APLICACIÓN A LA DIAGNOSIS DE RODAMIENTOS

Autor: ALBERTO ALAMEDA CASABELLA

Tutor: HIGINIO RUBIO ALONSO

Leganés, Noviembre de 2010

Título: Guía para el procesamiento y análisis de señales. Aplicación a la diagnosis de rodamientos

Autor: Alberto Alameda Casabella

Director: Higinio Rubio Alonso

EL TRIBUNAL

Presidente: _____

Vocal: _____

Secretario: _____

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día ____ de ____ de 20__ en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE

Agradecimientos

Deseo expresar mi agradecimiento a todas aquellas personas que directa o indirectamente me han ayudado a culminar la realización de este proyecto fin de carrera.

A mi familia, mi padre, mi madre y mi hermano, por su constante apoyo a lo largo de la diplomatura y hacer posible que este proyecto haya tenido lugar. Sin vosotros nunca hubiera estado aquí.

A mi novia Gemma, por haber soportado pacientemente todos estos meses de trabajo, y haber estado a mi lado siempre que lo he necesitado.

A mi tutor Higinio por su generosidad al haberme dado esta oportunidad, por su dedicación y los buenos ratos pasados durante la realización de este proyecto.

A todos, muchas gracias.

Resumen

Cuando se diseña una maquina se hace con la premisa de que esta tendrá una vida más o menos prolongada pero, en todo caso, limitada. Estas maquinas están compuestas por un gran número de elementos de los cuales destacamos aquellos que van ensamblados sobre ejes o árboles que a su vez están soportados por cojinetes o rodamientos ya que el fallo de alguno de estos elementos puede arrastrar a varios de ellos e incluso llegar a la inutilización de estos, para ello, en este Proyecto Fin de Carrera analizaremos los tipos de rodamientos y la defectología que pueden presentar así como sus consecuencias y la manera de evitarlos haciendo posteriormente un estudio identificativo mediante el Software informático Matlab de los defectos tanto externos como internos sobre los rodamientos apoyándonos en los ejercicios contenidos en el libro de Simon Braun, “*Discover the signal processing. An interactive guide for engineers*”.

Para esta identificación de defectos mediante el procesamiento de señales lo primero que se hizo fue la creación de una guía interactiva para el análisis y procesamiento de señales basándonos en el libro de S.Braun en el cual previamente se adapto a la lengua española tanto sus textos como sus ejercicios, lo cuales están programados con el software informático Matlab.

Una vez creada la guía la aplicaremos de manera práctica en el diagnóstico de maquinas y mecanismos centrándonos en el estudio de la defectología en rodamientos. Para ello, escogimos la programación que más se ajustaba a nuestro caso práctico, en el que utilizaremos rodamientos de nueve bolas con defectos en el aro exterior, en el aro interior y sin defecto, para finalmente compararlos con los resultados obtenidos mediante las expresiones analíticas de BPFO (Ball Pass Frequency of the Outer race) y BPFI (Ball Pass Frequency of the inner race).

Abstract

When designing a machine is done with the premise that this will have a more or less prolonged, but in any case limited. These machines are composed of a large number of items which we highlight those that are assembled on shafts or trees that in turn are supported by bearings or ball bearings and the failure of any of these can drag some of them and even get the marking of these, for this reason, this thesis will analyze the types of bearings and defectology which may have their consequences and how to avoid making a further study by identifying the computer software Matlab external defects on bearings and internal building on the exercises contained in the book of Simon Braun, "*Discovering the signal processing. An interactive guide for engineers*".

For this identification of defects by signal processing the first thing he did was to create an interactive guide to the analysis and signal processing based on the book by S. Braun which previously was adapted to the Spanish language as their texts and their exercises, which are programmed with computer software Matlab.

Once created the guide is used for a practice in the diagnosis of machines and mechanisms focusing on the study of disabilities in bearings, for this, we chose the timing that best matched our case study, which will use nine ball bearings with defects in the outer ring on the inner ring and without defects, and finally compare the results obtained by the analytical expressions of BPFO (Ball Pass Frequency of the Outer race) and BPFI (Ball Pass Frequency of the inner race).



Índice general

1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 AMBIENTACION DEL PROYECTO	3
1.2 OBJETIVOS.....	5
1.3 FASES.....	6
1.4 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO	7
2 PROCESAMIENTO DE SEÑALES	9
2.1 INTRODUCCION	11
2.1.1 Objetivos generales	11
2.1.2 Procesado básico	11
2.1.3 ¿Por qué el dominio de la frecuencia?	12
2.1.4 Ejemplo introductorio.....	13
2.1.5 Ejercicios	15
2.2 SEÑALES.....	17
2.2.1 Clasificación de las señales	17
2.2.2 Ejercicio	22
2.3 METODOS DE FOURIER	25
2.3.1 Series de Fourier.....	25
2.3.2 Transformada de Fourier	27
2.3.3 La Transformada Discreta de Fourier (DFT).....	27
2.3.4 Ejercicios	28
2.4 SISTEMAS LINEALES.....	32
2.4.1 Sistemas Continuos	32
2.4.2 Sistemas Discretos	33
2.4.3 Caso específico de un sistema continuo lineal	35
2.4.4 Ejercicios	35
2.5 FILTROS.....	37
2.5.1 Filtros analógicos y digitales.....	38
2.5.2 Clasificación de filtros y especificaciones.....	40
2.5.3 Filtros IIR	41
2.5.4 Filtros FIR.....	42
2.5.5 Herramientas de diseño	44
2.5.6 Ejercicios	44



2.6 DOMINIO DEL TIEMPO PROMEDIADO	48
2.6.1 Principio	48
2.6.2 Rechazo de los componentes asíncronos	50
2.6.3 TDA con Procesos de Memoria en Decaimiento	51
2.6.4 Ejercicios	51
2.7 ANALISIS ESPECTRAL.....	55
2.7.1 Introducción	55
2.7.2 Representación de señales en el dominio de la frecuencia ...	56
2.7.3 Errores y Control	59
2.7.4 Análisis espectral: Consideraciones Prácticas	66
2.7.5 Ejercicios	68
2.8 ENVOLVENTES	74
2.8.1 Introducción.....	74
2.8.2 La transformación de Hilbert (HT).....	75
2.8.3 Señales analíticas	76
2.8.4 Señales de Banda estrecha (NB) y su Envoltorio	76
2.8.5 Ejercicios	77
2.9 EL ESPECTOGRAMA.....	80
2.9.1 Introducción.....	80
2.9.2 Métodos de tiempo de frecuencia	81
2.9.3 Las Transformaciones de Fourier de Tiempo corto (STFT) y el Espectrograma	82
2.9.4 Ejercicios	83
2.10 MUESTREO	88
2.10.1 Adquisición de datos y sistema de procesado de señales	88
2.10.2 Cuantificación de la amplitud	88
2.10.3 Cuantificación en Tiempo: El teorema de muestreo	90
2.10.4 Filtros antisolapamiento	92
2.10.5 Ejercicios	93
2.11 IDENTIFICACION-TRANSFERENCIA DE FUNCIONES	96
2.11.1 Introducción	96
2.11.2 Identificación de Dominio de Frecuencias.....	97
2.11.3 Identificación con Señales de Ruido Degradado.....	99
2.11.4 Ejercicios	103



2.12 Model o basado en el procesamiento de señales ...	106
2.12.1 Modelos de señal	106
2.12.2 Modelado de señales.....	108
2.12.3 Análisis espectral basado en el modelo (Stoica and Moses)	113
2.12.4 Modelo o Selección	114
2.12.5 Diagnósticos basados en el modelo (Wu et al.)	115
2.12.6 Ejercicios	116
2.13 Diagnósticos de Maquinas: Rodamientos y Engranajes	120
2.13.1 Diagnósticos y Máquinas Rotativas	120
2.13.2 Efectos Estructurales	120
2.13.3 Desequilibrio de Rotación	121
2.13.4 Modelado de Señales de Vibración de Cojinetes Rodantes.	121
2.13.5 Vibraciones: Efectos Estructurales y Envolturas.....	123
2.13.6 Modelado de Señales de Vibración de Ruedas Dentadas ...	126
2.13.7 Ejercicios	127
2.14 Retrasos y resonancias.....	131
2.14.1 Introducción	131
2.14.2 Sistemas con Retrasos Puros	131
2.14.3 Funciones de Correlación.....	132
2.14.4 Análisis Cepstral.....	133
2.14.5 Ejercicios	134
3 LOS RODAMIENTOS Y SU DEFECTOLOGIA.....	139
3.1 EL RODAMIENTO.....	141
3.2 TIPOS DE RODAMIENTOS.....	142
3.2.1 Según la dirección de la carga.....	142
3.2.2 Según la rigidez del rodamiento	143
3.2.3 Según el elemento rodante.....	143
3.3 RODAMIENTOS PARA CONDICIONES ESPECIALES	155
3.3.1 Rodamientos híbridos	155
3.3.2 Rodamientos con aislante	156
3.3.3 Rodamientos para altas/bajas temperaturas	156
3.3.4 Rodamientos con Solid Oil.....	157
3.3.5 Rodamientos de material polimérico	158



3.3.6	Rodamientos con sensores	159
3.4	DEFECTOLOGIA EN RODAMIENTOS	160
3.4.1	Desgaste	162
3.4.2	Muescas	164
3.4.3	Adherencia	166
3.4.4	Fatiga superficial	170
3.4.5	Corrosión	170
3.4.6	Avería producida por paso de corriente eléctrica	172
3.4.7	Desconchado o descascarillado	174
3.4.8	Grietas	177
3.4.9	Averías de la jaula	180
3.5	COMPORTAMIENTO VIBRATORIO DE LOS RODAMIENTOS CON DEFECTOS LOCALIZADO	182
3.5.1	Frecuencias rotacionales	183
3.5.2	Espectro de defectos	185
3.5.3	Evolución espectral del desarrollo de los defectos	187
4	APLICACIÓN PRÁCTICA	191
4.1	ELEMENTOS UTILIZADOS EN LOS ENSAYOS EXPERIMENTALES	193
4.1.1	Rodamientos	193
4.1.2	Banco de ensayo	194
4.1.3	Sistemas de medida	196
4.2	ENsayos vibratorios	201
4.2.1	Validación de los modelos numéricos	203
4.2.2	Ánálisis comparativo de la aparición de defectos	217
5	PRESUPUESTO	219
6	CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	223
6.1	CONCLUSIONES	225
6.1	TRABAJOS FUTUROS	226
8	ANEXOS	cd anexo
	Bibliografía	227



Índice de figuras

2.1.- Modelo procesamiento de señales.....	12
2.2.- Ejemplo de excitación de una masa en un sistema oscilatorio	14
2.3.- Grafica que muestra la forma de $H(\omega)$ para pequeños valores de excitación.....	14
2.4.- Graficas de excitación y respuesta par un sistema de segundo orden y de un grado de libertad.....	15
2.5.- Graficas de respuesta para $W_n = 193$ (a) y $W_n = 480$ (b)	16
2.6.- Graficas de respuesta para $W_n = 480$	17
2.7.- Tipos de señales.....	18
2.8.- Graficas de densidad de probabilidad	19
2.9.- Graficas señales periódicas.	22
2.10.- Graficas señal aleatoria con filtro de banda estrecha y modulación.....	23
2.11.- Graficas de evolución de potencia y energía para una señal continua determinante.	24
2.12.- Representación trigonométrica de un solo lado	26
2.13.- Representación exponencial de dos lados.	26
2.14.- Representación grafica de la señal seno básica, suma de las 3 señales y representación del espectro de la señal total.	28
2.15.- Representación grafica del DFT, potencia total, señal de entrada sin tratar y filtrada.	30
2.16.- Representación grafica del DFT, potencia total, señal de entrada sin tratar y filtrada para un número de componentes igual a 10	31
2.17.- Representación grafica del DFT, potencia total, señal de entrada sin tratar y filtrada para un número de componentes igual a 53.	31
2.18.- Representación grafica de una señal transistora limpia analizando la excitación y respuesta provocada.....	36
2.19.- Tipos de filtrado	37
2.20.- (a) Frecuencia de respuesta del acelerómetro sin filtrar. (b) Frecuencia de respuesta del acelerómetro filtrado.....	38
2.21.- Fases interacion con el software	41
2.22.- Representación grafica de la señal original, filtrada, su espectro y su respuesta.	45
2.23.- Representación grafica de la señal original ruidosa, filtrada, su espectro y su respuesta	46
2.24.- Representación grafica de la señal oscilante decreciente, filtrada, su espectro y su respuesta	47



2.25.- Representación grafica de la señal oscilante decreciente, filtrada, su espectro y su respuesta con filtro de banda de paso.....	47
2.26.- Descripción del principio dominio del tiempo ponderado.....	48
2.27.- Representación grafica de la función de respuesta de la frecuencia (FRF).....	49
2.28.- Representación grafica de la señal original del tiempo de la señal promediada para 10 periodos aplicando el TDA ideal con distorsión aleatoria	52
2.29.- Representación grafica de la señal original del tiempo de la señal promediada para 14 periodos aplicando el TDA ideal con distorsión aleatoria	53
2.30.- Representación grafica de la señal original del tiempo de la señal promediada para 10 periodos aplicando el TDA ideal con distorsión armónica.	53
2.31.- Representación grafica de la señal original del tiempo de la señal promediada para 10 periodos aplicando el TDA exponencial con distorsión armónica.....	54
2.32.- Representación grafica de ejemplos de señales periódicas.....	57
2.33.- Representación grafica de ejemplos de señales transitorias.....	58
2.34.- Representación grafica de ejemplos de señales con discontinuidades.	60
2.35.- Representación grafica de ejemplo de la función ventaneado en una señal.....	61
2.36.- Ejemplo de representación grafica de un error parcial en una señal.....	62
2.37.- Ejemplo de representación grafica de un error parcial en una señal compuesta por la suma de dos señales oscillatorias decadentes	63
2.38.- Ejemplos de representaciones graficas de errores aleatorios en una señal donde la superposición de la PSD de 10 realizaciones se da para varios valores de N.....	64
2.39.- Ejemplos de representaciones de la media del espectro para diferentes partes temporales de la señal de tiempo	65
2.40.- Diagrama de flujo para controlar el error aleatorio	65
2.41.- Representaciones graficas de los componentes, el resultado del filtrado y la FFT	68
2.42.- Representaciones graficas de los componentes, el resultado del filtrado y la FFT, con $m=2$ y $A_2=1$	69
2.43.- Representaciones graficas de los componentes, el resultado del filtrado y la FFT, con $m=1.887$ y $A_2=0.708$	69
2.44.- Representaciones graficas de la señal temporal y los PSD's	70
2.45.- Representaciones graficas de PSD logarítmica de señales senoidal ruidosa	71
2.46.- Representaciones graficas de PSD de señales moduladas.....	72
2.47.- Representaciones graficas de PSD para señales moduladas.....	73
2.48.- Representaciones graficas de PSD logarítmica.....	74
2.49.- Representaciones graficas de filtro de banda estrecha	74



2.50.- Representaciones graficas de filtro de banda estrecha	76
2.51.- Graficas de la señal incluyendo la señal original, la filtrada con envolvente y las PSD	78
2.52.- Representación grafica de la señal filtrada con envolvente de 1Hz y portadora de 8Hz..	79
2.53.- Representación grafica de la señal filtrada con envolvente con frecuencias superiores a 1Hz	79
2.54.- Representaciones graficas sin portadora y sin banda superior.....	79
2.55.- Representación de una señal con su envolvente, ambas aleatorias	80
2.56.- Graficas de la señal original aleatoria, la filtrada con envolvente y las PSD	80
2.57.- Representación grafica de ventana a lo largo del tiempo.....	82
2.58.- Representación grafica del espectrograma.....	82
2.59.- Graficas de la señal pre procesada, su espectro y el espectrograma	84
2.60.- Representación grafica de las bandas espectrales	85
2.61.- Representaciones graficas de la señal "Cardan" y su envolvente	86
2.62.- Representación grafica de bandas espectrales de la señal "Cardan"	86
2.63.- Grafica del espectrograma con NFFT =128	87
2.64.- Representación grafica del espectrograma en 3D.....	87
2.65.- Diagrama de bloques de un sistema comercial de medidas	88
2.66.- Representación grafica de la cuantificación de la amplitud.....	89
2.67.- Representación grafica de la superposición del espectro periódico	90
2.68.- Representación grafica del muestreo de una señal armónica de 10Hz	91
2.69.- Diagrama del filtro antisolapamiento previo a digitalización.....	92
2.70.- Representaciones graficas de una señal cuadrada mas una senoidal de alta frecuencia.	93
2.71.- Representación grafica ampliada de la señal cuadrada mas senoidal.....	94
2.72.- Representaciones graficas de los resultados para ambas señales	95
2.73.- Diagrama del extracto de identificación y su respuesta	96
2.74.- Diagrama de un caso lineal.....	97
2.75.- Diagrama de identificación para ruidos de salida auditivos.....	99
2.76.- Representación grafica para una regresión lineal	99
2.77.- Diagrama interpretación de $Y(j\omega)$ formado por dos partes	100
2.78.- Representación grafica de los residuales alrededor de la línea recta	101
2.79.- Diagrama del proceso de identificación.....	102
2.80.- Representación grafica del comportamiento del FRF de la función de coherencia	103
2.81.- Representación grafica de la función de coherencia para el caso 2DOF	104



2.82.- Representación grafica de la función de coherencia usando ventana hanning	105
2.83.- Representación grafica de la función de coherencia con ruido añadido	105
2.84.- Diagrama de equiparación de una señal al impulso de un filtro de desplazamiento lineal invariable.....	107
2.85.- Diagrama de estimación PSD.....	113
2.86.- Representación grafica del PSD basado en el modelo de Fourier	114
2.87.- Diagrama del modelo (Wuetal., 1980)	116
2.88.- Representación grafica de dos señales de entrada	117
2.89.- Representación grafica utilizando PSD.....	118
2.90.- Representación grafica utilizando autocorrelación, siendo A el dato de ensayo y B referencia	118
2.91.- Representación grafica de ambas señales ensayadas	119
2.92.- Representación grafica del ensayo secuencial	119
2.93.- Esquema de medición de un rodamiento	121
2.94.- Esquema de bola de rodamiento sobre defecto en pista externa	121
2.95.- Representación grafica de una señal con un defecto en el anillo exterior	122
2.96.- Representación grafica de una señal con un defecto en el anillo interior	123
2.97.- Representación grafica de las regiones de resonancia múltiple	124
2.98.- Representación grafica de una señal periódica modulada de baja frecuencia	124
2.99.- Representaciones graficas de los espectros (a y b) y sus envolturas (c y d)	125
2.100.- Representación grafica de la frecuencia de rotación y numero de dientes de los engranajes	126
2.101.- Representación grafica de la señal elegida y su espectro	127
2.102.- Representación grafica de la señal para el rango de 170-700 Hz.....	128
2.103.- Representación grafica de la señal para el rango de 1-2 Khz	129
2.104.- Representación grafica de la señal y su filtrada	129
2.105.- Representación grafica de la señal para el rango de 4-5 Khz	130
2.106.- Representación grafica de la señal para el caso de defecto en pista externa.....	130
2.107.- Representación grafica de la señal para el caso sin defectos.....	131
2.108.- Diagrama de una transformación de Fourier inversa	133
2.109.- Representación grafica de una resonancia retrasada 0.4 segundos	134
2.110.- Diagrama del análisis de la "potencia Cepstrum"	134
2.111.- Representación grafica para una señal de presión transitoria impulsiva	135



2.112.- Representación grafica para una señal de excitación aleatoria	136
2.113.- Representación grafica para una señal de presión transitoria impulsiva	137
2.114.- Representación grafica ampliada que muestra la separación entre los impulsos de respuesta	137
2.115.- Representación grafica ampliada de la señal de entrada y salida	137
2.116.- Representación grafica para una señal de excitación aleatoria	138
2.117.- Representación grafica ampliada de la función de transferencia	138
3.1.- Rodamiento de bolas seccionado	142
3.2.- Rodamientos rígidos	143
3.3.- Explosiónado de un rodamiento rígido de una hilera de bolas	144
3.4.- Rodamiento rígido de dos hileras de bolas	145
3.5.- Rodamiento rígido de una hilera de bolas con escote de llenado.....	145
3.6.- Ángulo de contacto en rodamientos de bolas con contacto angular	146
3.7.- Rodamiento de una hilera de bolas con contacto angular	146
3.8.- Rodamiento de dos hileras de bolas con contacto angular	147
3.9.- Rodamiento de bolas con cuatro puntos de contacto	147
3.10.- Rodamiento con corona de agujas	148
3.11.- Rodamiento con casquillo de agujas sin fondo	148
3.12.- Rodamiento con casquillo de agujas con fondo	149
3.13.- Rodamiento de agujas con aro mecanizado, sin aro interior	150
3.14.- Rodamiento de agujas con aro mecanizado, con aro interior	150
3.15.- Rodamiento de agujas autoalineables, sin aro interior	151
3.16.- Rodamiento de agujas autoalineables, con aro interior	151
3.17.- Rodamiento de rodillos conicos	152
3.18.- Rodamiento de rodillos cilíndricos de empuje	152
3.19.- Rodamiento de bolas a rotula	153
3.20.- Rodamiento híbrido	155
3.21.- Rodamiento para altas/bajas temperaturas	156
3.22.- Rodamiento con Solid Oil	157
3.23.- Rodamientos de material polimérico.....	158
3.24.- Rodamiento con sensor	160
3.25.- Causas de los fallos en los rodamientos (FAG)	161
3.26.- Desgaste producido por una lubricación inadecuada.....	163



3.27.- Aro int. y ext. de un rodamiento de rodillos cilíndricos expuesto a vibraciones.....	163
3.28.- Arandela de un rodamiento axial de bolas sujeto a sobrecarga mientras no gira.....	165
3.29 a-b-c.- Ejemplo de los resultados de una manipulación indebida.....	165
3.30.- Muescas provocadas por suciedad	166
3.31.- Rodillo cilíndrico con adherencias en el extremo, causadas por fuerte carga axial y lubricación inadecuada.	167
3.32.- Adherencia sobre la superficie de un rodillo de un rodamiento de rodillos a rótula.	167
3.33.- Camino de rodadura del aro exterior de un rodamiento de rodillos a rótula con trazos de adherencia producidos por un golpe contra el aro interior.....	168
3.34.- Detalle de uno de los trazos de adherencia.	168
3.35.- Superficie exterior con adherencias en el aro exterior de un rodamiento de rodillos a rótula.....	169
3.36.- Camino de rodadura de rodamiento axial de bola con marcas debidas a una velocidad de giro demasiado elevada en relación con la carga.....	169
3.37.- Fatiga superficial en forma de una banda rodeando el rodillo de un rodamiento de rodillos a rótula.....	170
3.38.- Oxidación en el aro interior de un rodamiento cónico.	171
3.39.- Corrosión en el anillo interior de un rodamiento de rodillos esféricos a rótula, producida por la entrada de agua en el rodamiento.	171
3.40.- Oxidación en el aro exterior de un rodamiento cónico.	171
3.41.- Estrías causadas por el paso de corriente eléctrica en el aro exterior de un rodamiento de rodillos a rótula.....	173
3.42.- Rodamiento de ferrocarril dañado en una pista y en el rodillo por el paso de corriente de alta intensidad.	173
3.43.- Fases progresivas del desconchado.	174
3.44.- Pista interior y rodillos desconchados, en un rodamiento de rodillos cónicos. Las causas de esta avería son carga pesada y lubricación inadecuada.....	175
3.45.- Desconchado del aro exterior de un rodamiento de rodillos a rótula que ha sido montado en un alojamiento ovalado.....	175
3.46.- Aro interior desconchado de un rodamiento de rodillos a rótula.....	176
3.47.- Fractura del aro exterior de un rodamiento de bolas a rótula.	178
3.48.- Fractura del aro interior de un rodamiento de rodillos a rótula..	178
3.49.- Aro interior de un rodamiento de rodillos a rótula con la pestaña exterior fracturada por golpes directos de martillo.....	178
3.50.- Aro interior de un rodamiento de rodillos a rótula fracturado transversalmente seguido de adherencias en una cara.....	179



3.51.- Aro interior de rodamiento de rodillos a rótula con corrosión de contacto y rotura transversal.....	179
3.52.- Rotura longitudinal de un aro exterior de rodamiento rígido de bolas, con corrosión de contacto.....	179
3.53.- Jaula deteriorada por fatiga de un rodamiento de rodillos a rótula.....	180
3.54.- Jaula deteriorada de un rodamiento de bolas debido a una pobre lubricación.	181
3.55.- Parámetros cinemáticos del rodamiento.....	183
3.56.- Espectro de frecuencia característico de la vibración generada por un rodamiento con defectos.....	185
3.57.- Espectro representativo del estado I de la evolución del defecto en el rodamiento	187
3.58.- Espectro representativo del estado II de la evolución del defecto en el rodamiento	188
3.59.- Espectro representativo del estado III de la evolución del defecto en el rodamiento ...	189
3.60.- Espectro representativo del estado IV de la evolución del defecto en el rodamiento... 	190
4.1.- Rodamiento SKF 6206 de 9 bolas empleado en ensayos experimentales	193
4.2.- Brida o alojamiento de rodamientos	194
4.3.- Elementos que componen el banco de ensayos de rodamiento	195
4.4.- Banco de ensayos, sistema de medida y control utilizados en los ensayos experimentales con rodamientos.....	196
4.5.- Acelerómetro brüel&kjaer 4382.....	197
4.6.- Amplificador de carga brüel&kjaer 2635	198
4.7.- Variador de frecuencia para control de velocidad del rotor	200
4.8.- Nomenclatura utilizada en ensayos vibratorios	202
4.9.- Representaciones graficas 5Hz 3000N defecto externo	204
4.10.- Detalle espectro envolvente 5Hz 3000N defecto externo	204
4.11.- Representaciones graficas 10Hz 3000N defecto externo	205
4.12.- Detalle espectro envolvente 10Hz 3000N defecto externo	205
4.13.- Representaciones graficas 20Hz 3000N defecto externo	206
4.14.- Detalle espectro envolvente 20Hz 3000N defecto externo	206
4.15.- Representaciones graficas 30Hz 3000N defecto externo	207
4.16.- Detalle espectro envolvente 30Hz 3000N defecto externo	207
4.17.- Representaciones graficas 40Hz 3000N defecto externo	208
4.18.- Detalle espectro envolvente 40Hz 3000N defecto externo	208
4.19.- Representaciones graficas 5Hz 3000N defecto interno	209
4.20.- Detalle espectro envolvente 5Hz 3000N defecto interno.....	209



4.21.- Representaciones graficas 10Hz 3000N defecto interno	210
4.22.- Detalle espectro envolvente 10Hz 3000N defecto interno.....	210
4.23.- Representaciones graficas 20Hz 3000N defecto interno	211
4.24.- Detalle espectro envolvente 20Hz 3000N defecto interno.....	211
4.25.- Representaciones graficas 30Hz 3000N defecto interno	212
4.26.- Detalle espectro envolvente 30Hz 3000N defecto interno.....	212
4.27.- Representaciones graficas 40Hz 3000N defecto interno	213
4.28.- Detalle espectro envolvente 40Hz 3000N defecto interno.....	213
4.29.- Representaciones graficas 5Hz 3000N sin defecto	214
4.30.- Representaciones graficas 10Hz 3000N sin defecto	215
4.31.- Representaciones graficas 20Hz 3000N sin defecto	215
4.32.- Representaciones graficas 30Hz 3000N sin defecto	216
4.33.- Representaciones graficas 40Hz 3000N sin defecto	216
4.34.- Señales temporales 10Hz 3000N	217
4.35.- Espectros de las señales temporales 10Hz 3000N.....	218
4.36.- Espectros de las envolventes de las señales temporales 10Hz 3000N	218
6.1.- Detalle del espectro envolvente obtenido en el ensayo experimental a 30Hz, 3000N y defecto interno	226



CAPITULO 1

INTRODUCCION



1.1 AMBIENTACION DEL PROYECTO

En la ingeniería, cada vez tiene mayor importancia el procesamiento de señales analógicas y digitales, para lo cual son necesarias herramientas de software muy complejas, cuyo uso se ha visto facilitado por el aumento de potencia de los ordenadores con una bajada drástica de los precios.

A lo largo de la última década, la aparición y posterior desarrollo de los dispositivos especializados en el procesado digital de señales o DSP's ha supuesto la apertura de una nueva vía de evolución hacia niveles superiores en el tratamiento de datos. Este tratamiento de datos tiene diversas aplicaciones, las cuales están creciendo rápidamente, como en el caso de comunicaciones sin hilo, procesamiento de audio y vídeo y control industrial,

La aplicación que utilizaremos nosotros es la referida al control industrial, centrandonos sobre todo en el área de rodamientos, utilizando el programa informático Matlab, el cual ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M).

Entre las prestaciones básicas que ofrece la plataforma Matlab se hallan la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario (GUI) y la comunicación con programas en otros lenguajes y con otros dispositivos hardware, siendo sus principales funcionalidades:

- Matemáticas y Optimización
- Estadística y Análisis de datos
- Diseño de sistemas de control y análisis
- Procesado de señal y comunicaciones
- Procesado de imagen
- Pruebas y medidas
- Modelado y análisis financiero

En este proyecto como hemos dicho anteriormente nos vamos a centrar en el control industrial ya que cuando se diseña una maquina se hace con la premisa de que esta tendrá una vida más o menos prolongada pero, en todo caso, limitada. Estas maquinas están compuestas por un gran número de elementos de los cuales destacamos aquellos que van ensamblados sobre ejes o árboles que a su vez están soportados por cojinetes o rodamientos ya que el fallo de alguno de estos elementos puede arrastrar a varios de ellos o incluso a otros a la inutilización y consecuentemente, multiplicar el grado de la avería.

Por su constitución y funcionamiento, los rodamientos son elementos que presentan una alta sensibilidad al deterioro y de ahí que suelan ser los primeros elementos que fallan en la máquina. Un diagnóstico precoz del fallo en un rodamiento puede inducir un



considerable ahorro económico si éste se sustituye cuando todavía presenta un pequeño remanente de vida.

Detectar un defecto incipiente en una máquina antes de que se llegue a producir la avería, ha sido una preocupación constante en los responsables de mantenimiento, por lo que históricamente se han seguido varias estrategias de mantenimiento. Según la forma de ejecución, el mantenimiento puede clasificarse en:

- Mantenimiento correctivo, que consiste en la reparación de emergencia, efectuando la sustitución de las piezas averiadas.
- Mantenimiento preventivo, donde la sustitución de las piezas que pueden originar averías se realiza con cierta periodicidad, determinada mediante criterios estadísticos. La gran ventaja del mantenimiento preventivo frente al correctivo, es la posibilidad de elección del instante en el que se realizará el mantenimiento, evitando las paradas de las líneas de producción no programadas. Los inconvenientes son la sustitución de piezas que todavía presentan una vida considerable o el fallo de piezas que no alcanzan la vida útil esperada.
- Mantenimiento predictivo, que se puede definir como el seguimiento organizado con mediciones periódicas o continuas de las variables de estado del sistema y su comparación con unos patrones preestablecidos, para la determinación del instante en que se debe efectuar la intervención del mantenimiento.

Existen diversas técnicas de seguimiento y diagnosis aplicables al mantenimiento predictivo: el análisis térmico, el estudio de la composición de los lubricantes, el análisis de las vibraciones, el examen por ultrasonidos, etc.; pero la técnica de diagnóstico del estado de la maquinaria rotativa más utilizada, es el análisis de vibraciones, ya que la monitorización de las vibraciones en puntos señalados del sistema mecánico ofrece información de los flujos de energía en los apoyos, pares elementales de las máquinas, siendo indicativos del nivel de defecto.

Los rodamientos, objeto de nuestro estudio, son elementos fundamentales en la construcción de maquinaria. Estos son elementos mecánicos robustos pero su duración en servicio depende en gran medida de las condiciones de funcionamiento y el procedimiento empleado para montarlo en la máquina. A pesar de todas las precauciones que puedan tomarse, un rodamiento puede experimentar un fallo prematuro. Los fallos en los rodamientos se producen por soportar cargas mayores de las de diseño, por fatiga de las superficies de contacto, por lubricación deficiente, por entrada de contaminantes que se interponen entre los elementos en contacto, por manipulación incorrecta o errores de montaje como veremos en el capítulo 3º.



1.2 OBJETIVOS

La idea fundamental que guiará este proyecto es la ampliación del conocimiento en el comportamiento vibratorio de los sistemas mecánicos y de las herramientas matemáticas e informáticas necesarias para ello.

Siguiendo la idea antes descrita, se plantea como objetivo principal de este proyecto *“la creación de una guía interactiva para el procesamiento y análisis de señales y la verificación de su utilidad aplicando algunas de sus herramientas para el análisis de las vibraciones de rodamientos con fallos para proceder a su diagnosis”*.

Para conseguir el objetivo principal se precisa abordar las siguientes etapas:

- Para la creación de la guía interactiva para el procesamiento y análisis de señales se procederá a la traducción del libro de Simon Braun titulado “Discover signal processing, An interactive guide for engineers” junto al compañero Miguel Juárez, con el fin de conocer en profundidad los métodos de procesamiento de señales, comprendiendo la teoría fundamental y los ejemplos descritos en el contenido del escrito.
- La aplicación práctica, traducción y el estudio de la viabilidad de las herramientas de análisis programadas en Matlab contenidas en el libro
- Modificación, particularización y adaptación de las aplicaciones informáticas para poder utilizarlas como herramientas de diagnosis, con datos obtenidos experimentalmente, para hacer un estudio detallado de las vibraciones causadas por elementos mecánicos con defectos.
- El elemento mecánico a ensayar será un rodamiento de bolas por lo que se procederá a la revisión y documentación bibliográfica sobre los rodamientos y sus tipos de defectología, el análisis de vibraciones y los métodos de tratamiento de señales, con el fin de emplearlas en la detección y análisis de defectos localizados en rodamientos de bolas.
- La familiarización con la captación y registro de medidas de vibración en una máquina real. Esto ocasiona el manejo de un equipo de medida compuesto de acelerómetros, acondicionadores de señal (como filtros, integradores,...), tarjeta de adquisición de datos y el software adecuado para la grabación y análisis de la señal en la computadora.
- Finalmente, se probará la utilidad de las herramientas informáticas de análisis presentadas procesando las señales procedentes de rodamientos en buen estado y con defectos localizados en el anillo interno y anillo externo. Con el análisis de las señales vibratorias se diagnosticará el estado del rodamiento verificando así la utilidad de la aplicación.



1.3 FASES

La estrategia seguida para el desarrollo progresivo de este proyecto y la consecución de los objetivos perseguidos se puede resumir en los siguientes puntos:

1. Adaptación al español del libro de Simon Braun para conocer los métodos de procesamiento de señales.
2. Traducción al español de los ejemplos en Matlab contenidos en el libro de S.Braun, comprobando posteriormente su correcto funcionamiento una vez modificados.
3. Acopio de documentación técnica, relacionada con los siguientes temas:
 - Los rodamientos: sus características, funcionamiento, defectología y modelos más significativos.
 - Los transductores de vibraciones, amplificadores y demás equipos electrónicos necesarios para la medida de las vibraciones.
4. Clasificación y estudio de la información anterior.
5. Aplicación de los modelos matemáticos de la defectología en rodamientos.
6. Realización de los ensayos experimentales en el banco de pruebas y registro de los datos de vibración.
7. La aplicación de los conocimientos sobre tratamiento de señal y diagnosis adquiridas a los resultados obtenidos de los ensayos experimentales, utilizando los ejercicios del libro de S.Braun
8. Análisis de resultados.
9. Conclusiones.
10. Redacción de la memoria.



1.4 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO

La memoria del proyecto se ha estructurado en los siguientes capítulos:

- **Capítulo 1**

Se presentan los objetivos que se persiguen en este proyecto así como el ámbito en el cual se desarrolla y la motivación de la misma, finalizando con la descripción de las fases del desarrollo del proyecto y la estructura del presente documento.

- **Capítulo 2**

En este capítulo se da una adaptación del libro de Simón Braun dividiéndose en 14 temas donde se comenta algunos ejemplos de tratamientos de señales mediante la programación en Matlab sin antes dar una breve introducción teórica necesaria para la comprensión de estos ejercicios y su posterior aplicación.

- **Capítulo 3**

Se da una introducción teórica sobre los rodamientos, comentando los tipos de rodamientos que existen y la defectología que puedan presentar.

También se trata en este capítulo el comportamiento vibratorio de los rodamientos con defectos localizados tanto en el anillo externo como en el interno describiendo el cálculo necesario para hallar la frecuencia que define el defecto localizado, describiendo la relación de velocidades relativas entre los elementos móviles del rodamiento para poder entender el espectro generado por los defectos y su evolución.

- **Capítulo 4**

Se detalla la aplicación práctica describiendo cuales han sido los elementos usados para los ensayos vibratorios al igual que los sistemas de medida, describiendo también el esquema de funcionamiento para la extracción de los datos necesarios para su posterior análisis.

Una vez descrito esto se realiza una exposición detallada de los resultados obtenidos con cada uno de los rodamientos a examinar indicando las variables a la que han sido sometidos dando una discusión de los resultados.

- **Capítulo 5**

Se detalla el presupuesto necesario para la realización de este proyecto.



- **Capítulo 6**

Se exponen, tras el análisis minucioso de los resultados registrados en el capítulo anterior, las conclusiones finales del proyecto haciendo una proposición final sobre los posibles trabajos futuros que continúen y complementen este proyecto.

- **Anexos**

Se exponen una serie de resultados obtenidos de los ensayos experimentales, de los que se han extraído la información más importante y se ha resumido en el capítulo 4. Se da la adaptación completa del libro de Simón Braun “*Descubriendo el procesamiento de señales*” y de la totalidad de los ejercicios que contenía el libro programados en Matlab.

- **Bibliografía**

Se hace una lista de los documentos más relevantes que se han utilizado para la realización de este proyecto, tales como: libros, tesis doctorales, notas técnicas, páginas web, etc.



CAPITULO 2

PROCESAMIENTO DE SEÑALES



2.1 INTRODUCCIÓN

2.1.1 Objetivos generales

El procesado de señal es asumido usualmente por tareas que, en general, pueden ser descritas por el modelo de la figura 2.1. La información disponible puede consistir exclusivamente en una medida de señales de salida. El objetivo entonces, puede estar en extraer funciones o parámetros que describan el comportamiento, proporcionar la posibilidad de monitorización, clasificación o diagnosticación del sistema operativo.

Los parámetros extraídos pueden acotarse desde los más básicos como RMS (raíz cuadrática media o root mean square) hasta los picos sensibles. Las funciones que describen el comportamiento pueden ser funciones de correlación, densidad espectral, etc., e incluso parámetros directamente basados en dichas funciones. En otras situaciones, ambas perturbaciones y respuestas son medidas. El objetivo puede ser identificar el sistema o solamente algunos parámetros del modelo. Las perturbaciones pueden ser controladas, como tests estructurales modales o consistir en perturbaciones únicas *in situ*, como por ejemplo fuerzas de viento actuando sobre estructuras reales. La identificación de los resultados puede consistir en la forma de la función descrita (función de respuesta en frecuencia), una respuesta impulso o incluso un modelo de estructura.

Muchas técnicas de procesamiento de señal están dirigidas hacia situaciones específicas, pero también se dan técnicas básicas, las cuales se describen a continuación.

2.1.2 Procesado básico

2.1.2.1 Filtrado

Descomponemos la señal mostrada en componentes

$$s(t) = \sum_i s_i(t)$$

donde varios de estos componentes $s_i(t)$ usualmente difieren de carácter dinámico. Por ejemplo, podemos caracterizar componentes de señal como “lentos” o “rápidos”.

La operación de filtrado consiste en separar esos componentes, o atenuar (o bloquear completamente) algunos de ellos.

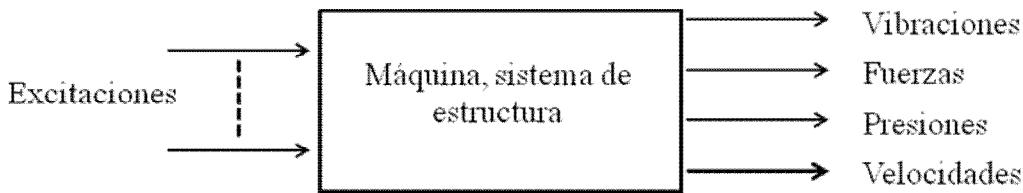


Figura 2.1.- Modelo procesamiento de señales

2.1.2.2 Descripción del dominio de frecuencia

La señal se descompone en una suma de componentes armónicos. Para funciones periódicas se trata de una descomposición en series de Fourier, tal que

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} X_k \cos(2\pi k f_0 t + \theta_k)$$

donde f_0 , frecuencia fundamental, es la recíproca del periodo de la señal. La función $|X_k(kf_0)|$ se suele denominar espectro. En este caso de señal periódica, el espectro es discreto, compuesto sólo por las frecuencias discretas kf_0 , enteros múltiplos de f_0 .

Para señales no periódicas (transitorias) la descomposición se transforma en frecuencia variable

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \exp(j2\pi f) df$$

y el espectro, que es continuo, consiste en todas las posibles frecuencias comprendidas en el rango de frecuencia.

$X(f)$ es la transformada de Fourier de $x(t)$, la herramienta básica para describir señales en el dominio de frecuencia.

2.1.3 ¿Por qué el dominio de frecuencia?

El uso del análisis del dominio de frecuencia es, en muchas áreas de aplicación, predominante mientras que el uso racional suele ignorarse. A continuación se muestra un sumario de las posibles razones principales:

- La comprensión física es fácil de obtener en el dominio de frecuencia, en oposición al dominio original de tiempo que describe señales y sistemas. La existencia de vibraciones periódicas en máquinas rotatorias es el típico ejemplo. El reconocimiento de una constante de resonancia en la frecuencia, excitada por una señal, es otro ejemplo clásico.



- b) Las propiedades ortogonales de las descomposiciones de Fourier implican que los productos cruzados de las componentes de señales con frecuencias distintas son cero. No hay contribución de los productos cruzados. De este modo, es posible investigar de manera independiente la contribución de las regiones de frecuencia del total de la energía. Por ejemplo, podríamos intentar atenuar la acústica de un ruido en una determinada banda de frecuencia independientemente de otras regiones de frecuencia, y así, diferentes aproximaciones tecnológicas se pueden probar en diferentes rangos de frecuencia.
- c) Los patrones de señales para el diagnóstico se puede reconocer más fácilmente. Pequeños cambios que apenas afectan al compás del tiempo, suelen ser detectados más fácilmente en representaciones del dominio de frecuencia.
- d) Los sistemas suelen modelarse como tramos de sistemas lineales, y por ello quedan descritos por ecuaciones diferenciales lineales. Aplicando transformadas de Fourier obtenemos ecuaciones algebraicas. Realmente se obtienen formas cercanas a la solución y los dominios de frecuencia que describen señales y sistemas que usualmente prevalecen en los textos introductorios. Mientras esto puede tener menos interés para las situaciones reales, las formas cercanas a la solución tienen interés práctico, y suelen ser comparadas con los resultados experimentales. De este modo la propiedades de las señales predichas se comparan con las obtenidos experimentalmente, y de nuevo los patrones son más fáciles de interpretar en el dominio de frecuencia.
- e) La disponibilidad de la transformada rápida de Fourier, es el algoritmo esencial para el procesado de señales.

2.1.4 Ejemplo introductorio

Este ejemplo se basa en la excitación de una masa en un sistema oscilatorio (Figura 2.2). Se trata de un sistema de un grado de libertad de segundo orden.

Sumando las fuerzas que actúan en la masa, queda

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \left(\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} \right) + k(x - y) = 0$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = c \frac{dy}{dt} + ky$$

En el dominio de frecuencia, esto se transforma en una ecuación algebraica:

$$(-\omega^2 m + j\omega c + k)X(\omega) = (j\omega c + k)Y(\omega)$$

donde $X(\omega)$ y $Y(\omega)$ son las transformadas de Fourier de $x(t)$ e $y(t)$ respectivamente. Esto resulta:

$$Y(\omega) = \frac{j\omega c + k}{-\omega^2 m + j\omega c + k} X(\omega) = H(\omega)X(\omega)$$

donde $H(\omega)$ es el FRF (Función de respuesta en frecuencia) del sistema. $H(\omega)$ puede ser considerada como una frecuencia dependiente de un factor de ganancia, aplicada a cada componente de $X(\omega)$.

Usando parámetros generalizados, el FRF es $H(\Omega) = \frac{1 + 2j\zeta\Omega}{1 - \Omega^2 + 2j\zeta\Omega}$

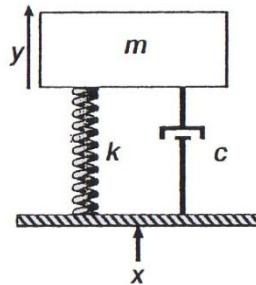


Figura 2.2.- Ejemplo de excitación de una masa en un sistema oscilatorio

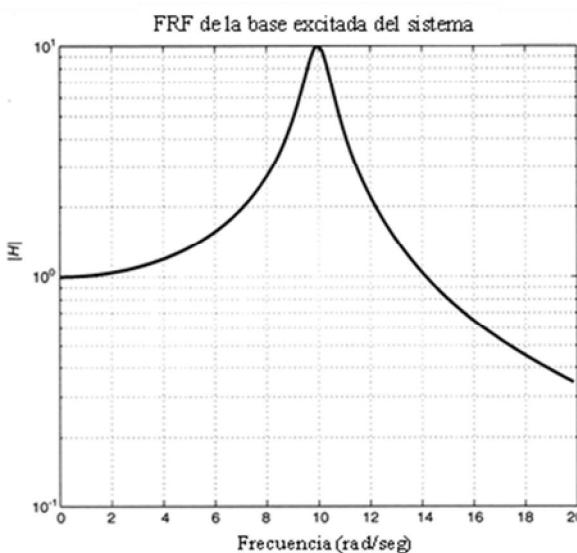


Figura 2.3.- Grafica que muestra la forma de $H(\omega)$ para pequeños valores de excitación.

con $\Omega = \frac{\omega}{\omega_n}$, $\omega_n = \sqrt{k/m}$, frecuencia natural no amortiguada en rad/s, y $\zeta = c/2\sqrt{km}$

el coeficiente de amortiguación. Para pequeños valores del coeficiente de amortiguación, $|H(\omega)|$ tiene la forma que muestra la figura T1.3.



La frecuencia de $|H(\omega)|$ es el máximo de la frecuencia de resonancia $\omega_r = \omega\sqrt{1 - 2\zeta^2}$, para amortiguaciones pequeñas dicho valor será similar a ω_n . Este modelo será usado en el siguiente ejercicio.

2.1.5 Ejercicios

El sistema que se nos presenta, es un sistema de segundo orden y de un grado de libertad. Los parámetros frecuencia no amortiguada ω_n y el ratio de amortiguación zeta pueden ser controlados a través de la barra deslizante.

Las gráficas a la izquierda y a la derecha representadas abajo en la Figura 2.4 muestran respectivamente la excitación periódica y las respuestas.

Las gráficas de arriba (izquierda: excitación, derecha: respuesta) muestran la representación en el dominio de la frecuencia en forma de gráficas espectrales. Cada línea representa un componente armónico con amplitud y frecuencia tal y como se observa (la frecuencia está en rad/seg). La función del tiempo mostrada en la gráfica de abajo ha sido descompuesta en la suma de funciones armónicas, descritas mediante las gráficas espectrales.

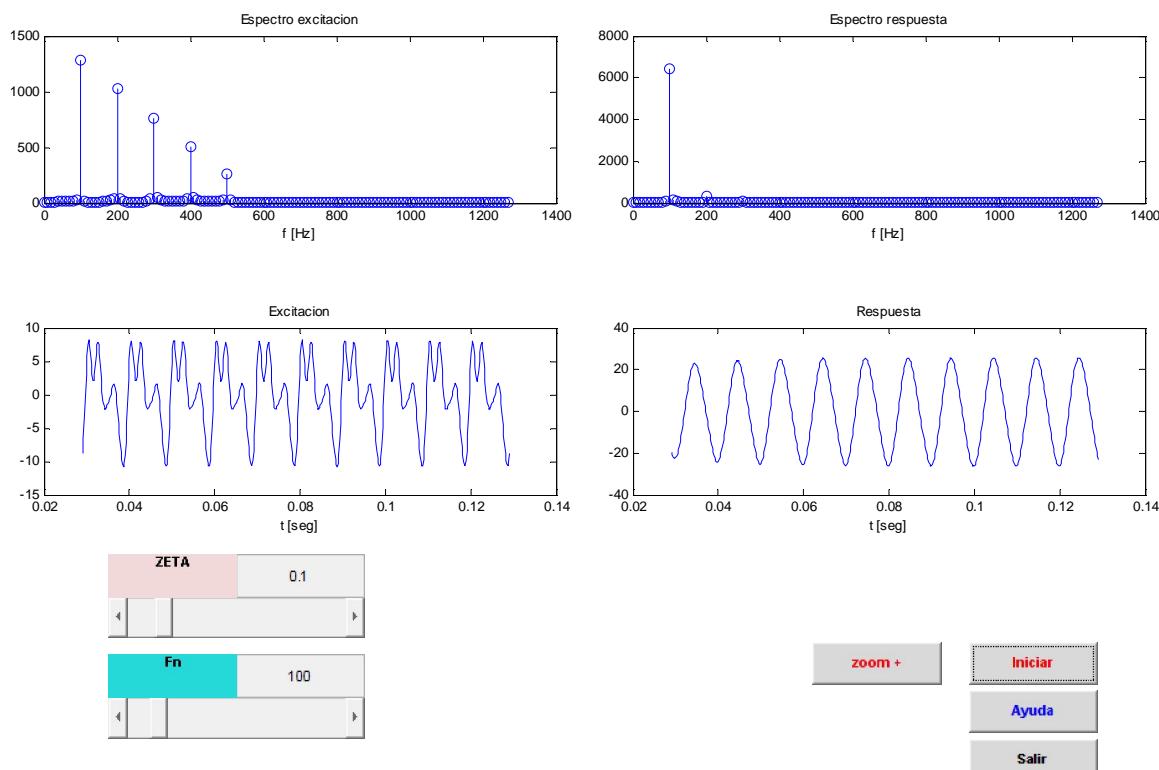


Figura 2.4.- Graficas de excitación y respuesta para un sistema de segundo orden y de un grado de libertad

A continuación vamos a ejecutar el programa para los siguientes casos examinando las señales en el dominio del tiempo y haciendo también la descripción en el dominio de la frecuencia

- Zeta=0.04

$$Wn = 193$$

- Zeta= 0.04

$$Wn = 480$$

Para zeta= 0.04 las siguientes respuestas se producen para Wn= 193 y 480 rad/seg (Figura 2.5).

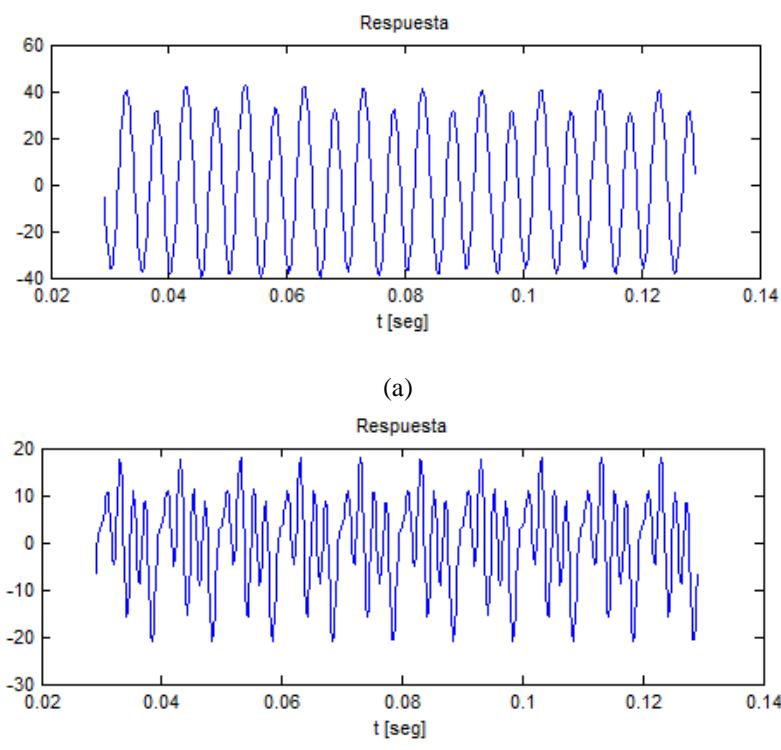
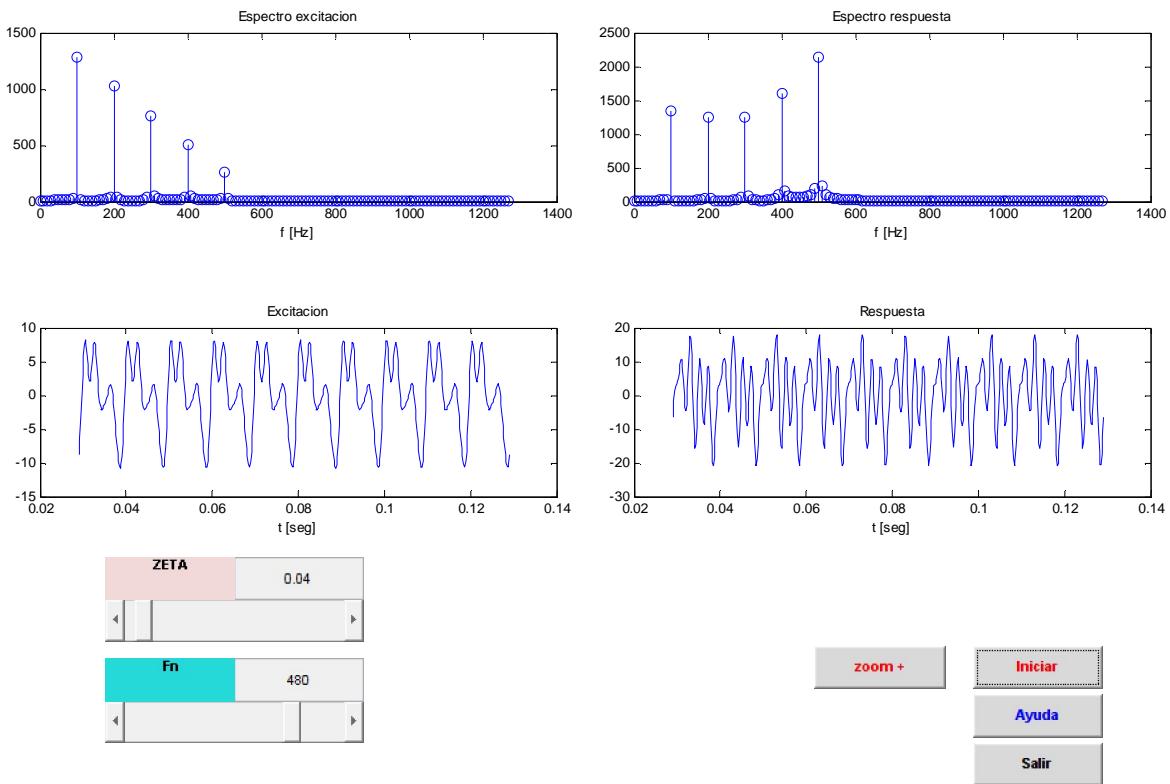


Figura 2.5.- Graficas de respuesta para $Wn= 193$ (a) y $Wn= 480$ (b)

Los resultados son muy dispares, difíciles de interpretar solamente con las gráficas de señales.

Cambiar Wn afecta a los picos en las gráficas del dominio de la frecuencia. Cuando Wn coincide con un múltiplo de 122.7 rad/seg, el pico relevante aumenta drásticamente, y la respuesta se parece a una señal sinusoidal de la misma frecuencia (Figura 2.6).

Figura 2.6.- Graficas de respuesta para $W_n = 480$

2.2 SEÑALES

2.2.1 Clasificación de las señales

Las aproximaciones del procesado de señal suele depender de las propiedades de las señales. Tanto la caracterización como los métodos de análisis pueden depender de la estructura de la señal, como puede ser:

- Determinado frente a aleatorio
- Transitorio frente a continuo
- Estacionario frente a no estacionario

En la práctica nos solemos encontrar con combinaciones de distintos tipos de señal. Un ejemplo podría ser una señal armónica contaminada por un ruido aleatorio. La definición exacta de determinado frente a aleatorio en teoría puede ser un problema, pero con frecuencia no supone un problema en la práctica. Podemos clasificar una determinada señal como una función exacta que puede ser obtenida si la información concerniente a la generación de la señal está disponible. Sin embargo, una señal aleatoria sólo puede ser descrita en términos estadísticos. Las vibraciones generadas por

impacto pueden estar determinadas, pero son inducidas por fricciones que podrían ser origen aleatorio.

Las señales predeterminadas pueden ser periódicas o no periódicas (transitorios). Las señales aleatorias puedes ser estacionarias, cuando sus propiedades estadísticas son invariables en el tiempo, o ser no estacionarias.

A no ser que queramos usar una señal sin tratar, se usa cierta reducción de información en la caracterización. Esto se puede describir de acuerdo a la clase de señal que tenemos (Figura 2.7).

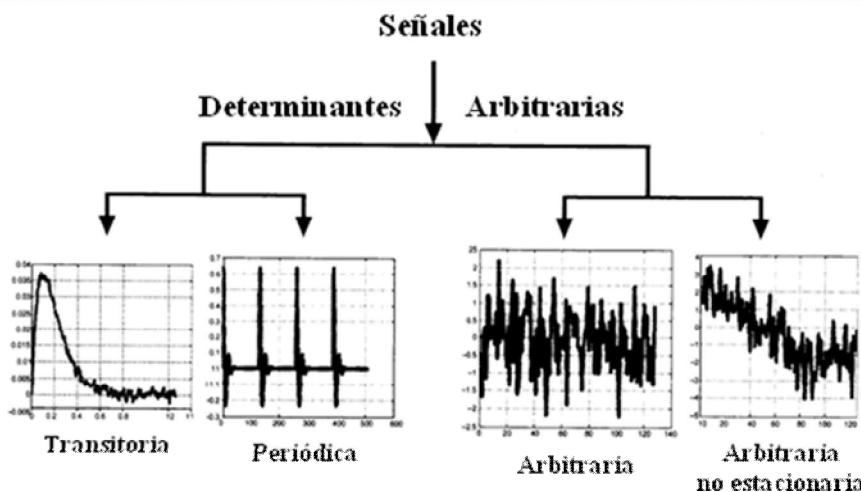


Figura 2.7.- Tipos de señales

2.2.1.1 Señales transitorias -- Energía

Si solamente uno de los transitorios está disponible, se suele considerar como determinado. Una simple descripción puede estar basada en la energía de la señal

$$E = \int_0^T x^2(t) dt$$

siendo T, la duración. Las unidades de E no son julios por segundo. Sin embargo, la energía de una señal física real (fuerza, velocidad, desplazamiento, etc.) será proporcional a E. El tipo de señal donde E es finita se denomina “energía de señal” y E es la energía, con unidades de $V^2\text{-seg}$, $N^2\text{-seg}$, etc. Para voltaje, fuerza y otros tipos de señales. La unidades de voltaje se suelen asumir como $x(t)$, puesto que muchas de las medidas se obtienen con instrumentación electrónica.



2.2.1.2 Señales periódicas continuas – Potencia

Una función periódica como $x(t) = x(t + T_p)$ con T_p periodo, está claramente determinada. El periodo es una descripción lógica, pero este tipo de información es tan importante que se trata separadamente bajo el “Análisis espectral” (Tema 7).

La cantidad de energía por periodo puede ser constante, por consiguiente podemos usar la potencia

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt$$

para $T \rightarrow \infty$

$$P \rightarrow \frac{1}{T} \int_{t=0}^T x^2(t) dt$$

como descripción, e incluso como señal, teniendo potencia finita denominada “Potencia de señal”.

2.2.1.3 Señales aleatorias

Sólo las propiedades estadísticas pueden describir señales aleatorias. La descripción estadística más básica son las distribuciones de probabilidad. Amplitud de probabilidades son definidas por señales de tiempo, basadas en el porcentaje de tiempo que permanece cada señal en un rango específico de amplitud.

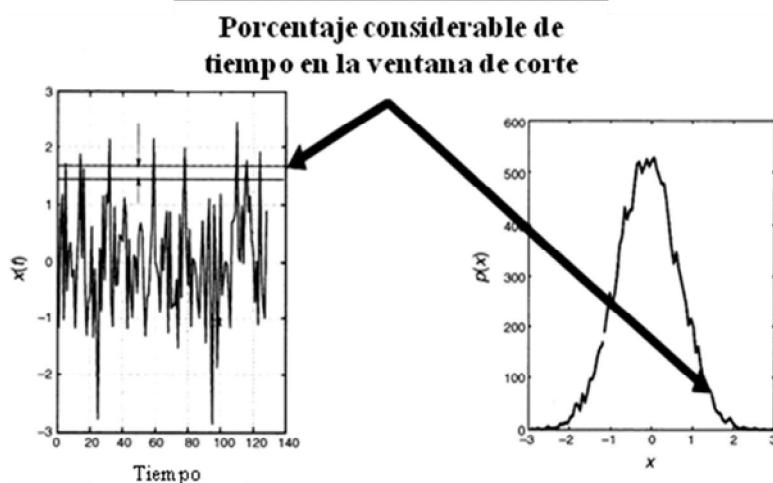


Figura 2.8.- Graficas de densidad de probabilidad



La función de densidad de probabilidad $p(x)$ (continua) está definida como:

$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\text{prob}[x < x(t) < x + \Delta x]}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} [\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Sigma T_i}{T}]$$

donde T_i son los intervalos donde la señal descansa en una ventana de amplitud comprendida entre x y $x + \Delta x$.

El área bajo $p(x)$ se toma como 1 por normalización, dicho área para un rango de x es $\int_{x_1}^{x_2} p(x)dx$, siendo el porcentaje de tiempo donde una señal se encuentra entre x_1 y x_2 .

Los parámetros de señal pueden estar basados en $p(x)$. En la práctica, los parámetros estadísticos se computarán sobre el tiempo, usando muestra de señales consecutivas. En el procesado de señal, supone una ventaja procesar después de eliminar DC (valor medio) de las señales. Los momentos centrales, cercanos al valor medio, se definen como

$$\text{Primer momento (media)} \quad \mu_1 = E[(x - \bar{x})] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x}) p(x) dx$$

$$\text{Segundo momento (varianza)} \quad \mu_2 = E[(x - \bar{x})^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 p(x) dx$$

Usando este último, la varianza, la raíz cuadrática será la desviación estándar.

Para señales, los promedios estadísticas se computan como tiempos medios, entonces

$$\mu_x = \lim \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dx \quad T \rightarrow \infty$$

$$\text{asumiendo } \mu_1 = 0: \quad Var_x = \sigma_x^2 = \lim \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dx \quad T \rightarrow \infty$$

Por consiguiente Var_x también se denomina media cuadrática (MS), y σ se denomina raíz cuadrática media (RMS).

Para una señal aleatoria con media cero,

$$x_{RMS} = \left[\frac{1}{T} \int_T x^2(t) dt \right]^{0.5}$$



La RMS puede ser computada para cualquier señal de potencia, incluyendo señales determinadas (no aleatorias). Para funciones analíticas periódicas es posible encontrar una RMS como una función de amplitud. Muchos fenómenos aleatorios tienen distribuciones que se pueden aproximar a distribuciones Gaussianas, también denominadas Distribuciones Normales:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] = N(\mu, \sigma)$$

$p(x)$ es descrita sólo por dos parámetros, la media μ y la varianza σ^2 . La extensión (ancho) de esta función con forma de campana depende de σ . Una función normalizada es definida por

$$N(0,1) = p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right]$$

Para el 99% del tiempo, una señal Gaussiana está prácticamente entre $\pm 3\sigma$, lo que se puede tomar como una aproximación de los valores extremos (picos):

$$X_{pico-pico} = \pm 3\sigma = \pm 3x_{RMS}$$

2.2.2 Ejercicios

2.2.2.1 Ejercicio 1

En este ejercicio vamos a reconocer las clases de señales, diferenciándolas entre señales de energía o potencia, para ello, las señales de potencia son continuas en el tiempo como se puede observar en las señales periódicas (figura 2.9) y aleatorias, las aleatorias de banda estrecha y algunas de las señales no estacionarias.

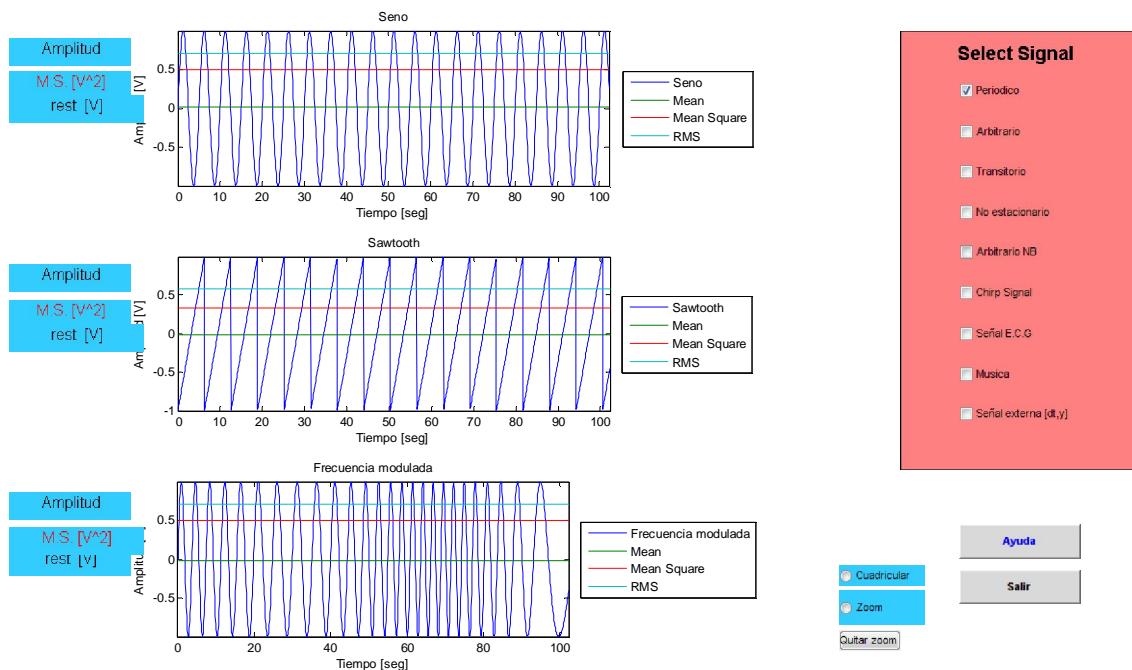


Figura 2.9.- Graficas señales periódicas.

La duración de la señal se escoge para abarcar una duración de tiempo arbitraria. Sus fuerzas pueden ser descritas por parámetros como la media cuadrada con $[V^2]$ unidades, o su raíz cuadrada (0.707), el RMS, en $[V]$ unidades.

La señal aleatoria de banda estrecha tiene propiedades específicas, que pueden ser observadas haciendo un zoom. Contrariamente a la señal de banda larga, parece tener una frecuencia constante, por lo menos por definición de periodo en torno a cero. Mirando la envolvente, podríamos casi describir una ligera modulación de una amplitud aleatoria de una señal armónica (Figura 2.10).

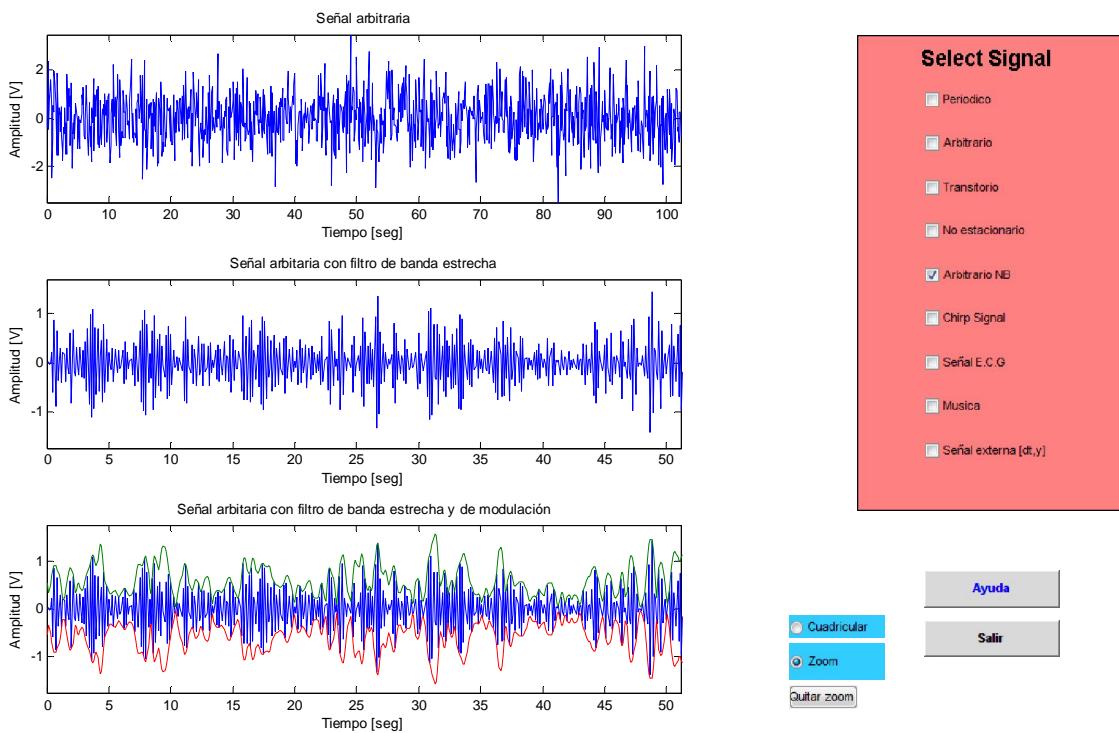


Figura 2.10.- Graficas señal aleatoria con filtro de banda estrecha y modulación.

Las señales transitorias tienen duraciones fijas y son señales de energía. Todas las que se muestran son deterministas. Las señales no estacionarias aleatorias pueden ser de diversos tipos. La 1º grafica se parece a una señal aleatoria y constante pero variando entorno a una media. La 2º tiene una magnitud que disminuye lentamente, pero su forma básica es aleatoria. La última tiene una pauta cambiada en torno a 50 seg, todavía aleatoria pero más lenta. De ahí, los nombres formales de los tipos, que aparecen como títulos en las gráficas. Algunas pautas no estacionarias, como las mostradas, son fáciles de describir, pueden existir, sin embargo, otras más sutiles.

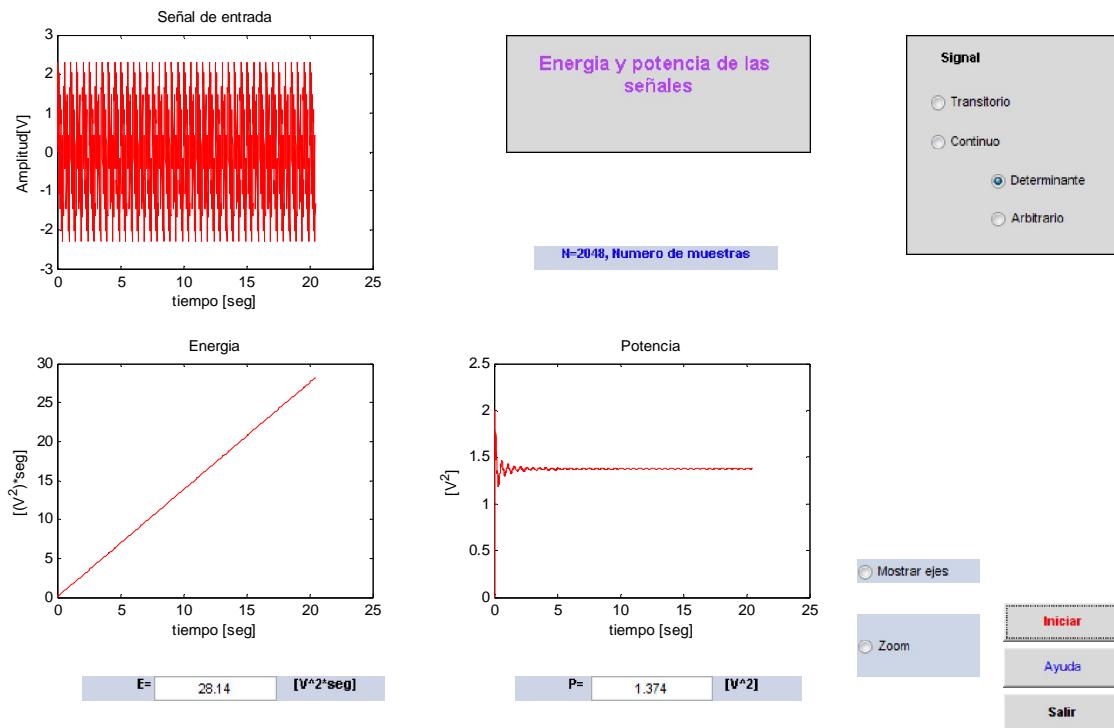
2.2.2.2 Ejercicio 2

Para este ejercicio vamos a demostrar el concepto de señales de energía y de potencia escogiendo señales de energía (transitorias) o de potencia (continuas).

Para señales transitorias, la energía evoluciona en el tiempo hasta que se abarque toda la duración de la señal. Dentro de la resolución disponible con un display lineal, esto es, en torno a 4-5 sec. La potencia tiende a cero, pero desaparecerá después de un tiempo infinito, que, obviamente no puede ser calculado para ninguna señal real.

Para las señales deterministas (potencia) la energía aumenta cuando el tiempo evoluciona. La potencia tiende hacia un valor constante de 1.375 V^2 (Figura 2.11). Para una onda sinusoidal, la potencia sería $(\text{amplitud}^2)/2(\text{V}^2)$, que no es el caso

mostrado. En consecuencia, esta no podría ser una señal sinusoidal, como puede verificarse haciendo un zoom sobre la misma señal.



La potencia oscila hasta alcanzar un valor constante, la fluctuación disminuye con la evolución del tiempo (i.e: la limita de integración aumenta). Un fenómeno similar ocurre para señales aleatorias, salvo que las fluctuaciones ya no tienen la misma pauta típica. Ejecutando el caso aleatorio de nuevo (como por instrucciones, pulsando los botones continuos y aleatorios otra vez) nos da como resultado diferentes pautas de la señal, e incluso distintos valores de la potencia. Sin embargo, el valor final de la potencia parece razonablemente constante.



2.3 METODOS DE FOURIER

Muchas tareas en el procesamiento de señal se ejecutan en el dominio de frecuencia. Las mayores herramientas usadas para esto están basadas en los métodos de Fourier

A continuación describimos varias herramientas que usan métodos de Fourier de acuerdo a algunas clasificaciones:

- Métodos para señales continuas:
 - Series de Fourier
 - Transformada de Fourier
- Métodos para señales continuas:
 - Transformada discreta de Fourier

2.3.1 Series de Fourier

Las series de Fourier son un caso especial de presentación o aproximación de funciones como colección de funciones ortogonales. Específicamente estas series se usan para descomponer señales periódicas en componentes armónicos.

Para estas series de Fourier existen varios tipos de representaciones, de manera trigonométrica o de manera exponencial.

- De forma trigonométrica:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t)] \quad \text{con } f_0 = \frac{1}{T}, \text{ donde}$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos(2\pi k f_0 t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_T x(t) \sin(2\pi k f_0 t) dt$$

- De forma exponencial:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k \exp(j2\pi k f_0 t), \text{ con } X_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) \exp(-j2\pi k f_0 t) dt$$

La forma trigonométrica muestra sólo un lado de la representación (figura 2.12), con frecuencias positivas exclusivamente. No obstante, la forma exponencial es una

representación de dos lados (figura 2.13), que incluye las frecuencias positivas y negativas

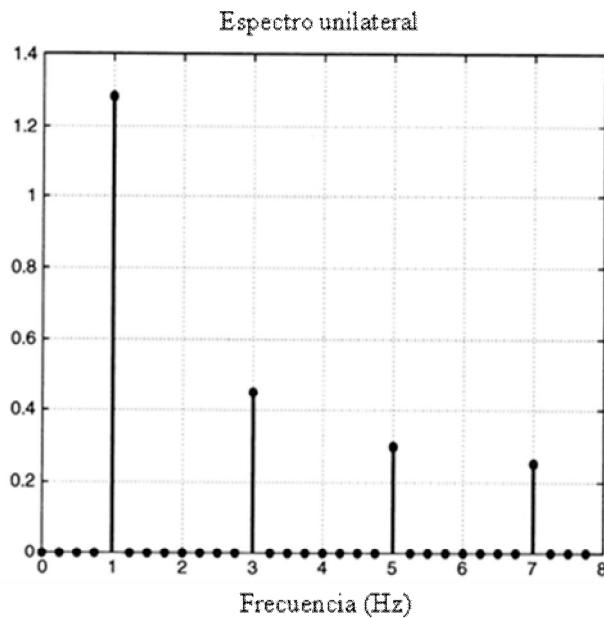


Figura 2.12.- Representación trigonométrica de un solo lado

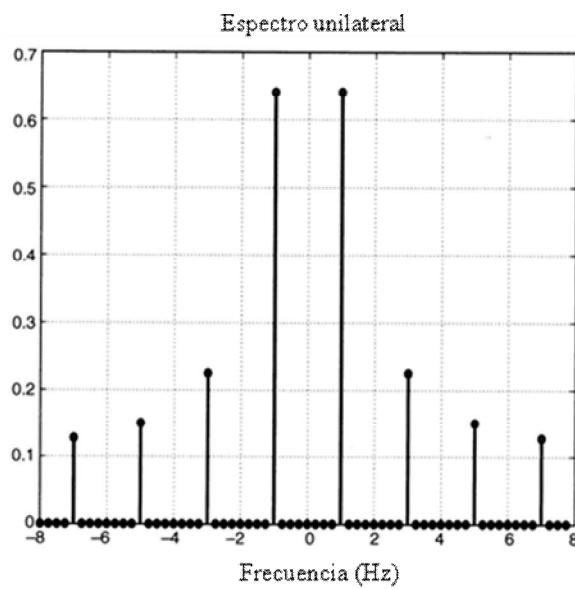


Figura 2.13.- Representación exponencial de dos lados.



2.3.2 Transformada de Fourier

La herramienta matemática que nos posibilita describir una función periódica (transitorio) es la transformada de Fourier (FT). El propósito es sintetizar un transitorio como suma de funciones armónicas. Esta suma debe de ser cero fuera del intervalo de duración de la señal, e igual a ella dentro del intervalo.

La definición de transformada es:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \exp(j2\pi f t) df$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-j2\pi f t) dt$$

o simbólicamente, $x(t) \leftrightarrow X(f)$, siendo $x(t)$ y $X(f)$ el par de la transformada de Fourier, con x en el tiempo y X en el dominio de la frecuencia.

2.3.3 La Transformada Discreta de Fourier (DFT)

Ésta se denomina formalmente la serie de Fourier discreta temporal (DTFS), pero el término DFT ha sido aceptado en la práctica. Muestra la relación entre dos secuencias periódicas, $x(n)$ en tiempo y $X(k)$ en el dominio de frecuencia.

$$X(k) = \sum_n x(n) \exp\left(-j\frac{2\pi}{N} kn\right)$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_k X(k) \exp\left(j\frac{2\pi}{N} kn\right)$$

Los factores de normalización 1 para $X(k)$ y $1/N$ para $x(n)$ son por convenio. Existen otros, por ejemplo $1/\sqrt{N}$ en ambas expresiones. Esto es siempre recomendable para verificar cada uno de ellos para computaciones específicas, debido a que este efecto de los factores de normalización aparece en expresiones que involucran a la DFT.

2.3.4 Ejercicios

2.3.4.1 Ejercicio 1

En este ejercicio vamos a descubrir las series de Fourier, para ello, empezamos siempre con una señal seno de frecuencia 4 Hz y una amplitud de 1. Se pueden añadir dos señales armónicas adicionales, anotadas por 2 y 3, a esta señal seno. Las señales 2 y 3 tienen respectivamente frecuencias de 8 y 12 Hz. Sus amplitudes y fases (relativas al seno) pueden ser controladas independientemente por medio de las barras deslizantes apropiadas.

Sabiendo esto vamos a empezar a modificar los parámetros, cambiando las amplitudes y fases de las señales 2 y 3 a cero, para después, ver el efecto de variar solo la amplitud 2 sobre la señal total para más tarde poder variar solo la amplitud 3. Con las fases 2 y 3 cero, variaremos ambas amplitudes y elegimos arbitrariamente combinaciones de todas las amplitudes y fases, modificando solo las amplitudes, luego solo las fases, y finalmente los cuatro parámetros.

Para el seno original (Figura 2.14), se observa una única línea en el espectro. Añadiendo la señal 2, se puede observar la existencia de una frecuencia doble a simple vista. La fase tiene, sin embargo, un efecto significante sobre la forma de la suma. Efectos similares se observan cuando se añade la señal 3. La amplitud y la frecuencia pueden ser convenientemente observadas en la representación espectral. Tenemos una suma más compleja cuando se varían los cuatro parámetros.

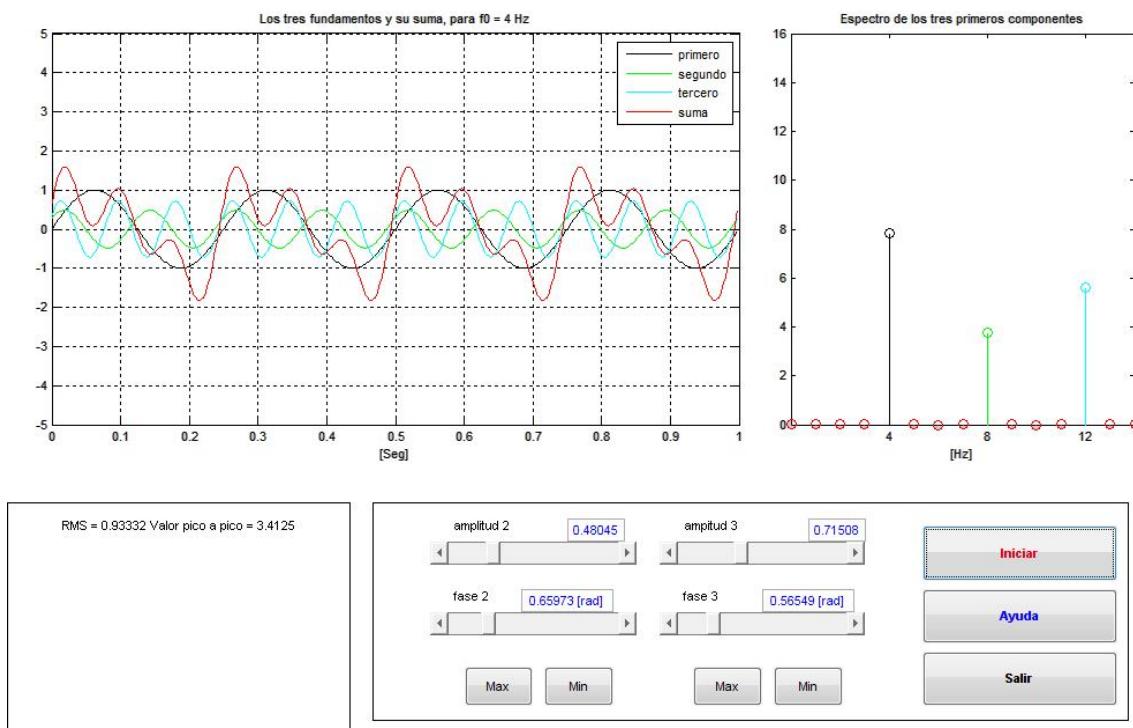


Figura 2.14.- Representación grafica de la señal seno básica, suma de las 3 señales y representación del espectro de la señal total.



De este modo, hemos descubierto las series de Fourier. La síntesis consiste en añadir a un componente fundamental (la señal 4Hz) dos armónicos (de 8 y 12 Hz). La descripción de las series de Fourier puede, por lo tanto, descomponer la señal periódica (la suma) en un fundamental y armónicos (cuyas frecuencias están números enteros múltiples de lo del fundamental).

La fase no se refleja en el espectro de la amplitud. La señal original no puede ser cubierta solamente por el espectro de amplitud. La fase no afecta los valores de RMS, pero puede tener un efecto significante sobre los valores pico a pico de la suma total. Dado la misma RMS, la fase podría escogerse tal que los valores extremos de la señal sean maximizados o minimizados. Eso se puede hacer con los botones Max.Min.

2.3.4.2 Ejercicio 2

Para este ejercicio vamos a analizar un caso experimental real de una señal periódica desde una representación de las series de Fourier, el caso que vamos a experimentar es el de un rotor soportado por dos cojinetes el cual está conducido por una correa dentada. Los datos mostrados y analizados consisten en una fuerza de reacción actuando sobre la carcasa del cojinete más próximo de la correa conductora. La velocidad de rotación es 240 rpm. El numero de dientes de correa por rotación está en la gama 11-12 (esto depende del rotor y del radio y de la longitud de la correa).

Se pueden analizar dos señales, los datos experimentales desde el mecanismo rotativo y una señal diente de sierra simulada.

La señal sin tratar se muestra en la gráfica de arriba a la izquierda, el espectro a su derecha (Figura 2.15).

El número de series de Fourier puede fijarse manualmente, cada activación con el botón manual aumenta en una unidad el número de armónicas. El espectro de la señal total (azul) se muestra en la gráfica de arriba a la derecha y superpuesto sobre este las armónicas identificadas (rojo).

La misma información se presenta como señales en el dominio del tiempo en la gráfica a la izquierda al medio. Esta muestra la señal total (negro) y superpuesto sobre la misma, la síntesis de las series de Fourier, i.e la señal compuesta de la suma de los componentes identificados. La potencia de cada componente (gráfica con las barras negras) y la potencia total acumulada (línea azul) aparecen en la gráfica a la derecha del medio. El programa puede ser ejecutado en un modo automático, con un orden armónico aumentando desde 1 hasta el máximo, y puede ser pausado con los botones apropiados.

Las gráficas de abajo son el resultado de un filtraje. Los componentes lentos (baja frecuencia) y rápidos (alta frecuencia) se observan en las gráficas a la derecha y a la izquierda respectivamente.

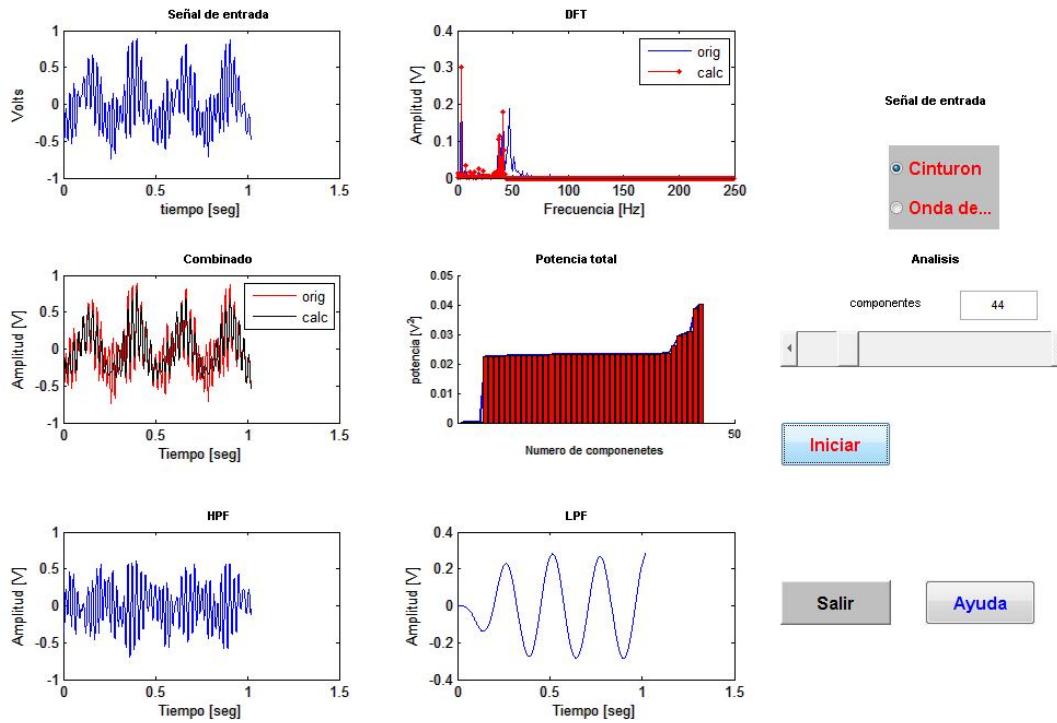


Figura 2.15.- Representación grafica del DFT, potencia total, señal de entrada sin tratar y filtrada.

Una vez explicado esto vamos a revisar manualmente paso a paso la descomposición de Fourier, e intentar relacionar la pauta del tiempo de la señal con las armónicas específicas añadidas en la descomposición/síntesis.

Como vemos en la figura 2.16, la ventana del tiempo abarca 1 seg., con cuatro períodos, correspondiendo para un periodo de 0.25 seg., una frecuencia de 4 Hz, igual a la frecuencia rotacional de 240rpm. Del cuarto hasta el sexto índice de la FS corresponden el número aproximado de períodos. La potencia total parece permanecer constante hasta que llegamos a la región de treinta segundos hasta el quincuagésimo armónico. La potencia total aumenta significativamente, y la ilustración espectral muestra que este aumento se debe a picos en la región de 50 Hz. La función del tiempo muestra que las grandes fluctuaciones de la frecuencia están ahora contenidas en la señal sintetizada. Así, reconocemos los componentes de la frecuencia baja y alta en el tiempo, la frecuencia y las figuras de la potencia total.

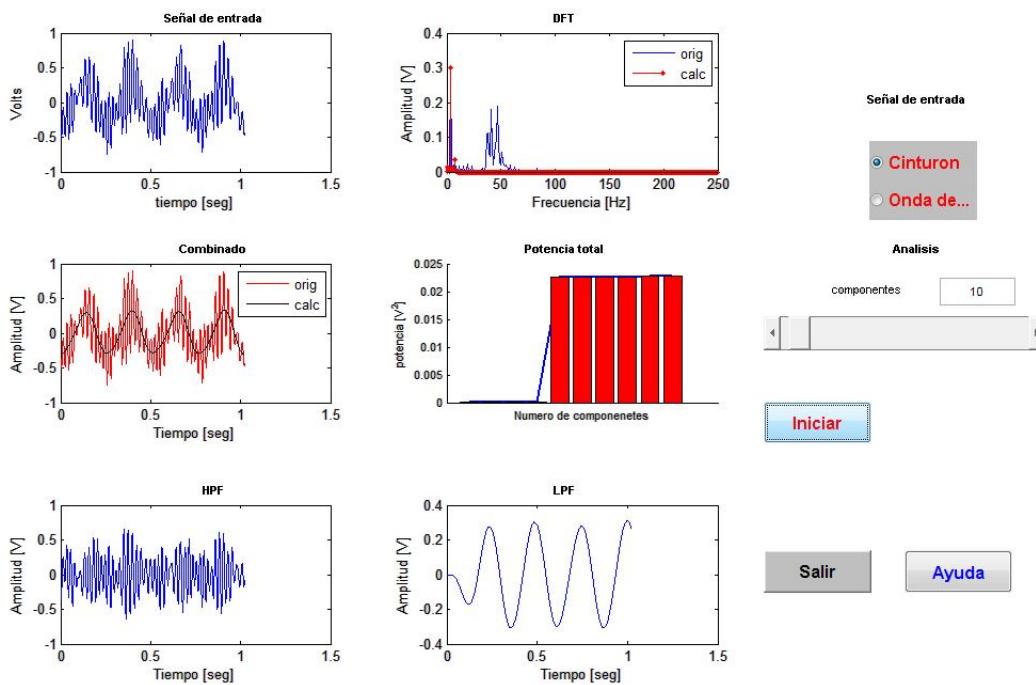


Figura 2.16.- Representación grafica del DFT, potencia total, señal de entrada sin tratar y filtrada para un número de componentes igual a 10

La frecuencia de correa de dientes comienza en la gama de 44-48 Hz (11-12 dientes por rotación), la fuerza de reacción generada por estos dientes podría ser modulada por la velocidad rotacional de 4 Hz, generando una potencia en la gama de 40-52 Hz, mostrada en la región de alta frecuencia del espectro. (Figura 2.17)

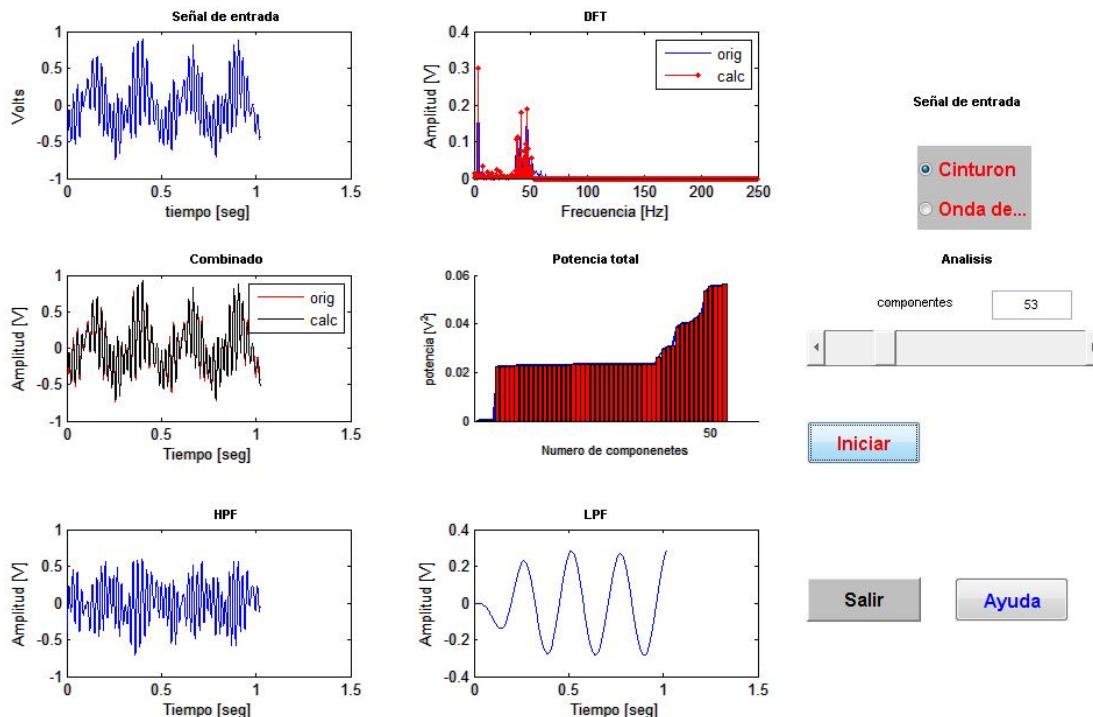


Figura 2.17.- Representación grafica del DFT, potencia total, señal de entrada sin tratar y filtrada para un número de componentes igual a 53.



2.4 SISTEMAS LINEALES

2.4.1 Sistemas Continuos

La descripción más básica de una ecuación diferencial ordinaria es:

$$\sum_{k=0}^N a_k \frac{d^k}{dt^k} y(t) = \sum_{k=0}^M b_k \frac{d^k}{dt^k} x(t)$$

Este sistema viene definido por las órdenes de la ecuación y los parámetros a_k y b_k .

Las relaciones algebraicas se pueden obtener mediante los métodos de transformación.

Para este caso utilizamos la transformada de Laplace, dada por la siguiente expresión:

$$\sum_{k=0}^N a_k s^k Y(s) = \sum_{k=0}^M b_k s^k x(s)$$

que con una función de transferencia se puede obtener como

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k s^k}{\sum_{k=0}^N a_k s^k} = \frac{B(s)}{A(s)}$$

Los ceros de la raíz polinómica en “s” tienen otra descripción:

$$A(s) = \prod_{k=1}^N (s - z_k)$$

$$B(s) = b_m \prod_{k=1}^M (s - p_k)$$

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$$

con z_k y p_k los ceros y polos del sistema.

Sabiendo esto la función de respuesta en frecuencia (FRF) es:

$$H(j\omega) = H(s) \Big|_{s=j\omega}$$



evaluando H en el contorno $s = j\omega$. La FRF es una de las descripciones más generales, que además tiene una interpretación muy intuitiva. Asumiendo una excitación armónica.

$x(t) = X_{\max} \sin(\omega t)$, la respuesta de estado fija de cualquier sistema lineal tendrá la forma $y(t) = Y_{\max} \sin(\omega t - \phi)$ y la FRF es entonces un vector cuyo módulo es la ganancia Y_{\max}/X_{\max} (a función frecuencia) con un ángulo correspondiente a la fase de ϕ (también una función de frecuencia):

$$H(\omega) = |H(\omega)| < \phi(\omega)$$

Las dos representaciones $|H(\omega)|$ y $\phi(\omega)$ son conocidas como diagramas de Bode, que muestran la ganancia y fase como una función de frecuencia. El sistema también puede ser descrito como un impulso de respuesta $h(t)$, resultado de aplicar una excitación con la forma $x(t) = \delta(t)$, resultando $h(t)$. También podemos ver que $h(t)$ es la inversa de la transformada de Laplace $H(s)$ o de la transformada de Fourier $H(\omega)$. Por consiguiente tenemos la básica relación de la transformada de Fourier

$$h(t) \leftrightarrow H(\omega)$$

2.4.2 Sistemas Discretos

La descripción más básica de una ecuación diferencial ordinaria es:

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$$

Este sistema viene definido por los órdenes de la ecuación y los parámetros a_k y b_k .

Al igual que los sistemas continuos, las relaciones algebraicas se pueden obtener mediante los métodos de transformación.

Para este caso utilizamos la transformación Z que tiene la siguiente expresión:

$$\sum_{k=0}^N a_k z^{-k} Y(z) = \sum_{k=0}^M b_k z^{-k} X(z)$$

que con una función de transferencia se puede obtener como

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}}$$



Los ceros de la raíz polinómica en z tienen otra descripción:

$$H(z) = b_m \frac{\prod_{k=1}^M (z - z_k)}{\prod_{k=1}^N (z - p_k)}$$

con z_k y p_k los ceros y polos del sistema.

Sabiendo esto la función de respuesta en frecuencia (FRF) la asumimos para muestras separadas en un intervalo Δt . La frecuencia de respuesta del sistema discreto viene dada por:

$$H(j\phi) = H(z)|_{z=j\phi}, \quad \phi = \omega\Delta t, \quad H(j\omega) = H(z)|_{z=\exp(j\omega\Delta t)}$$

evaluando $H(z)$ con el contorno $z = \exp(j\omega\Delta t)$, en un intervalo de muestra de Δt . Hay que advertir que esa FRF es una función continua de la frecuencia y además es periódica con $2\pi/\Delta t$.

De manera similar a lo ya explicado con los sistemas continuos, la FRF es también una de las descripciones más generales para sistemas discretos. De nuevo partimos de una excitación armónica:

$$x(n\Delta t) = X_{\max} \sin(\omega n\Delta t)$$

El estado fijo de respuesta de cualquier sistema lineal tendrá la forma

$$y(n\Delta t) = Y_{\max} \sin(\omega n\Delta t - \phi)$$

En este contexto, las señales digitales armónicas son secuencias correspondientes a valores de muestras de señales continuas armónicas. Un punto de vista adecuado es mirar la secuencia sobre un armónico ficticio.

La FRF es entonces un vector cuyo módulo es la ganancia Y_{\max}/X_{\max} (a función frecuencia) con un ángulo correspondiente a la fase de ϕ (también una función de frecuencia):

$$H(\omega) = |H(\omega)| < \phi(\omega)$$

Las dos representaciones $|H(\omega)|$ y $\phi(\omega)$ son conocidas como diagramas de Bode, que muestran la ganancia y fase como una función de frecuencia. El sistema también puede ser descrito como un impulso de respuesta $h(n)$, resultado de aplicar una excitación con la forma $x(n) = \delta(n)$, resultando $h(n)$. También podemos ver que $h(n)$ es la inversa de la transformación Z de $H(z)$. Por consiguiente tenemos la básica relación de la transformada de Fourier

$$h(n) \leftrightarrow H(z)$$



2.4.3 Caso específico de un sistema continuo lineal – Acelerómetros

Los acelerómetros están inicialmente basados en sensores de vibración: un sistema de masa oscilatoria excitada por el desplazamiento de un cuerpo al que está atado. Un dispositivo transductor apropiado mide la fuerza sentida en la oscilación. Muchos dispositivos sensores están basados en el cálculo de la oscilación. Uno de los tipos de acelerómetro más popular es el piezoelectrónico, donde la fuerza sentida por la oscilación es captada por un transductor piezoelectrónico que genera una carga (y con ello un voltaje correspondiente). Por lo tanto, las características dinámicas de los acelerómetros vienen dictadas por subsistemas mecánicos y piezoelectrónicos.

La función de transferencia mecánica relativa a la respuesta de la excitación es

$$H(s) = \frac{1}{\omega_0^2} \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 2\zeta \frac{s}{\omega_0} + 1}$$

donde ω_0 es la frecuencia natural no amortiguada y ζ es el coeficiente de amortiguación. Por ello, los acelerómetros se comportan como sistemas lineales de segundo orden, operando por debajo de resonancia. En el rango de frecuencia inferior a ω_0 , y coeficientes de amortiguación muy pequeños, la fuerza captada $x_f(t)$, está basada en una aceleración $\ddot{x}(t)$, entonces

$$x_f(t) = \frac{k}{\omega_0^2} \ddot{x}(t)$$

con k la constante elástica (N/m), y para diseños iguales la ganancia es inversamente proporcional al cuadrado de la frecuencia natural.

2.4.4 Ejercicios

En este ejercicio vamos a explorar la respuesta de un acelerómetro ante una señal transitoria con ruido, para ello, tenemos un acelerómetro, cuya frecuencia natural y sensibilidad son controlables, está excitado por una señal transitoria con ruido añadido. La duración de la señal transitoria así como la del ruido añadido son también controlables. La señal transitoria sin ruido se muestra en la gráfica superior izquierda y el ruidoso en la superior derecha. Las gráficas previstas para el acelerómetro se muestran en las dos gráficas intermedias dándose la ganancia en decibelios. Se pueden escoger tres perspectivas vía “análisis”: excitación mediante un transitorio sin ruido, mediante ruido solamente y por un transitorio ruidoso. El último caso es solamente una

superposición de los dos primeros. La respuesta se muestra en la gráfica inferior izquierda, la excitación y la respuesta en la parte inferior derecha (Figura 2.18).

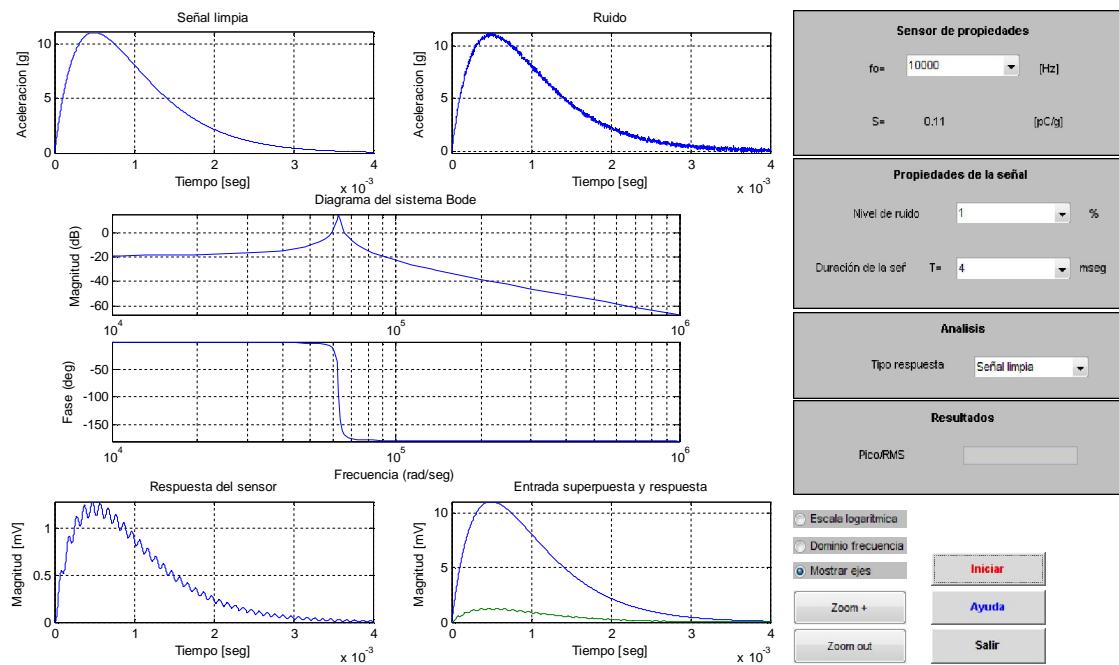


Figura 2.18.- Representación grafica de una señal transistora limpia analizando la excitación y respuesta provocada

Para el caso de un transitorio ruidoso, una cantidad numérica adicional, pico RMS se muestra en el marco “resultados”: esto es el ratio del pico para la respuesta ideal del Transitorio (sin-ruido) a la de la salida RMS con la excitación del ruido únicamente.

Una vez explicado el funcionamiento del programa, vamos a investigar el efecto del cambio de la sensibilidad, frecuencia natural y la duración del transitorio tanto para un transitorio sin-ruido y transitorio ruidoso.

Desde la situación sin ruido, la sensibilidad no afecta a la respuesta dinámica. Para una duración de la señal cercana al recíproco de una frecuencia resonante, vemos oscilaciones superpuestas a esta frecuencia resonante (Figura 2.18). Se requiere una frecuencia de resonancia de un acelerómetro más grande para disminuir estas oscilaciones.

La respuesta del ruido muestra claramente estas oscilaciones. Usando las opciones del zoom, la frecuencia del ruido aproximada se ve como la de la frecuencia resonante. El valor pico/RMS se ve reducido por una frecuencia resonante más grande. Las amplitudes de banda más grandes resultan en un mayor ruido en la salida.



2.5 FILTROS

El filtrado es una operación de procesado de señal en el dominio del tiempo, aplicado a regiones de frecuencia diferentes. Las aplicaciones típicas son las de separación de los componentes de la señal, que están centrados en regiones de frecuencias diferentes, y la mejora de la señal respecto del ruido eliminando los componentes no deseados.

Las propiedades dinámicas de los sistemas físicos a través de la propagación de las señales, incluyendo las medidas del sistema, usualmente se aplican a frecuencias dependientes del peso. Suele ser conveniente considerarlas como filtros, operando con la información que llevan las señales que son analizadas. Muchos filtros son de tipo análogo. A las señales de vibración suelen estar altamente afectadas por el sistema físico por el que se propagan.

El análisis espectral, es una representación del dominio de la frecuencia, sin la habilidad de describir la localización en el tiempo de las propiedades de la señal. Esta información local es retenida por el filtrado, es el precio a pagar por buscar puntualmente una región específica de frecuencia. El análisis espectral y el filtrado pueden ser consideradas como operaciones complementarias, una forma diferente de ver señales en dos dominios. La mayoría de los tipos de filtros se caracterizan por su banda de paso y rango de rechazo, a través de la función de respuesta en frecuencia (FRF). La figura 2.19 muestra esto para algunos filtros ideales.

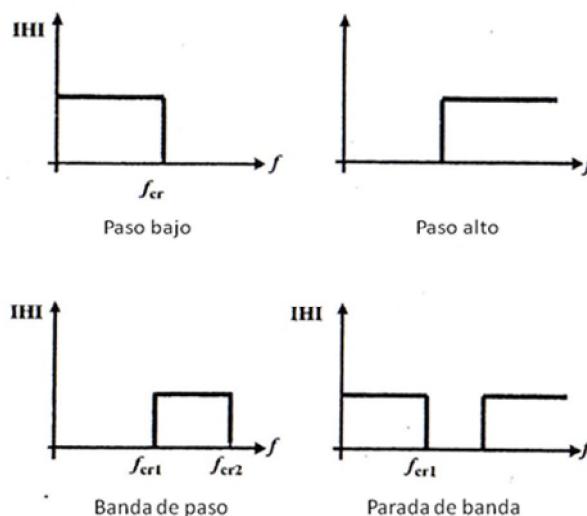


Figura 2.19.- Tipos de filtrado

2.5.1 Filtros analógicos y digitales

Existen varios tipos de sistemas de filtrado, dependiendo del tipo de sistema físico que tengamos.

Los efectos del filtrado suelen resultar de la monitorización del sistema y el hardware de medida usado. Atendiendo a la cadena completa de medida, las características dinámicas del sensor (por ejemplo un acelerómetro) constituyen un tipo específico de filtro analógico.

Tal y como vimos en el capítulo 4, la FRF de un acelerómetro típico, con una factoe de amortiguación bajo, exhibe una gran ganancia alrededor de la frecuencia natural del sensor. Para todos los propósitos prácticos, el efecto red es un filtrado de la señal medida.

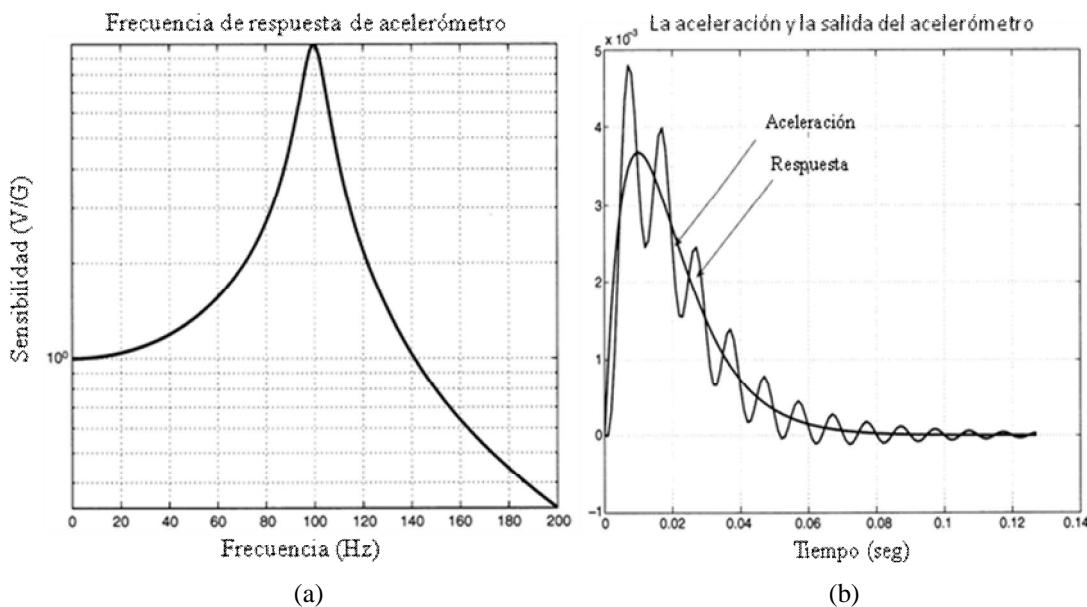


Figura 2.20.- (a) Frecuencia de respuesta del acelerómetro sin filtrar. (b) Frecuencia de respuesta del acelerómetro filtrado

Los efectos del filtrado pueden ser conseguidos por computación aplicada a señales digitales, adquiridas por sensores y sistemas de digitalización. Esos algoritmos son conocidos como filtros digitales, operando en secuencias discretas de tiempo.

La aproximación cuantitativa es obviamente para sistemas lineales (capítulo 4). Los diseños sistemáticos pueden estar basados en función de respuesta en frecuencia (FRF) y en el impulso de respuesta (IR). El primero trata con el caso de una excitación armónica, proporcionando la ganancia y la fase como una función de frecuencia. El impulso de respuesta es la inversa de la transformada de Fourier de FRF. El análisis básico empieza con diferentes ecuaciones y con la transformación Z.



La función de transferencia discreta de un sistema lineal viene dada por

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{r=0}^m b_r z^{-r}}{\sum_{r=0}^{n-m} a_r z^{-r}}$$

cuyo dominio de tiempo podría ser, con $a_0 = 1$:

$$y(n) = -\sum_{r=1}^{n-m} a_r y(n-r) + \sum_{r=0}^{m-n} b_r x(n-r)$$

Para $m=0$ tenemos una AR (autorregresión) o un filtro con impulso de respuesta infinito (IIR), mientras $n=0$ tendremos una MA (media en movimiento) o un impulso de respuesta finito (FIR).

$$H_{MA}(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_M z^{-M} = \sum_{r=0}^M b_r z^{-r} = \sum_{r=0}^M h_r z^{-r}$$

con el b_r igual a los elementos de impulso discreto h_r , mientras que para un filtro AR

$$H_{MA}(z) = \frac{1}{\sum_{r=0}^{n-m} a_r z^{-r}} = \sum_{r=0}^{\infty} c_r z^{-r}$$

El IIR sigue inmediatamente detrás de la división polinómica.

Los dos tipos de filtros difieren significativamente en sus propiedades:

- Tamaño del filtro: los filtros efectivos IIR suelen incorporar coeficientes mucho más bajos que los filtros FIR. Una salvedad es para factor 20, que es bastante común. El esfuerzo computacional y las posibilidades más fáciles de las computaciones de tiempo real, son una ventaja definitiva para el uso de filtros IIR.
- Estabilidad: los filtros FIR son inermeamente estables, los FIR pueden volverse inestables, y este aspecto se ha de tener en consideración cuando designamos el filtro.
- Características de la fase lineal: es deseable en algunas aplicaciones (lo veremos más adelante). Una gran ventaja de los filtros FIR es la facilidad para alcanzar propiedades, incluso para los casos reales. A menos que usemos soluciones de hardware especial, el filtro IIR puede tener esta propiedad sólo si se usa offline.



Las características de los filtros dependen de los valores de los parámetros a_i y b_i en la ecuación. El diseño de un filtro digital consiste en determinar:

El número de parámetros a_i y b_i (el orden del filtro)

Los valores numéricos de los parámetros.

2.5.2 Clasificación de filtros y especificaciones

Los filtros pueden ser clasificados de acuerdo con su región de operación. De este modo, tenemos filtros paso bajo, paso alto, banda de paso y parada de banda tal y como se muestra en la figura 2.19. Los filtros ideales no se pueden hacer, ya sea en forma digital o analógica, pero pueden ser aproximados. La aproximación resultará en filtros no ideales. Las desviaciones de la FRF respecto al caso ideal nos suele dar bandas de incertidumbre. Hay tres tipos posibles de indicaciones en los filtros no ideales. Lo primero de todo es que la ganancia en la banda que pasa puede fluctuar entre algunos márgenes, lo siguiente es que la atenuación en la parada de banda puede ser finita, y de nuevo con fluctuaciones entre márgenes, y finalmente la transición desde banda de paso a parada de banda no discontinua, pero muestra un ancho de transición.

Se suelen usar especificaciones simplificadoras. La región de transición donde existe atenuación obviamente es el parámetro principal. Esto se da a través de las frecuencias críticas, una para los casos de paso alto/paso bajo, dos para los casos de banda de paso/parada de banda. La transición puede ser gradual, y las frecuencias críticas suelen estar definidas como puntos de frecuencia con la mitad de la potencia (+ o -3 dB). El paso es otro parámetro de importancia. Muchos filtros analógicos FRFs son asintóticos en líneas rectas de la representación log/log. El paso es entonces descrito por la pendiente de esas asíntotas. Ejemplos podrían ser + 12dB/octava para el paso alto, p - 18 dB/octava para el paso bajo (una octava es un término tomado de la teoría musical). Para un gran número de casos de filtros, la pendiente es un entero múltiplo de 6 dB/octava; 6, 12, 18,..., 72, etc., esto se refiere al orden de la ecuación diferencias que describe el filtro (análogo) continuo. Para filtros digitales, el orden de la ecuación diferencial lo puede dictar la función de paso, la forma en la que está, suele ser más compleja.

Desde el punto de vista del usuario, la interacción con el software puede incluir dos fases (figura 2.21):

- El diseño del filtro (por ejemplo, computación de coeficientes a_i y b_i)
- La aplicación del filtro (por ejemplo, solución de ecuaciones diferenciales)



Figura 2.21.- Fases interacion con el software

Dependiendo de la disponibilidad de software, las fases de diseño y filtrado pueden darse a través de interfaz gráfico de usuario (GUI).

2.5.3 Filtros IIR

Algunos de los métodos de diseño más populares están basados en prototipos de filtros, que originalmente están desarrollados para filtros análogos. El diseño basado en prototipo trata de duplicar el comportamiento de esos filtros análogos históricos. Los principales prototipos son:

- Filtro Butterworth
- Filtro Chebychev
- Filtro elíptico

Los filtros Butterworth tienen propiedades “planas máximas”, como aquellas para un filtro de orden N, en las que $2N-1$ derivadas de FRF han de ser cero para frecuencias cero (para filtros paso bajo).

Los filtros de Chebychev ondas iguales en la banda de paso (o en la banda bloqueada) y una máxima planicie en la banda bloqueada (o en la banda de paso). De este modo, la transición entre bandas puede ser más rápida que la de los filtros de Butterworth. Los filtros elípticos pueden tener ondas iguales en la banda de paso o en la banda bloqueada. Para un orden y onda dados, esto puede minimizar el ancho de transición.

Otros métodos pueden ser usados para aproximar a una FRF dada, usualmente basado en métodos de optimización.



2.5.4 Filtros FIR

Los ilustramos con un simple ejemplo:

$$y(n) = \frac{1}{3}x(n) + \frac{1}{3}x(n-1) + \frac{1}{3}x(n-2) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k x(n-k)$$

con

$$N = 3 \text{ y } b_k = \frac{1}{N} = cte$$

Obviamente esto es la media de tres puntos, y la acción de suavizado indica un filtro de paso bajo. Para un N más general la media de los puntos en movimiento

$$y(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(n-k)$$

$$Y(z) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} z^{-k} X(z)$$

$$H(z) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} z^{-k}$$

Sumando la serie geométrica, H resulta

$$H(z) = \frac{1}{N} \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}}$$

con N ceros distribuidos simétricamente alrededor de una circulo unitario en el plano Z, y un polo en z = 1 (cancelando un cero).

Sustituyendo en la ecuación resulta

$$H(z) \Big|_{z=\exp(j\omega\Delta t)} = \frac{1}{N} \frac{1 - \exp(-iN\omega\Delta t)}{1 - \exp(-i\omega\Delta t)} = \frac{1}{N} \frac{\sin(N\omega\Delta t/2)}{\sin(\omega\Delta t/2)} \exp[-j\omega(N-1)\Delta t/2]$$

con $|H|$ caracterizada por el lóbulo alrededor de la frecuencia cero, que se estrecha a medida que N crece – básicamente la forma de un filtro paso bajo.

Como indicación, el mayor rasgo de estos filtros es la facilidad de designar fases lineales. A continuación describimos dos métodos populares de diseño



2.5.4.1 El Método de la Ventana

Este método está basado en una FRF específica, y computa el impulso respuesta correspondiente mediante una inversa de la transformada de Fourier.

Para filtros con anchos de banda finitos, el impulso de respuesta teórico será ilimitado en el tiempo. Esto viene de la propiedad fundamental de las transformadas de Fourier, el producto de la frontera de duración de tiempo del ancho de banda, a través del cual una función no puede ser limitada en frecuencia y tiempo simultáneamente. Cualquier impulso de respuesta realizable, necesariamente tiene una duración finita, por lo tanto será una versión truncada del impulso de respuesta teórico. Al igual que el truncamiento degradará la FRF real, el truncamiento del dominio de tiempo causará oscilaciones y extensión en el dominio de frecuencia.

Para minimizar el efecto explicado más arriba, se aplica una ventana de multiplicación al impulso de respuesta truncado.

Ese impulso de respuesta ideal h_{id} se obtiene con la inversa de la transformada de Fourier,

$$h_{id} = F^{-1}[H_{id}]$$

Para cálculos finitos h_{id} debe estar truncado. Esto es equivalente a multiplicarlo por una ventana rectangular, resultando $h_{truncado}$:

$$h_{truncado}(n) = \begin{cases} h_{id}(n) & \Leftrightarrow n \leq n_{máx} \\ 0 & \Leftrightarrow n > n_{máx} \end{cases}$$

Esta discontinuidad puede generar oscilación (ondas) en la FRF, el efecto Gibbs.

2.5.4.2 Métodos basados en optimización

Otros métodos están basados en la optimización de una FRF deseada, minimizando el error entre la función deseada y la obtenida. En principio, los FRFs más complejos y de formas más arbitrarias pueden ser especificados con estos métodos. Uno de esos métodos más populares es el denominado algoritmo de Remez para alcanzar la solución óptima.



2.5.5 Herramientas de diseño

El software moderno, habitualmente con interfaces gráficos muy convenientes, da la posibilidad a usuarios no especializados de diseñar e implementar muchos filtros. Puede ser poco práctico describir uno específico, como más eficiente, respecto a las clases mencionadas más arriba.

Las entradas necesarias suelen ser:

- Clase general – paso bajo, paso alto, FRF arbitraria, fase lineal, etc.
- Tipo (IIR, FIR)
- Especificaciones – frecuencias, atenuaciones, rangos de transición.

Conociendo las propiedades generales de los principales filtros disponibles y sus aproximaciones de diseño, es usualmente posible hacer una elección razonable del filtro específico que se desea diseñar y usar.

Como indicación de los objetivos, el énfasis de este capítulo va hacia el uso de muchos filtros. Típicamente el procesamiento se puede hacer offline con datos adquiridos. Esto puede remarcar que la realización e implementación de filtros, por ejemplo programar un DSP de propósito especial, es un problema completamente diferente, necesitando una familiarización profunda con todos los aspectos de los filtros, algo no cubierto por este texto.

2.5.6 Ejercicios

Para este ejercicio vamos a ver las posibilidades básicas del filtrado: bajo, alto, banda de paso, bloqueo de banda y presentar los filtros de fase lineal., para ello se dispone de dos señales para filtrar: hay una oscilante, de amplitud que decrece exponencialmente y otra semisenoidal transitoria.

También se puede filtrar una señal proporcionada de manera externa. Se puede elegir los cuatro tipos de filtro básicos (paso bajo, paso alto, banda de paso y bloqueo de banda). Las frecuencias de corte se pueden variar con los cursores y el orden de los filtros mediante un menú despegable.

Las figuras de la derecha (Figura 2.22) muestran la señal original (arriba a la derecha) y la filtrada (abajo a la derecha). En las figuras de la izquierda se muestran tanto el espectro de la señal como la respuesta en frecuencia del filtro.

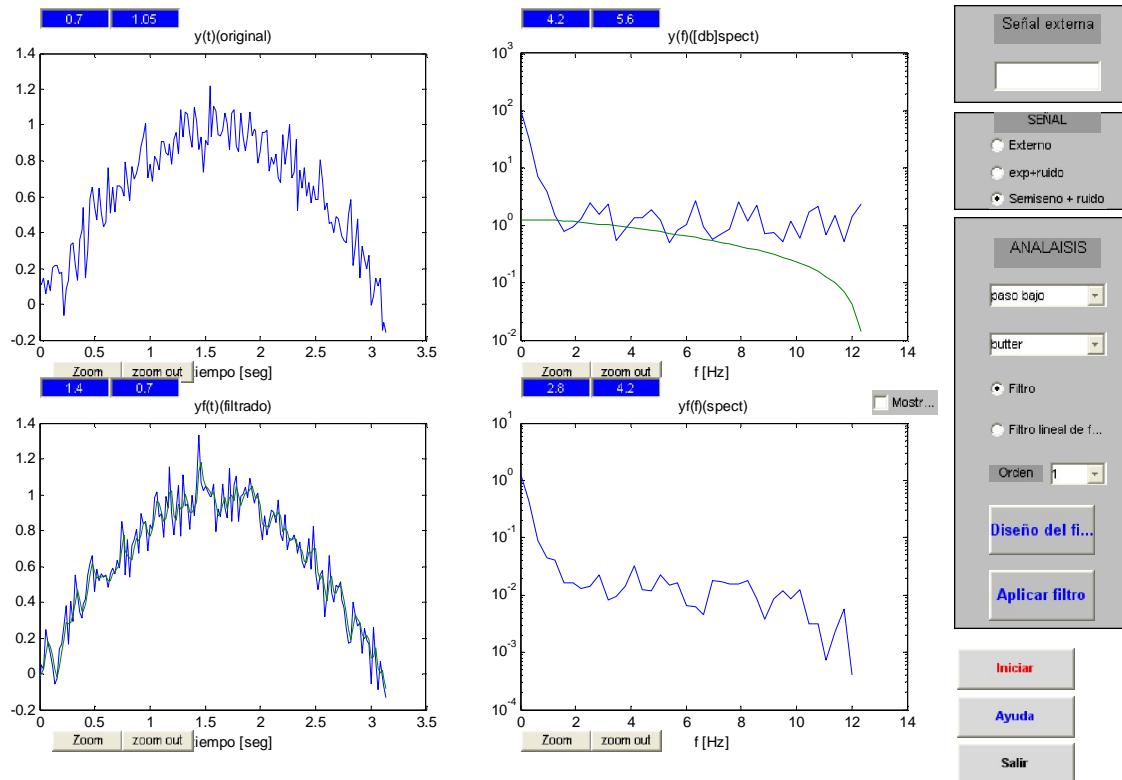


Figura 2.22.- Representación grafica de la señal original, filtrada, su espectro y su respuesta.

Para realizar una operación del filtrado, debemos elegir una de las señales y pulsar el botón “Iniciar”. Se mostrarán las señales y sus espectros. Después se elige el tipo de filtro, su orden y también las frecuencias de corte (con los cursores), una vez hecho esto pulsar el botón “Diseño del filtro”. Entonces se muestra en la figura superior derecha la respuesta en frecuencia del filtro. El botón “Aplicar filtro” sirve para ejecutar la operación de filtrado, apareciendo el resultado en las figuras inferiores. También se encuentra como opción tanto un filtro de respuesta infinita al impulso (IIR), como un filtro de fase lineal, concretamente uno de fase cero.

Sabiendo esto vamos a elegir la señal semisenoidal con ruido, diseñar un filtro paso bajo comprobando qué efecto tiene disminuir la frecuencia de corte (usando un filtro de mayor orden), comparando el uso de un filtro de fase lineal con uno no lineal.

Repetiremos todo para un filtro paso alto seleccionando la señal oscilante decreciente intentando explicar su composición usando para ello la siguiente técnica: (1) aislar el primer pico de la señal mediante un filtro paso bajo, y (2) aplicar después un filtro pasa banda en torno al citado pico y después entorno al segundo pico.

- Resultados

Para el caso de semiseno con ruido, notamos que los resultados son similares al ejercicio previo, pero al disminuir la frecuencia de corte produce los resultados mostrados en la figura 2.23.

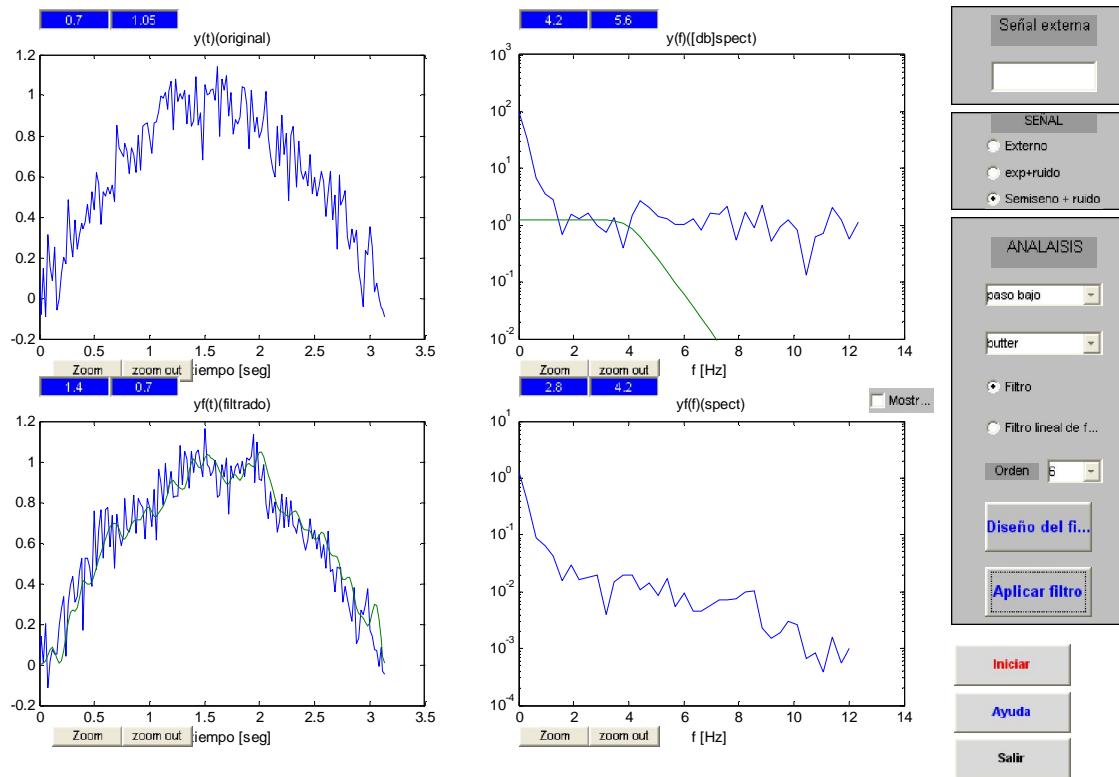


Figura 2.23.- Representación grafica de la señal original ruidosa, filtrada, su espectro y su respuesta

La atenuación de ruido y el desfase aumenta con la disminución del ancho de banda de un filtro pasa banda. Un filtro de fase lineal, sin embargo, se puede utilizar para tener un desfase controlado. Para la fase lineal tendiendo a cero, no se introduce desfase alguno, y el pico de salida se encuentra alineado con el de la salida.

Para la señal oscilante decreciente, primero aplicamos un filtro de paso bajo al primer pico. La señal filtrada tiene la forma de la envoltura inicial. (Figura 2.24).

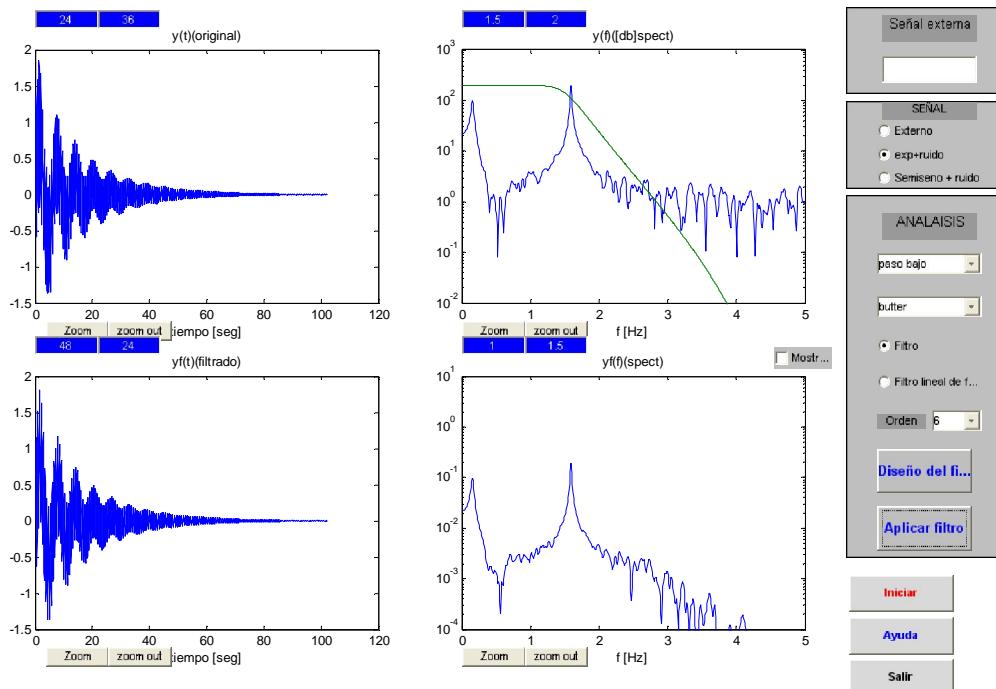


Figura 2.24.- Representación grafica de la señal oscilante decreciente, filtrada, su espectro y su respuesta

Aplicando un filtro de banda de paso alrededor del segundo pico, obtenemos los resultados mostrados en la Figura 2.25 y sólo la zona de alta frecuencia permanece. Así la señal está compuesta principalmente por la suma de dos componentes decrecientes, con baja y alta frecuencia respectivamente.

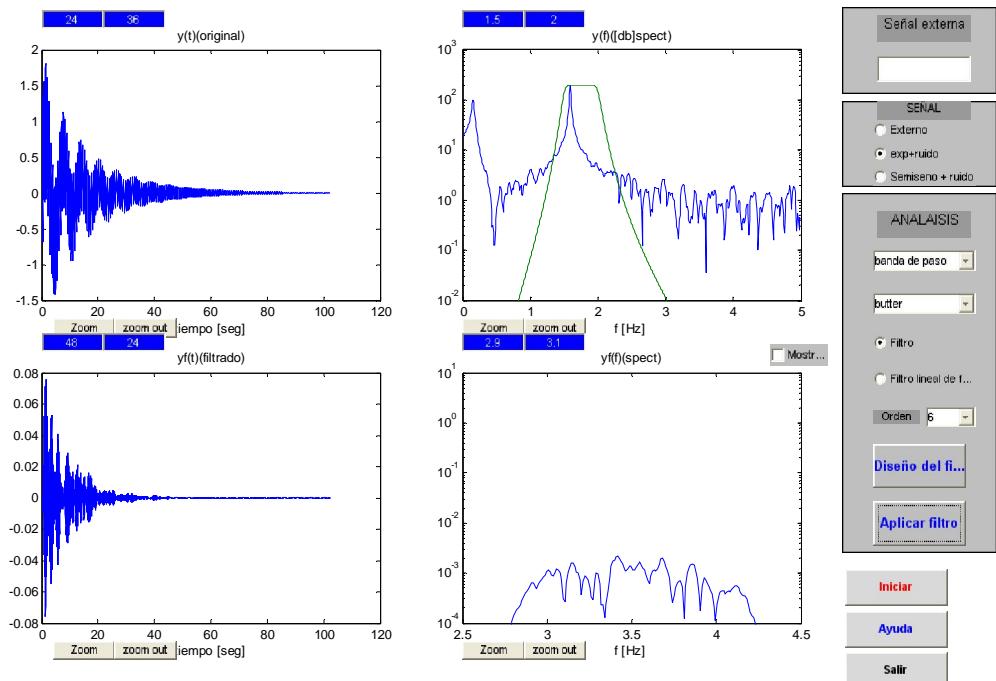


Figura 2.25.- Representación grafica de la señal oscilante decreciente, filtrada, su espectro y su respuesta con filtro de banda de paso

2.6 DOMINIO DEL TIEMPO PROMEDIADO

Este es un método para extraer señales periódicas de una señal compuesta, basada en secciones promediadas de la señal con el periodo acontecido. El conocimiento de la frecuencia (o periodo) es necesario.

2.6.1 Principio

El principio esta descrito en la figura 2.26, a través de la cual las secciones separadas de la señal por un periodo son aproximadas.

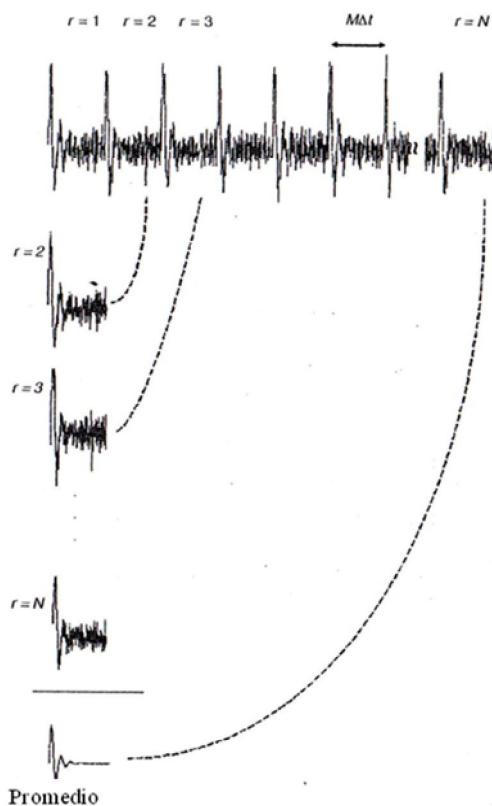


Figura 2.26.- Descripción del principio dominio del tiempo ponderado

Formalmente:

$$y(n\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x(n\Delta t - rM\Delta t)$$

siendo M el número de elementos por periodo y N el número de secciones promediadas. $y(n)$ es entonces una secuencia de M puntos, ocupando un periodo de la secciones promediadas.



La frecuencia de respuesta puede ser computada vía transformación Z como

$$Y(z) = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} (1 + z^{-rM}) X(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{N} \frac{1 - z^{-MN}}{1 - z^{-M}}$$

La frecuencia de respuesta es entonces

$$|H(f/f_p)| = H(z) \Big|_{z=\exp(-j\omega\Delta t)} = \frac{1}{N} \frac{\sin(\pi N f / f_p)}{\sin(\pi f / f_p)}$$

con $f_p = \frac{1}{M\Delta t}$, la frecuencia del componente periódico extraído.

La FRF se muestra en la figura 2.27. Tiene la forma de un filtro “comb”, con los lóbulos principales centrados alrededor de enteros múltiplos de la frecuencia de sincronización f_p . Por lo tanto, es ideal para extraer el fundamento así como todos los armónicos de la señal, y con ello, la propia señal periódica.

Incrementar el número de muestras N generará más lóbulos en los lados, todos los lóbulos, todos los lóbulos se volverán más estrechos, con el ancho de banda del lóbulo principal siendo inversamente proporcional a N. Una de las posibles definiciones del ancho de banda alrededor de cada lóbulo es el ruido equivalente del ancho de banda, el ratio del área del cuadrado de H y el máximo de la ganancia de una pasa banda (que en este caso es igual a 1):

$$BW_{EB} = \int_{-0.5}^{0.5} \left[\frac{1}{N} \frac{\sin(\pi N f / f_p)}{\sin(\pi f / f_p)} \right]^2 dx = \frac{1}{N}$$

donde $x = \frac{f}{f_p}$

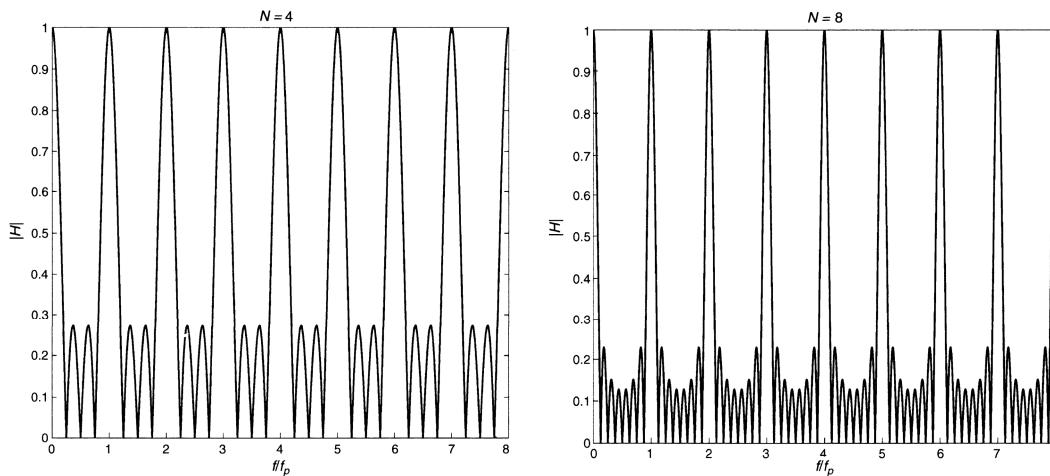


Figura 2.27.- Representación grafica de la función de respuesta de la frecuencia (FRF)



2.6.2 Rechazo de los componentes asíncronos

Denotando la señal $x(n\Delta t)$ como la suma de los componentes periódicos $s(n\Delta t)$ y el ruido $e(n\Delta t)$, los elementos no periódicos con

$$x(t) = s(t) + e(t)$$

Para ruido aleatorio con banda ancha aditiva, el proceso aproximado atenuará la RMS (raíz cuadrática media) del ruido, puesto que las muestras de ruido son independientes. Para muestras de ruido independientes $e(t)$, su RMS será igual (asintóticamente)

$$\bar{e}_{RMS} = \frac{1}{\sqrt{N}} e_{RMS}$$

Para ruido armónico aditivo, la atenuación de $e(t)$ es una función de la frecuencia. Un límite superior de esta atenuación se basa en el máximo del lóbulo secundario, resultando

$$H_{\max}(k) = [N \sin(\pi f / f_p)]^{-1}$$

donde k denota el índice del lóbulo.

Puede notarse que el incremento de la atenuación del ruido con N, tiene un carácter oscilatorio: cuando N cambia, los lóbulos de los lados serán comparados con la frecuencia de interferencia. Incrementando N se reducirá el ruido adicional en un modo oscilatorio, decreciendo asintóticamente.

Usando las ecuaciones, nosotros podemos sumar encontrando el número de promedios N, necesariamente para alcanzar una atenuación propuesta, dada por

- Ruido de banda ancha: $N > (1/NR)^2$
- Ruido armónico: $N > (NR \sin(\pi f / f_p))^{-1}$

donde NR es la reducción de ruido deseada de los componentes de interferencia de la señal.



2.6.3 TDA con Procesos de Memoria en Decaimiento

Una forma recursiva de la ecuación $y(n\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x(n\Delta t - rM\Delta t)$, es la dada por

$$y(n\Delta t) = y_{r-1}(n\Delta t) + \frac{x_r(n\Delta t) - y_{r-1}(n\Delta t)}{r}$$

donde y_r es el promedio creciente en el r -ésimo periodo. Si usamos parámetros fijos N_1 en vez de los crecientes r

$$y(n\Delta t) = y_{r-1}(n\Delta t) + \frac{x_r(n\Delta t) - y_{r-1}(n\Delta t)}{N_1}$$

la frecuencia de respuesta de nuevo tiene la forma de un filtro combinado (“comb”), pero sólo existe un lóbulo alrededor de cada frecuencia central.

El ancho de banda es fijo, de ahí que respuestas negativas de interferencia no adicionales ocurran después de que el transitorio de respuesta del filtro se ha estabilizado. Esto es típico en sistemas con decaimiento de memoria, que no recuerdan el pasado distante. Usualmente un filtro de paso bajo RC, compuesto por un condensador y una resistencia, se usa para introducir este concepto. Para este caso, el decaimiento de memoria es aproximadamente exponencial.

2.6.4 Ejercicios

Para este ejercicio vamos a interpretar el TDA en los dominios del tiempo y de la frecuencia, y comprender la diferencia entre TDA ideal y TDA exponencial, para ello vamos mostrar varias representaciones gráficas donde el número de períodos a promediar se puede controlar.

En la Figura 2.28 se muestra la señal del tiempo de la señal promediada, por lo cual cada periodo tiene la forma resultante de promediar el correspondiente número de promedios. Como ejemplo, para 13 periodos, veríamos en el gráfico superior entre 55 y 65 segundos como resultado de promediar 10 periodos. En consecuencia se puede seguir la evolución de la señal extraída así como el número de aumentos.

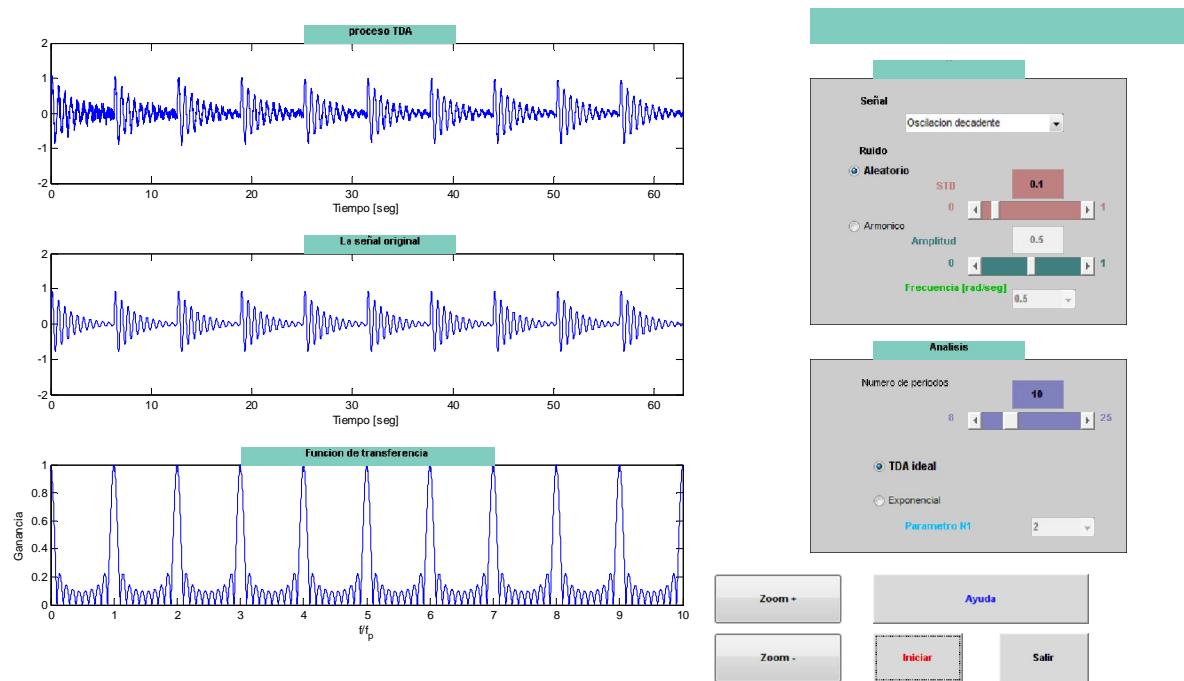


Figura 2.28.- Representación grafica de la señal original del tiempo de la señal promediada para 10 periodos aplicando el TDA ideal con distorsión aleatoria.

Una vez explicado el funcionamiento del ejercicio vamos a elegir una señal y añadir ruido, aplicar el TDA ideal para comprobar la mejora en la relación señal/ruido (SNR). Repetir para varios números de periodos promediados, investigando el SNR resultante de la forma del gráfico de respuesta en frecuencia.

- Resultados

Comenzando con una distorsión aleatoria, notamos que la relación señal ruido mejora notablemente si aumentamos el número de periodos promediados. Ver, por ejemplo, el caso de 14 periodos (Figura 2.29). Esto se hace aún más obvio para el caso de distorsiones armónicas (Figura E6.10).

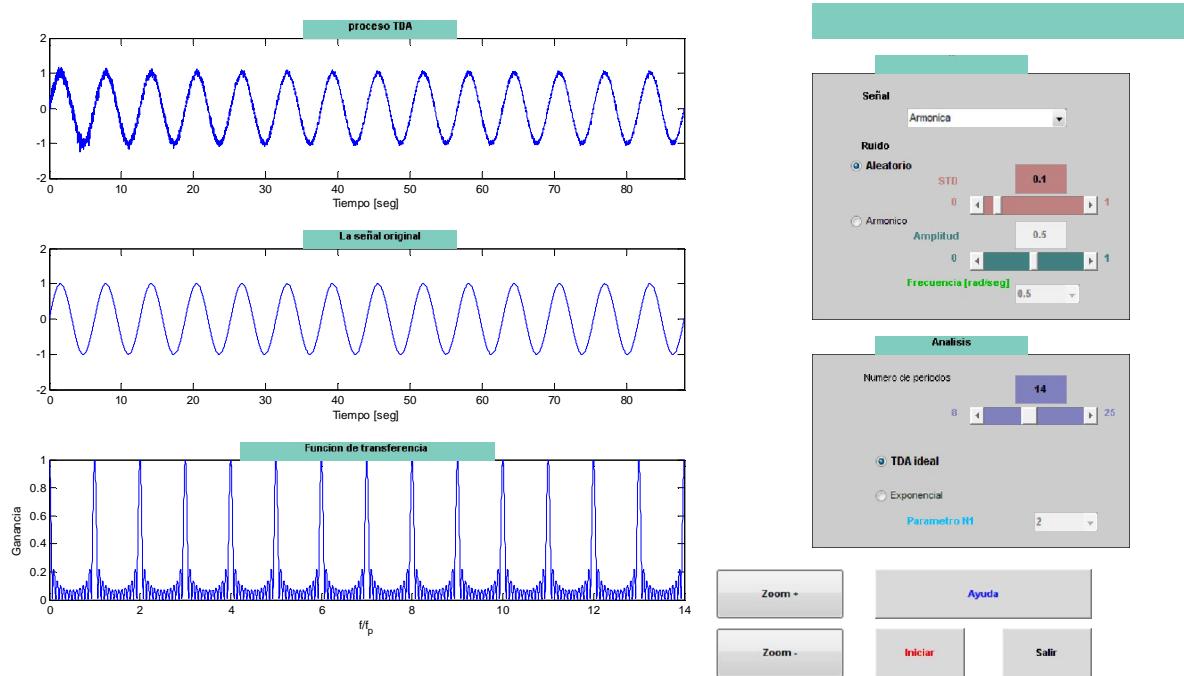


Figura 2.29.- Representación grafica de la señal original del tiempo de la señal promediada para 14 periodos aplicando el TDA ideal con distorsión aleatoria

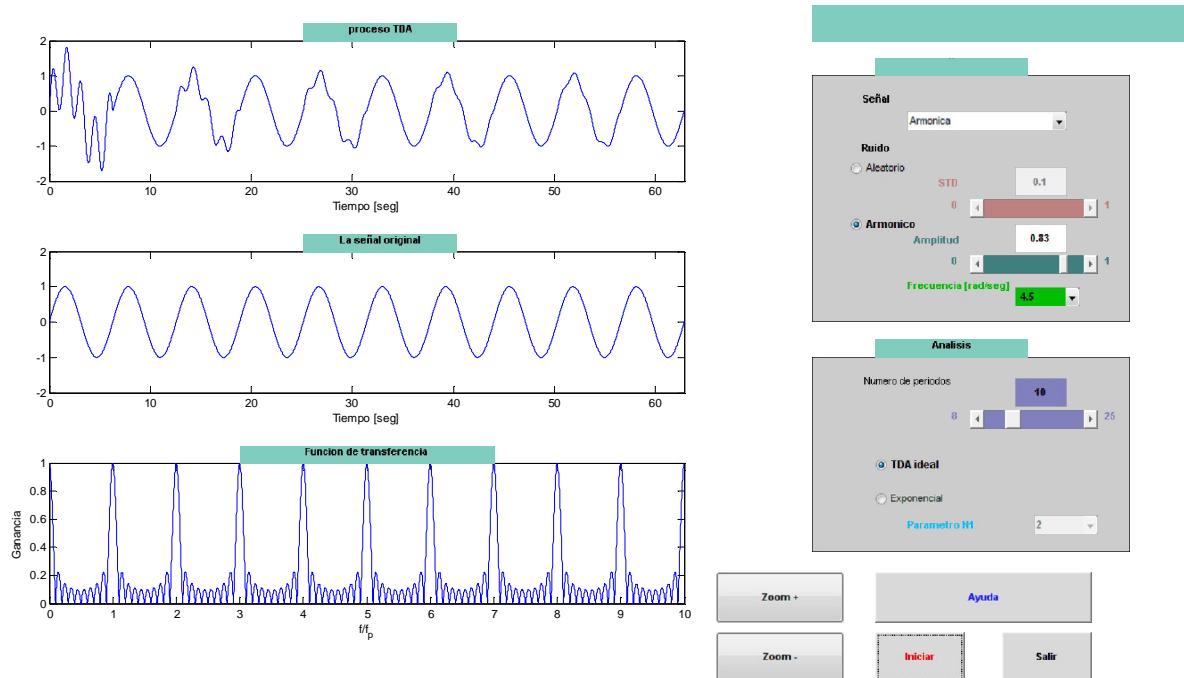


Figura 2.30.- Representación grafica de la señal original del tiempo de la señal promediada para 10 periodos aplicando el TDA ideal con distorsión armónica.

Para una TDA exponencial existe una mejora inicial que tiende a ser constante. Para un TDA ideal obtenemos un filtro peine con lóbulos principales y secundarios. Para TDA exponencial, los lóbulos son similares a un sistema de primer orden de paso bajo (digamos por ejemplo un montaje RC). El efecto debería ser más claro para una señal cuadrada o una oscilante decreciente.

Como hemos dicho, la diferencia entre dos tipos de TDA era ya muy obvia para el caso específico de distorsión armónica.

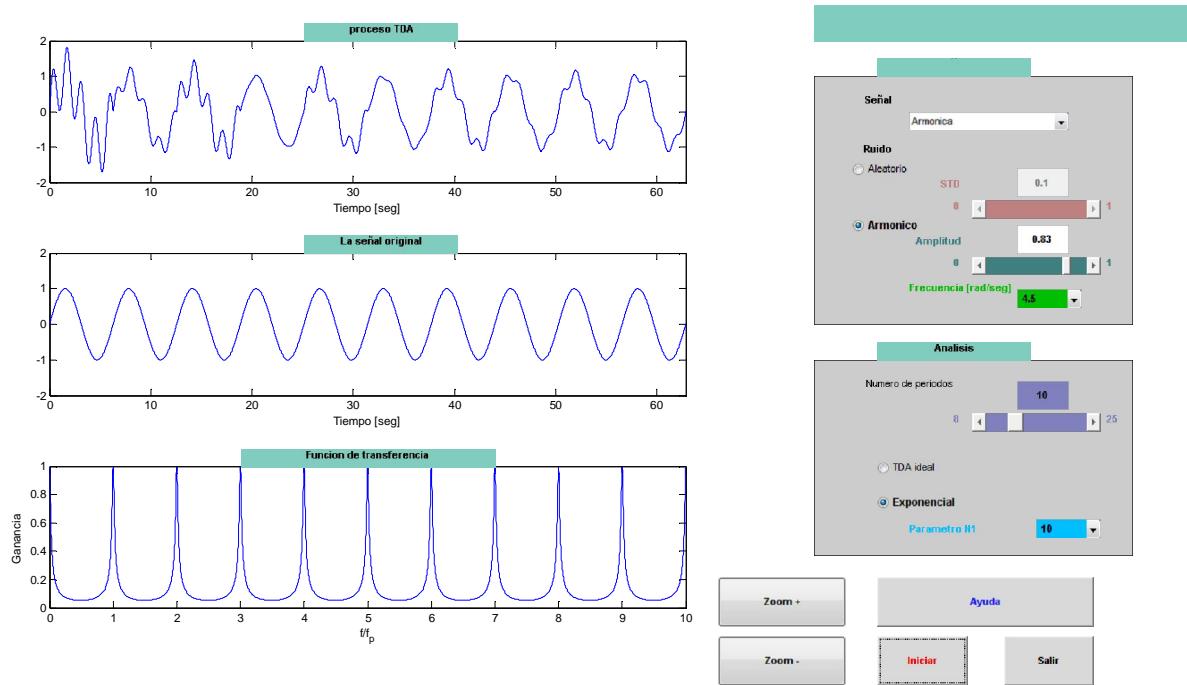


Figura 2.31.- Representación grafica de la señal original del tiempo de la señal promediada para 10 periodos aplicando el TDA exponencial con distorsión armónica.

La conclusión final es que la TDA exponencial tiene características de una memoria exponencialmente decreciente.



2.7 ANALISIS ESPECTRAL

2.7.1 Introducción

El análisis espectral es un método de procesamiento de señales enfocado a representar los patrones dinámicos de la señal en el dominio de frecuencia.

Este capítulo trata el análisis espectral basado en los métodos de Fourier, todas las computaciones están basadas en DFT. El objetivo es familiarizar al lector con los siguientes aspectos:

- Elección de la herramienta de análisis y EU, de acuerdo a la clase de señal
- Análisis de errores y cómo controlar éstos
- Implicación de los aspectos teóricos en la práctica.

2.7.1.1 Visión general

La herramienta básica de análisis es el DFT, que debe ser computada vía la FFT. Las representaciones espectrales específicas pueden estar orientadas a clases específicas de señales:

- Las series de Fourier pueden describir datos periódicos.
- La transformada de Fourier puede describir transitorios.
- La densidad de potencial espectral puede ser descrita por señales potentes aleatorias.

Todas las representaciones derivan de la DFT básica, y son computadas vía la FFT. Para resultados cuantitativos, la EU diferente usada para esos análisis, cobra mucha importancia.

La precisión del análisis espectral es direccionada de acuerdo a diferentes mecanismos de error:

- El escape de la potencia espectral computada en regiones no expandidas por una señal física.
- Tendencia al error, errores sistemáticos suelen infraestimar los picos espectrales
- Errores aleatorios

Esos errores pueden controlarse con las herramientas adecuadas:

- La fuga de potencia espectral se controla con el ventaneado de los datos.
- Los errores de tendencia se controlan escogiendo señales suficientemente largas (duración), así podemos computar con una resolución de frecuencia suficiente.
- Los errores aleatorios se controlan con el espectro promedio de secciones de la señal adyacentes. Las expresiones asintóticas nos permiten estimar el error aleatorio alcanzable.

Es siempre necesaria una aproximación práctica, considerándola física de las señales y sus limitaciones. Las señales compuestas, no necesariamente de clase simple,



pueden existir. El sacrificio entre la tendencia de error y los errores aleatorios existe para una duración de los datos finita.

2.7.2 Representación de señales en el dominio de la frecuencia

La herramienta básica será el DFT, definido para dos secuencias discretas $\{x(n)\}$, $n = 0, N - 1$ y $\{X(k)\}$, $k = 0, N - 1$:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} ik\right)$$

$$X(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \exp\left(j \frac{2\pi}{N} ik\right)$$

En realidad, la herramienta usada, usualmente dependerá de la señal. Por lo tanto, podremos dirigir la representación espectral para adaptarla a diferentes tipos de clases de señales, esto es de suma importancia cuando las EU (unidades ingenieriles) están por computar. Las aplicaciones en ingeniería generalmente usan un lado de la representación espectral. La FFT básica, computa como una transformación de dos lados, de ahí el énfasis de ambas representaciones en las secciones siguientes.

De nuevo es de interés el principio de incertidumbre, a través del cual, resolviendo la potencia en el dominio de frecuencia, como por ejemplo, la posibilidad de separación en componentes de acuerdo con la frecuencia, está limitada por la duración de la señal.

El espaciamiento de la frecuencia de la DFT es $\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}$, que es el recíproco de la duración de la señal $T_{total} = N\Delta t$, y es concordante con el principio de incertidumbre. Podría no tener sentido esforzarse en un espaciamiento de frecuencia pequeño, en vista de la imposibilidad de separar los componentes más cercanos.

2.7.2.1 Señales Periódicas

Básicamente están representadas por la series de Fourier. Las representaciones de uno y dos lados pueden ser usadas, los componentes de las series de Fourier se computan como

$$X_{FSdoslados}(k) = \frac{1}{N} X(k)$$

$$X_{FSSolounlado}(k) = \begin{cases} \frac{2}{N} X(k) \Rightarrow k = 1 \text{ ó } k = \frac{N}{2} - 1 \\ \frac{1}{N} X(k) \Rightarrow k = 0, k = \frac{N}{2} \end{cases}$$



Las unidades obviamente son las de $x(n)$, y la escala de frecuencia es $f(k) = k\Delta f$

La figura 2.32 muestra una señal periódica, notamos un componente fundamental y armónico con frecuencias como múltiplos enteros de la frecuencia fundamental. El espectro de señales periódicas se suele denominar línea de espectro.

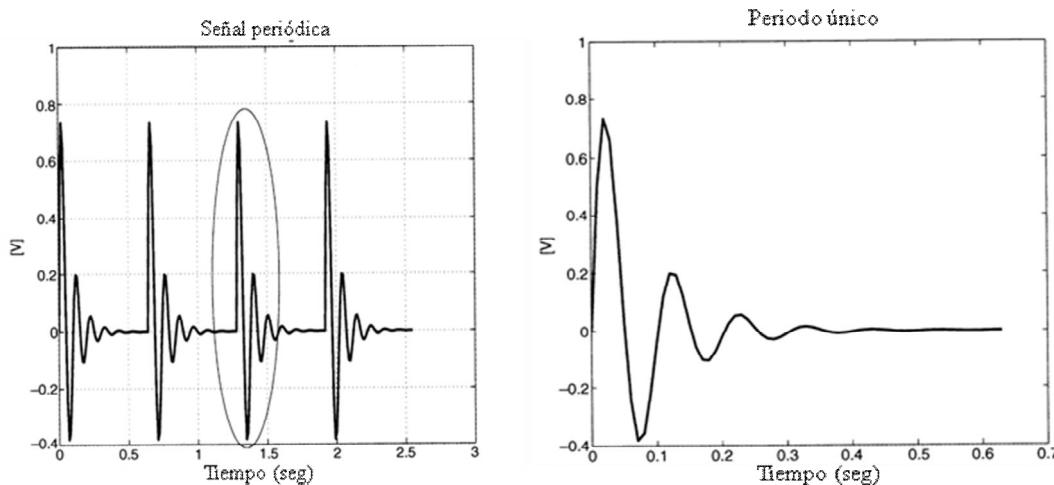


Figura 2.32.- Representación grafica de ejemplos de señales periódicas.

2.7.2.2 Señales Transitorias (no periódicas)

Un ejemplo de esto se muestra en la figura 2.33. El espectro es obviamente continuo pero los resultados computados pueden estar dados solamente para frecuencias discretas. Como lo comentado en el capítulo 3, la aplicación directa de la FFT asume una muestra normalizada de intervalo $\Delta t = 1$.

Para resultados con unidades ingenieriles, usamos la siguiente ecuación:

$$X_{FSdoslados}(k) = \frac{\Delta t}{N} X(k)$$

$$X_{FSsolounlado}(k) = \begin{cases} \frac{2\Delta t}{N} X(k) \Rightarrow k = 1 \text{ a } \frac{N}{2} - 1 \\ \frac{\Delta t}{N} X(k) \Rightarrow k = 0, k = \frac{N}{2} \end{cases}$$

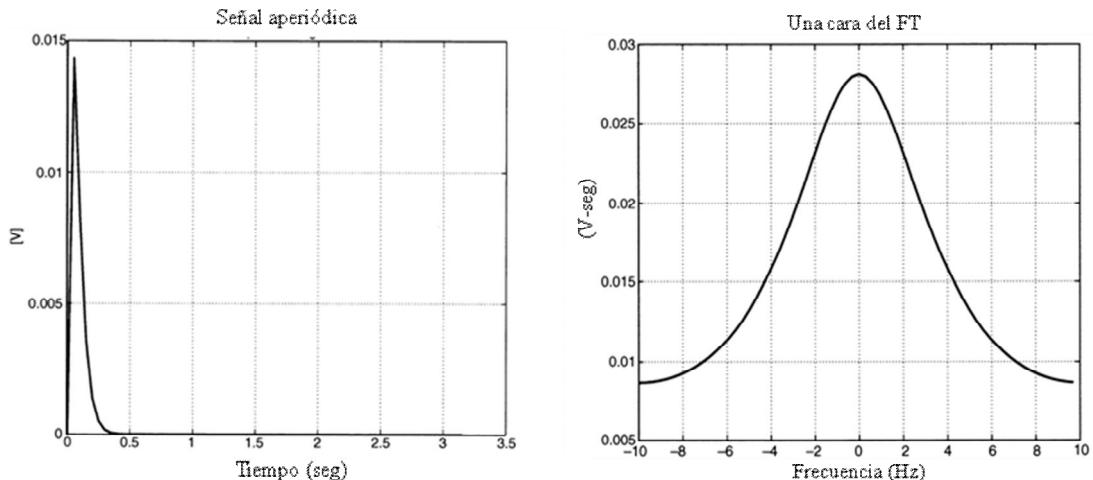


Figura 2.33.- Representación grafica de ejemplos de señales transitorias.

2.7.2.3 Señales Aleatorias

La descripción de señal aleatoria en el dominio de frecuencia viene dado por la función de distribución de densidad de potencia (PSD). Una posible definición para la PSD es aquella que parte de la función de distribución general S , tal que es integral (suma, para el caso discreto) sobre los rangos de frecuencias iguales de señales de potencia P . Por consiguiente

$$P = \sum_{k=0}^{N-1} S(k) \Delta f = \sum_{k=0}^{N/2} S_{\text{unisololado}}(k) \Delta f$$

$$S(k)_{\text{unisololado}} = \begin{cases} 2S(k) \Rightarrow k = 1 \text{K } \frac{N}{2} - 1 \\ S(k) \Rightarrow k = 0, k = \frac{N}{2} \end{cases}$$

La misma PSD se computa vía la FFT.

$$\frac{1}{N\Delta t} \sum x^2 \Delta t, \text{ que debe ser igual a la potencia total } \sum S \Delta f = \frac{1}{N\Delta t} \sum S$$

Sustituyendo en la ley de Parseval da como resultado:

$$S(k) = \frac{\Delta t}{N} |X(k)|^2$$

Las unidades de S son $x^2/\text{Hz} = x^2 - \text{segundo}$.

Las funciones de correlación de señales y la función PSD no pueden ser no relacionadas, cuando dan información, en diferentes dominios de patrones de señal. Una



definición más básica de la función PSD es la que se define vía el teorema de Wiener-Khintchine, a través de la auto-correlación y la PSD que está relacionada con la transformada de Fourier en forma de ecuación:

$$S(f) = F[R(\tau)] \quad R(\tau) = F^{-1}[S(f)]$$

$$S(f) \longleftrightarrow R(\tau)$$

Como ejemplo, tomamos el “Ruido blanco”, descrito como una $S(f)$ constante sobre el rango completo de frecuencia. Desde la ecuación anterior obtenemos el resultado

$$R(\tau) = P_t \delta(0)$$

con P_t potencia total. La autocorrelación del ruido blanco es la función Delta. Esto se puede considerar como la definición de ruido blanco, siendo cero la correlación entre dos momentos separados cualesquiera, lo que no implica un patrón u orden interno. Por supuesto un ruido blanco es sólo una entidad matemática, lo que implica potencia infinita (PSD constante a lo largo del rango infinito de frecuencia). En realidad, las señales pueden tener propiedades del ruido blanco sólo en rangos de frecuencia finitos.

2.7.3 Errores y Control

La fácil utilización del software disponible (o instrumentación) para computar el espectro de la señales, puede dar una visión somera de los aspectos importantes de la incertidumbre en los resultados. Es necesario entender el mecanismo por el cual los errores pueden ser introducidos en las computaciones, e incluso más importante que eso, para entender como esos errores pueden ser controlados para permanecer en unos límites preestablecidos.

Encontramos tres tipos principales de errores en el área del análisis espectral:

- Errores de fugas
- Errores parciales
- Errores aleatorios

El escape es un fenómeno de la energía espectral, físicamente localizada (desde el comportamiento físico real) en un rango específico, que aparece con las computaciones y que afecta a otras regiones de frecuencia.

Los errores parciales son errores sistemáticos, que sobre- o infravaloran los resultados correctos. Los errores aleatorios causan incertidumbre en los resultados, y se cuantifican con parámetros estadísticos. La varianza o la desviación típica de estos errores se pueden usar para definir un rango de incertidumbre alrededor de los resultados obtenidos.

Un mecanismo de error fundamental, común a las tareas de procesamiento de todas las señales digitales, es el error “aliasing”. Un error se introduce debido a un muestreo

incorrecto, y no puede ser controlado cuando hacemos el análisis espectral de datos ya digitalizados. De ahí que se asuma que el error “aliasing” se evita si mostramos correctamente.

2.7.3.1 Errores de fugas

Las periodicidades son introducidas en señales discretas cuando es aplicada una operación DFT. La parte de señal analizada realmente se repite periódicamente fuera de la ventana de análisis de tiempo. Por consiguiente las discontinuidades pueden ocurrir en el comienzo o en final de la sección de la señal.

El efecto de esas discontinuidades es fácil de demostrar para señales armónicas como podemos observar en la figura 2.34. El único caso donde la discontinuidad desaparece es cuando un número entero de períodos existe en la sección de tiempo analizada. El efecto de la discontinuidad aparece como muchos componentes de frecuencia adicionales en el espectro. Por lo tanto el escape puede ocurrir cuando analizamos señales no periódicas dentro de la sección de señal analizada.

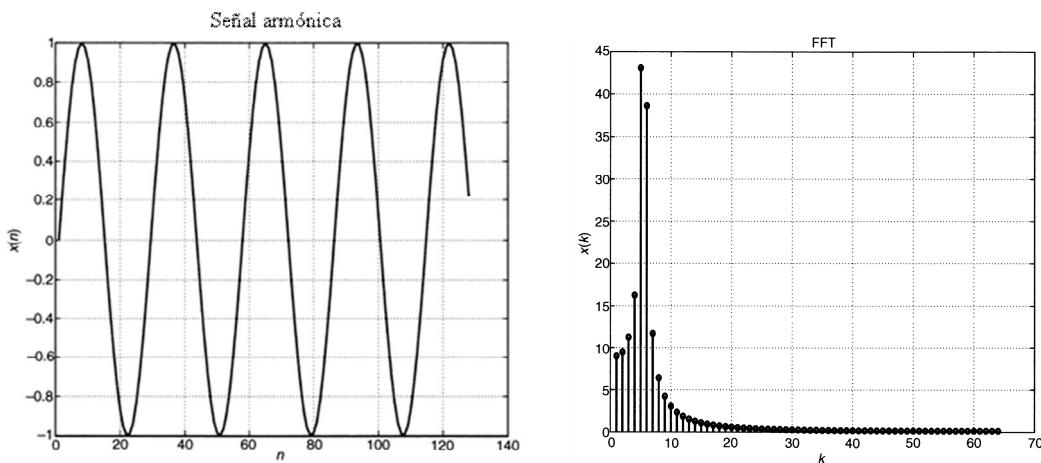


Figura 2.34.- Representación grafica de ejemplos de señales con discontinuidades.

La discontinuidad se puede reducir aplicando la anteriormente denominada ventana de señal. La operación ventana consiste en dar artificialmente menos peso a los puntos finales. La ponderación obviamente debe de ser gradual para no generar otros tipos de discontinuidades. La función ventana está centrada alrededor de la sección media de la señal, y gradualmente se acerca al cero en los extremos. Esto se muestra en la figura 2.35.

La ponderación viene dado por la siguiente ecuación:

$$x_w(n) = x(n)w(n)$$

con $x(n)$, $w(n)$ y $x_w(n)$ señal original, función ventana y ventana de señal respectivamente.

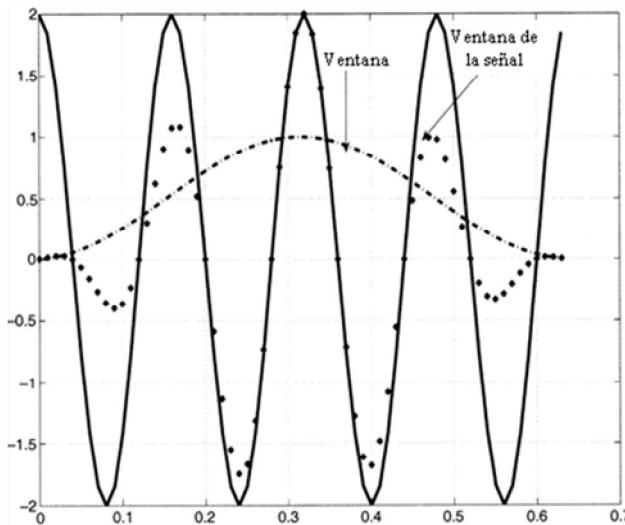


Figura 2.35.- Representación grafica de ejemplo de la función ventaneado en una señal.

Para entender el efecto del ventaneado, observamos que analizar la señal sin la ventana es equivalente a usar una ventana rectangular w_r , definida por la siguiente ecuación:

$$w_r(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

El efecto de aplicar esa ventana rectangular se puede ver en el dominio de frecuencia aplicando una transformada de Fourier a la ecuación $x_w(n) = x(n)w(n)$, resultando en una convolución de las transformadas de $w(t)$ y $x(t)$. La ventana tiene carácter senoidal, y por consiguiente un lóbulo principal y lóbulos secundarios cuyos picos decrecen lentamente con la frecuencia. Esta forma de $W_r(\omega)$ ocurre en una espectro extendido, a pesar de que la línea de espectro de la función armónica original. La fuga o escape ocurre de este modo como energía que aparece a diferentes frecuencias desde la línea de espectro.

$$x(t) \longleftrightarrow X(\omega) \otimes W(\omega)$$

Las características mejoradas de la ventana pueden decrecer con la extensión, y por consiguiente el escape o fuga.

Existen multitud de ventanas, cada una de ellas con algunas características especiales. Muchas de ellas tendrán lóbulos secundarios cuyos picos decrecerán más rápido con la frecuencia, pero con la consecuencia de que un aumento del ancho del lóbulo principal. Suele haber una relación inversa entre estas dos características. Una las ventanas más populares usada para controlar el escape es la ventana Hanning, w_h , dada por la ecuación

$$w_h(n) = 0.5 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)$$

Los lóbulos de los lados tienen una pendiente descendente de 18 dB/octava en comparación con los 6 dB/octava para la ventana rectangular. El lóbulo central de la ventana de Hanning es más ancho.

La aplicación de una ventana (excepto en el caso rectangular) reduce la potencia/energía total de la señal. Se necesita aplicar un factor de corrección para minimizar este efecto, la mayoría del software comercial aplica esta corrección automáticamente, desafortunadamente dicha corrección nunca es ideal, así como la reducción de energía/potencia dependerá no sólo del tipo de ventana elegida, también dependerá de la señal específica analizada.

2.7.3.2 Errores parciales

Los errores parciales son errores sistemáticos. En análisis espectral, suelen estar causados por una resolución computacionalmente insuficiente.

El intervalo de frecuencia de ese espectro es computado como discreto, dado por

$$\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}$$

Obviamente es imposible ver los cambios locales cuyas separaciones son menores que $2\Delta f$. Esto es análogo al mirar cualquier función con una escala de medida cuya resolución es demasiado basta para ver detalles más pequeños que la resolución mínima de dicha escala. Esto es entendible cuantitativamente por el tipo de error introducido: los picos locales estarán infra-estimados, mientras que los mínimos locales serán sobreestimados (ver figura 2.36).

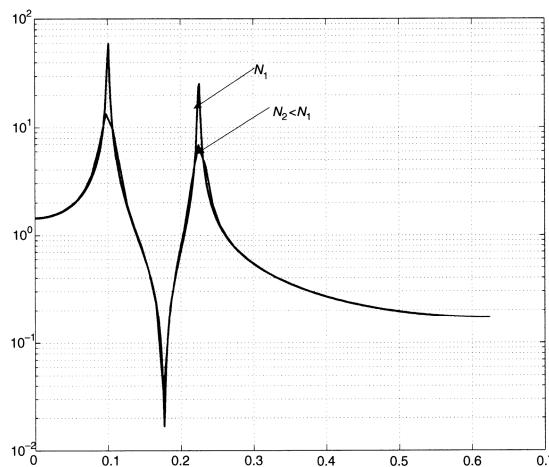


Figura 2.36.- Ejemplo de representación grafica de un error parcial en una señal.

Otro ejemplo específico es el mostrado en las figuras 2.37. La señal real está compuesta por la suma de dos señales oscilatorias decadentes de frecuencia cercana, y la interferencia se puede ver en la figura. Una resolución computacional de aproximadamente $\Delta f = 1/T$, resulta de analizar la señal de 1,6 segundos de duración, y, de hecho, se pueden ver los dos picos en el dominio de frecuencia. Cuando la resolución computacional, el intervalo de frecuencia, es doblada usando la mitad de la longitud de



la señal mediante un acortamiento de la longitud de la señal de factor 2, perdemos capacidad para separar dos picos. El error parcial descrito arriba esta testado para señales deterministas, mostrando la infra-estimación de los picos del espectro.

Consideraciones similares también ocurren para señales aleatorias: los picos espectrales se infra-estimarán (como en la figura 2.36) a menos que el intervalo de frecuencia computacional sea por lo menos tres o cuatro veces más pequeño que cualquier ancho del espectro real.

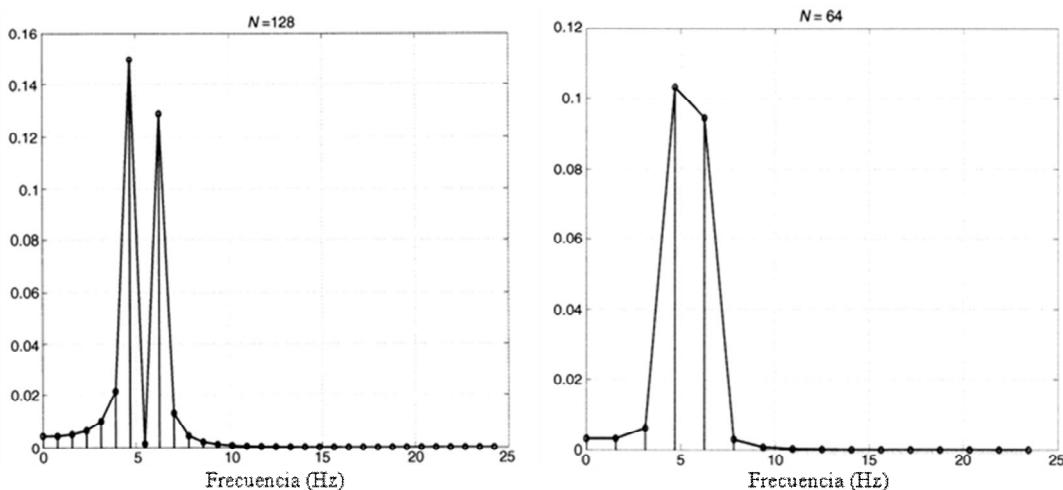


Figura 2.37.- Ejemplo de representación grafica de un error parcial en una señal compuesta por la suma de dos señales oscilatorias decadentes

Una expresión analítica exacta para el error parcial sólo puede existir para formas de señales analíticas específicas. Una aproximación más práctica es requerir un intervalo de frecuencia al menos tres veces más pequeño que cualquier separación requerida. El problema es que no conocemos la separación requerida.

2.7.3.3 Errores aleatorios

Cualquier parámetro o función computada desde una variable aleatoria tendrá su propia distribución de muestra. Sólo una estimación de dicho parámetro o función puede ser computada desde una realización finita. Desde un punto de vista práctico, necesitamos investigar la existencia de cualquier error parcial o aleatorio (variabilidad). El análisispectral de señales aleatorias es por supuesto otro ejemplo donde la estimación de la PSD real puede ser calculada. Las propiedades concernientes a la varianza y a la parcialidad de la estimación computada son de suma importancia práctica.

Para una realización simple de una señal aleatoria $x(n)$, una estimación de la PSD es dada por la ecuación $\hat{S}(k) = \frac{\Delta t}{N} |X(k)|^2$, donde el “gorro” denota que se trata de una estimación.

Los siguientes resultados teóricos, son obtenidos para el caso específico donde la distribución de la amplitud de la señal es Gaussiana:

$$E[\hat{S}(k)] = S(k), \quad \text{Var}[\hat{S}(k)] = S^2(k), \quad \sigma[\hat{S}(k)] = S(k), \quad e_r [\%] = \frac{\hat{S}(k)}{S}$$

La 1º ecuación muestra que la estimación es imparcial. Sin embargo, la 2º ecuación muestra una variabilidad inaceptable: el error aleatorio relativo (error RMS) es del 100%. El resultado es acorde con el hecho de que cada punto de la función PSD se computa como la suma de dos valores cuadráticos. Esto tiene una distribución chi cuadrado con dos grados de libertad.

Esto se puede notar en el número de puntos que no aparecen en la ecuación. En lo concerniente al análisis espectral de señales aleatorias, la variabilidad no decrece con N. Una explicación intuitiva es que el número de valores espectrales a estimar también crece con N, por ello el número de resultados espectrales por dato puntual no cambia.

En las figuras 2.38 se muestra un ejemplo donde la superposición de la PSD de 10 realizaciones se da para varios valores de N. La enorme variabilidad es obvia.

También se ve en la figura la media (de cada línea espectral).

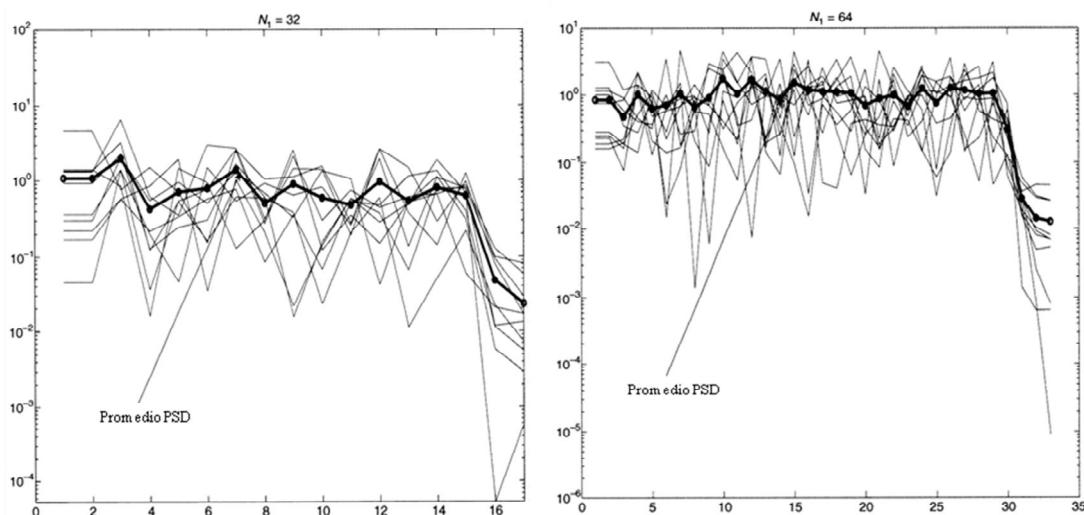


Figura 2.38.- Ejemplos de representaciones graficas de errores aleatorios en una señal donde la superposición de la PSD de 10 realizaciones se da para varios valores de N

Se puede ver en la figura que el espectro de todas las realizaciones (para señales de ruido blanco Gaussianas) es independiente, y el espectro medio deberá por tanto tener menos variabilidad. Para M medio el error relativo se puede calcular con la ecuación:

$$e_r = \frac{S_M(k)}{S(k)} = \frac{1}{\sqrt{M}}$$

En la práctica, la única manera de acceder a realizaciones independientes es hacer la media del espectro para diferentes partes temporales de la señal de tiempo (ver



figuras 2.39). Por ello tenemos que asumir la propiedad de Ergodicidad, a través de la cual medias temporales y conjuntos de medias son asintóticamente equivalentes. En la práctica esto significa que sólo una señal adquirida de una fuente única será analizada. Esto incluso resalta que el resultado de la ecuación anterior es asintótico, como se usa en la mayoría de las pautas.

El principio computacional, muestra como la señal es segmentada por las computaciones, lo que muestra en las figuras 2.39. El número de segmentos usados para promediar puede incrementarse montando segmentos uno sobre otro. Los segmentos necesitan estar ventaneados, con ventanas Hanning, para darle menor peso a los mismos datos puntuales que aparecen en segmentos adyacentes. La limitación práctica de montar segmentos unos sobre otros se encuentra aproximadamente entre el 25% y el 50%, apareciendo una reducción adicional de error aleatorio. Este proceso es más efectivo para señales aleatorias de banda ancha.

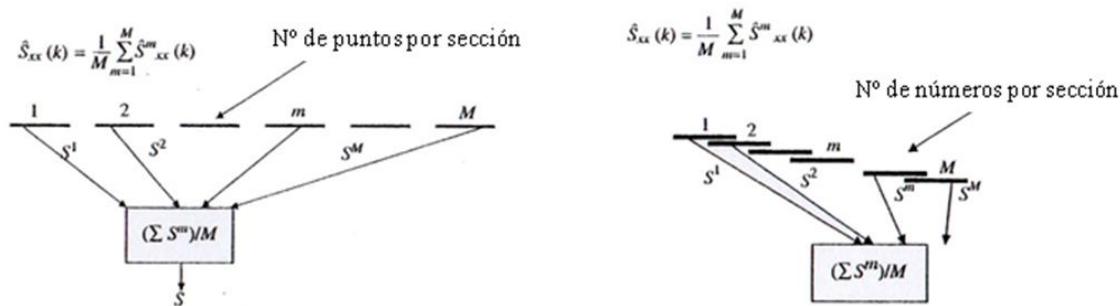


Figura 2.39.- Ejemplos de representaciones de la media del espectro para diferentes partes temporales de la señal de tiempo

El algoritmo, creado para controlar el error aleatorio, es descrito en el diagrama de flujo de la Figura 2.40.

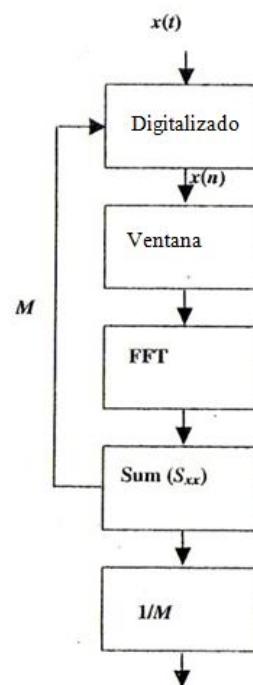


Figura 2.40.- Diagrama de flujo para controlar el error aleatorio



2.7.4 Análisis espectral: Consideraciones Prácticas

Habiendo discutido los algoritmos básicos y los mecanismos de error, podemos esbozar algunos aspectos prácticos. Los parámetros usados para el análisis deben de especificarse, así obtendremos la precisión deseada.

2.7.4.1 Control de errores para señales aleatorias

Usando el método de segmentación, podemos controlar el error parcial eligiendo un N suficientemente grande y el número de puntos de cada segmento. El error aleatorio se controlará con M donde el número de secciones de cuyo espectro es aproximado. Esto nos lo indicará el procedimiento básico siguiente:

- Especificar la resolución computacional básica necesaria, Δf , eligiendo un N que satisfaga $N = 1/\Delta f \Delta t$
- Aproximar N a una potencia de 2.
- Especificar el error aleatorio (normalizado), eligiendo un M tal que satisfaga $M = 1/\sqrt{e_r}$
- Elegir un $N_{total} = N * M$, número de puntos a adquirir.

Este procedimiento muestra la importancia de la especificación antes de adquirir cualquier dato. Un caso más problemático ocurre si el número de puntos de datos disponibles está fijado, por ejemplo, si la señal ya se ha adquirido. Entonces, el error parcial y el error aleatorio pueden necesitar un balance. Decreciendo el error parcial mediante el aumento de N implica una reducción de M y un incremento del error aleatorio y viceversa. Algunos expertos consideran que el error más importante, como infra-estimar picos, puede ser extremadamente indeseable. De este modo, N puede incrementarse en picos que puedan ser reconocidos. Esto puede dificultar la determinación exacta, de acuerdo con el incremento del error aleatorio, pero también es posible una elección razonable.

2.7.4.2 Escape o fuga y Ventanas

El hecho de que la energía espectral se escapa a otros rangos de frecuencia puede oscurecer la existencia de componentes débiles en dicha región. Esta fuga puede oscurecer completamente la existencia de algunos componentes, a menos que intentemos controlar este efecto mediante la aplicación de una ventana. El escape o fuga puede decrecer el rango dinámico, el ratio de la máxima a la mínima amplitud de componentes que pueden ser reconocidos. Aplicando una ventana, y por tanto, decreciendo el escape, podemos incrementar el rango dinámico del análisis espectral.

La aplicación de ventanas parece indicada siempre y cuando el espectro discreto con líneas con espaciamientos cercanos y grandes rangos dinámicos sean predichos.



Usualmente la venta es aplicada como predeterminada. El denominado Método Welch, basado en la segmentación y el promediado de los datos, usualmente aplica una ventana predeterminada.

2.7.4.3 Análisis de señales combinadas

La clasificación de señales en un periodo determinado o un transitorio es importante para clarificar los principales aspectos de su análisis. En la práctica, sin embargo solemos encontrar que una señal está compuesta, incluyendo más de un tipo de señal. Cualquier adquisición experimental de datos incluye algún tipo de ruido aleatorio, y a menudo incluye también interferencias armónicas de frecuencias que son múltiplos enteros de la frecuencia de línea.

La existencia de componentes aleatorios necesita el promedio de segmentos. Por lo tanto, esto es una razón para hacer un juicio adecuado a la hora de decidir el número de promedios a necesitar. Para señales que son básicamente periódicas y determinadas, con una gran señal y ratio de ruido, debe de ser suficiente un número pequeños de promedios. Para señales con pequeños ruidos, el número de secciones M puede más o menos como si la señal fuera de carácter puramente aleatorio. La cuestión surge con el tipo de presentación de la frecuencia que debemos computar. En la sección 2.7.2, tratábamos las series de Fourier, integrales y PSD, pero solemos usar la PSD como representación general.

Para señales periódicas, la potencia de la señal está concentrada en líneas discretas donde la PSD debe incluir las funciones impulso.

En la práctica, toda la computación usa la DFT como computada por la FFT. La diferencia en la aproximación computacional para diferentes clases de señal no tiene la mayor importancia, por tanto lo más común es usar la PSD. Cuando sólo necesitamos un resultado cualitativo, donde la forma del espectro es lo de mayor interés, las unidades ingenieriles no son importantes, y sólo la consistencia en el análisis necesita ser mantenida. Esto, por supuesto, es una interpretación de cuál es el aspecto más importante.

2.7.4.4 Resolución de la Frecuencia y Relleno de ceros

La duración de la señal (y especialmente los transitorios) es dictada usualmente por la situación física. El número de puntos de datos a adquirir puede, no obstante, cubrir una sección de larga duración, y por ello incluye el dato de valor cero agregado a la señal

2.7.5 Ejercicios

2.7.5.1 Ejercicio 1

Para este ejercicio vamos a comprobar la existencia de las fugas y el efecto del filtrado por ventanas en dos señales armónicas cercanas, para ello, el ejercicio genera la suma de dos señales armónicas donde la amplitud y la frecuencia de uno de los componentes es constante siendo controlable la amplitud y frecuencia de la señal. La frecuencia f_2 puede ser variada desde $20\Delta f$ hasta $20+m\Delta f$ a través del parámetro m . El control se realiza con barras de desplazamiento, a alternativamente escribiendo el valor deseado en los espacios que se encuentran encima de las barras (entonces la posición de la barra cambiará de acuerdo al número introducido). Se puede aplicar tanto una ventana rectangular como una ventana de Hanning a la señal total.

En la figura 2.41 se muestran los dos componentes (gráficos superiores), el resultado del filtrado por ventanas (gráficos medios) y la FFT (gráfico inferior). La resolución de la frecuencia mostrada puede hacerse más pequeña que la resolución computacional en un factor de 1-5, controlable a través de la barra inferior (o escribiendo al valor deseado).

Cuando realizamos zoom puede habilitar una comprobación más precisa de la separación entre las dos líneas espectrales. El espectro teórico se muestra en rojo y el computado en azul.

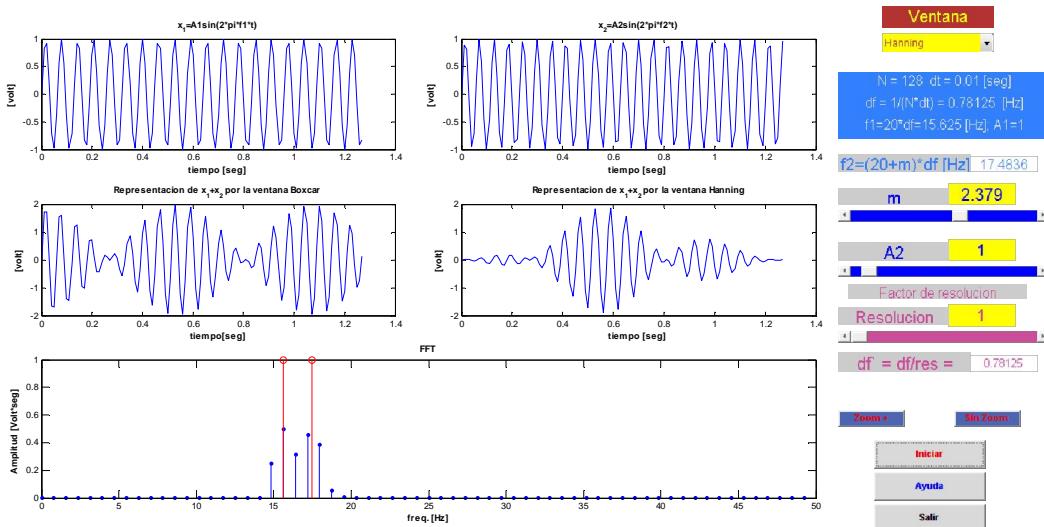


Figura 2.41.- Representaciones graficas de los componentes, el resultado del filtrado y la FFT

Una vez explicado el funcionamiento del ejercicio, vamos a elegir $m=2$, un número entero de períodos para ambas señales (la señal 1 siempre tendrá un número entero). Ambas líneas espectrales deberían aparecer claramente en el dominio de la frecuencia.

Vamos a experimentar con la variación de “ m ” a un número no entero mientras que también se cambia la amplitud de la señal 2 para ver, mientras comparamos el efecto de aplicar filtrado por ventana rectangular o ventana Hanning, cuando las dos señales se separan.



- Resultados

Para $m=2$, las frecuencias de las dos señales son tales que su diferencia abarca dos frecuencias computacionales en la escala FFT, y las dos líneas espectrales aparecen claramente.

Al cambiar el espaciado a $m=1$ hará que las dos líneas coincidan con las dos líneas FFT adyacentes, y esto hará que no sea posible distinguirlas por separado. Ampliando en la escala de la frecuencia aclara mucho. Sólo si la separación es al menos $2\Delta f$ se pueden reconocer las líneas por separado.

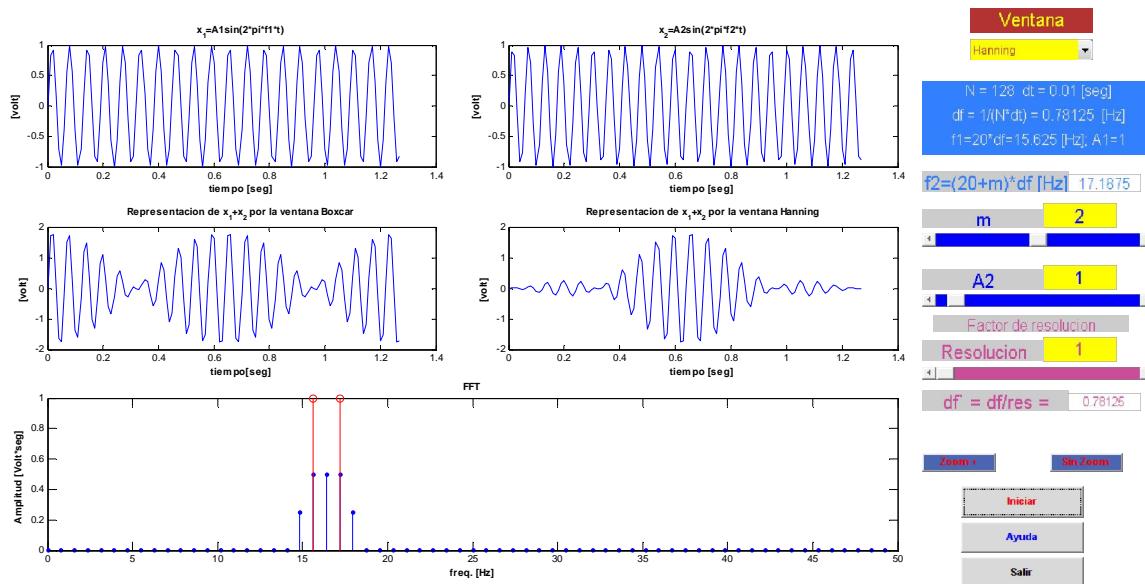


Figura 2.42.- Representaciones graficas de los componentes, el resultado del filtrado y la FFT, con $m=2$ y $A2=1$

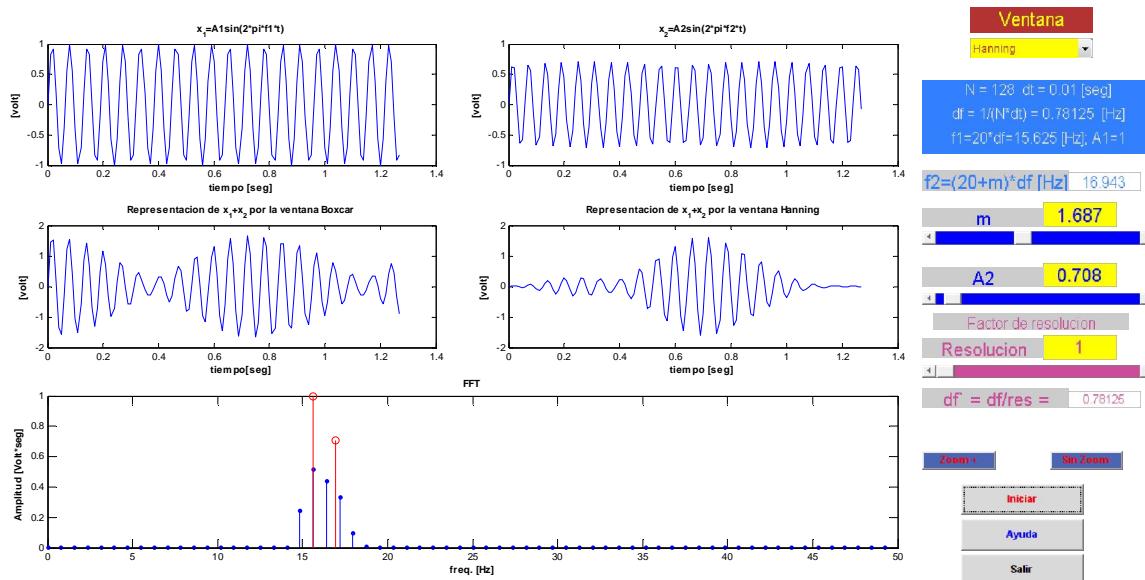


Figura 2.43.- Representaciones graficas de los componentes, el resultado del filtrado y la FFT, con $m=1.887$ y $A2=0.708$

Cambiar el valor de “m” a un número no entero puede provocar fugas, causando que la segunda componente oculte por completo a la primera (probar $m=2,5$). Aplicar una ventana de Hanning al resultado anterior puede traer de vuelta este componente de nuevo. Tanto el efecto de m (las fugas) como el radio de amplitud de las componentes (controlado por A2) afectan al rigor del problema.

2.7.5.2 Ejercicio 2

Para este ejercicio vamos a computar el PSD de una señal de duración fija, y mostrar la relación resultante entre error aleatorio y error parciales, para ello, nos dan tres tipos de señales: la respuesta de un sistema de dos grados de libertad a una excitación aleatoria, una señal senoidal ruidosa, y una señal portadora ruidosa modulada en amplitud. El nivel de ruido es variable y el intervalo de muestreo usado es $\Delta t=0.007$ [seg].

La señal temporal se muestra en el gráfico derecho y los PSDs en los izquierdos (Figura 2.44). El rango total se muestra en el gráfico superior. Debemos elegir una banda específica mediante los cursosres y el botón “Zoom PSD” nos mostrará el rango aumentado del gráfico superior en el grafico inferior.

El análisis espectral se ejecuta al elegir N, afectando M en consecuencia, mientras que el producto $N*M$ permanece constante.

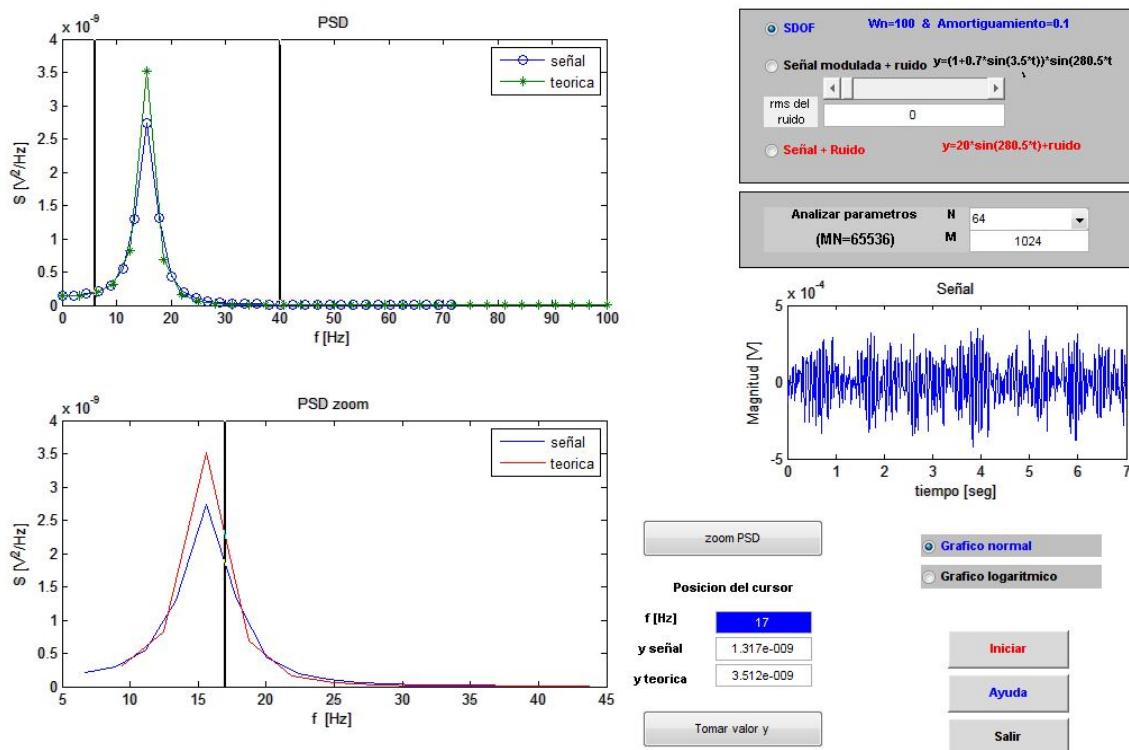


Figura 2.44.- Representaciones graficas de la señal temporal y los PSD's

Una vez aprendido el funcionamiento del ejercicio vamos a analizar 3 casos:

- Caso 1, la señal armónica: su amplitud es 20[V]. Fijar el nivel de ruido a 10 y usar la escala logarítmica. Computar para N=64 y 2048.
- Caso 2, la señal modulada: fijar el nivel de ruido a cero y usar la escala lineal. Computar para N=256 y 512..
- Caso 3, sistema de un grado de libertad: fijar el nivel de ruido a cero, usar la escala logarítmica. Computar para varios valores de N.

- Resultados

- **Caso 1:** Señal senoidal ruidosa (Figura 2.45)

Cambiar N afecta a Δf . El PSD del ruido de banda lejana es constante, independientemente de Δf ; sin embargo, la de la señal armónica es inversamente proporcional a Δf . Por ejemplo, con un seno de amplitud 20 (potencia igual a 200), N = 64, tenemos $\Delta f = 1/(0.007 \cdot 64)$, y el PSD teórico es de hecho $(20^2/2)/\Delta f = 89.6$ en perfecto acuerdo con el resultado mostrado.

Para una señal senoidal ruidosa, en el campo que contiene el espectro de la señal, cuanto más grande es N, mejor es la relación ruido/señal en el dominio de la frecuencia.

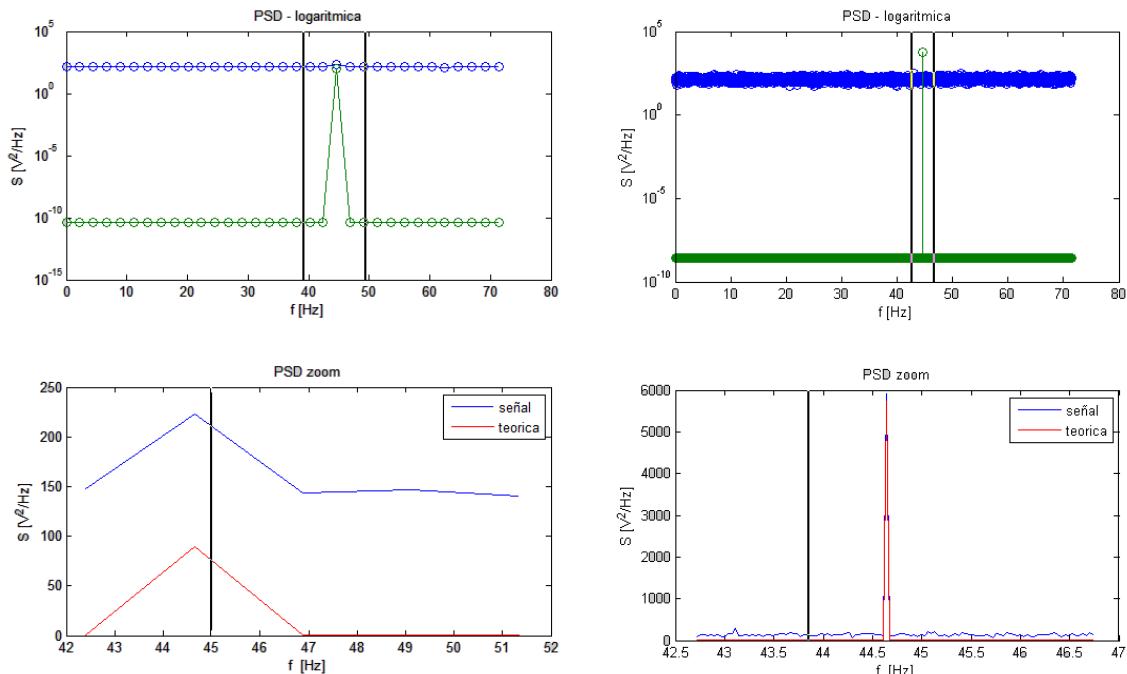


Figura 2.45.- Representaciones graficas de PSD logarítmica de señales senoidal ruidosa

- **Caso 2:** La señal modulada (Figura 2.46)

Las frecuencias de la portadora y modulada son $f_c=280.5/2\pi$ (portadora) y $f_m=3.5/2\pi$ (modulada). Para $N = 256$, la resolución de la frecuencia es $\Delta f = 1/256/0.007$, así los índices espectrales para estas dos frecuencias son $f_c/\Delta f = 80$ y $f_m/\Delta f = 1$, sin fugas presentes. Al separar 80Hz de las dos bandas laterales, separadas por 1Hz, debemos aumentar la resolución en un factor de al menos 2 (nótese que se hubiera recomendado un factor de 3 en cualquier caso que tuviera fugas).

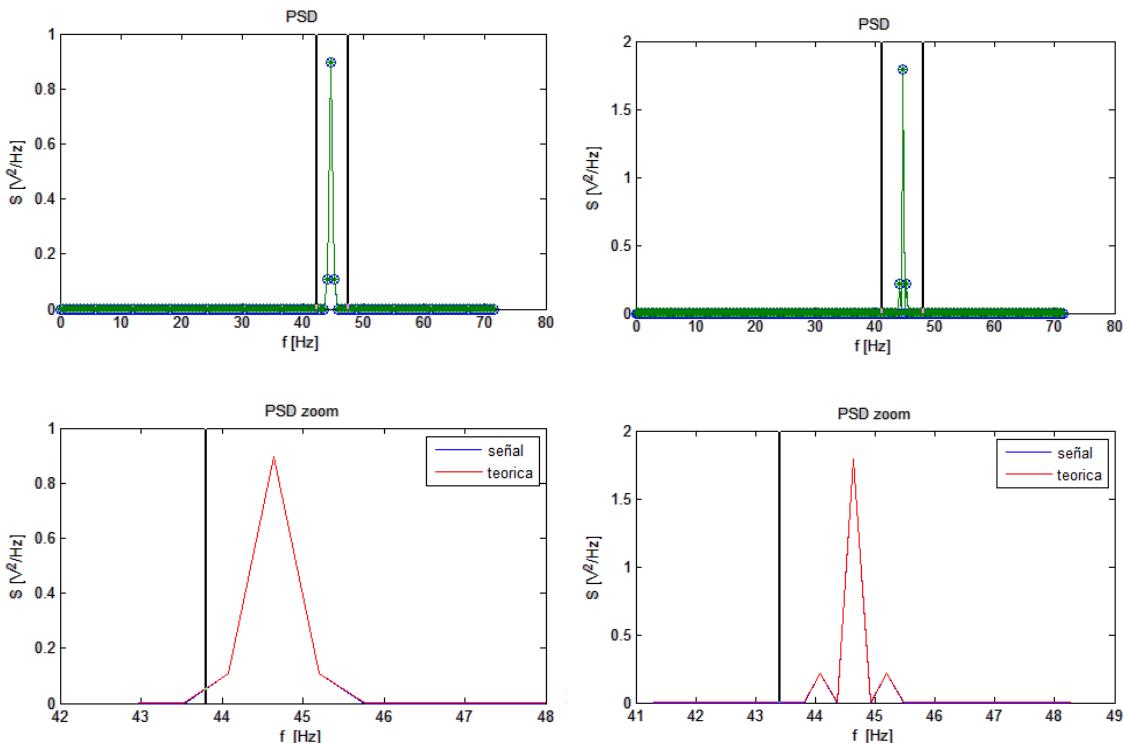


Figura 2.46.- Representaciones graficas de PSD de señales moduladas

Con ruido, la existencia de bandas laterales está enmascarada, incluso con $N = 512$. De todas maneras para componentes armónicas ruidosas, aumentar N aumentará la relación señal ruido en la parte relevante del espectro (como se ha mostrado para el Caso1, la señal senoidal ruidosa). Incrementar N para el caso modulado (por ejemplo $N=4096$) aumenta la relación señal ruido, y las bandas laterales se pueden distinguir por fin (Figura 2.47).

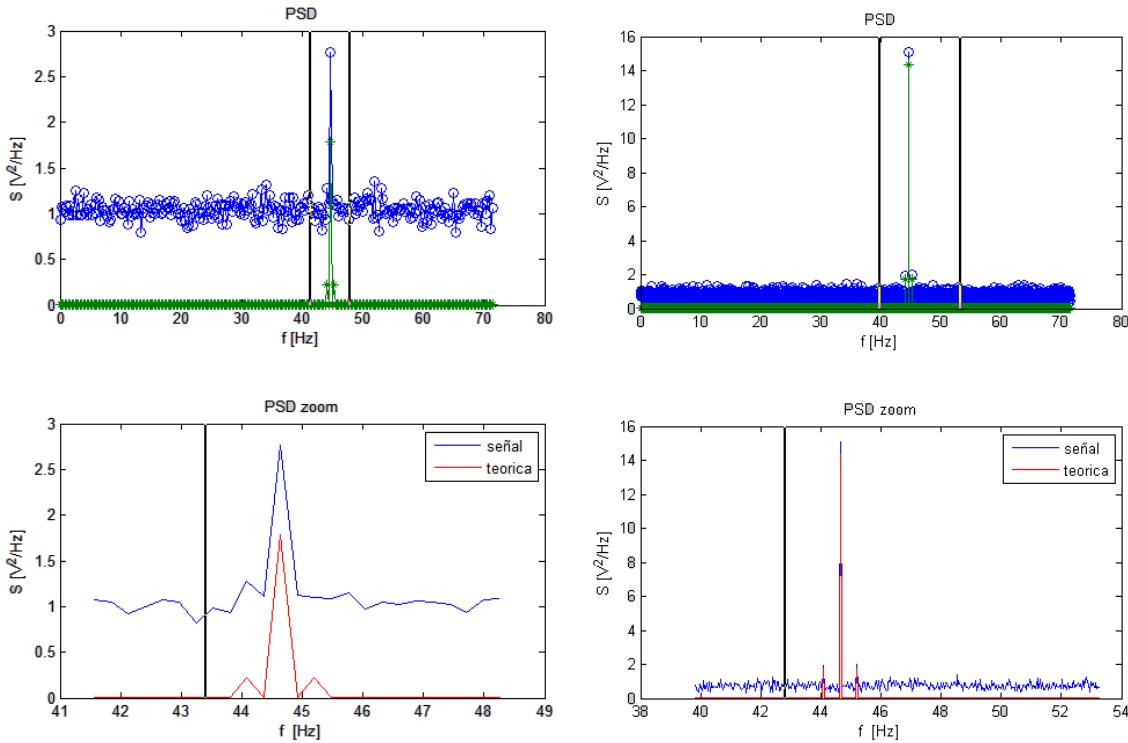


Figura 2.47.- Representaciones graficas de PSD para señales moduladas.

- **Caso 3:** El sistema de un grado de libertad, excitada por una entrada aleatoria (Figura 2.48)

El ancho de banda de 3dB es $2f_0\zeta = 2*15.9*0.1 = 3.18$ Hz. Para $N = 512$, $\Delta f = 1/512/0.007 = 0.28$ Hz, el error parcial será despreciable. De todas maneras con N menores, el error de sesgo es apreciable, ver para el caso $N = 64$, para el cual $\Delta f = 2.23$. M es dependiente de N . Para una señal aleatoria (en sistema de un grado de libertad con o sin ruido añadido), una M menor (debido a una N mayor) aumentará el error aleatorio. Como ejemplo, con $N = 4096$, existe un error aleatorio mayor. El error de sesgo es muy bajo, tanto que la media del PSD ruidoso parece seguir al teórico (Figura E7.28).

Se debe indicar un compromiso entre un alto N (bajo error de sesgo y alto error aleatorio) y un alto M (alto error de sesgo y bajo error aleatorio). Una opción mejor, si es posible, es usar una señal de mayor duración.

Para resumir: para una señal de duración constante, computar el PSD a través métodos de segmentación requiere valores de N y M que no son independientes. Incrementar la resolución de la frecuencia computacional (incrementar N) hará descender el número de segmentos promediados en el espectro base.

Para una señal periódica determinista, aumentar la resolución (aumentar N) aumentará la relación señal ruido en los espacios relevantes del espectro, y puede ser por tanto beneficioso. Para señales aleatorias, se necesita un equilibrio entre el error de sesgo (alto N) y el error aleatorio (alto M). Ambos errores no se pueden reducir simultáneamente. La mínima resolución de frecuencia deseable (esto es la mínima N compatible con los requerimientos de resolución) es recomendada.

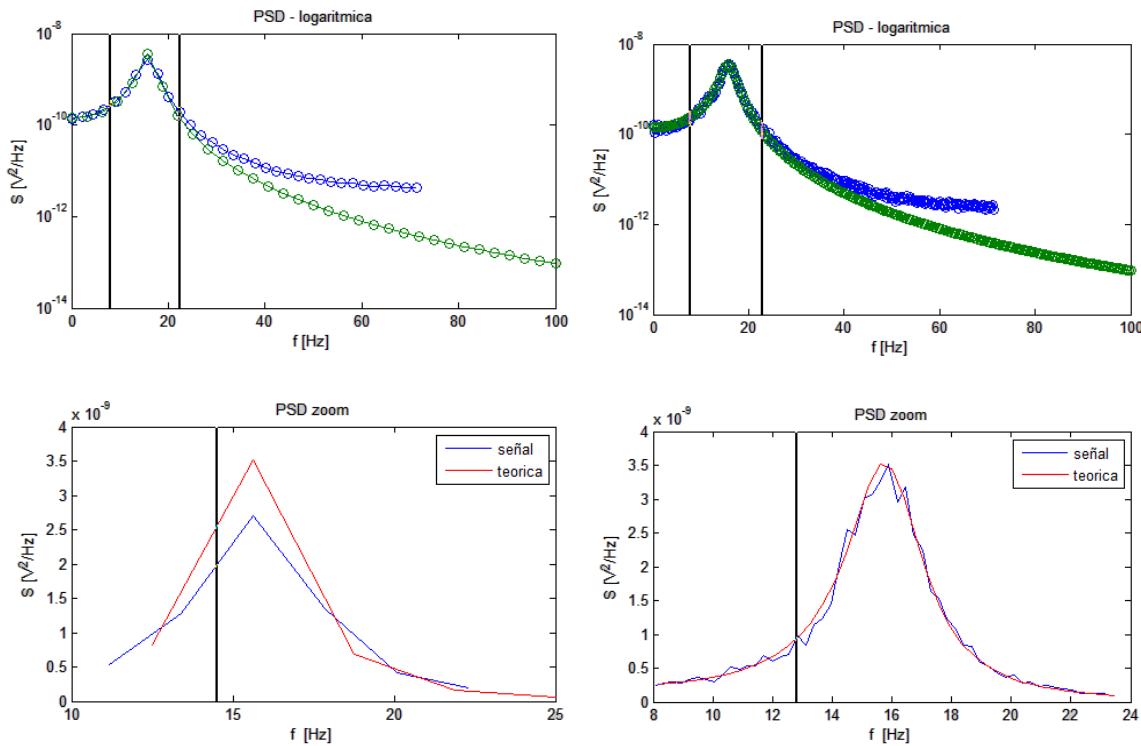


Figura 2.48.- Representaciones graficas de PSD logarítmica

2.8 Envolventes

2.8.1 Introducción

Las señales de banda limitadas son una importante clase de señal en varios dominios como comunicaciones, ingeniería mecánica y otros. Están definidas como señales cuyo espectro es cero fuera del área de frecuencias de $\pm B$ alrededor de una frecuencia central f_0 . Definimos señales estrechas de banda caracterizadas por $B \ll f_0$.

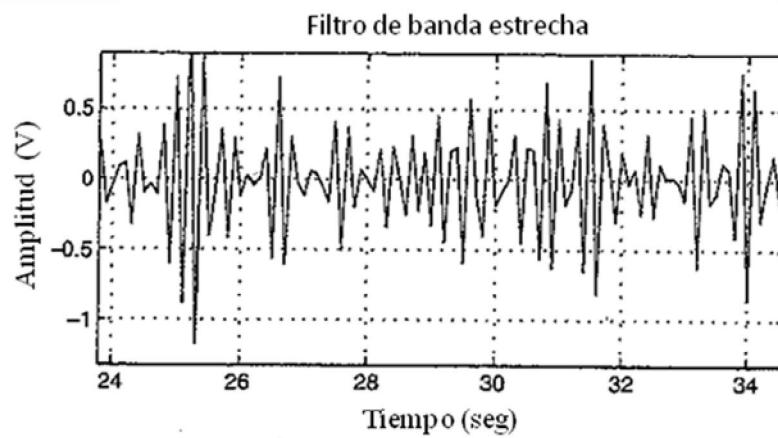


Figura 2.49.- Representaciones graficas de filtro de banda estrecha



Incluye señales que son moduladas en amplitud o frecuencia. En el campo de las comunicaciones encontramos la AM (amplitud modulada) y FM (frecuencia modulada) ondas de radio. La señal de información modula una señal portadora en la fase de transmisión, mientras que una demodulación se ejecuta en la recepción para extraer de nuevo la señal de información. En otros dominios, las señales de medición son también físicamente moduladas, y a menudo, la demodulación puede permitir una mejor interpretación de la señales mediante la única extracción de la información útil en la señal. Ejemplos típicos son las ondas acústicas en las estructuras, las vibraciones en las máquinas rotativas, corrientes eléctricas en máquinas de inducción y potenciales enfocados en el campo de la biomedicina. Hoy en día, esta operación se hace numéricamente (en tiempos discretos de operación), basado en conceptos como la transformación de Hilbert y el análisis de señales.

2.8.2 La transformación de Hilbert (HT)

La HT de una señal es una señal de dominio de tiempo definida por:

$$H[x(t)] = \hat{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau = x(t) * (1/\pi t)$$

Aplicando una trasformación de Fourier:

$$F[x] = \hat{F}[\hat{x}(t)] F[1/\pi t] = X(f) sign(f)$$

Donde el signo (f) es la FT de $(1/\pi t)$:

$$\text{sign}(f) = -1 \text{ para } f < 0; \quad 0 \text{ para } f = 0; \quad 1 \text{ para } f > 0$$

La HT tiene el efecto de cambiar los componentes de frecuencia negativa de $x(t)$ por $+90^\circ$ y aquellos positivos por -90° , y puede ser concebido como un filtro de 90° de cuadratura.

Aplicando una transformación HT a las señales armónicas $\sin(2\pi f_0 t)$ y $\cos(2\pi f_0 t)$ resultan:

$$H[\sin(2\pi f_0 t)] = \cos(2\pi f_0 t)$$

$$H[\cos(2\pi f_0 t)] = -\sin(2\pi f_0 t)$$

Una ruta de cálculo moderna es para calcular la HT calculando primero la FT de $x(t)$, aplica la ecuación (8.2). Esto nos permite calcular $\hat{x}(t)$ mediante una transformación de Hilbert inversa.

2.8.3 Señales analíticas

La señal analítica que corresponde a la señal real $x(t)$ es una señal compleja definida por

$$x_a(t) = x(t) + j\tilde{x}(t)$$

Esta $x_a(t)$ es compleja con una parte real y una imaginaria unidas por la transformación de Hilbert. Una representación conveniente de la señal analítica es la forma polar

$$x_a(t) = A(t) \exp[j\phi(t)]$$

$$A = [x^2(t) + \tilde{x}^2(t)]^{0.5}$$

$$\phi(t) = \tan^{-1} \left| \frac{\tilde{x}(t)}{x(t)} \right|$$

Y $A(t)$ es llamada la señal envolvente y $\phi(t)$ la señal de fase instantánea. Una frecuencia instantánea puede ser definida como

$$f_{in} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$$

2.8.4 Señales de Banda estrecha (NB) y su Envolvente

Dichas señales están centradas alrededor de una frecuencia f_0 , con $X(f)$ siendo cero para $f > f_{max}$, donde $f_{max} \ll f_0$.

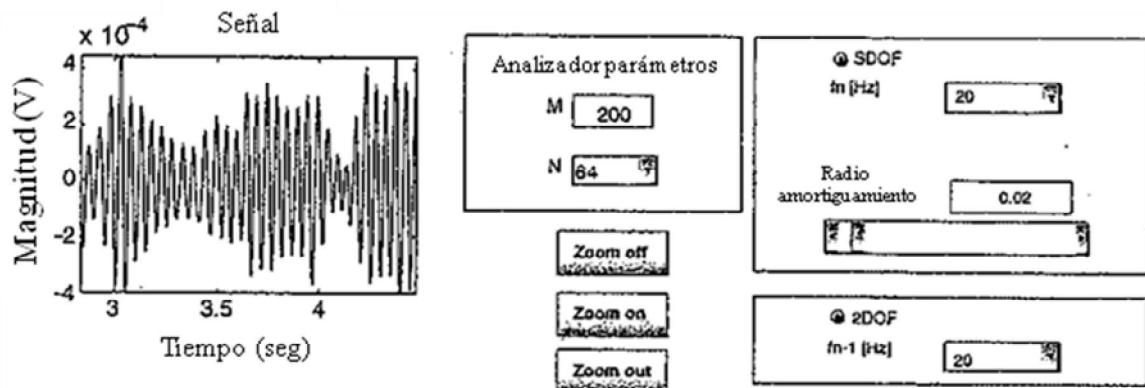


Figura 2.50.- Representaciones graficas de filtro de banda estrecha

Usando la forma analítica de dicha señal, la FT de ésta sería



$$2X(f) \quad f>0$$

$$X_{ap}(f) = X(f) + jX(f) = |$$

$$0 \quad f<0$$

Y la señal analítica tiene componentes espectrales solo para frecuencias positivas. Multiplicando la señal analítica por $\exp(-j2\pi f_0 t)$,

$$X_{lp} = x_{an} \exp(-j2\pi f_0 t)$$

Y aplicando el teorema de cambio de la FT, interpretamos esto como el x_{lp} siendo la envolvente compleja de x_{an} la cual es cambiada de f_0 a la frecuencia cero, y x_{lp} la envolvente.

Una señal NB puede, de este modo, ser convenientemente representada a través de la forma polar de una señal analítica.

$$X_a(t) = A(t) \exp[j\phi(t)]$$

Con $A(t)$ la envolvente, teniendo propiedades de paso bajo, es decir, siendo mucho más lento que f_0 .

Otro ejemplo puede ser visto en los ejercicios donde una excitación aleatoria es aplicada a un sistema dinámico de segundo orden con bajo amortiguamiento. Esto es descrito, después de aumentar, en la Figura T8.2. En estos ejemplos, la envolvente tiene un carácter aleatorio (lento); la tasa de cruce es cero, sin embargo, casi constante, aproximadamente el recíproco del centro de frecuencia de la banda pasante.

La fase instantánea y la frecuencia describen las fluctuaciones rápidas de la señal. El concepto de una frecuencia instantánea nos permite atacar situaciones donde la frecuencia de una señal es tiempo dependiente. Un ejemplo es el caso de vibraciones en máquinas rotativas, donde la velocidad de rotación no es constante, por ejemplo en la puesta en marcha. La variación de la velocidad puede ser rastreada calculando la frecuencia instantánea de la componente de la vibración debida a la rotación.

2.8.5 Ejercicios

Este ejercicio trata de comparar el análisis espectral de señales y sus envolventes para algunas señales específicas.

Las señales se pueden elegir a través del menú emergente de arriba a la izquierda. Después de elegir la que va a ser analizada, “Iniciar” cargará la señal (arriba a la izquierda en la figura 2.51) y su PSD (arriba a la derecha). Los dos cursos en la ventana espectral se pueden usar para aplicaciones de filtrado, eligiendo el tipo de filtro mediante el menú emergente “Tipo de filtro”. El botón “Ejecutar” activará el filtro.

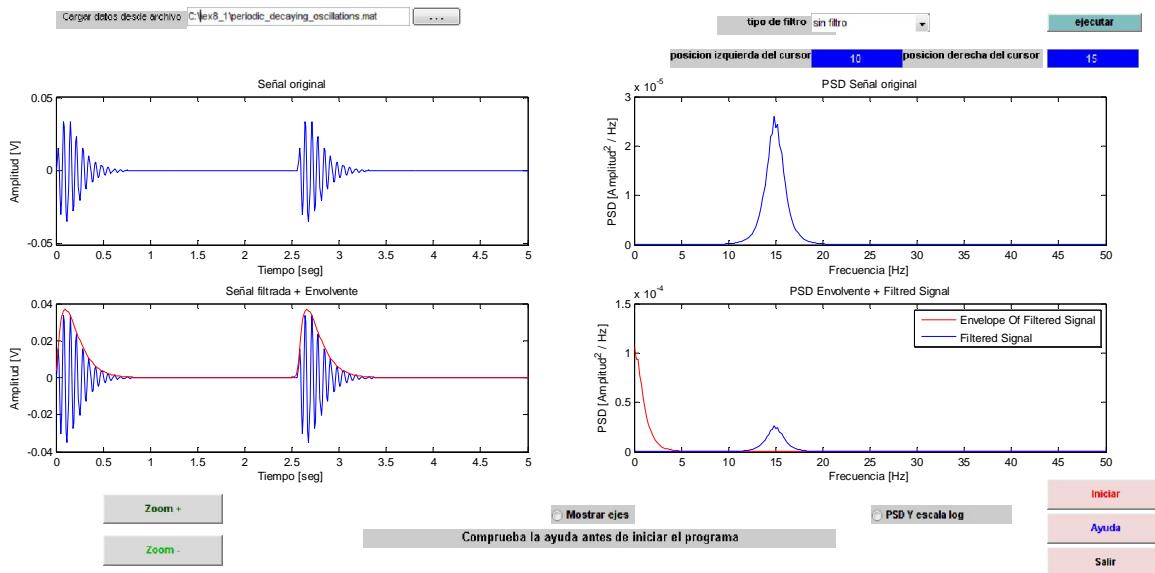


Figura 2.51.- Graficas de la señal incluyendo la señal original, la filtrada con envolvente y las PSD

El gráfico izquierdo inferior muestra entonces la señal filtrada y su envolvente (en rojo), mientras que el gráfico inferior derecho muestra el PSD de la señal filtrada a la vez que la envolvente (en rojo). Una pantalla de registro está también disponible cuando se necesita una inspección del espectro más precisa.

Para las oscilaciones decrecientes periódicas, la modulated_signal_1, original la modulated_signal_2 filtrada, describir e interpretar las señales, envolventes y sus espectros. Tras este paso debemos repetir para la señal original y para la filtrada.

- Resultados

Para la excitación periódica decreciente, el espectro de la señal es una banda estrecha, centrada alrededor de la frecuencia del transitorio. La envolvente es una señal de baja frecuencia.

Para la modulated_signal_1, hay una frecuencia de modulación de 1Hz con una frecuencia de la portadora de 8Hz, con componentes de $8 \pm 1\text{Hz}$. La frecuencia de la envolvente es 1Hz (Figura 2.52), y un resultado similar se obtiene para la modulated_signal_2, sin embargo con mayores frecuencias para la modulada y la portadora (Figura 2.53). Hay ahora menos períodos portadores por cada período portador, y la detección de la envolvente es menos ideal. El espectro de la envolvente muestra no sólo la frecuencia fundamental de la envolvente, sino (usando la escala logarítmica) también sus armónicos.

Rechazando la portadora y la banda superior, a través de una operación de filtrado adecuada, da los resultados mostrados en la figura 2.54. Esto realmente es cercano a una señal armónica simple, con una envolvente DC.

2. PROCESAMIENTO DE SEÑALES

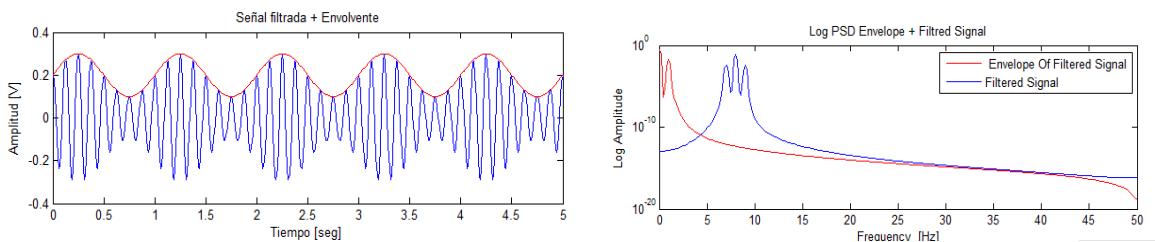


Figura 2.52.- Representación grafica de la señal filtrada con envolvente de 1Hz y portadora de 8Hz

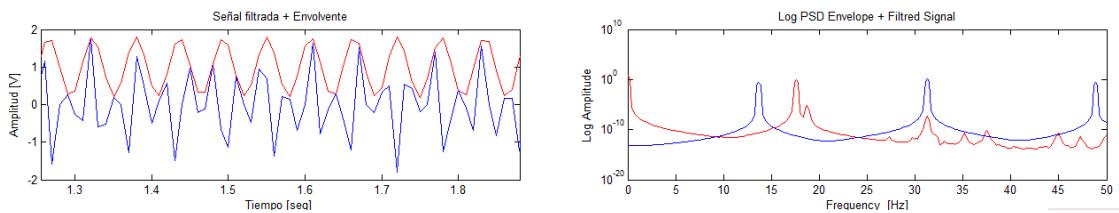


Figura 2.53.- Representación grafica de la señal filtrada con envolvente con frecuencias superiores a 1Hz

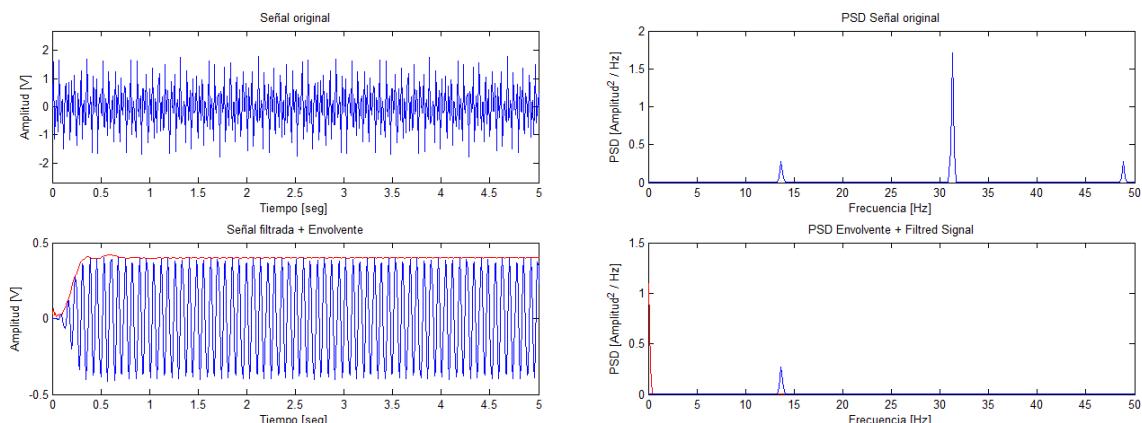


Figura 2.54.- Representaciones graficas sin portadora y sin banda superior

Para la señal aleatoria obtenemos la figura 2.55. Tanto la señal como su envolvente son aleatorias, la envolvente no sigue a la señal exactamente, sólo su extremo a duras penas, por lo tanto su espectro se atenúa a frecuencias mayores. La figura 2.56 muestra el resultado de filtrar con el fin de obtener características de banda estrecha. El espectro muestra que la señal es de hecho de banda estrecha, con cero cortando la frecuencia media de la banda de paso (aumentando la imagen ayudará a ver esto) como dicen los cursores usados para el filtrado. La envolvente es de paso bajo, ligeramente variante, de acuerdo a

$$x(t) = a(t) \cdot \sin(2\pi f_c t + \phi(t))$$

Esto es típico de una señal de banda estrecha.

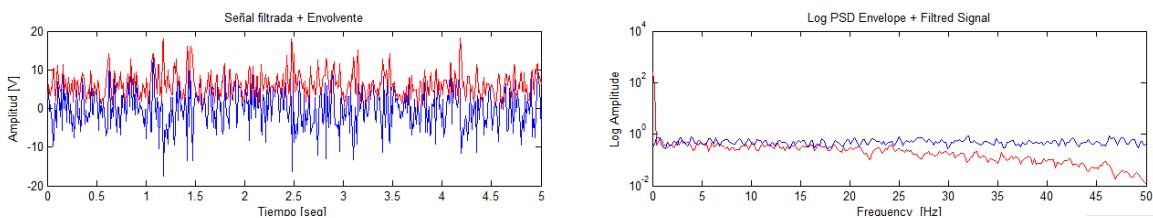


Figura 2.55.- Representación de una señal con su envolvente, ambas aleatorias

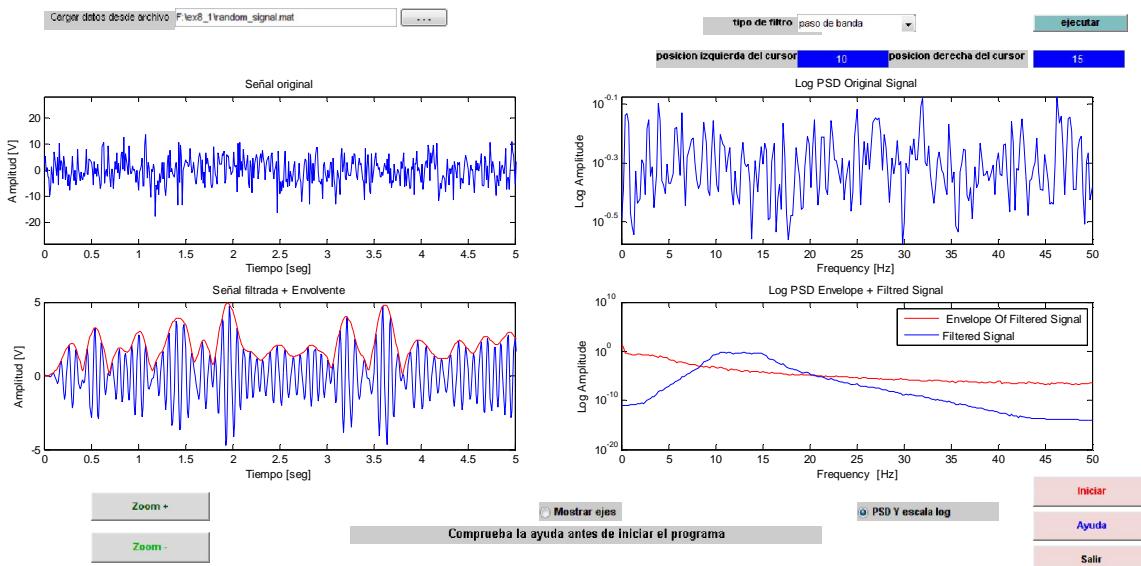


Figura 2.56.- Graficas de la señal original aleatoria, la filtrada con envolvente y las PSD

2.9 El espectrograma

2.9.1 Introducción

El tiempo y las presentaciones de domino de frecuencias son para algunas medidas complementarias, dos modos diferentes de mirar la misma información. Usando el método de Fourier, sin embargo, están prácticamente desarticulados. El suceso temporal de un evento específico está perdido en la FT (en realidad, reside en la información de fase), y, ciertamente, en la PDS. Recíprocamente, la información de la frecuencia no puede ser localizada en un tiempo determinado. Por esto la necesidad de los métodos de tiempo-frecuencia, que nos facilitan analizar e interpretar el tiempo-variante del contenido espectral. Tales métodos encuentran aplicación donde la frecuencia de los fenómenos físicos no es constante, (máquinas rotativas con velocidad rotacional variable, ondas de propagación en dispersión media donde la velocidad depende de la frecuencia, lenguaje/música, sonidos emitidos por vehículos/murciélagos/ballenas, fenómenos transitorio, etc.). Las tareas específicas pueden incluir:



- a) Estimar la frecuencia instantánea de señales de tiempo variable.
- b) Cuando se trata de señales de frecuencia modulada, está fuera de interés estimar con precisión la ley de tiempo de variación de frecuencia, por ejemplo, en una media dispersa.
- c) Para localizar con precisión un suceso breve en tiempo y frecuencia.

Las representaciones de tiempo y frecuencia deben ser capaces de mostrar una representación espectral como una función de tiempo.

2.9.2 Métodos de tiempo de frecuencia

Una posibilidad clásica es usar un banco de filtros con regiones de bandas pasantes adyacentes, y para chequear los cambios de tiempo de los outputs filtrados. A veces (especialmente para señales oscilatorias de frecuencia variable), la frecuencia instantánea y las funciones de envolvente son rastreadas vía métodos basados en la transformación de Hilbert. Hay otros métodos más complejos:

- La transformación de Wigner Ville, una distribución de frecuencias cuadrática, definida por

$$WV_x(t, f) = \int x\left(t + \frac{\tau}{2}\right)x\left(t - \frac{\tau}{2}\right)e^{-2\pi i f \tau} d\tau$$

- Olas pequeñas- una descomposición de la señal $x(t)$ en una familia de funciones básicas en el dibujo de la escala de tiempos u olas pequeñas $h_{t,a}(u)$. t es la variable de traslación, a es la variable de escala.

$$WT_x(t, f) = \int x(u)h_{t,f}(u)du$$

$$h_{t,f}(u) = \left| \frac{f}{f_0} \right|^{1/2} h \left[(u - t) \frac{f}{f_0} \right]$$

En los métodos clásicos de Fourier, la descomposición es en una base ortogonal de funciones harmónicas. En el método de las olas pequeñas la descomposición resulta de componentes de tiempo variable, cada uno calculado por diferentes escalas (inversamente proporcionales a la frecuencia).

2.9.3 Las Transformaciones de Fourier de Tiempo corto (STFT) y el Espectrograma

La idea es considerar una señal no estacionaria como una serie de cuasi estacionarias de señales adyacentes. Consideramos un “periodograma” de tiempo variable obtenido por deslizamiento de una ventana a lo largo de la señal de tiempos (Figura 2.57).

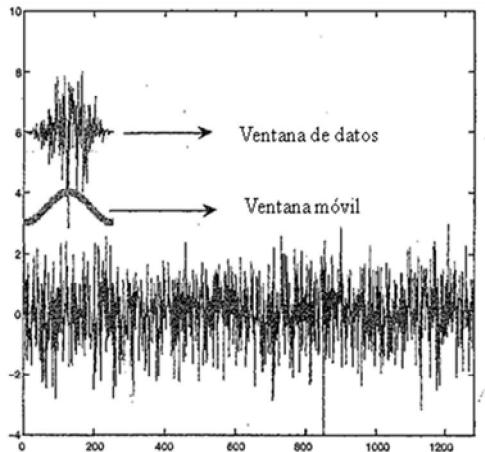


Figura 2.57.- Representación grafica de ventana a lo largo del tiempo

Entonces representamos la transformación de Fourier. Puede ser escrita:

$$S_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u)h(u-t)e^{-2\pi ft}du$$

donde $x(t)$ es la señal a analizar, y $h(u-t)$ la ventana deslizante. La expresión dada por la ecuación anterior es llamada la transformación de Fourier de tiempo corto (STFT). La STFT ($[S_x(t,f)]_2$) tiene una resolución fija en tiempo y frecuencia, del mismo modo que la transformación de Fourier. La resolución de frecuencia $\Delta f = 1/N\Delta t$ es controlada por la longitud de la ventana $h(t)$.

El espectrograma puede ser mostrado en una representación en 3D llamada representación en cascada (Figura 2.58).

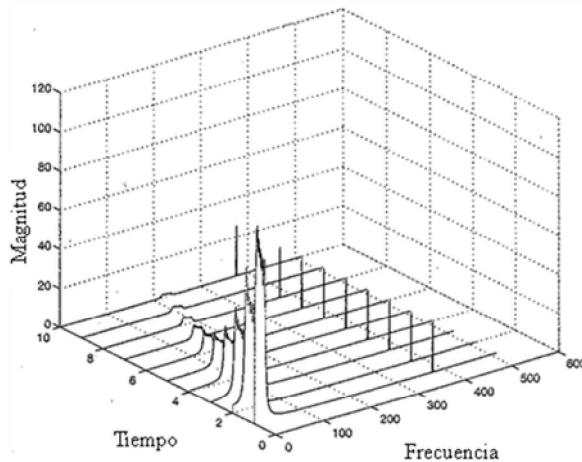


Figura 2.58.- Representación grafica del espectrograma



El spectrograma está basado en una aplicación directa del análisis de Fourier espectral. Sus limitaciones son, en consecuencia, de tipo similar, principalmente debidas al principio de incertidumbre que relaciona el tiempo y el dominio de frecuencias. Este principio establece que no es posible localizar exactamente un punto (t,f) en el plano (T,F) . Si consideramos una señal $x(t)$ de duración T y ancho de banda de frecuencia B , entonces tenemos la inecuación $BT \geq \frac{1}{2}$

En este caso, para incrementar la resolución en el dominio de frecuencias (B pequeña), necesitamos una señal de tiempo más largo (T grande). Inversamente, si queremos localizar con precisión en el dominio de tiempos (T pequeña), entonces la resolución de frecuencia sufrirá (B grande).

Otro aspecto es el de la linealidad: el spectrograma, cuando se analiza una señal compuesta de, por ejemplo, dos señales, no es la suma de los dos spectrogramas individuales. Como un simple ejemplo, vamos a tomar $y(t) = x_1(t) + x_2(t)$, entonces

$$S_y(t,f) = S_{x_1}(t,f) + S_{x_2}(t,f) + \text{Res}$$

El tercer término es la parte real del spectrograma transversal, y debe ser considerado una interferencia. Esta interferencia puede ser despreciada únicamente si los componentes de x_1 y x_2 están suficientemente separados en frecuencia. Esto está en contra de las presentaciones en una dimensión PDS clásicas. Esta es más severa que con PSDs regulares, donde, para los registros de tiempo razonablemente largos, el espectro transversal tiende a cero, debido a la propiedad ortogonal de la descomposición.

2.9.4 Ejercicios

Consiste en analizar aproximaciones en tiempo, frecuencia y dominios tiempo/frecuencia para algunas señales específicas.

Los programas representan una multitud de análisis. La señal sin tratar es representada en la Figura 2.59, junto con su silueta (en red). Además se muestra el espectro y el spectrograma. El tamaño del bloque FFT tanto como una de sus partes pueden ser controladas. Un cursor en conjunción con zoom nos permite afinar la señal y los detalles del entorno. Las ordenadas en el cursor localización aparecen en la ventana. Para el análisis tiempo/frecuencia, el diagrama 2D o 3D están disponibles, el 3D puede también ser rotado.

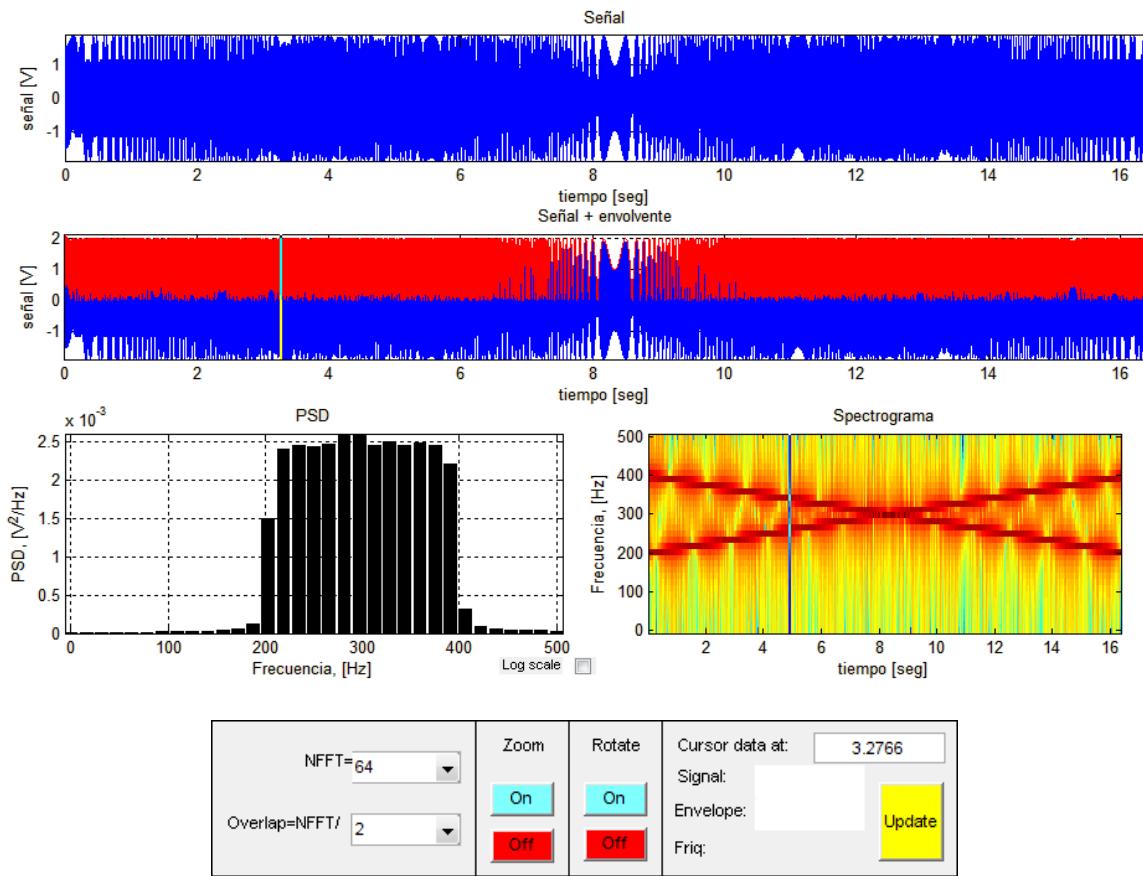


Figura 2.59.- Graficas de la señal pre procesada, su espectro y el spectrograma

Tres tipos de señales tanto como una externa pueden ser analizadas. Esto consiste en (1) una señal cuya frecuencia se incrementa linealmente con el tiempo, (2) una combinación de dos señales lineales con incremento y decremento de frecuencia respectivamente, y (3) una señal adquirida experimentalmente, autorizado ‘Cardan’, desde una máquina rotativa. Esto es la salida de un codificador electromagnético, generando pulsos de señal a ritmo de periodos fijos por rotación de un eje. Debido a la alineación defectuosa, la velocidad del eje es función de su localización radial, de este modo también varía periódicamente (en un generador electromagnético, la salida es proporcional a la velocidad) de la señal generada varía periódicamente.

Para la señal simple, explicar el espectro para varios NFFT. Explica el tiempo y la frecuencia de resolución del spectrograma, y resumir el efecto de cambiar entre una ventana rectangular y Gaussiana. Ver como la descripción en los tres dominios tanto como el sonido está relacionado.

Repetir para la señal doble. Discutir el espectro para $NFFT > 1024$ para el caso de la señal doble en comparación con el caso de la señal simple. Ver como la descripción en los tres dominios están relacionados, y cuidadosamente interpretado el comportamiento alrededor de 8.24 segundos. Describir el sonido de la señal.



- Resultados

Para la señal simple: comparando la ventana rectangular a la ventana Gaussiana da un gran rango dinámico (el color del fondo es más azul) pero un ampliación de la onda principal. Esta puede ser más fácil noticia para un pequeño NFFT.

Las vistas 2D y 3D muestran una componente simple, claramente incrementando en frecuencia y de magnitud constante. En el dominio del tiempo, haciendo zoom, notamos cortos periodos con un incremento del tiempo. El espectro ya muestra la banda sobre la cual la energía es distribuida, ciertamente no hay ninguna tendencia del tiempo. El sonido audible demuestra un incremento del tono.

Incrementando NFFT da una mejor frecuencia de resolución, el tiempo de resolución depende de NFFT y del solapamiento. Para $NFFT > 1024$, el espectro muestra un número de bandas separadas. Esto es debido al camino en el que el espectro es computado. Para sucesivos segmentos, el rango de frecuencia se incrementa, cada segmento cubre un rango. El final del espectro es computado promediando segmentos espectrales, por consiguiente aparición de bandas espectrales separadas (figura 2.60)

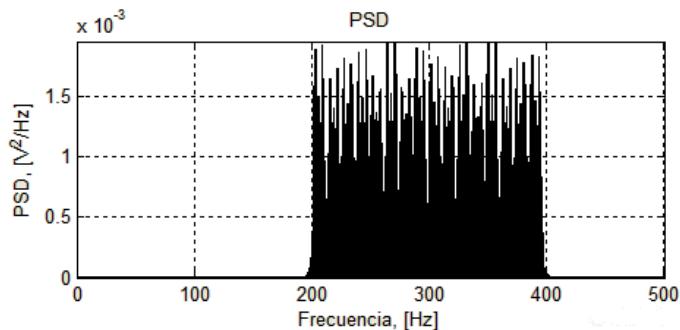


Figura 2.60.- Representación grafica de las bandas espectrales

Resultados similares son notados por la combinación de dos señales, una ascendente y otra descendente. El resultado alrededor de 8.34 segundos, sin embargo, necesita una mayor interpretación crítica. Solamente una frecuencia específica puede ser definida al atravesar entre las dos líneas tiempo/frecuencia. La señal de tiempo muestra una sacudida, fácilmente visible como las frecuencias acercándose, y la diferencia entre ellos cambia el signo. Un pico en la presentación 3D esta vez que indica un resumen en una sola frecuencia. Audiblemente este punto también es reconocible. El diagramapectral para $NFFT > 1024$ otra vez muestra las bandas separadas, pero también el comportamiento temporal es ciertamente completamente visible. El sonido audible es otra vez complejo, pero con repetidas escuchas, el patrón tiempo de frecuencia puede ser reconocido.

Para la señal ‘Cardan’, la señal de tiempo muestra ambas amplitudes y modulaciones de frecuencia (Figura 2.61). El contorno tiene un periodo de 0.125 segundos, por consiguiente una modulación de 8 Hz.

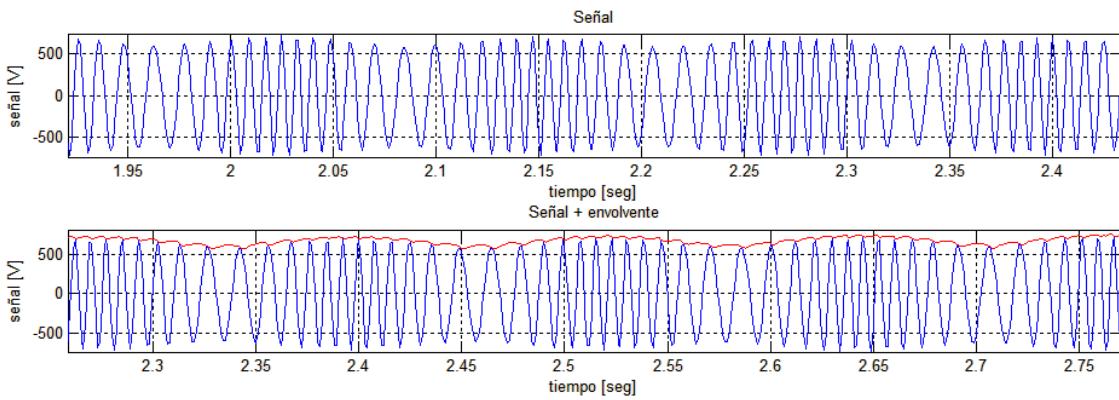


Figura 2.61.- Representaciones graficas de la señal “Cardan” y su envolvente

Desde el espectro, un espaciamiento de 8 Hz entre líneas es en efecto visto (Figura 2.62). Múltiples laterales, y más aun laterales de gran amplitud que de baja, son típicos de FM. No hay simetría, suponiendo el efecto de ambas amplitudes y la modulación de frecuencia existente. La frecuencia portadora es más difícil de determinar desde la señal de tiempo; sin embargo, el periodo principal es aproximadamente 10 milisegundos, por consiguiente un transporte de 100 Hz.

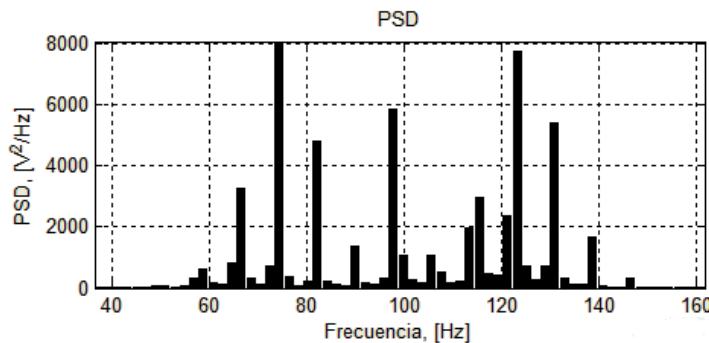


Figura 2.62.- Representación grafica de bandas espectrales de la señal “Cardan”

El spectrograma mostrará los laterales para NFFT igual a 512. Para cortos NFFT, con resolución de frecuencia insuficiente, el patrón de banda desaparece, pero sobre el otro lado la modulación de amplitud, antes de ahora imperceptible aparente. Solamente un intermedio NFFT = 128, como el visto en la Figura 2.63, podría (para estos datos específicos) mostrar ambos. Un buen camino a inspeccionar es mediante la rotación del spectrograma 3D, usando una ventana Gaussiana, la cual tiene el mejor compromiso Tiempo/frecuencia (Figura 2.64). El sonido audible revela principalmente la modulación de la amplitud.

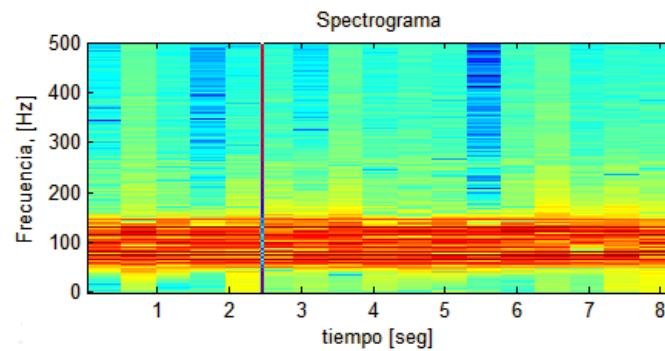


Figura 2.63.- Grafica del espectrograma con NFFT =128

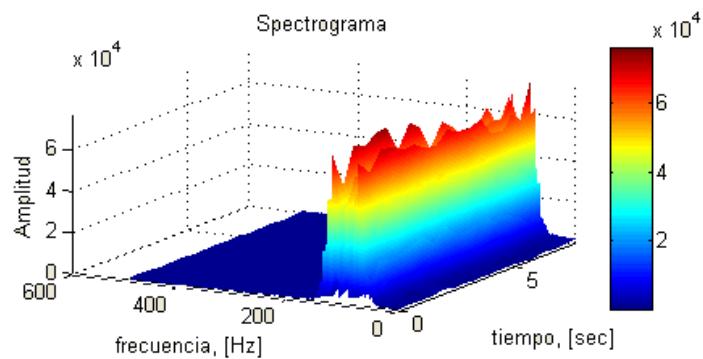


Figura 2.64.- Representación grafica del espectrograma en 3D

2.10 Muestreo

2.10.1 Adquisición de datos y sistema de procesado de señales

La figura 2.65 muestra un diagrama de bloques de un típico sistema comercial de medidas que incluye adquisición de datos y capacidades de procesado.



Figura 2.65.- Diagrama de bloques de un sistema comercial de medidas

Los sensores (o sensores en una aplicación de medición multicanal) son muy a menudo analógicas, es decir, generando una señal de voltaje continuo, (generalmente). Éste es pasado a través de una unidad de acondicionamiento de señal, amplificando la señal para el rango de entrada de un digitalizador, el convertidor digital a analógico (ADC). Algunos prefiltrados pueden ser diseñados en el acondicionador de señal. Un filtro especial analógico propuesto, conocido como un filtro de antisolapamiento, (visto más tarde, Sección 10.4) precede al ADC. La señal mostrada es procesada entonces por el procesador de señal digital, el cual hubiera dedicado operaciones similares como análisis espectrales, promedios de dominio de tiempos (síncronos), etc.

La organización lógica del diagrama de bloques no se corresponde necesariamente con subsistemas de hardware. La unidad de acondicionador de sensor/señal puede ser separada, algunos procesadores de señal incluirían el módulo de adquisición de datos, o éste puede ser una unidad de cálculo independiente (incluso un propósito general en sí mismo), etc. El punto destacado aquí es que la adquisición de datos y las fases de procesado de señales deben ser consideradas juntas, cuando se diseña o se evalúa un trabajo de procesado de señales.

Para el procesamiento de señales digitales, la señal debe ser discretizada (cuantificada) en dos dominios: el tiempo y el dominio de la amplitud.

2.10.2 Cuantificación de la amplitud

La operación básica de una clásica DAC está representado por la Figura 2.66. El dominio de la amplitud está dividido en bandas iguales. En el instante de la toma de muestras, la banda dentro de la cual la señal reside en ese instante de prueba es determinada. El valor de la señal puede ser tomado como uno de los límites de banda.

El número de bandas dictamina la resolución de la cuantificación. Ésta es una función del número de bits del ADC, usualmente una potencia de dos. Un ADC de 12-bit podría, de este modo, dividir el rango de amplitud en $2^{12} = 4096$ posibles valores.



La resolución de la medida dependerá de dos parámetros: el rango del ADC, y N, el número de bits, y ADC con un rango de escala completa (FS) de 0-10 [V].

$$\Delta V = \frac{V_{FS}}{2^N}$$

$$\Delta V = 1/4096 = 244 \mu V$$

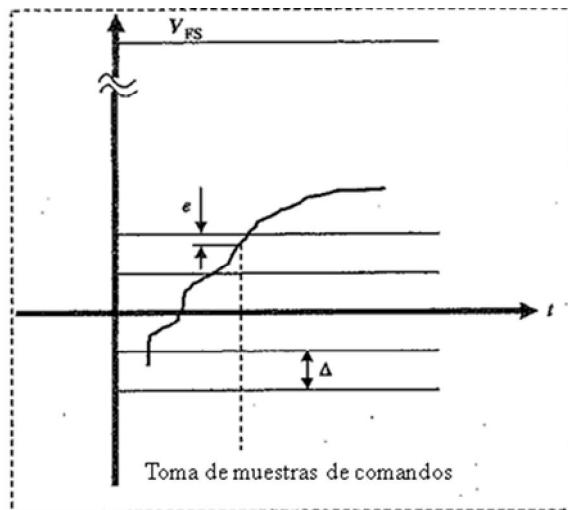


Figura 2.66.- Representación grafica de la cuantificación de la amplitud

Para rangos de entrada bipolares, están disponibles N-1 bits, ya que se usa uno para el signo, para tener rangos positivos y negativos con la mitad de las bandas de voltaje. Para nuestro caso tendríamos de 512 a -511 posibles medidas para

$$0.5/4096 = 1/2048 = 244 \mu V$$

La cuantificación introduce una incertidumbre, conocida como el error de cuantificación. La señal real puede caer en cualquier sitio en la banda en el momento de la toma de muestras. La diferencia es conocida como el error de cuantificación, según Figura T10.1 El lazo superior es $\pm 0.5\Delta [V]$.

Una cifra más realista de errores es considerar un error principal, asumiendo una probabilidad igual de caída de la señal real en cualquier lugar dentro de la banda. Esto puede demostrar que para tal suposición, el valor RMS del error de cuantificación es

$$E_{RMS} = 0.29\Delta [V]$$

El error de cuantificación añade un ruido a la señal. Éste es minimizado adaptando el nivel de la señal aplicado al ADC (por medio de una amplificación apropiada).

Con las tarjetas modernas de adquisición de datos, el error de cuantificación no es un problema habitual, ya que los ADC de 12-bit son casi estándar. Todavía esto es importante para reconocer el efecto. Armonizando el rango dinámico de la señal al del ADC (a través de una amplificación apropiada) puede hacer este efecto insignificante.

2.10.3 Cuantificación en Tiempo: El teorema de muestreo

Llamemos a la señal continua como $x(t)$, con una FT de $X(f)$. Asumimos muestreo instantánea ideal, devolviendo $x(n\Delta t)$. La FT de la señal muestreada exhibirá una periodicidad en el dominio de frecuencias según la siguiente ecuación (ver Figura 2.67):

$$x_s = x(n\Delta t) = x(yt) \left[\sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \delta(t - n\Delta t) \right]$$

Expandiendo el término periódico entre paréntesis a una serie de Fourier,

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{k=-\infty}^{k=\infty} \exp(j2\pi kt/\Delta t)$$

Aplicando una transformación de Fourier y usando el teorema de cambio resulta

$$X_s = \frac{1}{\Delta t} \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} X\left(f - \frac{k}{\Delta t}\right)$$

donde X_s es la FT de la señal muestreada. X_s es desplazada y repetida periódicamente en múltiplos de la frecuencia de muestreo.

¿Es posible tener un muestreo ideal, donde no se pierda información? Como un muestreo ideal, donde toda la información se conserva en las muestras discretas, podría implicar la posibilidad (al menos teórica) de calcular, usando alguna interpolación, los valores de señal, entre tiempos de muestreo. El hecho de que la superposición del espectro periódico tenga lugar en alguna región (Figura 2.67) indicaría que esto no es posible generalmente.

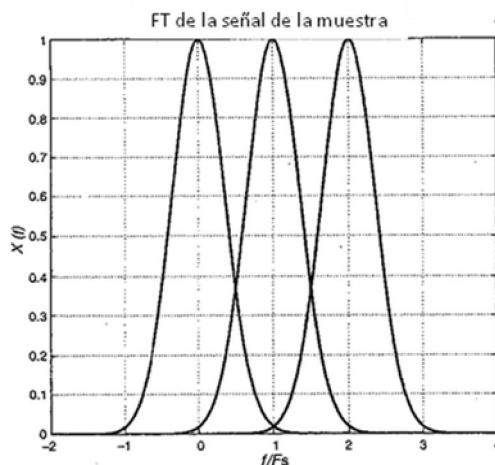


Figura 2.67.- Representación grafica de la superposición del espectro periódico

El teorema de muestreo (también llamado el Nyquist) indica tal posibilidad para un caso específico: el de una señal de banda-limitada, cuando el espectro de las señales es tal que

$$s = \begin{cases} S(f) & f \leq f_{max} \\ 0 & f > f_{max} \end{cases}$$

Es decir, esta es una banda limitada a $f = f_{\max}$. Filtrando el espectro principal se podría reconstruir el espectro original sin pérdida de información. Podemos ver inmediatamente que la condición requerida es

$$f_{\max} \leq \frac{1}{2\Delta t}$$

$$\Delta t \leq \frac{1}{2f_{\max}}$$

El cual es conocido como el teorema de Nyquist, y

$$\frac{1}{2\Delta t} = \frac{1}{2} f_s$$

(donde $f_s = 1/\Delta t$ es la frecuencia de muestreo) es conocida como la frecuencia de Nyquist. Para tareas de procesado de señales, éste define el rango de frecuencias del análisis. A menudo el intervalo de muestreo es normalizado a 1, por conveniencia. El rango de frecuencias normalizadas es entonces ± 0.5 [Hz]

Se emplea en la práctica un factor de seguridad, requiriendo una frecuencia de muestreo de 2.5 veces f_{\max} . En los sistemas de instrumentación modernos, con divisiones binarias de frecuencias generadas por relojes electrónicos, un factor o $f_s = 2.56f_{\max}$ es muy común.

La demostración del efecto del muestreo incorrecto es relativamente fácil para el caso de señales armónicas. La Figura 2.68 muestra los efectos del muestreo de una señal armónica de 10 [Hz] con una frecuencia de muestreo de

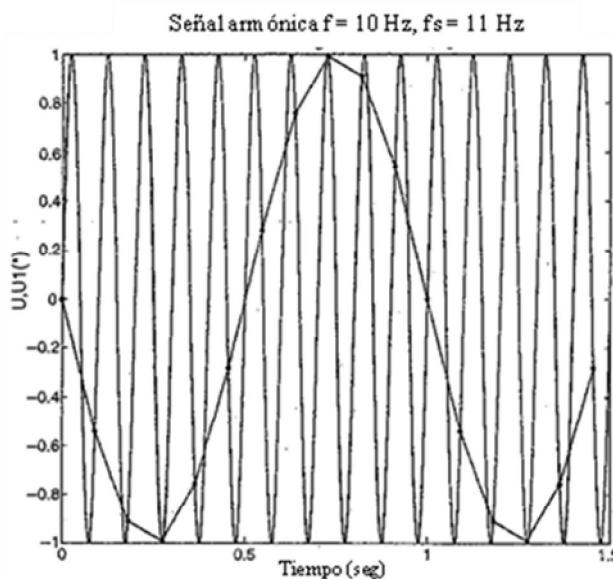


Figura 2.68.- Representación grafica del muestreo de una señal armónica de 10Hz

$f_s = 11[\text{Hz}]$. La inspección visual muestra que los muestreos podrían ser indistinguibles de una señal harmónica de 1 [Hz] muestreada a la misma velocidad. Los muestreos parecen describir una estela de 1 Hz. Este error es llamado un error de solapamiento. Calculando un PSD se mostraría potencia en la región de 1 Hz. El solapamiento da como resultado componentes de alta frecuencia disfrazados como los de baja frecuencia.

Formalmente tenemos una FT de las señales continuas como $\delta(f - 10) + \delta(f + 1)$ y para la muestra

$$\frac{1}{\Delta t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\delta(f - 10 - nf_s) + \delta(f + 10 + nf_s)]$$

Y para $f_s = 11$, Ésto resulta en frecuencias de $\pm 1, 10, 12, 21, 23, 32$. Limitándonos a la frecuencia de Nyquist, esto resulta en un componente de 1 Hz, la diferencia entre f y f_s .

En principio, un error de solapamiento no se puede corregir. Sólo puede ser evitado o minimizado a la fase de muestreo. La estructura de la señal original es destruida por esto, y podría no tener sentido llevar a cabo ninguna tarea de procesado de señal en datos solapados. Así el error de solapamiento es habitualmente el mayor en la jerarquía de errores a ser evitados.

2.10.4 Filtros antisolapamiento

Muchas señales analíticas no están en banda limitada. De hecho una señal no puede ser de tiempo y banda limitada, ya que esto incluiría a todos los transitorios. En situaciones de la vida real esto podría implicar señales con un ancho de banda fuera de nuestro rango de análisis requerido. Hay una solución práctica para evitar errores de muestreo cuando una señal tiene componentes fuera de la frecuencia de Nyquist, y ésta es filtrar los componentes fuera del rango. Tal filtro es llamado filtro antisolapamiento.

Los filtros antisolapamiento modifican la señal antes de la operación de muestreo. El error de solapamiento es así evitado en los componentes de señal pasante por los filtros. Obviamente los componentes de señal bloqueados no aparecen en el análisis. El precio pagado por evitar el error es que parte de la señal debe ser ignorada. En principio necesitamos un filtro analógico para operar en la señal previa a la digitalización (ver Figura 2.69).



Figura 2.69.- Diagrama del filtro antisolapamiento previo a digitalización



Las especificaciones para los filtros antisolapamiento pueden ser estrictas. Por ejemplo, podemos requerir que el error de solapamiento y la frecuencia de Nyquist sean iguales a la resolución del ADC. Pendientes hasta 120 dB/octavos están en uso. Realizaciones analógicas pueden ser complejas y caras, y puede ser usada una solución simple combinando filtros analógicos y digitales.

2.10.5 Ejercicios

Este ejercicio consiste en investigar cómo afectan las propiedades del filtro antisolapamiento a la señal de muestra.

Se pueden elegir dos tipos de señal. La primera es una señal cuadrada de baja frecuencia (1 Hz), la segunda consiste de la suma de esta señal cuadrada y una senoidal de alta frecuencia (33 Hz) y pequeña amplitud (Figura 2.70). La frecuencia de muestreo puede ser controlada mediante ventanas que emergen automáticamente. Se puede aplicar un filtro antisolapamiento, con frecuencias críticas de 10 o 20 Hz en el primero y segundo caso respectivamente.

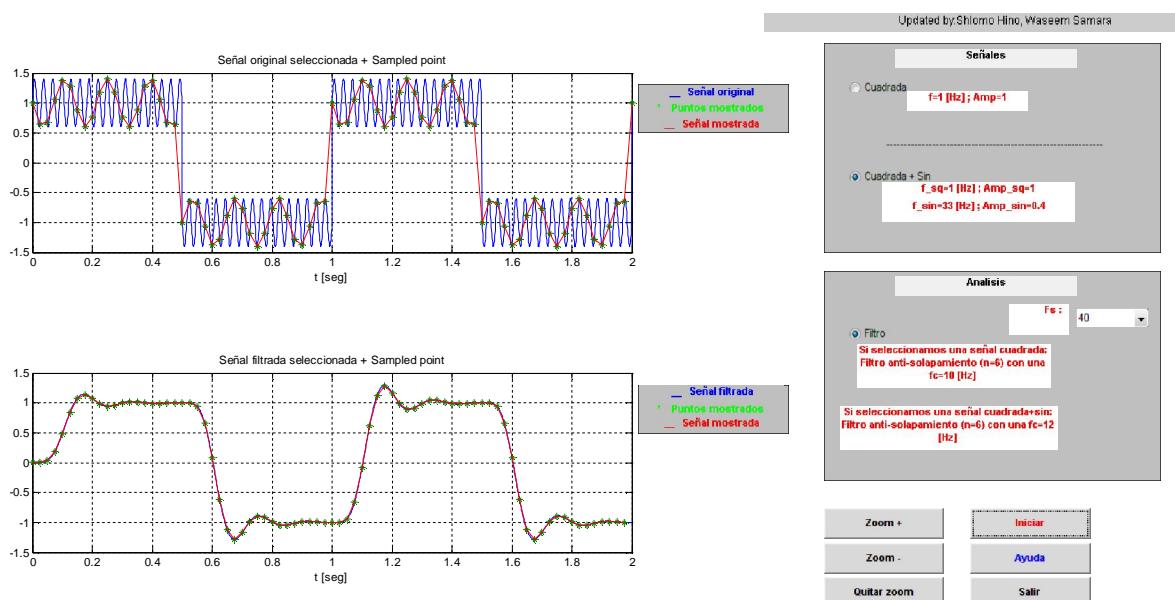
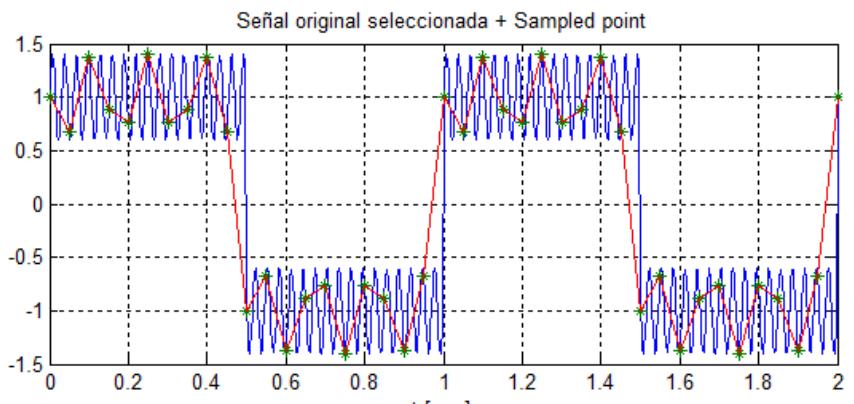


Figura 2.70.- Representaciones graficas de una señal cuadrada mas una senoidal de alta frecuencia

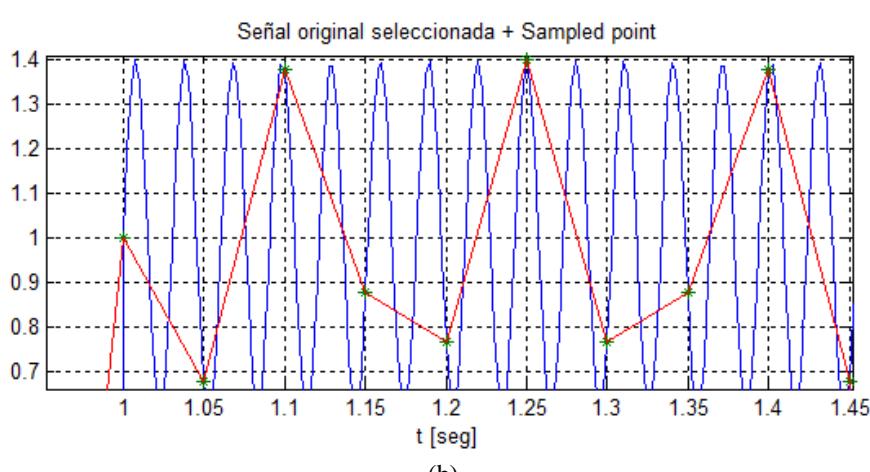
- Elegir la señal cuadrada + senoidal. Correr el ejercicio con el filtro antisolapamiento desactivado, por ejemplo frecuencias de 10, 20, 30 y 40 Hz.
- Repetir para una señal cuadrada. Explicar los resultados.
- Repetir para una señal cuadrada con el filtro antisolapamiento conectado. Explicar los resultados.
- Repetir para una señal cuadrada + senoidal con el filtro antisolapamiento conectado. Explicar los resultados.

- Resultados:

Usando $fs = 20$ da los resultados mostrados en las Figura 2.71 y la señal senoidal de 33 Hz, como aviso por la baja frecuencia de la señal sobreimpuesta sobre la señal cuadrada. La frecuencia de solapamiento estimada debería ser $-33 + 2*fs = 7$ Hz. El periodo correspondiente es 14 milisegundos, un incremento razonable con esta predicción – ver la gráfica ampliada (Figura 2.71(b)). Para evitar solapamiento, necesitaríamos como mínimo $fs > 66$ Hz.



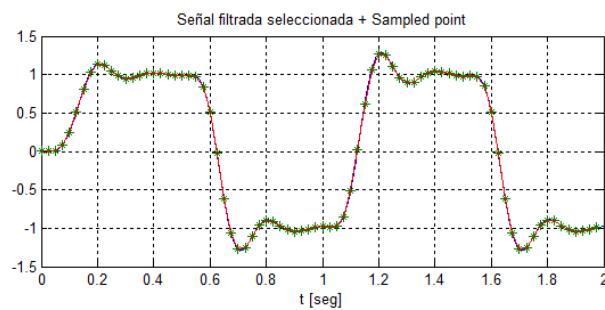
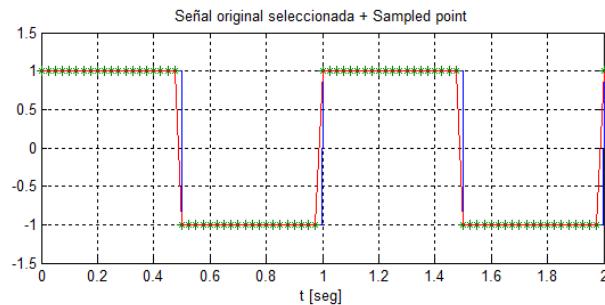
(a)



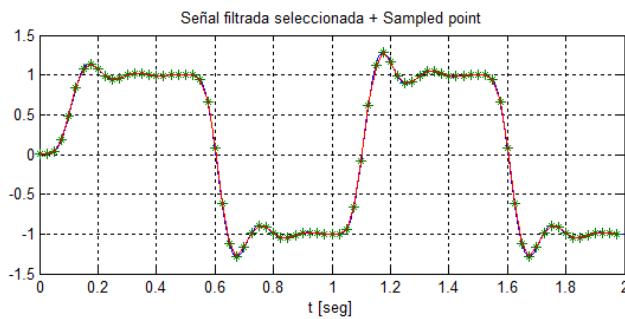
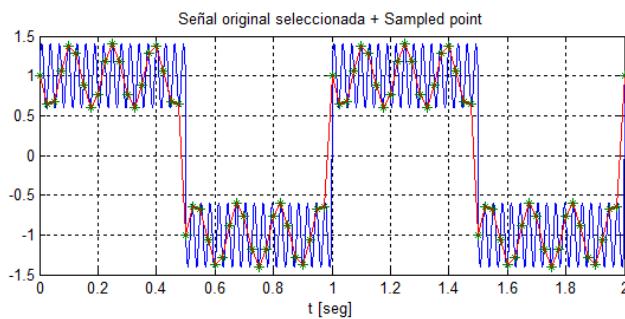
(b)

Figura 2.71.- Representación grafica ampliada de la señal cuadrada mas senoidal

Para ambas señales, cuadrada y cuadrada + senoidal, muestreada a 40 Hz, obtenemos resultados como los mostrados en la Figura 2.72. El muestreo de la señal cuadrada parece adecuado. Sin embargo, cuando se aplica el filtro antisolapamiento, la forma del resultado se modifica. Como esto se debe solamente al filtro, concluimos que esta modificación se debe a una respuesta dinámica del filtro a las discontinuidades de la señal cuadrada. Unos resultados similares se dan para la señal cuadrada + senoidal. Se rechazan las altas frecuencias de 33 Hz, evitando el solapamiento. Sin embargo, la respuesta dinámica del filtro aún afecta a los resultados.



(a)



(b)

Figura 2.72.- Representaciones graficas de los resultados para ambas señales

Las especificaciones del filtro incluyen el tipo de filtro, la frecuencia crítica y la pendiente (a menudo especificada mediante el orden del filtro). El filtro afectará a la respuesta de transitorios. La pendiente de la respuesta en frecuencia, la respuesta al impulso. Algunas veces puede ser requerida la fase lineal del filtro.

2.11 Identificación-transferencia de funciones

2.11.1 Introducción

La identificación de un sistema es en un sentido complementario al problema del análisis. En el análisis, una respuesta está pronosticada en función del conocimiento del modelo del sistema y la excitación. Los extractos de identificación y la respuesta (Figura 2.73). Esto está basado en datos experimentales y los aspectos de medición tienen que ser considerados al realizar tales tareas. Los actuales métodos de identificación utilizan por lo tanto datos de muestreo.

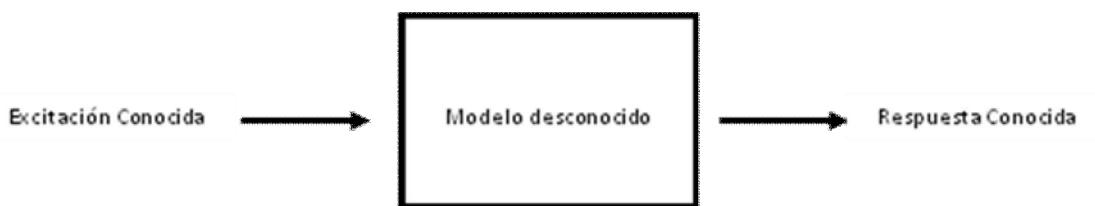


Figura 2.73.- Diagrama del extracto de identificación y su respuesta

Una parte importante de las tareas de identificación supone que el sistema es lineal, y por lo tanto, se basan en la disciplina bien establecida de la identificación del sistema de señales. Tal como encontramos casos de entrada única/salida única (SISO), entrada múltiple/salida única (MISO) entrada múltiple/salida múltiple (MIMO). En esta sección es el caso SISO el que es principalmente dirigido.

Este capítulo trata de la identificación directa en los métodos de dominio de frecuencias. El resultado de la identificación es la función de respuesta de frecuencia (FRF), y como un posible subproducto, su transformación inversa, la respuesta al impulso. Esta identificación es principalmente “no paramétrica”, ya que no se obtienen parámetros físicos ni matemáticos describiendo el sistema. Al menos alguna ventaja es realizada, el número de puntos de datos en la FRF identificada es igual a los datos de entrada o salida usados en la tarea de identificación. Por supuesto, los parámetros del sistema pueden ser extraídos de la FRF en una etapa posterior. Sin embargo, existen otros métodos paramétricos, extrayendo directamente los parámetros del dato.

Los métodos de identificación están también clasificados de acuerdo a la señal de excitación empleada. El término “rico” es usado para excitaciones que nos permiten identificar más o menos las características del sistema completo. En término de la FRF, una excitación rica cubriría los rangos de frecuencia de interés. Las excitaciones ricas incluyen funciones transitorias, periódicas y aleatorias. Excitaciones armónicas, usualmente llamadas excitaciones sinusoidales, son muy potentes, pero no ricas. Una clasificación acorde a los métodos de excitación cubre con ello el paso de pruebas de seno, pruebas de impulso (transitorios), pruebas de aleatoriedad, explosiones periódicas, multi-seno, etc. El procedimiento de identificación y las características pueden ser enormemente dependientes del tipo de excitación usada.



Utilizando datos obtenidos experimentalmente, las varias incertidumbres asociadas con experimentos necesitan una variedad de enfoques para la tarea de identificación. La mayoría de los enfoques existentes de resolver las dudas pueden ser presentados como un error aditivo, que por lo general se refiere a un ruido de las señales medidas. Las hipótesis formuladas sobre el ruido pueden dictar el tipo de procedimiento de identificación a ser usado. Un procedimiento específico está orientado a situaciones donde las incertidumbres pueden ser presentadas como un ruido blanco añadido únicamente a la medición de respuesta. Otros procedimientos conducirían ruido añadido a la entrada o más casos usuales.

La exactitud de los resultados dependerá en gran medida del procedimiento, la exactitud de las suposiciones y el tipo de excitación.

2.11.2 Identificación de Dominio de Frecuencias: El Caso Silencioso

La información del dominio de frecuencias está basada en los métodos de Fourier. Aplicando una transformación de Fourier a la ecuación diferencial que describe el sistema lineal resulta una algebraica.

Primero empezamos con un caso silencioso: tal caso rara vez se supone, pero será instructivo. Para nuestro sistema lineal (Figura 2.74)

$$Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega)$$

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$$

La FRF $H(j\omega)$ es un número complejo. Para la respuesta en estado estacionario a una excitación sinusoidal de frecuencia ω , su magnitud es la ganancia a esa frecuencia, y su fase el cambio de fase correspondiente. Los diagramas de Bode o de Nyquist pueden ser usados para representar gráficamente H . El procedimiento consistiría en calcular las transformaciones de las excitaciones y respuestas y realizar la división de la ecuación anterior. La ventaja del enfoque de dominio de la frecuencia es evidente desde la ecuación anterior: H es identificada separadamente a cada frecuencia. En principio, es posible una identificación, para rangos de frecuencia limitadas.

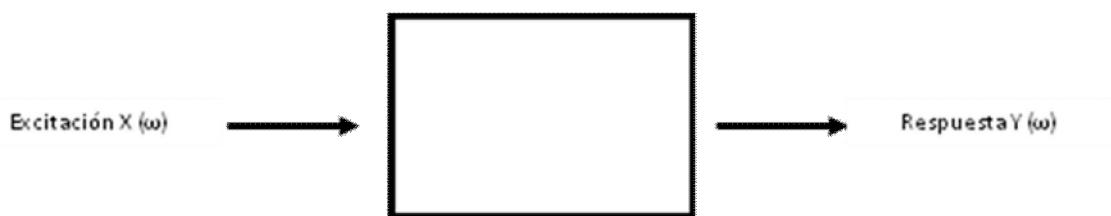


Figura 2.74.- Diagrama de un caso lineal



Una vez que la respuesta de frecuencia ha sido identificada, ésta puede ser usada para obtener los impulsos de respuesta del sistema indirectamente. Esto está basado en la relación entre la respuesta de impulso y la FRF mediante la transformación de Fourier inversa:

$$h(t) = F^{-1}[H(j\omega)]$$

Para el caso silencioso, la identificación dependería entonces de la clase de señal del siguiente modo:

- a) Excitación transitoria: La excitación y respuesta serían de banda ancha, cubriendo un rango de frecuencias. Una FRF completa puede ser extraída de una única prueba. La identificación se puede realizar siempre que la magnitud del valor de $X(\omega)$ exceda un nivel mínimo. Para $|X(\omega)|$ demasiado pequeños (y, obviamente para $|X(\omega)| = 0$) el problema está mal acondicionado y el H resultante problemático. El rango de frecuencias de la identificación es dictado por la riqueza de la excitación, es decir, por la región donde la energía de excitación existe.
- b) Excitación sinusoidal: H es calculada a una sola frecuencia. Usando una sinusoidal escalonada, una función $H(\omega)$ podría ser calculada paso a paso.
- c) Excitación aleatoria: Esta es usualmente de banda ancha, es decir, rica, y una FRF completa puede ser identificada de nuevo. Debido al carácter estadístico de la excitación y respuesta, las funciones $X(\omega)$ e $Y(\omega)$ tendrán una distribución de probabilidad, que puede ser bastante compleja. La variación de la función espectral es significativa, por lo tanto H según los cálculos de la Ecuación (11.1) puede tener una gran variación también. La variación puede ser reducida por el promedio, pero se necesita algo de cuidado para aplicarlo correctamente. El promedio de funciones adquiridas separadamente $X(\omega)$ e $Y(\omega)$ sería incorrecto, y sus esperanzas $E[X(\omega)]$ y $E[Y(\omega)]$ son cero. El promedio (para el caso silencioso) sería hecho como

$$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{Y_i(j\omega)}{X_i(j\omega)}$$

Donde X_i e Y_i son muestras de funciones de dominio de frecuencias (transformaciones de Fourier) calculadas, y tales funciones M están disponibles, adquiridas bajo las mismas condiciones estacionarias.



2.11.3 Identificación con Señales de Ruido Degradado

La hipótesis es que la excitación y/o las señales de respuesta son degradadas por ruidos adicionales. Es realista asumir que esos ruidos aditivos son de carácter aleatorio.

2.11.3.1 Identificación para Ruidos de Salida Aditivos (Figura 2.75)

Este es probablemente el modelo más popular, incluso si la hipótesis de que el ruido puede ser modelado de ese modo no está siempre justificado

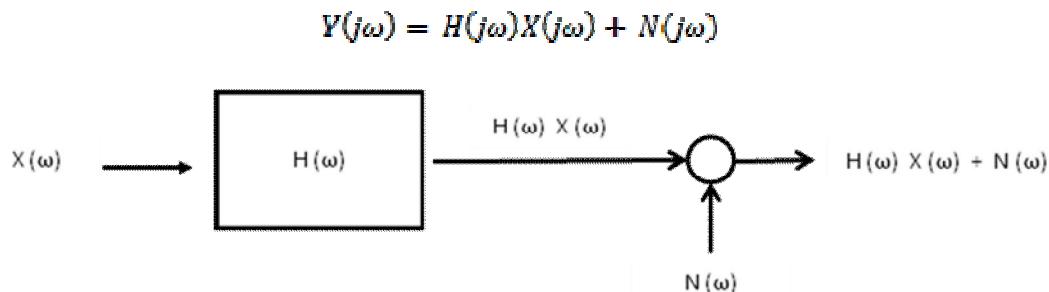


Figura 2.75.- Diagrama de identificación para ruidos de salida auditivos

La percepción se puede ganar de un primer vistazo a un problema similar estático, de estimar una línea de regresión $Y = ax + n$ (Figura 2.76)

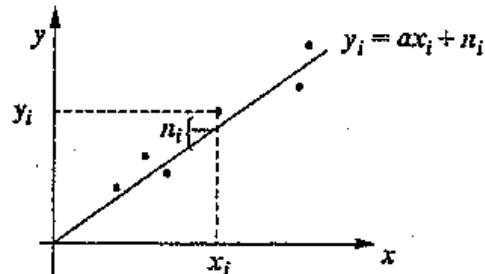


Figura 2.76.- Representación grafica para una regresión lineal

Cuando la incertidumbre n es cero, $a = y_i/x_i$, donde cualquier y_i o x_i (es decir, mediciones individuales) pueden ser empleadas. Cuando n existe, es buscada una “mejor” ruta, con \hat{a} una estimación de la pendiente. Se usa un criterio de mínimos cuadrados, resultando

$$\hat{a} = \frac{\sum_i y_i x_i}{\sum_i x_i x_i}$$

El caso de Ecuación dinámica $Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega) + N(j\omega)$, es completamente analógico, y la solución LS es similar, excepto por el hecho de que H es compleja.

$$\hat{H}_1(j\varpi) = \frac{\sum X^*(j\varpi)Y(j\varpi)}{\sum X^*(j\varpi)X(j\varpi)} = \frac{\sum S_{xy}}{\sum S_{xx}} = \frac{\tilde{S}_{xy}}{\tilde{S}_{xx}}$$

En el capítulo 7 vimos que la PDS de una señal aleatoria era calculada por el promedio de los estimadores de la forma $|X^2|$ (excepto por un multiplicador constante). El denominador de la ecuación anterior es, en consecuencia, el PSD. Por razones que resultan obvias, éste es llamado el auto espectro, denotado por S_{xx} , que significa “x en x”. el numerador de la ecuación anterior es de forma similar llamado el espectro-transversal, denotado por S_{xy} . El Wiener-Khintchine: puede ser generalizado al estado en el que la correlación-transversal R_{xy} el espectro-transversal S_{xy} están relacionados por una transformación de Fourier.

$$S_{xy}(\omega) \leftrightarrow R_{xy}(\tau)$$

Y vimos en el capítulo 7 un caso especial con

$$x(\omega) \leftrightarrow R_{xx}(\tau)$$

El estimador es designado a menudo como H_1 , y es igual a la razón del espectro-transversal a la entrada del auto espectro.

Es posible una interpretación aclaratoria del anterior proceso de identificación. De acuerdo al modelo descrito por la ecuación $Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega) + N(j\omega)$, la identificación de $H(j\omega)$ nos permite interpretar $Y(j\omega)$ como formado por dos partes (Figura 2.77):

- $H(j\omega)X(j\omega)$, esta parte de la respuesta lineal relacionada con la excitación
- Un ruido inconexo $N(j\omega)$.

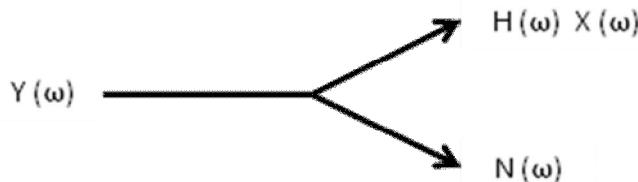


Figura 2.77.- Diagrama interpretación de $Y(j\omega)$ formado por dos partes

En términos de terminología de señales, $Y(j\omega)$ está considerada como compuesta de dos componentes ortogonales (independientes). $H(j\omega) X(j\omega)$ es la parte coherente de la respuesta, $N(j\omega)$ la residual.



Teniendo desarrollado un método de identificación de H , ahora preguntamos si es posible tener algo de confianza en el resultado. Es instructivo de nuevo buscar en la analogía estática, mostrada en la figura 2.78 para dos casos: mientras es posible calcular una línea de regresión en algún caso, Figura 2.78(b) es obviamente un sin sentido. La solución casi intuitiva sería comprobar si la propagación de los residuales alrededor de la línea recta estimada es aceptable.

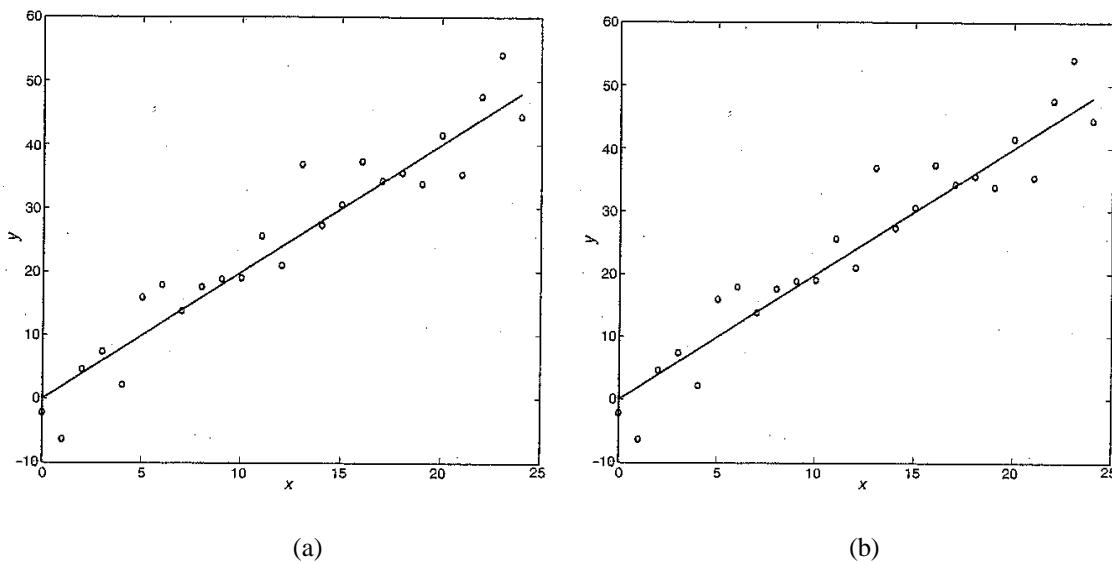


Figura 2.78.- Representación grafica de los residuales alrededor de la línea recta

Para el caso dinámico, procedemos a definir una “potencia coherente”, la potencia de esta parte de la respuesta lineal relacionada con la excitación $H(j\omega) X(\omega)$. Esto debe ser comparado a la potencia total de la salida $Y(\omega)$. Una función coherente $\Upsilon^2(j\omega)$ es definida entonces como

$$\Upsilon^2(j\omega) = \frac{\text{Potencia de respuesta coherente}}{\text{Potencia total de salida}} = \frac{|S_{xy}|^2}{S_{xx} S_{yy}} \quad 0 \leq \Upsilon^2 \leq 1$$

y estimado por

$$\widetilde{\Upsilon^2}(j\omega) = \frac{|S_{xy}|^2}{S_{xx} S_{yy}}$$

El hecho de que la función de coherencia esté a la vez acotada y normalizada a 1 la hace un criterio extremadamente valioso para la calidad de la identificación. Un valor de 1 indica un caso ideal silencioso, donde toda la respuesta lineal está relacionada (a través de los sistemas dinámicos) con la excitación. Un valor de cero indica un resultado sin sentido, cuando no hay relación lineal de ninguna parte de la respuesta a la excitación. La función coherente muestra así la etapa en la cual la respuesta está linealmente relacionada con la excitación. La existencia de algún ruido en las mediciones o de respuestas adicionales a otras excitaciones (linealmente independientes) disminuirá la coherencia.

Una función coherente menor que la unidad puede indicar que el supuesto básico, de probar un sistema lineal, no es correcto. Cualquier no linealidad existente en el sistema reducirá la coherencia de la función. Cabe señalar que mientras la no linealidad mostrará su presencia reduciendo la coherencia de la función, a la inversa no se cumple: un valor coherente menor que la unidad puede ser debido a otras causas, a pesar del sistema perfectamente lineal.

Resultará también una función coherente de 1 cuando un par único de señales son usados en la ecuación anterior. Se pueden calcular no residuales para un estimado de los mínimos cuadrados basado en un único par de observaciones, como resultará obvio si se considera la analogía del caso estático. Por definición, la coherencia entre dos señales puras sería igual a 1. Esto implica que no tiene sentido para evaluar la función de coherencia para períodos puros de excitación y respuestas. La potencia entonces existe solo a frecuencias discretas, y la coherencia entre dos componentes armónicos de frecuencia igual debe ser iguales a la unidad.

La función de coherencia puede ser considerada como el dominio de frecuencias equivalente de las funciones de correlación cruzada normalizadas de entrada/salida (dominio de tiempo). La ventaja de la identificación en el dominio de frecuencias es de nuevo notoria: la función de coherencia puede ser evaluada independientemente para diferentes frecuencias. Los resultados de identificación pueden ser considerados como válidos para algunos rangos de frecuencia, e inaceptable para otros. Para resumir el proceso de identificación mostramos la Figura 2.79 Del capítulo 4, tenemos: $h(t) \leftrightarrow H(\omega)$

Por lo tanto es fácil añadir la opción de calcular la respuesta al impulso a través de una transformación de Fourier de H .

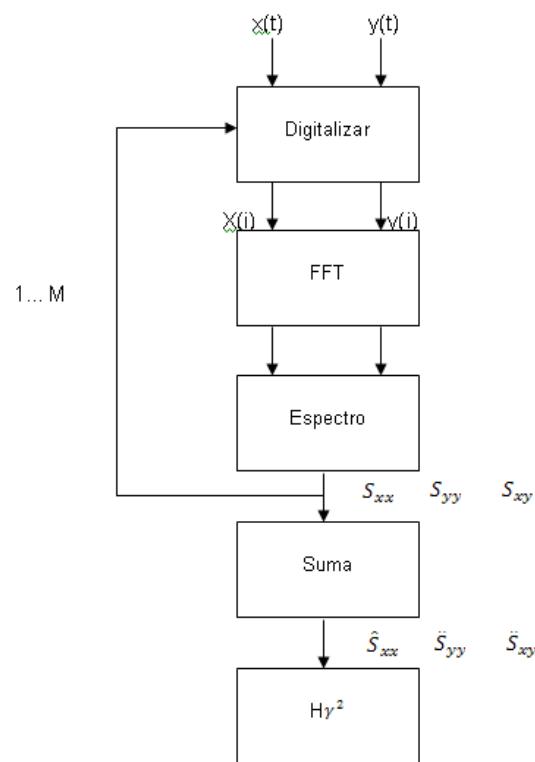


Figura 2.79.- Diagrama del proceso de identificación



2.11.3.2 Identificación por Ruido Aditivo de Entrada

La hipótesis de que la mayoría de las perturbaciones aditivas pueden ser modeladas como ocurre en el punto de excitación puede no estar siempre justificada. La señal de respuesta, x , puede ser corrompida por ruido también. Denominando este ruido de entrada por m , entonces en el dominio de frecuencia)

$$Y(\omega) = H(\omega)[X(\omega) + M(\omega)]$$

La solución de mínimos cuadrados para este modelo, usualmente conocida como H_2 , es calculada desde

$$H_2(j\omega) = \frac{\sum Y^*(j\omega)Y(j\omega)}{\sum X^*(j\omega)Y(j\omega)} = \frac{\sum S_{yy}}{\sum S_{xy}} = \frac{\hat{H}_1(j\omega)}{\gamma^2(j\omega)}$$

Ambos H_1 y H_2 pueden ser básicamente computados desde la misma información y el procedimiento general de la figura. Es necesario algún criterio para decidir qué modelo, y por lo tanto, cálculo, usar. Cada uno de los dos estimadores \hat{H}_1 y \hat{H}_2 se corresponden con diferentes modelos de modelado de ruido. Los errores inducidos en la identificación tendrán lugar si el estimador empleado no se corresponde a la actual situación existente de ruido.

2.11.4 Ejercicios

Este ejercicio consiste en investigar la representación de los dos estimadores del FRF, para los casos de ruido aleatorio añadido. En todo test, se debe analizar el comportamiento de la magnitud FRF t de la función de coherencia (Figura 2.80).

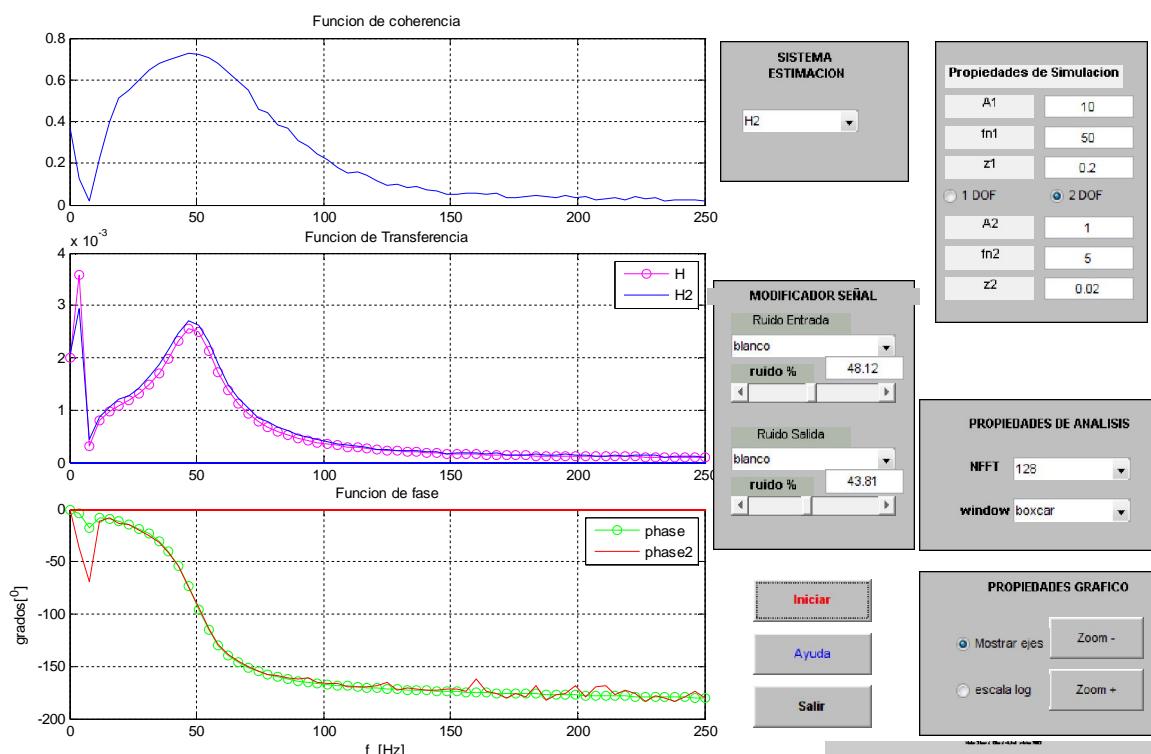


Figura 2.80.- Representación grafica del comportamiento del FRF de la función de coherencia

Primero se usa H1. Para el caso SDOF investiga únicamente el efecto sobre el ruido de entrada, después únicamente el ruido de salida y finalmente se testean ambos ruidos. Esto se repite para H2, y finalmente se puede inspeccionar para H1 y H2 simultáneamente.

- Resultados:

Para el sistema SDOF de ruido libre, necesitamos NFFT = 1024 para un error sistemático aceptable. La función de coherencia es próxima a la unidad con una ventana rectangular, y muestra la pendiente de la resonancia con una ventana Han.

Añadir ruido blanco a la salida no tiene efecto sobre $|H1|$, pero sobrestima $|H2|$, añadir ruido a la entrada sobrestima $|H1|$ pero no tiene efecto sobre $|H2|$. La función de coherencia se reduce en todos los casos los ruidos añadidos.

El caso 2DOF muestra resultados similares. Hay, en cambio, un sistema cero alrededor de 7 Hz, visto en todas las funciones computadas (Figura 2.81). Usando una ventana Han, ahora observamos dos mínimos, uno de baja frecuencia de resonancia (5 Hz) y otro a la frecuencia del sistema cero (7 Hz)(ver Figura 2.82).

Añadir ruidos a la entrada y a la salida afecta a los estimadores de la función de transferencia y a las funciones de coherencia anteriores.

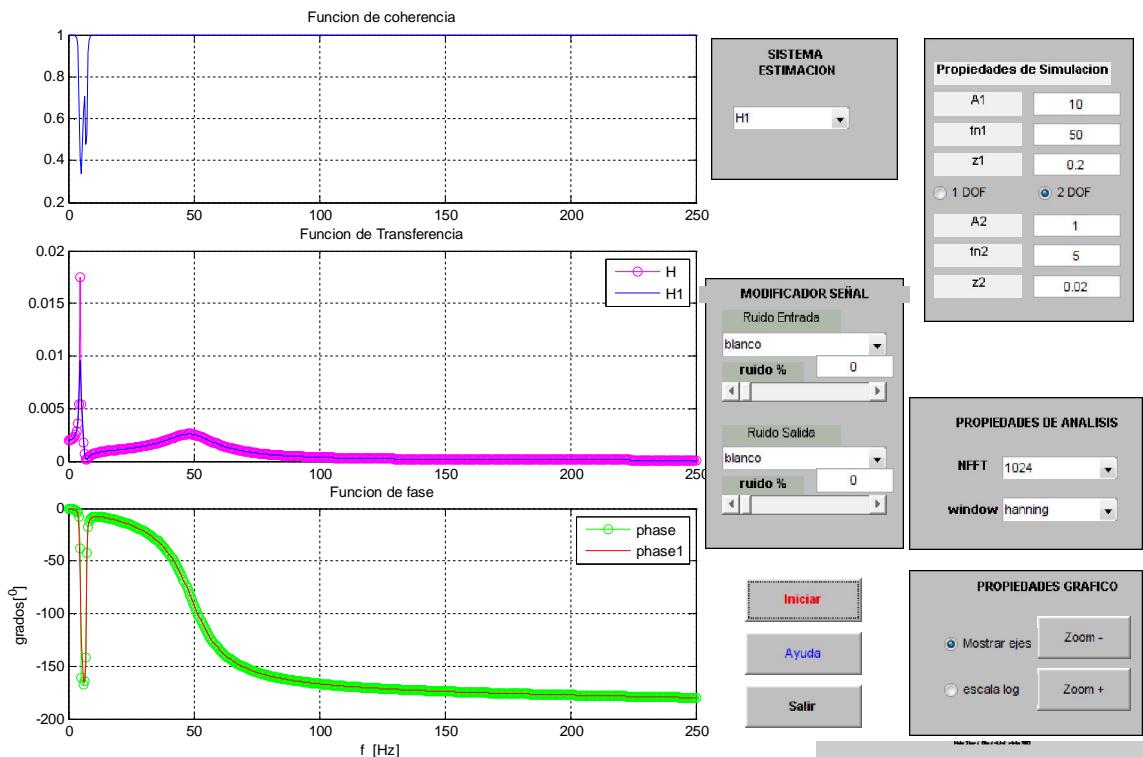


Figura 2.81.- Representación grafica de la función de coherencia para el caso 2DOF

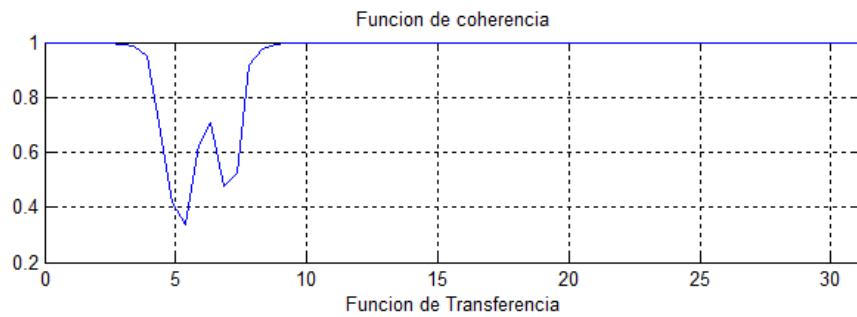


Figura 2.82.- Representación grafica de la función de coherencia usando ventana hanning

Es instructivo chequear el efecto de añadir ruido paso bajo. El error sistemático tanto como la función de coherencia, están afectadas solamente en regiones de baja frecuencia, mientras que a altas frecuencias no están afectadas (Figura 2.83). La función de coherencia puede de este modo indicar resultados aceptables en regiones de frecuencia específicas, e inaceptables unas en otras.

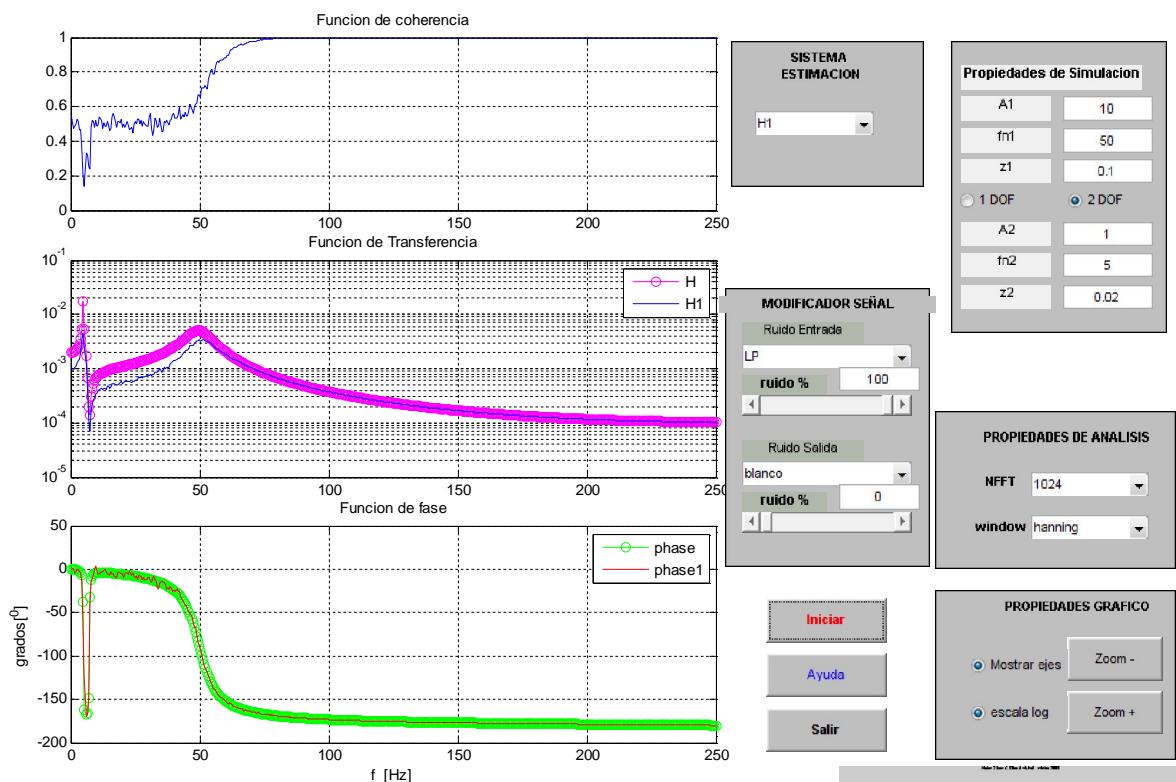


Figura 2.83.- Representación grafica de la función de coherencia con ruido añadido

2.12 Modelo basado en el procesamiento de señales

2.12.1 Modelos de señal

2.12.1.1 Modelos estocásticos

Estas señales incluyen modelos de proceso aleatorios, modelos de series de tiempos que encuentran en la práctica procesos de tiempo discreto aproximados, específicamente señales muestradas conseguidas de los sistemas reales. Los tres mejores tipos, AR, MA y ARMA, están basados en el polinomio racional formado en el Z-dominio.

Una simple interpretación es modelar estos procesos como siendo generados por el filtrado de ruido blanco por cambios de línea en filtros invariantes.

- Proceso MA (Media Variable)

$$x_i = w_i + b_1 w_{i-1} + b_2 w_{i-2} + \dots + b_q w_{i-q} = \sum_{k=0}^q b_k w_{i-k}$$

En notación matricial: $x_i = w^T b$

$$w = [w_i \ w_{i-1} \ \dots \ w_{i-q}] \quad b = [1 \ b_1 \ \dots \ b_q]$$

En el contexto de los sistemas lineales, w es la entrada del sistema (ruido blanco) y x es la salida. Aplicando una transformación Z,

$$X(z) = \sum_{k=0}^q b_k z^{-k} W(z) = B(z) W(z)$$

Con B(z) un sistema racional, un sistema de todo-ceros con q ceros.

- Proceso AR (autoregresivo)

$$X_i = -a_1 x_{i-1} - a_2 x_{i-2} - \dots - a_p x_{i-p} + w_i = -\sum_{k=1}^p a_k x_{i-k} + w_i$$

El nombre autoregresivo indica que esto es una regresión lineal de x en sí mismo, con w el residual:

$$X(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}} W(z) = \frac{1}{A(z)} W(z)$$

Con 1/A(z) un sistema de todos los polos con p polos.



- Progreso ARMA (Media Variable Autoregresiva)

$$x_i = - \sum_{k=1}^p a_k x_{i-k} + \sum_{k=0}^q b_k w_{i-k}$$

$$X(z) = \frac{B(z)}{A(z)} W(z)$$

Con $B(z)/A(z)$ un sistema racional con p polos y q ceros.

2.12.1.2 Modelos determinísticos

Estos están basados en equiparar una señal a la respuesta al impulso de un filtro de desplazamiento lineal invariable, teniendo una función del sistema racional (Figura 2.84):

$$X(z) = H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

Donde $B(z)$ y $A(z)$ tienen q y p ceros respectivamente. La equiparación de una señal dada x_i para tal respuesta de impulso es llamada una equiparación de Padé. Este formulación de dominio de tiempos puede ser formulada como

$$x_i = \sum_{k=1}^p c_k r_k^i$$

Donde r_k son las raíces del denominador de $A(z)$ y c_k son los coeficientes complejos del desarrollo. Esto es también conocido como un modelo Prony. Las raíces de r_k pueden ser reales, pero a menudo (por ejemplo para señales de vibración) los complejos, describen señales oscilatorias en decadencia:

$$x_i = \sum_{k=1}^p A_k \exp(\alpha_k + j2\pi f k)$$

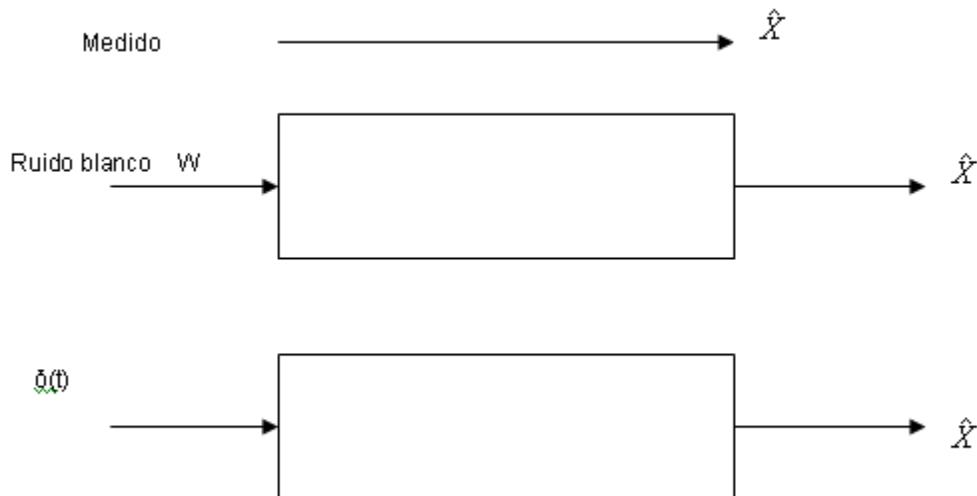


Figura 2.84.- Diagrama de equiparación de una señal al impulso de un filtro de desplazamiento lineal invariable



2.12.2 Modelado de señales

Los modelos de señal son usados para aproximar datos. Así, la información generada por el modelo se aproximará a los datos medidos, y el tipo de aproximación necesita ser comprendido. Para los análisis espectrales requeriremos que la auto correlación (y por lo tanto el PSD) de los datos generados por el modelo correspondan a los datos observados (Figura 2.84)

La tarea de modelados consiste en dos fases principales. En la primera, se define la estructura del modelo, decir si es un AR o un ARMA. Esto incluye la determinación del orden del modelo, dice p en el caso AR. La segunda fase es aquella en la cual los parámetros del modelo son hallados, como los “mejores” resultados de aproximación. Se debe definir y usar un criterio. Los parámetros podrían tener una interpretación física directa. Un modelo sintético, donde los parámetros son puramente matemáticos, puede ser todavía usado para los propósitos de la simulación, caracterización, etc.

2.12.2.1 Modelado de Señales Estocásticas

Varios de los enfoques más básicos se encuentran descritos debajo. El software comercial se encuentra disponible, permitiéndonos aplicar multitud de técnicas de modelado, y únicamente se da una presentación introductoria en el texto.

- Modelos ARMA

$$R_x(1) = - \sum_{k=0}^P a_k (R_x(1-k)) + \sum_{k=0}^q b_k R_{wx}(1-k)$$

Donde R son las funciones de correlación. Si consideramos xi como el resultado de filtrar el ruido blanco w con un filtro con respuesta de impulso h, $x_i = h_i \otimes w_i$, entonces

$$R_x(1) + \sum_{k=0}^P a_k (R_x(1-k)) = \sigma_w^2 + \sum_{k=0}^q b_k h_{k-1} = \sigma_w^2 c_k$$

donde hemos denotado el término que multiplica σ_w^2 por ck

$$c_k = \sum_{k=1}^p b_k h_{k-1}$$

Así

$$R_x(1) + \sum_{k=1}^p a_k R_x(1-k) = \begin{cases} \sigma_w^2 c_k & 0 \leq k \leq q \\ 0 & k > q \end{cases}$$

Que para K = 1, 2



$$\begin{bmatrix} R_x(0) & R_x(-1) & \dots & R_x(-p) \\ R_x(1) & R_x(0) & \dots & R_x(-p+1) \\ \vdots & & & \\ R_x(q) & R_x(q-1) & \dots & R_x(q-p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_x(q+1) & \dots & R_x(q-p+1) & \dots \\ R_x(q+p) & \dots & R_x(q) & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \sigma_w^2 \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_q \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Que son conocidas como las ecuaciones de Yule Walker.

- Modelos AR

Los modelos AR son probablemente los más ampliamente utilizados. Una de las razones es que los cálculos necesarios están basados en la solución de un conjunto de ecuaciones lineales. De la Ecuación (12.5) con $q=0$ tenemos

$$R_x = -\sum_{k=1}^p a_k R_x(1-k)$$

Usando $k=1,2,\dots$ obtenemos

$$\begin{bmatrix} R_x(0) & R_x(+1) & \dots & R_x(-p) \\ R_x(1) & R_x(0) & \dots & \\ \vdots & & & \\ R_x(p) & \dots & R_x(0) & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \sigma_w^2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

O en notación matricial

$$Ra = \sigma_w^2 I \quad \text{con } I = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Y el modelado está compuesto de calcular los elementos de a. Una estimación de a puede ser hecha estimando $R(k)$ basado en los datos disponibles, es decir, por

$$R(1) = E[x_k \ x_{k-1}]$$

Algunos procedimientos disponibles se encuentran basados en una interpretación ligeramente distinta de los Ecuación del modelo AE (12.3a). Esto puede ser considerado como una predicción lineal, donde x_i es una combinación lineal de observaciones del pasado x_{i-k} y w es el residual o error de predicción. Este es un procedimiento de predicción hacia delante. También se puede definir un procedimiento hacia atrás, donde esto es deseado para predecir el valor “más próximo anterior” por

$$x_{i-p} = -b_1 x_{i-p+1} - b_2 x_{i-p+2} + \dots + w_{bi}$$

Se puede mostrar que la ecuación YW $Rb = \sigma_{wb}^2 I$, puede ser usada para resolver b, que minimiza el error hacia atrás medio wb (en un sentido específico)



2.12.2.2 Método de estimación de mínimos cuadrados para el Modelado AR

Están basados en emitir las ecuaciones de predicción AR como una serie de ecuaciones lineales en el vector de parámetros a , y minimizando el cuadrado medio de error de predicción. De la Ecuación $x_i = -\sum_{k=1}^p a_k x_{i-k} + \sum_{k=0}^q b_k w_{i-k}$,

$$w_i = x_i + \sum_{k=1}^p a_k x_{i-1}$$

Una ecuación matricial puede ser emitida como

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_p \\ w_{pn} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ x_{p-1} & x_0 \\ x_p & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ x_{n+2} & x_{n+1} \\ 0 & \vdots \\ 0 & x_{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_p \\ x_{p+1} \\ \vdots \\ x_w \\ x_{n+1} \\ \vdots \\ x_{n+1} \end{bmatrix}$$

$$w = X a + x$$

Con la solución LS

$$\hat{a} = X^{-1} X^T x$$

La expresión $X^T X$ es una matriz de correlación, basada en datos observados, encontrada ya en la ecuación anterior. Las funciones de correlación calculadas desde datos son empleadas. En este sentido, es similar a la solución de las ecuaciones YX , desde los estimadores calculados de las funciones de correlación, y no las funciones de correlación teóricas desconocidas, son las únicas disponibles para la solución.

2.12.2.3 Métodos secuenciales

Un modelado de tiempo-variable es posible mediante el análisis secuencial, en contraposición al de bloque. Las técnicas desarrolladas en las áreas de filtros adaptativos pueden ser empleadas. Como ejemplo déjenos mencionar el método de los mínimos cuadrados (LMS), donde los coeficientes son actualizados como un dato nuevo entrante. Esto puede ser útil para señales de paso con unas características de variación de tiempo relativamente lento.



Para el polinomio AR, el coeficiente ak será ahora dependiente con el tiempo. La ecuación $w_i = x_i + \sum_{k=1}^p a_k x_{i-k}$ se convertirá en:

$$w_i = x_i + \sum_{k=1}^p a_{i-1,k} x_{i-k}$$

Donde el índice 1 indica la dependencia con el tiempo de a. El vector coeficiente es ahora actualizado por

$$a_i = a_{i-1} - \Delta a_{i-1}$$

Y la siguiente actualización es llamada el algoritmo LMS:

$$a_i = a_{i-1} - \mu \nabla x_{i-1}$$

μ es la constante adaptativa de tiempo que afecta a la actuación adaptativa, incluyendo su convergencia.

Los métodos secuenciales son la elección obvia para el análisis de señales no estacionarias.

2.12.2.4 Métodos paramétricos para Señales Deterministas

Los métodos basados en el modelo pueden ser también aplicados para casos que implican señales deterministas como descomposición de transitorios, señales harmónicas, etc. Una manera de abordarlo es aproximar una señal x por una respuesta de impulso h de un filtro de desplazamiento lineal de tiempo invariante. Para el caso general, la función de transferencia de este filtro es como en la Ecuación

$$X(z) = H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

Y los coeficientes de H, ak y bk de A y B son halladas por la minimización del término de error:

$$E = \sum |e|^2$$

Minimizar

$$e = x - h$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_k} = 0 \quad k=1,2,\dots,p$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_k} = 0 \quad k=1,2,\dots,q$$



Da lugar a una serie de ecuaciones que son no-lineales en a y b . Los métodos directos de resolver son, en consecuencia, de forma iterativa como el método del más rápido descenso y otros.

Otros métodos resuelven separadamente para dos series de parámetros vía ecuaciones lineales. El llamado método Prony es uno de esta clase. Aquí una serie sobre determinada de ecuaciones lineales resuelven $A(z)$ y $B(z)$ de la Ecuación $X(z) = H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$, el método Prony tiene una función base de frecuencias directamente determinadas de los datos, calculadas de los ceros de polinomio $A(z)$.

- Algoritmos disponibles

Varios esquemas computacionales están disponibles para el análisis, algunos de ellos dependen del rango empleado. El método que utiliza el rango $1..n + p$ es llamado el método de la auto correlación. Éste calcula forzando a x a ser cero fuera del intervalo observado, es decir, creando ventanas. La estructura de Toeplitz es, sin embargo, retenida, permitiendo el uso de la repetición de Levinson. Utilizar el rango $i = p + 1\dots$ es llamado el método de la covarianza. La creación de ventanas no es ahora empleada, pero la estructura Toeplitz ya no existe. Puede ser mostrado que el método de correlación es realmente equivalente al método de Yule-Walker.

Un método modificado de covarianza está basado en un enfoque similar, pero minimiza los términos de errores siguientes y anteriores.

Otro procedimiento, el método de Burg, también minimiza la suma de los cuadrados de los errores de predicción posteriores y anteriores, pero usa un procedimiento recurrente hasta el parámetro p , con la ventaja de que el resultado $A(z)$ es siempre estable.

2.12.2.5 Orden del modelo y Sobre determinación

Las señales adquiridas experimentalmente usualmente incluyen un componente de ruido adicional. La exactitud de los parámetros calculados por los métodos basados en el modelo están enormemente afectados por la señal existente a la proporción de ruido y el orden de modelo elegido. Eligiendo un orden de modelo demasiado grande resultarán polos que modelan los términos de ruido. En ocasiones es posible estimar el orden del modelo de la señal a través del rango de la matriz de covarianza de la señal.

Un interesante fenómeno tiene lugar, sin embargo, con la sobre determinación de p , donde p es el orden correcto del modelo. Además de generar los polos relacionados con el ruido, se encuentra que los polos relacionados con la señal se acercarán a los verdaderos en presencia del ruido. Así, esto puede ser beneficioso para elegir un orden de modelo demasiado grande. Los polos de señal correcta pueden ser reconocidos por incrementar consecutivamente el orden del modelo. Un agrupamiento de parámetros identificados tendrá lugar para los correctos, mientras la localización del ruido relacionado estará por todo el espacio paramétrico. Este tipo de test es llamado a veces un chequeo de estabilización.



2.12.3 Análisis espectral basado en el modelo (Stoica and Moses, 2002)

Se reclaman algunas ventajas para este enfoque, cuando se compara con el basado en el modelo PSD. Una de ellas es una mejora del rendimiento en resolver componentes de frecuencias cercanas en caso de secuencias cortas de datos limitadas.

2.12.3.1 Procedimiento

Una vez un modelo de señal lógica está disponible, entonces el cálculo del PSD es básicamente sencillo. Para el sistema lineal,

$$S_x(\omega) = S_w(\varpi) |H(\varpi)|^2$$

Donde S_x es el PSD de la señal, y S_w el proceso de innovación (o residual). H es el FRF del modelo de señal. Con

$$S_w(\varpi) = S_w = \text{con} = P_w \Delta T$$

$$S_x(\varpi) = P_w \Delta t \left| \frac{B(\varpi)^2}{A(\varpi)} \right|$$

Donde

$$B(\varpi) = B(z) \Big|_{z=\exp(i\varpi\Delta t)}$$

$$A(\varpi) = A(z) \Big|_{z=\exp(i\varpi\Delta t)}$$

La estimación PSD en consecuencia consta de tres pasos básicos (Figura 2.85):

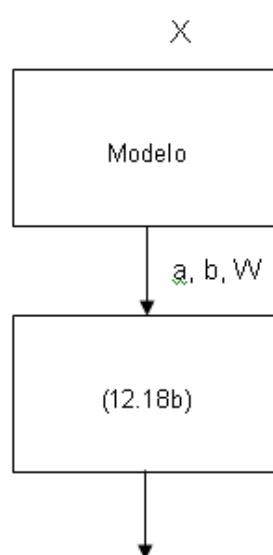


Figura 2.85.- Diagrama de estimación PSD

- Paso 1: Selección del modelo de señal, incluyendo un orden apropiado.
- Paso 2: Estimación a de los parámetros del modelo.
- Paso 3: Inserción de los parámetros en el PSD teórico.

El PSD calculado está basado en los parámetros del modelo, por lo tanto es un método paramétrico. Esto es para ser comparado al análisis basado en FFT, un método no paramétrico, donde una secuencia puntual N en el dominio del tiempo se transforma en una secuencia puntual en el domino de frecuencias excepto para los puntos adicionales empleados para determinar el promedio del segmento.

El PSD basado en el modelo es mucho más suave que el FFT, y es descrito por un pequeño número de parámetros (ver Figura 2.86). En este sentido tenemos un tipo de reducción de datos, describiendo nuestra información por un número menor de parámetros.

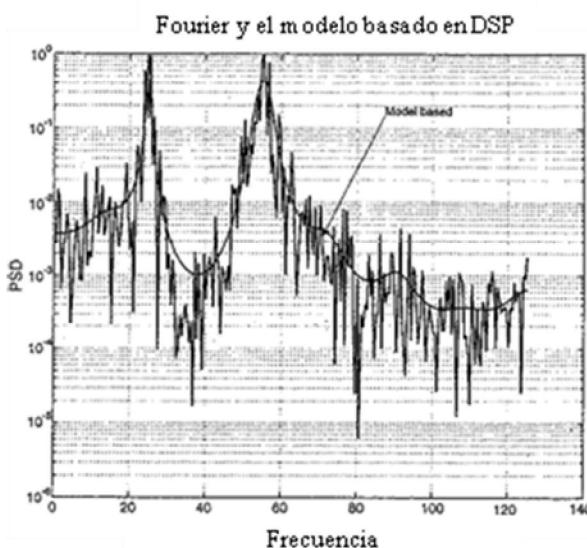


Figura 2.86.- Representación grafica del PSD basado en el modelo de Fourier

Las propiedades estadísticas del PSD estimado dependen profundamente del número de puntos de información frente al número de parámetros del modelo. Para el caso AR, el resultado es asintóticamente no-polarizado para N grandes. Como los métodos paramétricos son a menudo usados en perspectiva de mejorar su frecuencia de resolución, es decir, para registros de tiempo limitados, dicho conocimiento es de valor limitado. La variación de los estimadores es aproximadamente proporcional a p/N , con p el orden del modelo.

2.12.4 Modelo o Selección

La suavidad de la función PSDS, así como las capacidades de resolución de frecuencias, son todas fuertemente dependientes del orden de modelo elegido. Un punto conveniente de vista es este de la reducción de datos, cuando los $p + q$ parámetros describen las características de los datos.

Para los modelos ARMA, una búsqueda para órdenes razonables es a menudo una opción, donde “razonable” viene determinado por argumentos heurísticos. Las órdenes



de modelo objetivo, basadas en la minimización de algunos criterios específicos, existen principalmente para los modelos AR.

Los siguientes criterios logran algún equilibrio entre un elevado orden de modelo que produce una disminución de la capacidad de predicción de error, es decir, una penalización que se incrementa con el orden del modelo:

- El criterio de error de predicción final (FPE):

$$FPE(p) = \sigma_w^2 \frac{N + (p + 1)}{N - (p - 1)}$$

Una pequeña proporción p/N usa, en promedio, menos puntos de información por parámetro a_k del modelo AR. Esto da lugar a parámetros menos exactos (estadísticamente). El orden p minimizando $FPE(p)$ es usado entonces como el óptimo.

- Otro es el criterio de información de Akaike (AC):

$$AIC(p) = N \ln(\sigma_w^2) + 2p$$

Se minimiza una función teórica de información. Realmente AIC(p) y FPE(p) serán asintóticamente equivalentes mientras N aumenta.

La elección práctica de p es a menudo problemática, ya que no hay un mínimo claro que pueda ser evidente de ningún criterio. Se puede elegir erróneamente un mínimo local. A menudo la región donde un criterio “mesetas” (aplanar) es la mejor alternativa.

2.12.5 Diagnósticos basados en el modelo (Wu et al., 1980)

Cuando un modelo de señal correcta está disponible, se puede probar la idoneidad de este modelo para describir otras señales. Un test puede estar basado en las propiedades de la secuencia residual (en ocasiones llamada innovación), la cual podría ser un ruido blanco cuando se identifica correctamente un modelo para un modelo específico. Esta es la base para algunos métodos de diagnóstico basados en el modelo.

El acercamiento es descrito por la Figura 2.87. Un modelo es primero identificado con una señal de prueba. Con la información de esta señal y los parámetros del modelo identificado, la secuencia residual puede ser calculada a través de la Ecuación

$$w_i = x_i + \sum_{k=1}^p a_k x_{i-k} :$$

$$w_i = x_i + \sum_{k=1}^p a_k x_{i-k}$$

Calcular este residual para una nueva señal x nos puede ayudar a chequear la hipótesis de que el modelo que describe el original y las nuevas señales es el mismo: si

$H = H_0$, e tiene propiedades de ruido blanco, más $H = H_1$, es decir, ocurre un cambio. Las propiedades del ruido blanco se pueden chequear por varios métodos. Otra posibilidad es calcular la auto correlación, que debería ser una función de impulso de Dirac.

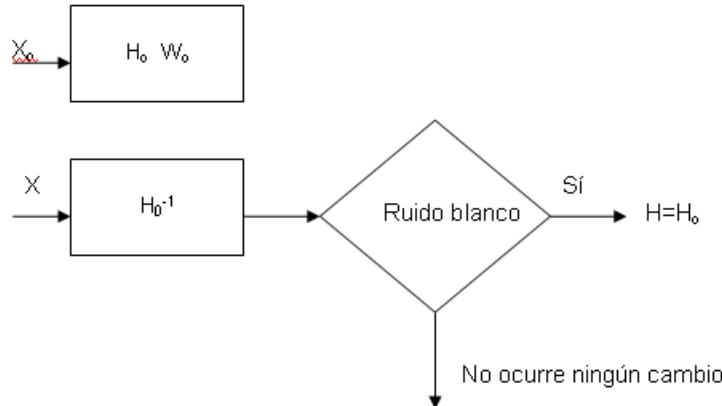


Figura 2.87.- Diagrama del modelo (Wuetal., 1980)

Vale la pena señalar que se puede detectar un cambio, sin indicar su causa. Si el seguimiento continuo se lleva a cabo a través de una actualización recurrente de los parámetros del modelo identificado, entonces se puede detectar el momento en que los cambios tienen lugar.

2.12.6 Ejercicios

El fin de este problema es demostrar una aplicación del modelo basado en el procesamiento al diagnóstico y monitorización del sistema.

Este ejercicio intenta introducir un modelo basado en el método orientado a detectar los cambios ocurridos en la señal. Primero se utiliza una señal de referencia, y un modelo AR hecho a medida a él. El modelo es entonces usado en relación a comprobar una segunda señal, en cuanto a si pertenece a la misma clase.

Dos señales, A y B, están disponibles, mostradas en la gráfica superior (Figura 2.88). La señal de referencia es elegida como una de ellas, una segunda señal (la misma si así lo desean) puede ser elegida para la clasificación.

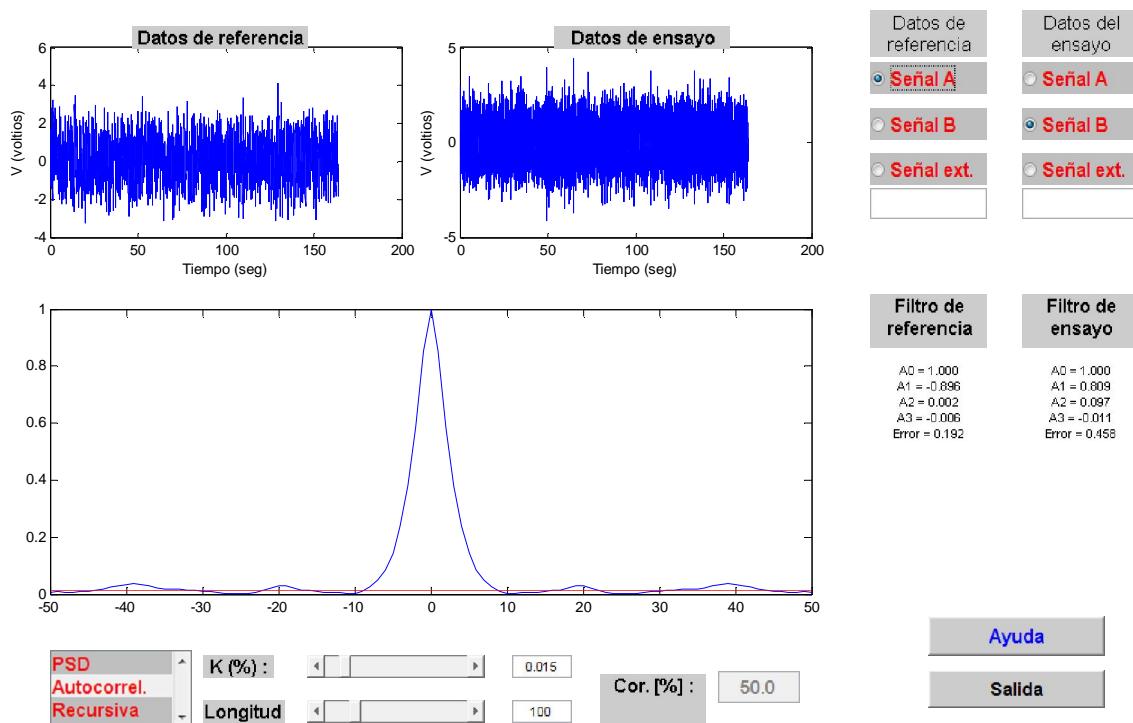


Figura 2.88.- Representación grafica de dos señales de entrada

La parte inferior izquierda con ilustraciones en relieve nos permite elegir el método de análisis. Eligiendo la opción autocorrelación generará dos modelos AR para la señal, los parámetros numéricos de los cuales son mostrados en las cajas que quedan a mano derecha. El modelo basado en la clasificación es ahora realizado, siendo el residuo del modelo de referencia invertido filtrado por un segundo modelo. La autocorrelación del residuo del resultado desde esta segunda medida es ahora mostrada en el medio del diagrama. Una línea roja horizontal muestra el límite de confidencia superior para la autocorrelación del ruido blanco más allá del punto $\tau = 0$. El nivel confidencial se muestra mediante la diapositiva inferior K, y el porcentaje de la función de correlación más allá de este valor elegido se muestra en la caja COR[%]. El rango para el cual esta correlación puede ser chequeada visualmente puede ser controlada a lo largo de la diapositiva inferior. Cuando cambiamos L, la relación de mando debe estar activada otra vez para obtener el eje horizontal correcto. Eligiendo la opción PSD muestra el PSD de las dos señales elegidas. Eligiendo la acción recursiva primero adjuntará las dos señales elegidas, generando una señal larga. Los parámetros AR son después computados recursivamente, y su evolución representada en la gráfica inferior.

Desde la prueba de autocorrelación, decidir si difieren las señales A y B. Resume la información diferente y la posible aplicación desde el análisis de espectros y el modelo chequeado mediante la correlación de residuos. Interpretar los resultados del método secuencial, y sugerir una aplicación.

- Resultados:

Usando el comando PSD, el carácter de cada señal es reconocido por la elección de la misma señal como una referencia y un ensayo. La señal A es aquella de paso bajo (como se ve en la Figura 2.89), y la señal B paso alto. Para B los datos de referencia y A los datos del ensayo, obtenemos los resultados mostrados en la Figura 2.90. La

autocorrelación abarca aproximadamente 150 puntos, con solamente el 20% de la autocorrelación por debajo del 1%.

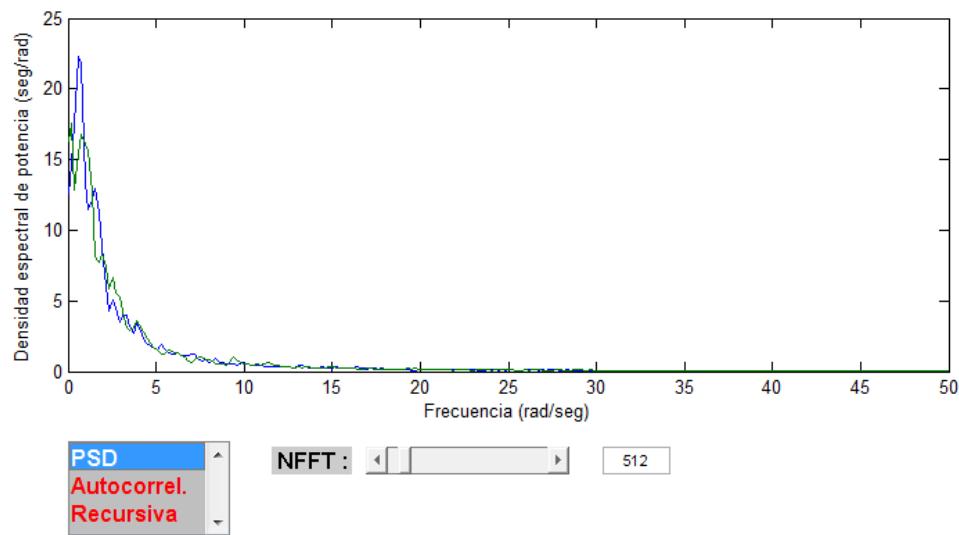


Figura 2.89.- Representación grafica utilizando PSD

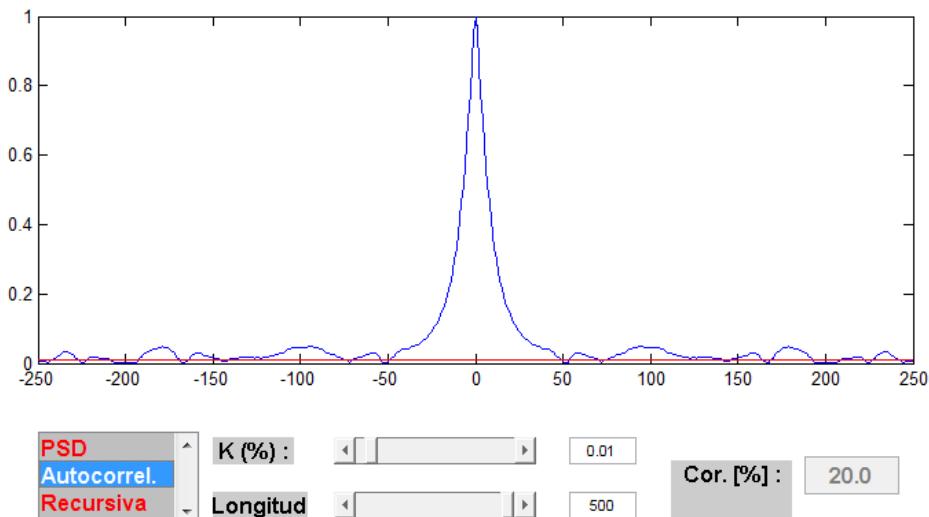


Figura 2.90.- Representación grafica utilizando autocorrelación, siendo A el dato de ensayo y B referencia

Para ambas señales iguales ensayadas, obtenemos los resultados mostrados en la Figura 2.91. La autocorrelación entonces abarca aproximadamente dos puntos. El ensayo ciertamente indica la equivalencia de ambos datos ensayados.

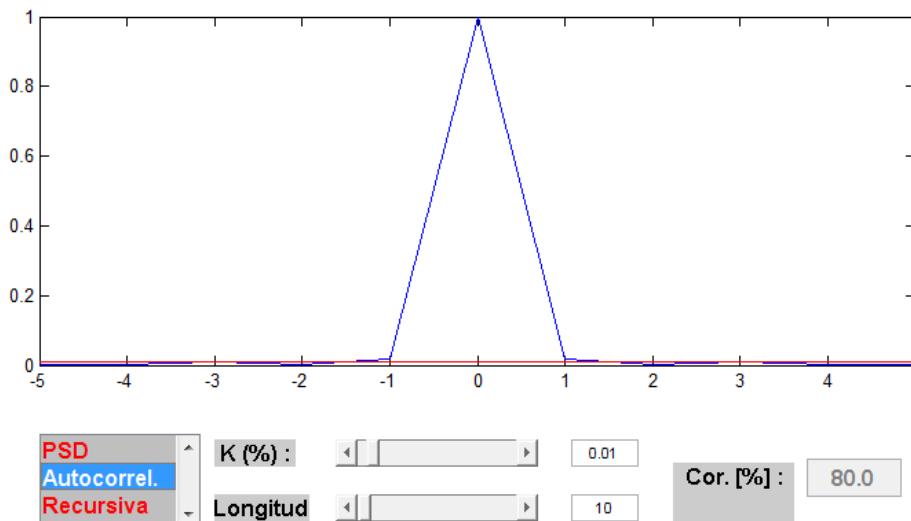


Figura 2.91.- Representación grafica de ambas señales ensayadas

Actualmente podríamos haber adivinado que las dos señales eran diferentes, desde la inspección visual de su tiempo histórico, como una evaluación subjetiva del curso. El presente ensayo, en cambio, puede ser considerado más objetivo, permitiéndonos establecer un umbral para la decisión estadística (mirar el ancho de correlación mínima).

El ensayo secuencial da los resultados mostrados en la Figura 2.92 cuando A depende de B. Los cambios abruptos de todos los parámetros después de 4000 puntos de datos indican un cambio en las características de la señal. Por lo tanto, un sistema de control, que garantice la detección de cambios, es posible.

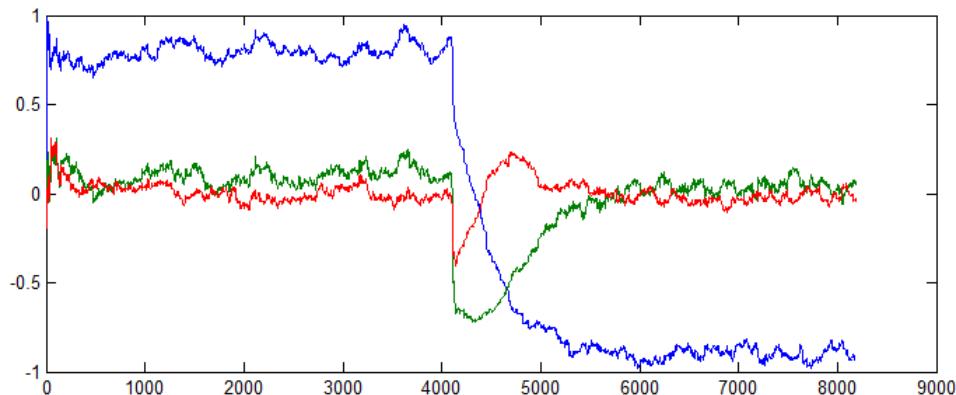


Figura 2.92.- Representación grafica del ensayo secuencial



2.13 Diagnósticos de Maquinas: Rodamientos y Engranajes

2.13.1 Diagnósticos y Máquinas Rotativas

Las características de señal específicas pueden correlacionadas con elementos específicos de la máquina. El término “signatura” es usado a menudo para describir señales de medición en máquinas y sus elementos, que pueden ser indicativos de su integridad mecánica.

Los modelos que describen el proceso de generación de señales son muy importantes para extraer información relevante de estas signaturas. Para máquinas rotativas y sus componentes, éstas están basadas usualmente en las geometrías y cinemáticas relevantes. Muy a menudo las señales utilizadas como soportes de información para propósitos diagnósticos son señales de vibración, en el cuerpo o en el aire. La descomposición de tales señales puede revelar componentes cuyas frecuencias que están rastreando la velocidad rotacional básica, y, por lo tanto, llevar información concerniente al estado de los rotores, cojinetes, ruedas dentadas, acoplamientos, palas, etc. La vía de transmisión de la fuente de generación de señal al seguimiento de localización es habitualmente muy compleja. Esto podría implicar múltiples caminos de propagación, las velocidades que dependen de la frecuencia de propagación y atenuación. En lo relativo a otras características de la señal (forma, magnitud, etc.) a la integridad mecánica es a menudo mucho más difícil, y los análisis de frecuencias (o períodos) es en ese caso, lo que prevalece.

2.13.2 Efectos Estructurales

La ruta de transmisión compleja desde la fuente de excitación a la localización de la medición se muestra por una función de respuesta de frecuencia compleja (FRF) entre ellas. Entonces es medible una señal modificada significativa como una respuesta de vibración. Vale la pena mencionar que los dinámicos del mecanismo debe ser considerado una parte de la modificación del sistema general. Así:

$$X(f) = H_{\text{estruc}}(f)X_{\text{ex}}(F)$$

Donde X , H_{estruc} y X_{ex} son la representación del dominio de frecuencias de $x(t)$ y $h_{\text{estruc}}(t)$, la respuesta de medición, excitación y la respuesta impulso de la estructura. H_{estruc} usualmente muestra muchas regiones de resonancia, con elevados factores de aumento a causa de los bajos coeficientes de amortiguación. Cualquier excitación cuyo rango de frecuencias se encuentra dentro de una región de resonancias, será enormemente amplificada.

En las situaciones de la vida real, existen múltiples excitaciones, como cualquier máquina tiene múltiples componentes, cada uno genera fuerzas de excitación. Cuando se intenta analizar un componente de $x(t)$ que es indicativo de un fallo de componente mecánico específico, es habitual la práctica de filtrar $x(t)$, con el fin de analizar regiones



donde el componente de interés es de elevada energía, en comparación con todos los demás. El proceso de filtrado intenta mejorar la señal de proporción de ruido para la señal deseada.

2.13.3 Desequilibrio de Rotación

Para máquinas con rotores rodantes alrededor de un eje fijo, las irregularidades en la masa de distribución dan lugar a fuerzas radiales harmónicas, con una frecuencia igual a la frecuencia de rotación. Esta fuerza se ve minimizada por el balance de masas, cuando la masa se elimina (o añade), da lugar a una cancelación componente de fuerza. La vibración resultante de un desequilibrio de masa, de este modo, tiene la forma

$$x(t) = A \sin(2\pi f_r t + \phi)$$

Con f_r la velocidad de giro (en Hz), y Φ una función de localización del desequilibrio de masas equivalente a un punto de referencia definido. Para máquinas rotativas a velocidades variables (por ejemplo durante la puesta en marcha o el cierre), f_r será una función de tiempo.

2.13.4 Modelado de Señales de Vibración de Cojinetes Rodantes

El esquema de medición básico se muestra en la figura 2.93.

El deterioro de los cojinetes rodantes (rodamientos) comienza habitualmente a través de un defecto localizado en el anillo interior o exterior. Se produce un impacto de choque mientras cada elemento rodante (bola o cilindro) pasa el defecto (figura 2.94).

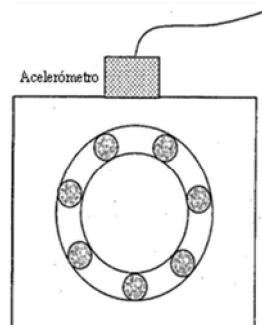


Figura 2.93.- Esquema de medición de un rodamiento

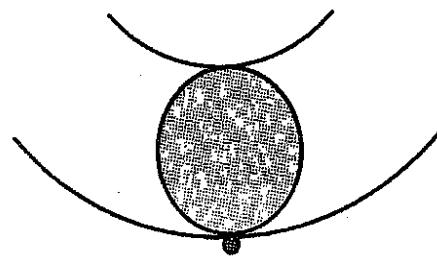


Figura 2.94.- Esquema de bola de rodamiento sobre defecto en pista externa

Las vibraciones de señales son, entonces, la respuesta a este choque mientras éste se propaga a la localización exterior supervisada.

Denotando al golpe único como $x_{0_ex}(t)$, la señal es periódica con $x_{ex}(t) = x_{0_ex}(t + T_{sh})$

$$x_{et}(t) = \sum_r x_{0_ex}(t - rT_{sh})$$

De las consideraciones geométricas y cinemáticas, se puede mostrar que la frecuencia $1/T_{sh}$ depende de si el defecto localizado está en el anillo exterior (f_o) o en el interior (f_i). Para un anillo exterior fijo y uno interior rodante, y para cojinetes diseñados para cargas radiales, vienen dados por

$$f_o = \frac{n}{2} f_r \left(1 - \frac{d}{D} \right)$$

$$f_i = \frac{n}{2} f_r \left(1 - \frac{d}{D} \right)$$

Donde f_r es la frecuencia de rotación del anillo interior, n el número de elementos rodantes, d el diámetro de los elementos rodantes y D el diámetro desde el centro de los elementos rodantes. Para cojinetes adecuados para cargas radiales, la fuerza aplicada por los elementos rodantes a los anillos se encuentra en un ángulo llamado “ángulo de contacto”, y el componente de la fuerza aplicado entre el elemento rodante y el anillo tiene lugar al ángulo de “contacto” α , y las frecuencias previstas por la ecuación anterior serán ligeramente modificadas.

La figura 2.95 muestra una señal correspondiente al caso de un defecto localizado en el anillo exterior. Para tales señales periódicas, el espectro está compuesto de las líneas espectrales a

Componentes de frecuencia de fallo del anillo exterior: kf_0 , $k=1, 2, 3\dots$

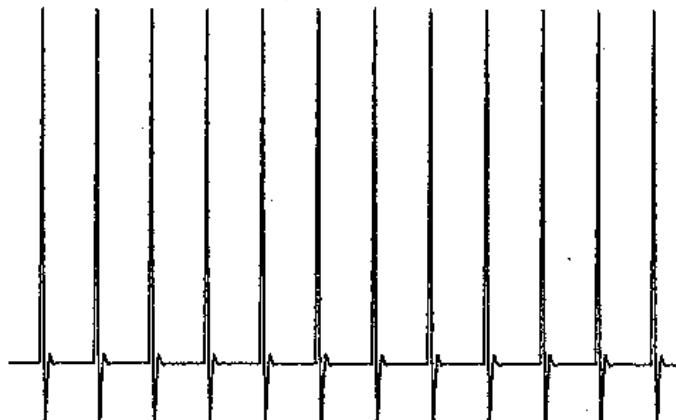


Figura 2.95.- Representación grafica de una señal que corresponde con un defecto en el anillo exterior

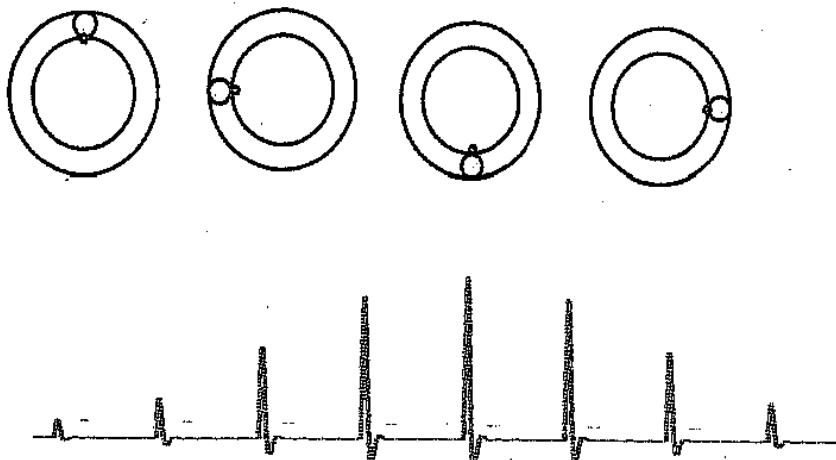


Figura 2.96.- Representación grafica de una señal que corresponde con un defecto en el anillo interior

En el caso de defectos localizados del anillo interior, cualquier carga radial exterior afectará a la señal resultante. Esto es, típicamente de la forma mostrada en la figura 2.96, donde el pequeño círculo muestra la localización temporal del defecto. La señal es modulada por la frecuencia de rotación. Es de amplitud máxima cuando la fuerza de impulso debida a la bola pasando por el defecto es alineada con la carga radial exterior, y desfasada 180 grados como mínimo. La excitación de choque tiene entonces la forma $[1 + g(t)]sh(t)$ donde $g(t)$ es la señal de modulación. Su forma se ve afectada por la función de zona de carga, resultando de la aplicación de la carga radial. Esto es una función periódica, de frecuencia f_r , con cada periodo en la forma de punto máximo en modo ventana en el centro. Cuando se aproxima $g(t)$ como la función harmónica, el espectro de excitación de choque será un espectro lineal con frecuencias de $kf_i \pm f_r$ o, para el caso más general, donde $g(t)$ es periódico pero no necesariamente harmónico (y por lo tanto tiene frecuencias qf_r , $q = 1, 2, \dots$)

Componentes de frecuencia de fallo del anillo interior:

$$Kf_i \pm qf_r \quad k=1, 2, 3, \dots \quad q=1, 2, 3, \dots$$

2.13.5 Vibraciones producidas: Efectos Estructurales y Envolturas

Los fallos localizados generan excitaciones impulsivas agudas, cuya distribución de energía de frecuencia es de banda ancha. El espectro de respuesta muestra entonces las regiones de resonancia múltiple del sistema estructural (figura 2.97).

Es a menudo una ventaja analizar la envoltura de tal señal. Esta tiene la forma de una señal de baja frecuencia, envolviendo las oscilaciones dentro de la envoltura, y puede ser considerada para aproximar los golpes de excitación originales (figura 2.98).

Vamos a asumir que la respuesta a los golpes de excitación son aproximados por la respuesta de impulso del sistema estructural, $h(t)$, asumiendo un fallo de anillo interior (frecuencia f_i),

$$x(t) = \sum_r A h\left(t - \frac{r}{f_i}\right)$$

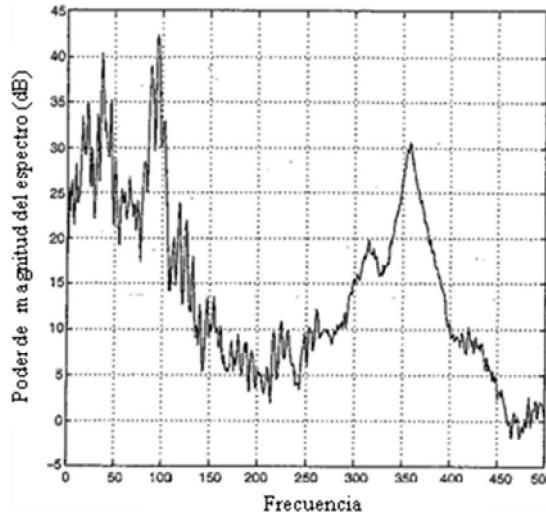


Figura 2.97.- Representación grafica de las regiones de resonancia múltiple

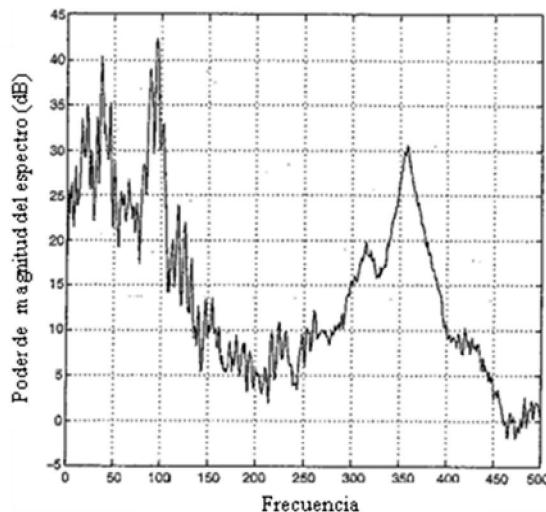


Figura 2.98.- Representación grafica de una señal periódica modulada de baja frecuencia

con una amplitud arbitraria. Por el bien de la simplicidad, asumimos que se aplica un filtro de paso banda, alrededor de una resonancia f_0 . La respuesta de impulso es, aproximadamente

$$h(t) = h_{env}(t) \sin(2\pi f_0 t)$$

$$h_{env}(t) = \exp(-2\pi \xi f_0 t)$$



Aplicando una detección envolvente a $x(t)$ resultará en

$$x_{env}(t) = \sum_r A h_{env} \left(t - \frac{r}{f_i} \right)$$

Para un fallo de anillo interior, cualquier carga radial genera una modulación de la amplitud según la Ecuación (13.5) resultando en

$$x_{env}(t) = 1 + \sum_r A \left[1 + g \left(t - \frac{r}{f_i} \right) h_{env} \left(t - \frac{r}{f_i} \right) \right]$$

Esta es una señal periódica modulada de baja frecuencia, como se muestra en la Figura 2.98.

La potencia de $X(t)$ está concentrada alrededor de las frecuencias de resonancia del sistema. Lo de la envoltura es trasladado a la baja frecuencia, pero conservando las pautas de banda lateral pertinentes, (ver Figura 2.99, espectros a y b, envolturas c y d).

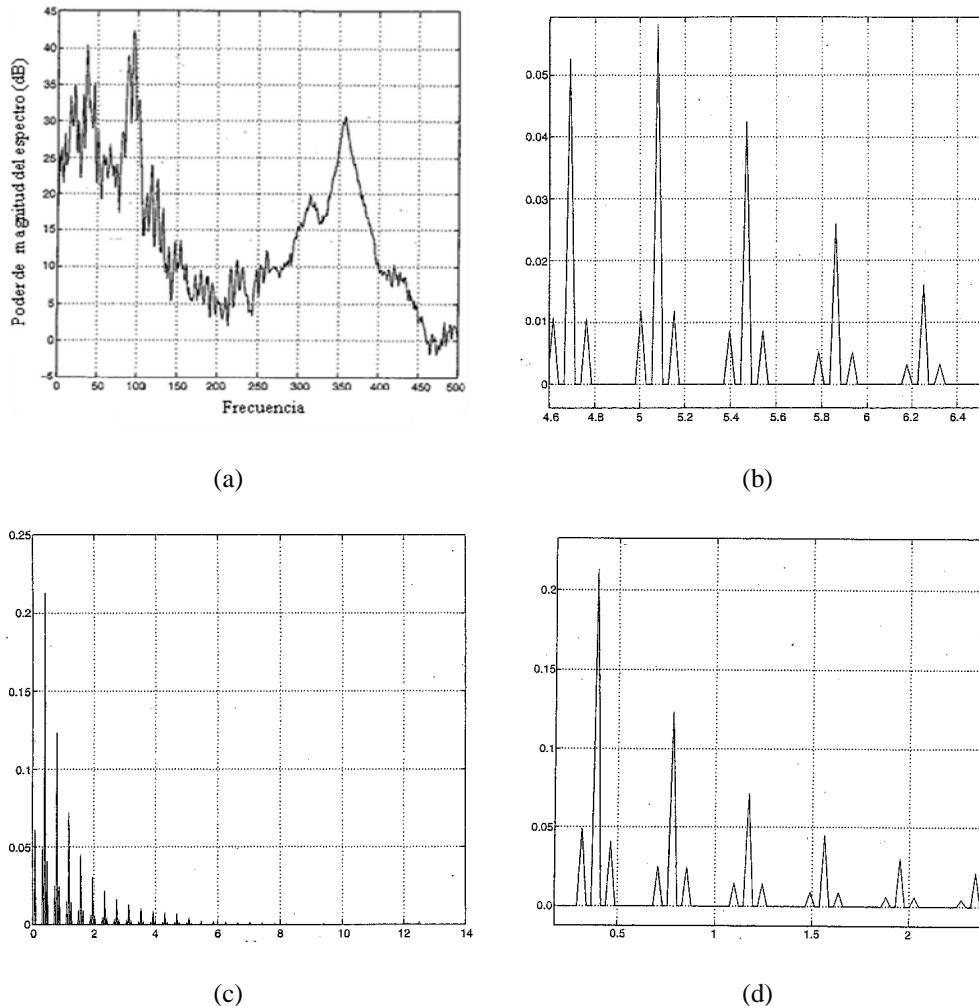


Figura 2.99.- Representaciones graficas de los espectros (a y b) y sus envolturas (c y d)



2.13.6 Modelado de Señales de Vibración de Ruedas Dentadas

Denotando por N a las frecuencias de rotación, y M el número de dientes correspondiente (Figura 2.100), la relación básica para el par de engranajes es $N_1M_1 = N_2M_2$

Las unidades de ingeniería para N son a menudo en rpm, y entonces, las expresiones tienen que ser divididas entre 60 para obtener frecuencias en Hz. Las fuerzas son generadas durante las rotaciones, y son medidas las vibraciones resultantes. Las frecuencias pueden ser previstas para varios de los componentes de tales señales de excitación, todos relacionados con las frecuencias rotacionales.

Además de las frecuencias básicas de rotación N_1 y N_2 (relacionadas por la relación previa), existe el componente a la frecuencia de mallado, generadas del enganche de dos dientes de engranaje $F_m = N_1M_1 = N_2M_2$

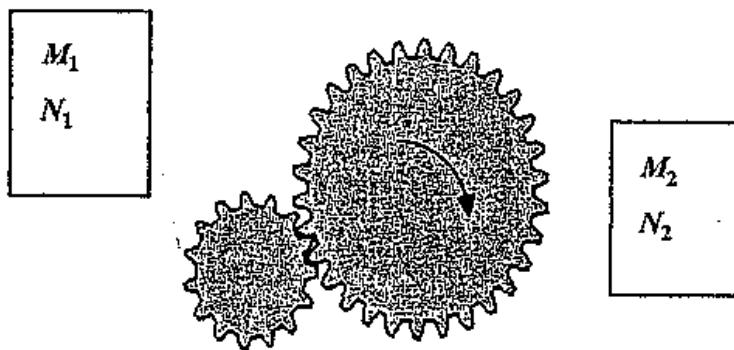


Figura 2.100.- Representación grafica de la frecuencia de rotación y numero de dientes de los engranajes

Los harmónicos de la frecuencia de mallado: kfm , $k = 1, 2, 3\dots$

Pueden tener lugar los efectos de modulación. A causa de las excentricidades (cuando los centros geométricos y rotacionales no coinciden exactamente), puede ocurrir una modulación de la amplitud una vez por rotación. Las fluctuaciones de velocidad pueden tener lugar también en tales casos (mientras la carga en los sistemas de conducción puede afectar a la velocidad de rotación), resultando una modulación de frecuencia, de nuevo una vez por revolución. Por lo tanto ambas, la amplitud y la modulación de frecuencia pueden tener lugar simultáneamente. Para tales modulaciones periódicas (pero no necesariamente harmónicas), las frecuencias previstas serán

$$kifm \pm k2Ni \quad k1 = 1, 2, 3\dots \quad k2 = 1 \text{ o } 2$$

Mientras que en el caso de las señales que produce, las señales de medida son la salida de un sistema H a las fuerzas de excitación. Las mismas frecuencias son obviamente previstas, pero todas las amplitudes componentes son ponderadas por $H(f)$, la función de transferencia.



2.13.7 Ejercicios

Este problema consiste en analizar e interpretar las vibraciones de los cojinetes. Para comparar el análisis espectral en conjunción con la demodulación basada en el filtrado y en la detección de la envolvente.

Los datos a analizar +- siguen los siguientes casos: un casquillo que no falla (Nof), un casquillo con un fallo localizado en la pista interior (IR) y uno con un fallo localizado en la pista exterior (OR). El eje en el cual los casquillos están montados gira a 801 rpm, las frecuencias predichas generadas por los fallos en pista interna y externa son 94.88 y 65.32 Hz respectivamente. La frecuencia de muestreo es 12800Hz.

El dato a analizar se elige mediante el menú situado arriba a la izquierda, haciendo click en el espacio con tres puntos. Esto abre una ventana de dialogo, mostrando los archivos de datos disponibles. Eligiendo el archivo deseado y después “continuar”, importara los datos al programa, que empezara con el comando “iniciar”. La señal se muestra en el grafico situado en la parte superior izquierda, su espectro en la superior derecha. El análisis espectral utiliza NFFT, el cual es elegido (así como la ventana) con los parámetros de análisis (figura 2.101).

Dos cursores en el grafico superior derecha elegirán las frecuencias críticas para los el dato filtrado. Las frecuencias críticas elegidas y el ancho de banda resultante son mostrados en la derecha. “Zoom +” nos permite ver con mejor detalle cualquier grafico, “Zoom-“congelara el grafico ampliado para cualquier acción posterior, por ejemplo mover los cursores. El filtro es activado por el botón “doble click al filtro” y la envolvente es calculada. El grafico inferior izquierda muestra la superposición entre la señal filtrada y su envolvente, el grafico inferior derecha muestra el PSD de la envolvente. Los cursores están disponibles para leer la localización de los picos en el espectro, así como la separación df de las frecuencias elegidas con los cursores.

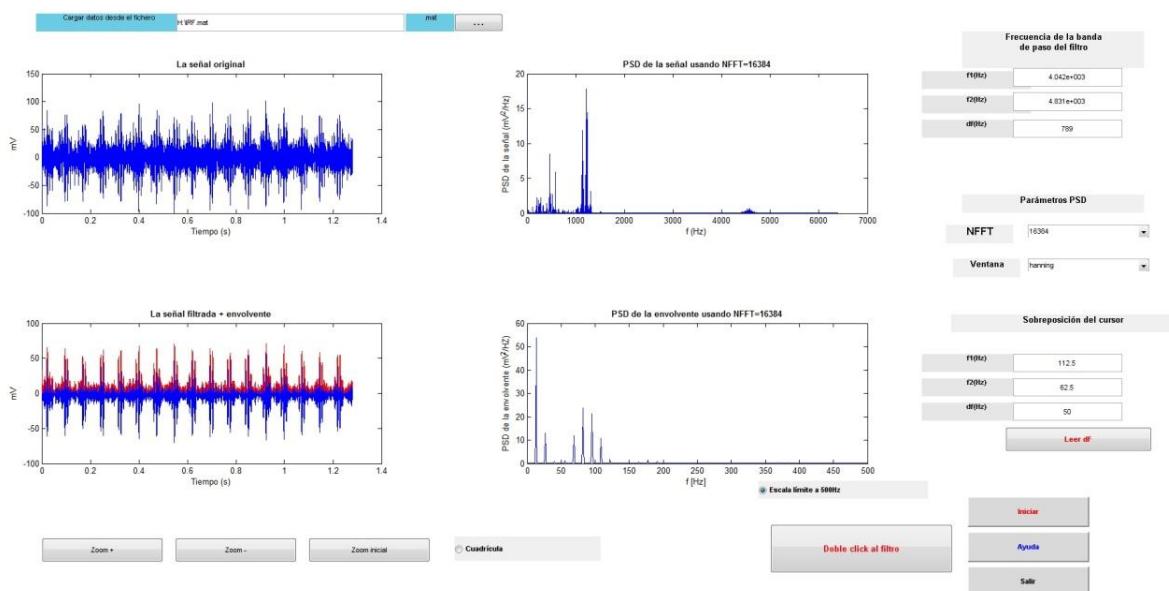


Figura 2.101.- Representación grafica de la señal elegida y su espectro

Identificar las frecuencias predichas para el caso IR. Discutir si estas pueden ser identificadas en el espectro original y en el de la envolvente. Discutir la forma del tiempo de dominio de la señal antes y después de la operación de filtrado, y además los resultados para los distintos rangos frecuenciales elegidos. Calcular el NFFT mínimo para estos casos y explicar los resultados cuando se usa un valor menor de NFFT. Explicar los resultados para los casos OR y NOF.

- Resultados:

La frecuencia rotacional es $801/60=13.35\text{Hz}$. Una solución computacional menor que $13.35/3=4.45\text{Hz}$ será necesaria, con $\text{NFFT} < \text{Fs}/4.45 = 2876$, por lo tanto el valor mínimo es 4096.

Para el rango 120-700 (Figura 2.102), solo la componente 13.35Hz puede ser identificada, razonablemente en la envolvente basada en PSD, apenas en la original. Para el rango de frecuencias 1-2 KHz (Figura 2.103), ambos de 13.35, las frecuencias predichas 94.88-13.33 y 94.88+13.35, así como la frecuencia rotacional en sí misma, se ven claramente en la envolvente basada en PSD. El mismo patrón de la banda lateral existe en el espectro original, alrededor de la banda de frecuencia filtrada.

Fijándonos en el tiempo de las señales, el carácter de banda estrecha es apreciable en el grafico de la filtrada, y prácticamente una constante tirando a cero, aproximadamente igual a la reciprocidad del centro de la señal filtrada (Figura 2.104). El grafico de arriba permite una interpretación física (el grafico con zoom): se empieza a ver una transitoria claramente a cada rotación, $1/13.35=0.074\text{seg}$, e impactos, modulados en amplitud, que ocurren aproximadamente en intervalos de $1/94.5=0.0105\text{seg}$. La modulación de amplitud es típica para fallos en la pista interna. De algún modo suceden resultados similares para el rango de 4-5 KHz, incluso si una mínima parte de la energía está localizada ahí (Figura 2.105).

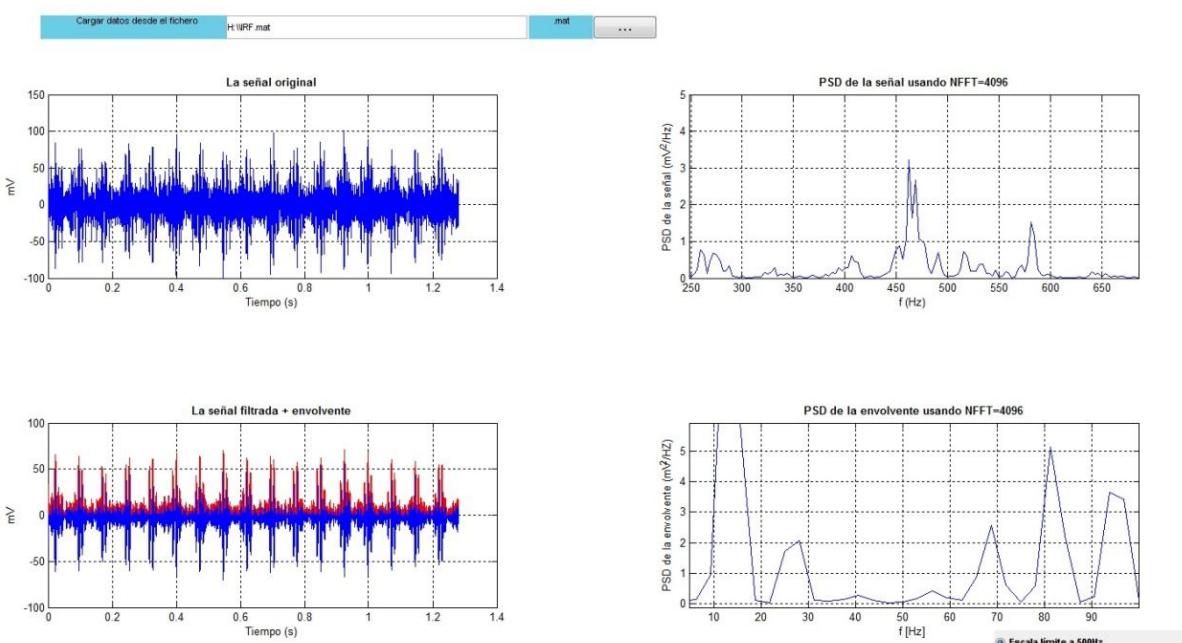


Figura 2.102.- Representación grafica de la señal para el rango de 170-700 Hz

2. PROCESAMIENTO DE SEÑALES

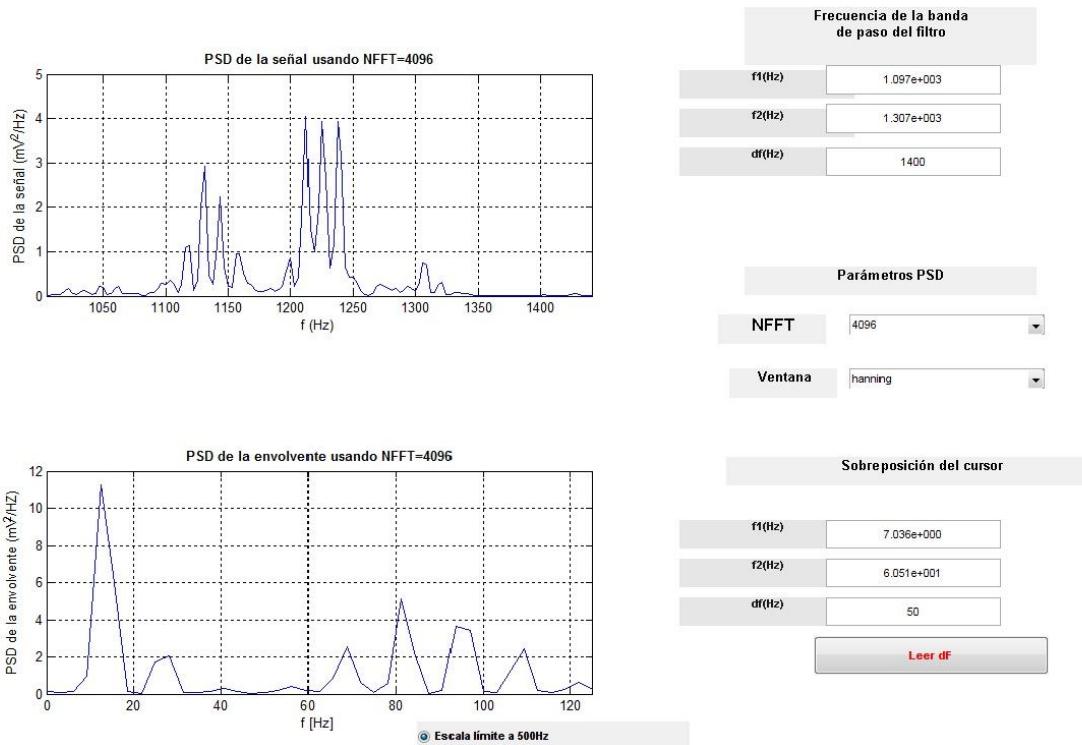


Figura 2.103.- Representación grafica de la señal para el rango de 1-2 KHz

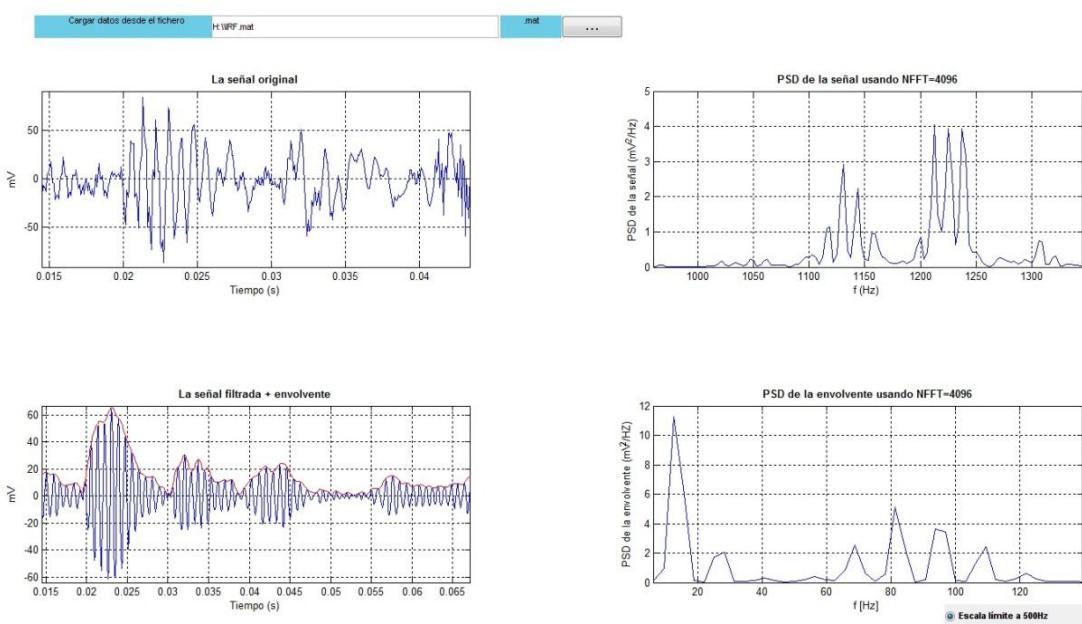


Figura 2.104.- Representación grafica de la señal y su filtrada

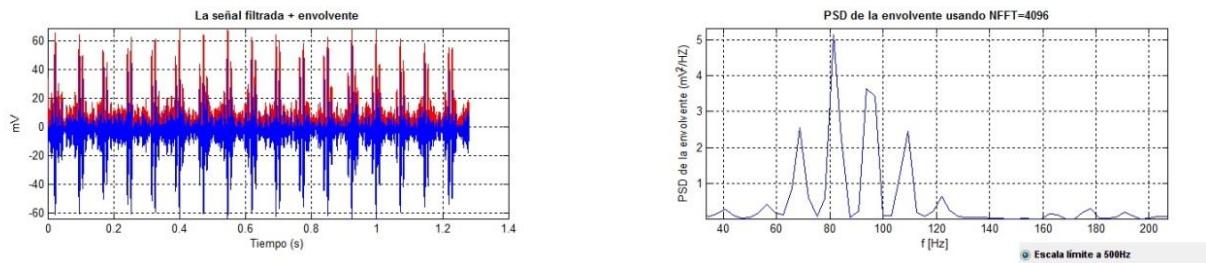


Figura 2.105.- Representación grafica de la señal para el rango de 4-5 KHz

La detección basada en la envolvente es aun capaz de mostrar las frecuencias predichas. Reduciendo el NFFT a 2048 mostrara una frecuencia central pero ya no mostrara bandas laterales. Una nueva reducción no mostrara ninguna banda lateral.

Ahora es relativamente fácil interpretarla para el defecto en pista externa (Figura 2.106). Más pobre es para el caso que el filtrado se produce alrededor de la banda 1-2 KHz. Para los gráficos del dominio del tiempo (gráficos con zoom), se puede apreciar que los impactos son más claros después del filtrado, mostrando que la mayor energía por impacto es en este rango. Los impactos están separados por $1/65.3=0.0153$ seg, y no hay amplitud de modulación. La frecuencia de 65.3Hz y sus armónicos se ven en la envolvente basada en SPD. Analizando el caso sin defectos, no se detectan frecuencias no predichas. (Figura 2.107).

La señal filtrada aun muestra el patrón típico de señales de banda estrecha. Se pueden ver picos en el espectro, pero no corresponden a los predichos por la geometría de los rodamientos. Como el rodamiento va montado sobre un sistema conductor, las frecuencias se deben probablemente a otros componentes.

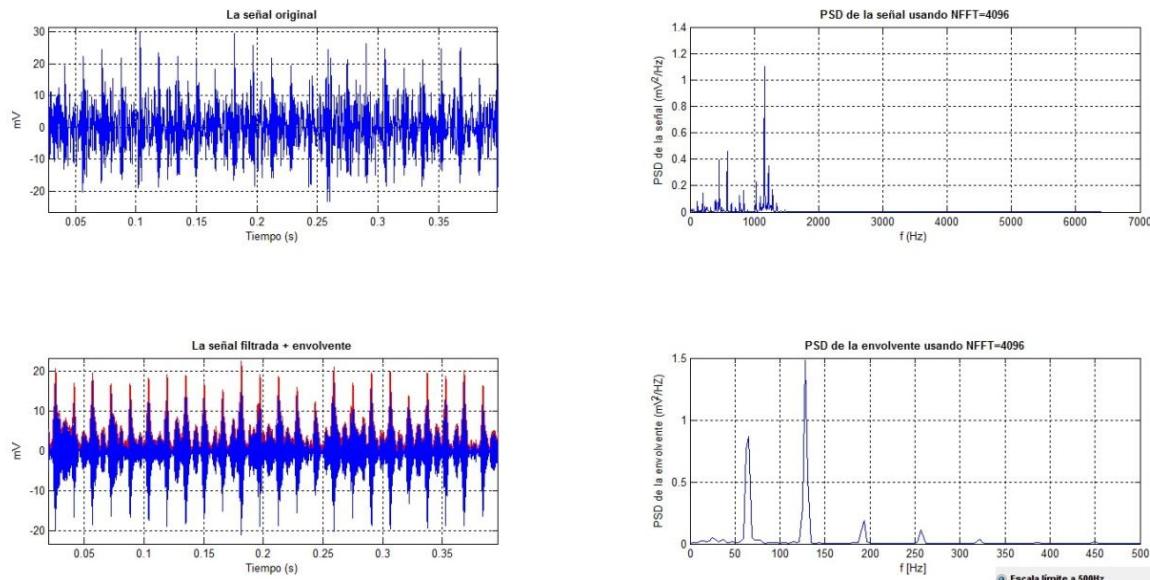


Figura 2.106.- Representación grafica de la señal para el caso de defecto en pista externa

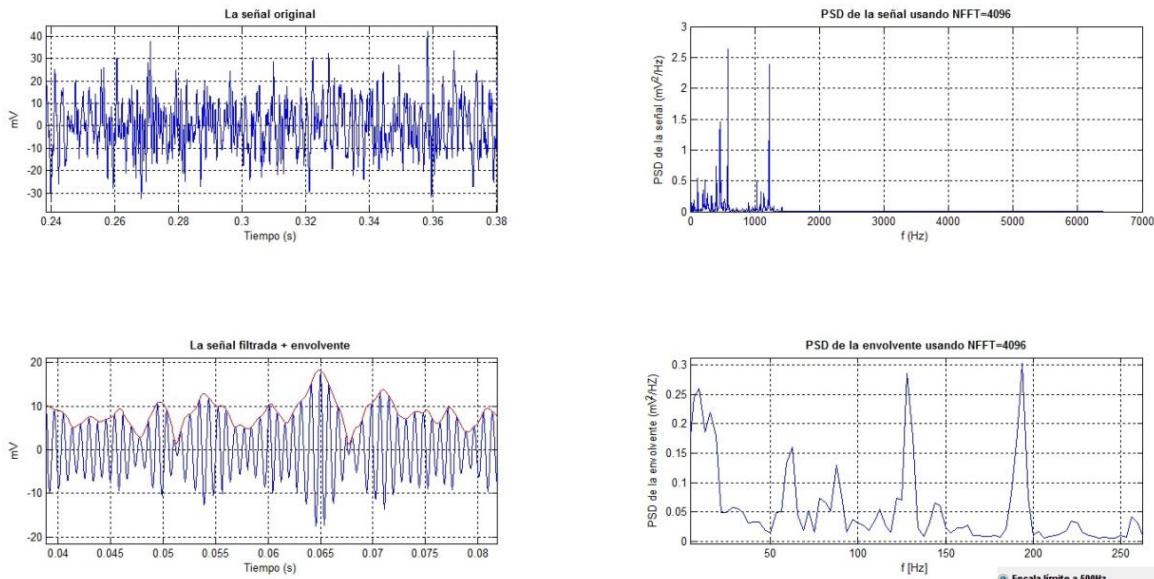


Figura 2.107.- Representación grafica de la señal para el caso sin defectos

2.14 Retrasos y resonancias

2.14.1 Introducción

Las situaciones que implican ondas de propagación pueden ser encontradas en sistemas que implican fenómenos de flujo, acústicos, vibraciones, etc. Los retrasos, dependiendo de la velocidad de propagación y parámetros geométricos, pueden ser encontrados, mientras las reflexiones de los límites pueden también crear resonancias.

2.14.2 Sistemas con Retrasos Puros

Un sistema de retraso ideal retrasado por τ y excitado por $x(t)$, tendrá una respuesta $y(t)$ de $y(t) = Ax(t - \tau)$ donde A es una ganancia estática. En el dominio de frecuencias

$$Y(\omega) = X(\omega) \exp(-j\omega\tau)$$

La respuesta de impulso y el FRF del sistema están entonces $h(t) = A\delta(t - \tau)$

$$H(\omega) = A \exp(j\omega\tau)$$

con un desplazamiento de fase proporcional a la frecuencia. Cuando cualquiera de H o h son determinados experimentalmente, el otro puede ser calculado a través de las relaciones de transformación de Fourier. Para sistemas de retrasos no ideales, la ganancia y la propiedad de frecuencia lineal puede ser limitada a un rango de frecuencias parcial. Únicamente aquellos componentes de la señal en ese rango serán desplazados (sin atenuación), por un retraso constante.



Como un caso especial, vamos a investigar un sistema con múltiples reflexiones, tales como los retrasos de la trayectoria son múltiplos enteros de un retraso único. La respuesta del impulso del sistema es entonces una superposición de impulsos retrasados

$$\delta(t) = \sum_q \delta(t - q\tau)$$

El efecto de los retrasos en el dominio de frecuencias es visto como una interferencia en el espectro, causa por las reflexiones. Asumiendo, para el bien de la simplicidad, una única reflexión superpuesta en las señales de propagación directa, con un PSD de S, la función de trasferencia H_r resultante sería

$$H_r = H[1 + \exp(j2\pi f\tau)]$$

Y el PSD resultante

$$S_r = S|H_r|^2 = S|H_o|^2 [1 + \exp(-j2\pi f\tau)]^2$$

El modulo de la expresión compleja es cero para $f=1/2\tau$ y máximo para $f=1/\tau$ (también como sus múltiplos enteros), por lo tanto la interferencia en el dominio de frecuencias. Es obvio que el mismo patrón de interferencia, separado por múltiplos enteros de $1/\tau$, tendrá lugar para el caso correspondiente a la ecuación anterior.

2.14.3 Funciones de Correlación

Para sistemas excitados por señales aleatorias, las funciones de correlación pueden ser efectivas identificando retrasos, como ocurriría en situaciones de propagación de rutas múltiples. Asumiendo un sistema de ruta múltiple, donde cada ruta introduce un retraso distinto, lo modelamos como un sistema de entrada simple/ salida múltiple, (SIMO):

$$y = \sum_q A_q x(t - \tau_q)$$

La autocorrelación de x, y la correlación cruzada entre x e y, se encuentran, entonces, basadas en esperanzas E[*]:

$$R_{xx} = E[x(t)x(t + \tau)]$$

$$R_{xy}(\tau) = E[x(t)y(t + \tau)] = E\left[x(t)\sum_q A_q x(t + \tau - \tau_q)\right] = \sum_q A_q R_{xx}(\tau - \tau_q)$$

Para señales de banda ancha razonables, R_{xx} picos alrededor de cero y las relaciones-cruzadas mostrarán múltiples picos en la localización τ_q .



La identificación de los retrasos a través de la correlación-cruzada puede volverse problemático para señales de banda estrechas. Para múltiples retrasos, necesitamos

$$|\Delta\tau| \leq \frac{1}{BW}$$

Donde $\Delta\tau$ es la diferencia del retraso, y BW el ancho de banda.

2.14.4 Análisis Cepstral

La idea original sigue la observación de que cuando una resonancia retrasada es añadida a una señal transitoria, entonces ocurrirían interferencias en el dominio del espectro. Para una resonancia con una amplitud a_0 y retrasada por t , tenemos específicamente

$$\begin{aligned} x(t) &= s(t) + a_0 s(t - \tau) \\ X(\omega) &= S(\omega) [+ a_0^2 + 2a_0 + 2a_0 \cos(\omega\tau)] \\ |X(\omega)|^2 &= |S(\omega)|^2 [1 + a_0^2 + 2a_0 \cos(\omega\tau)] \end{aligned}$$

El producto puede ser transformado en una adición mediante la aplicación de una operación logarítmica

$$\ln|X(\omega)|^2 = \ln|S(\omega)|^2 + \ln[1 + a_0^2 + 2a_0 \cos(\omega\tau)]$$

El logaritmo siendo periódico, el segundo término de la ecuación anterior puede ser representado por una serie de Fourier con componentes teniendo frecuencias de $k\omega\tau$, $K = 1, 2, \dots$. Volviendo al dominio de tiempos a través de una transformación de Fourier inversa (ver figura 2.108) mostraría puntas (δ funciones) en ubicaciones superpuestas en el transitorio original. La existencia y detección de la ubicación del transitorio puede estar basado en la identificación de esos picos, la localización siendo obviamente igual a $k\tau$.

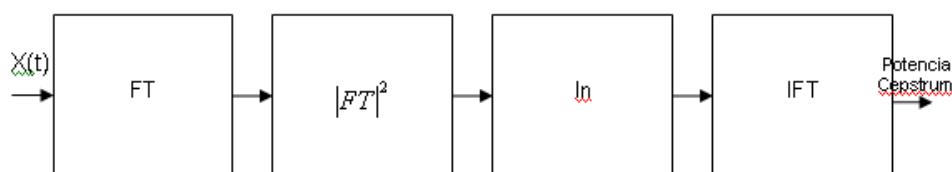


Figura 2.108.- Diagrama de una transformación de Fourier inversa

La figura 2.109 muestra un ejemplo de una resonancia retrasada por 0.4 segundos. Los picos tienen lugar a 0.8 segundos (múltiplos de 0.8 segundos). Las simetrías inducidas por aplicar la FFTF, pueden ser también señaladas.

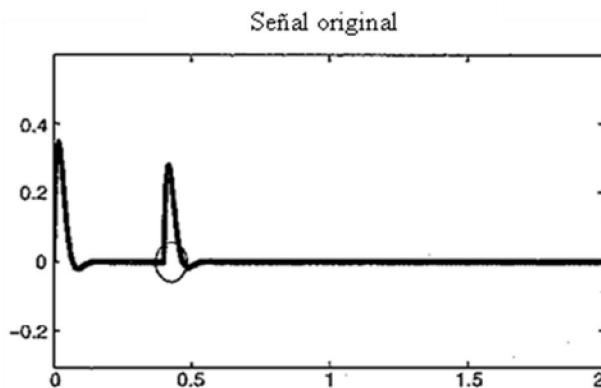


Figura 2.109.- Representación grafica de una resonancia retrasada 0.4 segundos

Los pico a $1.2 = 2 - 0.8$ segundos se corresponden con los tiempos negativos -0.4 y -0.8 segundos.

El esquema descrito por la figura 2.108 es conocido como el análisis de la “potencia Cepstrum”. Para recuperar la señal original, se usa un esquema diferente conocido como “Cepstrum complejo” (ver figura 2.110). Comparando con la potencia Cepstrum, la parte izquierda muestra que la operación del cuadrado absoluto mostrado en la Figura T14.1 se evita, y se emplea una operación de logaritmos complejos. La parte derecha muestra una operación inversa, donde la señal compuesta original puede ser recuperada. Filtrando los picos debidos a las resonancias, se eliminarían entonces las resonancias, y la operación inversa recuperaría únicamente la señal original.

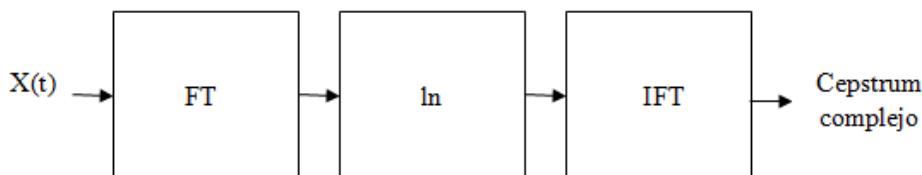


Figura 2.110.- Diagrama del análisis de la “potencia Cepstrum”

2.14.5 Ejercicios

La finalidad del problema es detectar y cuantificar los reflejos en el tiempo y el dominio de la frecuencia. Analizar las reflexiones utilizando una función de respuesta de impulso, obtenida a través de comprobaciones aleatorias continuas de transmisión / señales recibidas.

Para ello disponemos de una tubería de 50 cm de largo lleno de aire, tiene superficies acústicamente reflectantes en ambos extremos. Un transductor piezoelectrónico es utilizado como un transmisor, aplicando una excitación acústica en un extremo. Las ondas acústicas rebotan delante y atrás de la tubería, propagándose a la velocidad del sonido por el aire. Otro transductor piezoelectrónico, que actúa como receptor, se encuentra en el otro extremo.



Se pueden elegir dos tipos de excitación: uno compuesto por una fuerte señal de presión transitoria impulsiva, la segunda consistirá de una continua excitación aleatoria de banda ancha. El análisis que se realiza depende de la excitación aplicada. Los resultados para el impulsivo que tengamos se muestran en la figura 2.111, donde las graficas superiores muestran la excitación y la respuesta, las graficas de la parte inferior izquierda muestra una superposición de BTH y una vista amplificada.

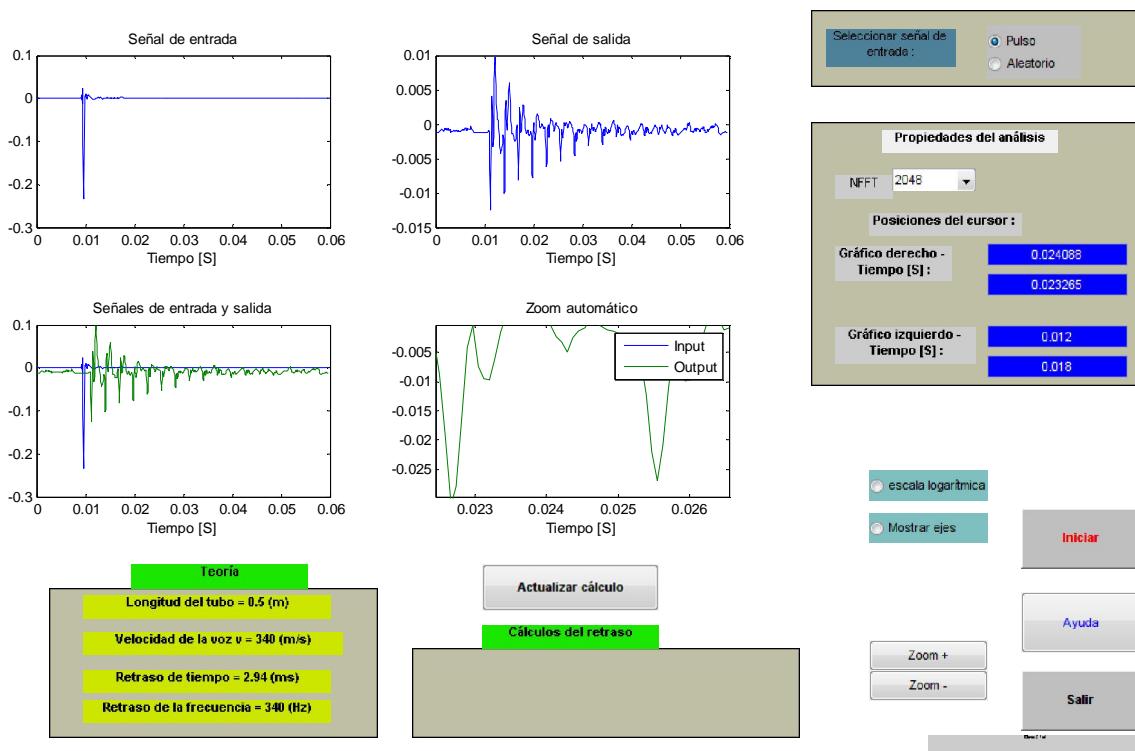


Figura 2.111.-Representación grafica para una señal de presión transitoria impulsiva

Para la excitación arbitraria (Figura 2.112), tenemos graficas con excitación superior y la respuesta. Las graficas inferior izquierda muestra la función de transferencia H calculada en el dominio de la frecuencia, y la respuesta al impulso calculada como la transformada inversa de Fourier de la función de transferencia. Los cursores son bajas, lo que nos permite comprobar la ubicación de las graficas de tiempo inferior. Los lugares elegidos se muestran en el cuadro de la derecha, y la aplicación “actualización de cálculo” muestra las diferencias de tiempo en el cuadro inferior medio. Los parámetros teóricos y las predicciones, se resumen en el cuadro inferior izquierdo.

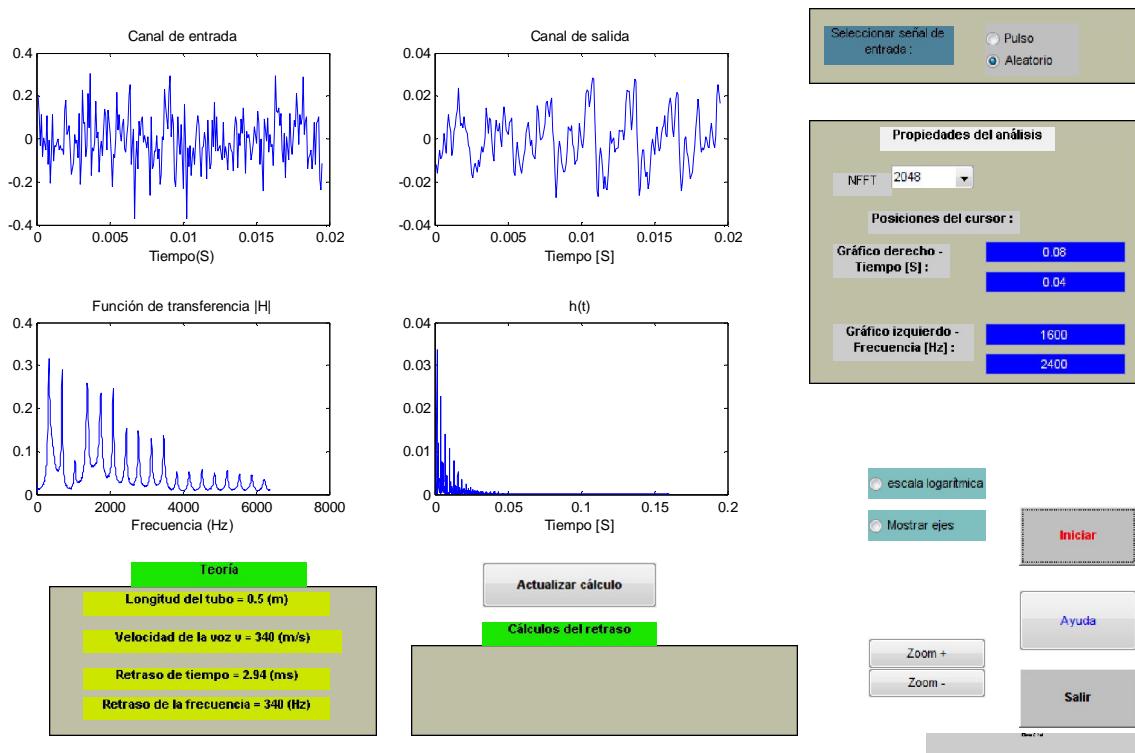


Figura 2.112.- Representación grafica para una señal de excitación aleatoria

Explicar los retrasos de tiempo predicho. Mostrar si estos se pueden comprobar con las señales medidas para los dos tipos de excitaciones. Discutir si esto podría haber sido revisado con el control de las señales.

Para la excitación arbitraria, discutir la posibilidad de investigar disipación de energía en los límites de la reflexión.

- Resultados:

El caso de la excitación impulsiva lo demuestra la figura 2.113. La grafica superior derecha muestra impulsos periódicos, de descomposición de amplitud. Haciendo zoom en la grafica inferior izquierda, la separación entre los impulsos de respuesta es de aproximadamente 2,5 mseg (figura 2.114). Este es el tiempo de espera para una ola de propagación de 1 m. Los impulsos en el extremo receptor son por lo tanto las llegadas de las ondas consecutivas de adelante hacia atrás. Controlando la separación del primer impulso que recibió desde la transmisión del impulso al transductor receptor (figura 2.115). Para la excitación aleatoria tenemos los resultados que se muestran en la figura 2.116.

No hay reflexiones que puedan ser vistos por inspección visual de las señales del tiempo. Sin embargo, el método indirecto de cálculo de funciones de transferencia y, de ella, la respuesta al impulso se muestra claramente.

Los impulsos están separados por 2,9 mseg, los mismos resultados obtenidos a partir del impulso de excitación.

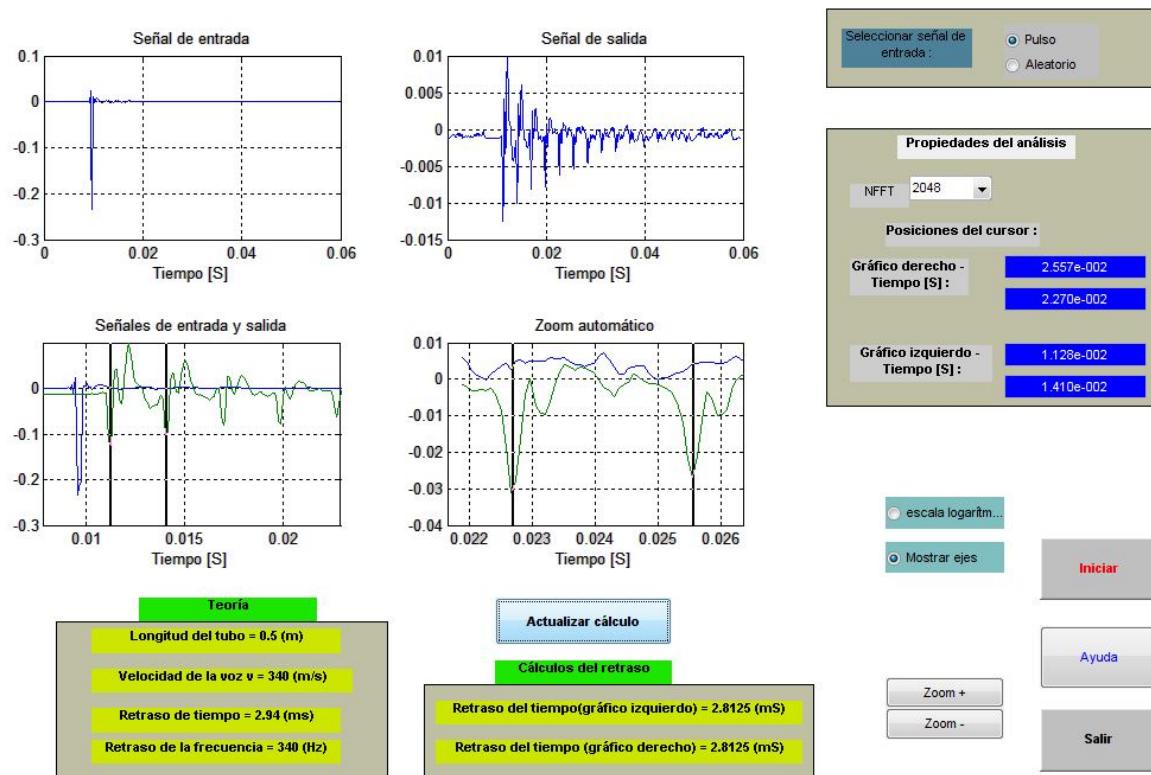


Figura 2.113.- Representación grafica para una señal de presión transitoria impulsiva

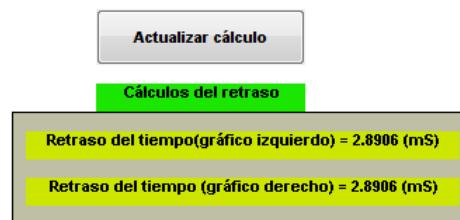


Figura 2.114.- Representación grafica ampliada que muestra la separación entre los impulsos de respuesta

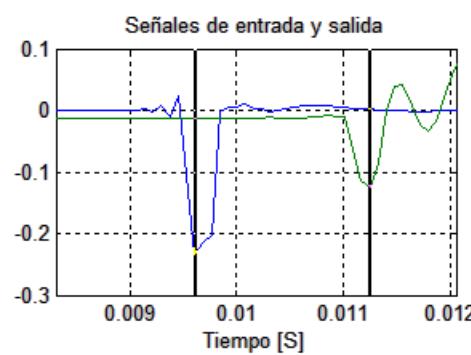


Figura 2.115.- Representación grafica ampliada de la señal de entrada y salida

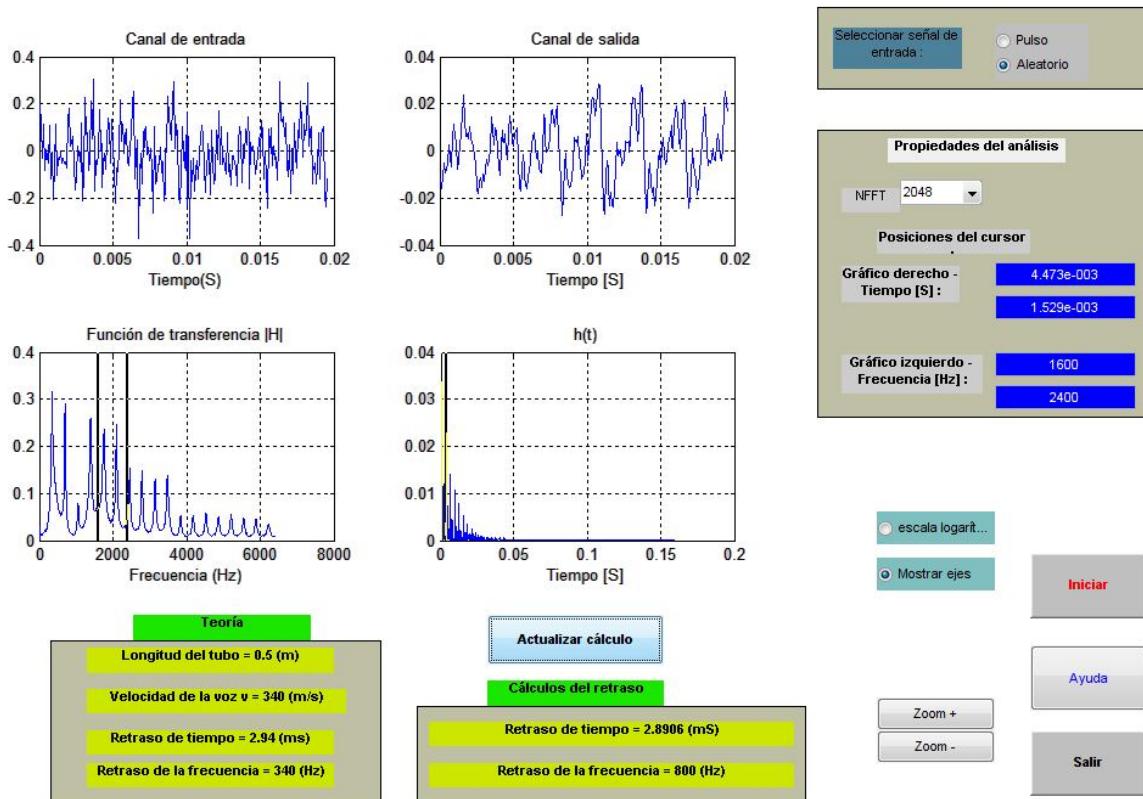


Figura 2.116.- Representación grafica para una señal de excitación aleatoria

Existen múltiples picos en el dominio de la frecuencia, tal como predice la teoría. Los picos espectrales de separación es de 340 Hz, el recíproco de la demora de tiempo (figura 2.17)

La respuesta al impulso muestra que las señales se atenúan después de cada reflexión. Esto indica una pérdida de energía, y esta pérdida podría en principio ser cuantificado e incluso relacionado con el amortiguamiento y las pérdidas.

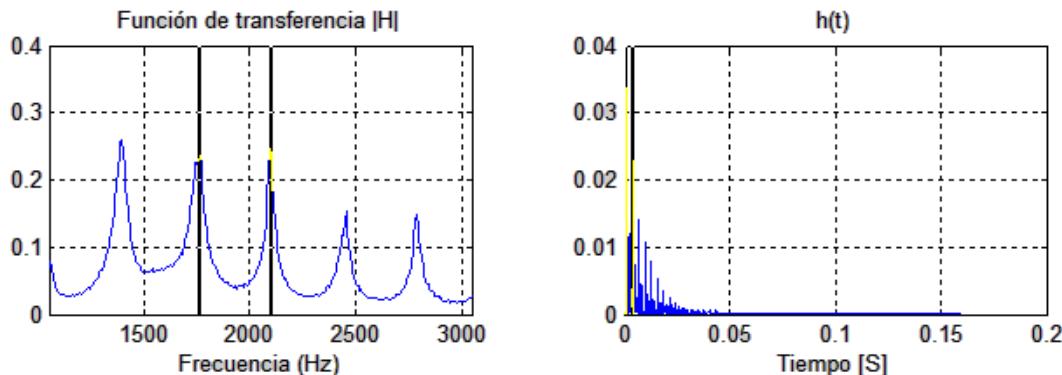


Figura 2.117.- Representación grafica ampliada de la función de transferencia



CAPITULO 3

LOS RODAMIENTOS Y SU DEFECTOLOGIA



3.1 EL RODAMIENTO

El rodamiento o cojinete de rodadura es un elemento mecánico que se sitúa entre dos componentes de una máquina, con un eje de rotación común, de forma que un componente puede girar respecto al otro. La función principal es dar apoyo o soporte a los elementos portadores:

- Soporte de ejes → Anillo interior fijo y anillo exterior móvil.
- Soporte de árboles → Anillo exterior fijo y anillo interior móvil.

Estos rodamientos están diseñados para que los rozamientos originados durante el giro no sean de deslizamiento (cojinetes), sino de rodadura, presentando muchas características similares a los cojinetes de fricción:

- Bajo rozamiento.
- Tolerancias y acabados muy rígidos.
- Necesidad de un montaje preciso.
- Sensible a impactos, sobrecargas, humedad, suciedad...
- Punto crítico dentro de la máquina, generalmente seleccionado para efectuar el mantenimiento.

Pero también presentan muchas ventajas frente a los cojinetes de fricción como:

- El coeficiente de rozamiento es inferior y, además, prácticamente independiente de la velocidad y de la carga.
- Admite carga axial.
- Algunos tipos son autoalineables.
- Y algunas desventajas:
- Precio más elevado.
- Montaje más complejo.

El rodamiento consiste, básicamente, en dos aros o anillos (anillo interior y anillo exterior) o, en el caso de los rodamientos axiales, arandelas (arandela superior y arandela inferior), entre los cuales se alojan los elementos rodantes (bolas o rodillos) que discurren por las pistas de rodadura. Para prevenir que los elementos rodantes interactúen entre sí, estos están alojados en jaulas o separadores, tal y como se puede ver en la siguiente figura:

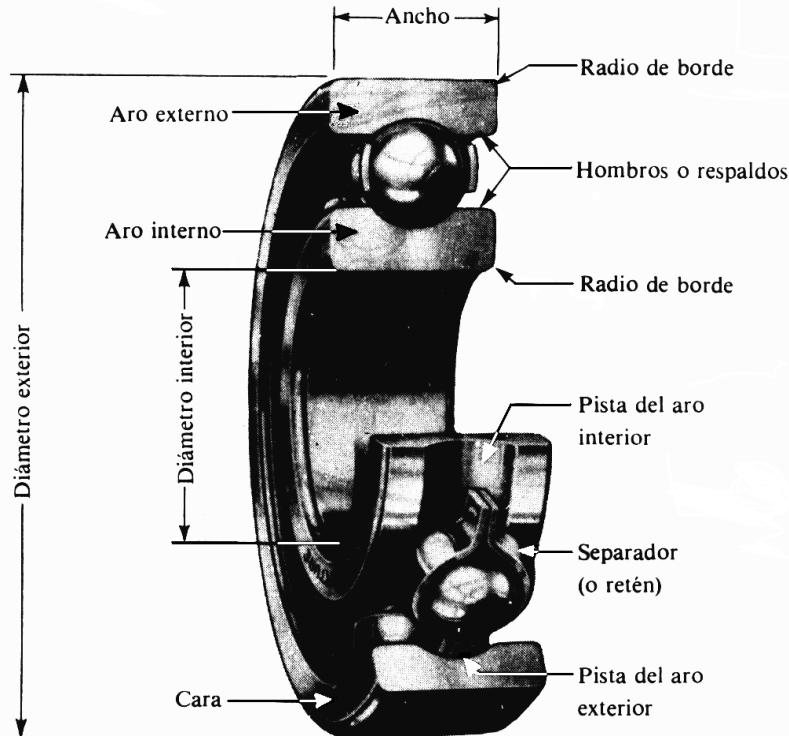


Figura 3.1.- Rodamiento de bolas seccionado

3.2 TIPOS DE RODAMIENTOS

Hay tres formas de clasificar los rodamientos:

3.2.1 Según la dirección de la carga

3.2.1.1 Rodamientos Radiales

Son aquellos que están diseñados para resistir cargas en dirección perpendicular al eje. Constan en forma general de tres piezas: Un aro exterior, un aro interior y un elemento rodante con algún tipo de canastillo o jaula. Por ejemplo, las ruedas de un carro se apoyan en el suelo y reciben la carga en el eje, de esta forma los rodamientos de las ruedas trabajan bajo carga radial.

3.2.1.2 Rodamientos Axiales

Son aquellos que están diseñados para resistir cargas en la misma dirección del eje. Constan en forma general de tres piezas: Un aro superior, un aro inferior y un elemento rodante con algún tipo de canastillo. Por ejemplo, pensemos en un carrusel. El peso total de esta máquina actúa verticalmente hacia el suelo y debe rotar en torno a un eje vertical



al suelo, en esta aplicación debe utilizarse un rodamiento axial de gran diámetro, cuyo aro superior sostenga al carrusel y cuyo aro inferior se apoye en el suelo.

3.2.1.3 Rodamientos de contacto angular

Son una mezcla de los casos anteriores, se basan en un rodamiento similar al radial con un diseño especial de los aros exterior e interior para soportar cargas axiales mayores que un rodamiento radial simple. Sus aplicaciones son muy amplias, debido a que un eje siempre puede desarrollar cargas eventuales en una dirección inesperada y debido al ahorro que se genera al colocar un solo

3.2.2 Según la rigidez del rodamiento

3.2.2.1 Rodamientos rígidos

Son aquellos que no aceptan desalineamientos del eje. Ante un desalineamiento se generan cargas que pueden dañar definitivamente el rodamiento.



Figura 3.2.- Rodamientos rígidos

3.2.2.2 Rodamientos rotulados

Son aquellos que, por un diseño especial de los aros, permiten que el eje gire algunos grados sin desarmar el rodamiento. Esta característica se logra con una pista de rodadura esférica que permite a las bolas o barriletes desplazarse para acomodarse al desalineamiento del eje. Son muy utilizados en maquinaria pesada debido a la necesidad de prevenir daños frente a las deformaciones de los ejes, cargas provocadas por dilataciones térmicas y cargas dinámicas.

3.2.3 Según el elemento rodante

Existen diversos elementos rodantes que varían según las aplicaciones. Por ejemplo, los rodamientos rígidos de bolas pueden soportar cargas radiales moderadas así como cargas axiales pequeñas. Tienen baja fricción y pueden ser producidos con gran precisión. Por lo tanto, son preferidos para motores eléctricos de medio y pequeño tamaño. Los rodamientos de rodillos esféricos pueden soportar cargas radiales muy

pesadas y son oscilantes, lo que les permite asumir flexiones del eje, y pequeñas desalineaciones entre dos rodamientos, que soportan un mismo eje. Estas propiedades los hacen muy populares para aplicaciones por ejemplo en ingeniería pesada, donde las cargas son fuertes, así como las deformaciones producidas por las cargas, en máquinas grandes es también habitual cierta desalineación entre apoyos de los rodamientos.

3.2.3.1 Rodamientos rígidos de bolas

Son usados en una gran variedad de aplicaciones. Son fáciles de diseñar, no separables, capaces de operar en altas e incluso muy altas velocidades y requieren poca atención o mantenimiento en servicio. Estas características, unidas a su ventaja de precio, hacen a estos rodamientos los más populares de todos los rodamientos.

Los más utilizados son:

- Rodamientos rígidos de una hilera de bolas

Son particularmente versátiles. Su diseño es sencillo, no desarmables, son apropiados para velocidades altas e incluso muy altas y resistentes durante su funcionamiento, exigiendo muy poco mantenimiento. Las ranuras profundas de los caminos de rodadura y el alto grado de osculación entre éstas y las bolas, permiten que los rodamientos rígidos de bolas soporten cargas axiales en ambos sentidos, además de cargas radiales, incluso a altas velocidades.

Los rodamientos rígidos de una hilera de bolas son los más utilizados.

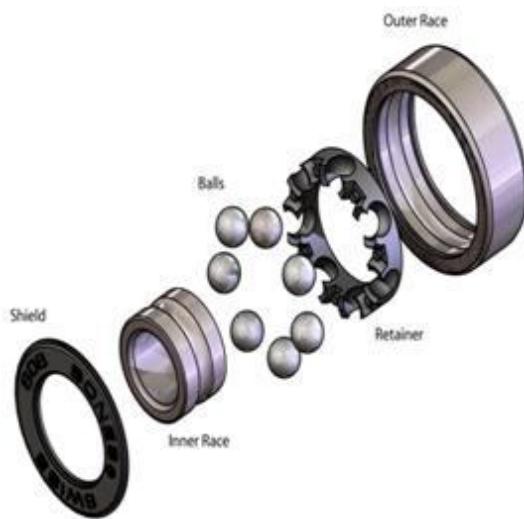


Figura 3.3.- Explosión de un rodamiento rígido de una hilera de bolas

- Rodamientos rígidos de dos hileras de bolas

Los rodamientos rígidos de dos hileras de bolas se corresponden en diseño a los rodamientos rígidos de una hilera de bolas. Tienen caminos de rodadura profunda ininterrumpida y una gran oscilación entre las bolas y los caminos de rodadura. Pueden soportar cargas axiales en ambos sentidos además de cargas radiales.

Los rodamientos rígidos de dos hileras de bolas son muy adecuados para disposiciones donde la capacidad de carga de los de una hilera es insuficiente. Para los mismos diámetros exteriores y de agujero, los rodamientos de dos hileras son ligeramente más anchos que los de una hilera, pero tienen una capacidad de carga considerablemente más alta que los rodamientos de una hilera.



Figura 3.4.- Rodamiento rígido de dos hileras de bolas

- Rodamientos rígidos de una hilera de bolas con escotes de llenado

Estos rodamientos presentan escotes tanto en el aro interior como en el exterior permitiendo la incorporación de más bolas y de mayor tamaño que los rodamientos rígidos de bolas estándar. Los rodamientos con escotes de llenado tienen más capacidad de carga radial que los rodamientos sin escotes de llenado, pero su capacidad de carga axial es limitada. Además son incapaces de funcionar a velocidades tan altas como los rodamientos sin escotes de llenado.

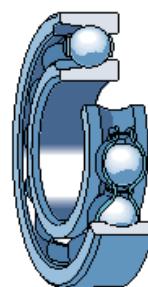


Figura 3.5.- Rodamiento rígido de una hilera de bolas con escote de llenado

3.2.3.2 Rodamientos de bolas con contacto angular

Los rodamientos de bolas con contacto angular tienen los caminos de rodadura de sus aros interior y exterior desplazados entre sí en la dirección del eje del rodamiento. Esto quiere decir que han sido diseñados para soportar cargas combinadas, es decir, cargas radiales y axiales simultáneas.

La capacidad de carga axial de los rodamientos de bolas con contacto angular se incrementa al incrementar el ángulo de contacto. El ángulo de contacto se define como el ángulo que forma la línea que une los puntos de contacto entre la bola y los caminos de rodadura en el plano radial, a lo largo de la cual se transmite la carga de un camino de rodadura al otro, con una línea perpendicular al eje del rodamiento.

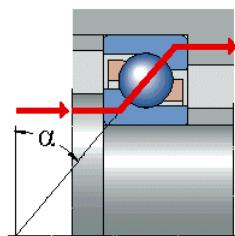


Figura 3.6.- Ángulo de contacto en rodamientos de bolas con contacto angular

Los más utilizados son:

- Rodamientos de una hilera de bolas con contacto angular

Los rodamientos de una hilera de bolas con contacto angular pueden soportar cargas axiales que actúen solamente en un sentido.

Normalmente los rodamientos de una hilera de bolas con contacto angular, tienen un resalte alto y otro bajo, aunque algunos rodamientos tienen un aro interior con dos resaltes altos como los rodamientos rígidos de bolas. El resalte bajo en uno o en ambos aros permite incorporar un gran número de bolas al rodamiento, permitiendo así una capacidad de carga relativamente alta. Estos rodamientos son de diseño no desarmable.



Figura 3.7.- Rodamiento de una hilera de bolas con contacto angular



- Rodamientos de dos hileras de bolas con contacto angular

Los rodamientos de dos hileras de bolas con contacto angular al igual que los rodamientos rígidos de dos hileras de bolas se usan cuando la capacidad de carga de los de una hilera es insuficiente ya que estos presentan una mayor capacidad de carga considerablemente más alta que los rodamientos de una hilera.



Figura 3.8.- Rodamiento de dos hileras de bolas con contacto angular

- Rodamientos de bolas con cuatro puntos de contacto

Los rodamientos de bolas con cuatro puntos de contacto son rodamientos radiales de una hilera de bolas con contacto angular con caminos de rodadura diseñados para soportar cargas axiales en ambos sentidos. Pueden soportar cargas radiales que no superen una cierta proporción de la carga axial. Estos rodamientos ocupan bastante menos espacio axial que los rodamientos de dos hileras.

Estos rodamientos tienen un ángulo de contacto de 35° o 45° . El aro interior está partido permitiendo la incorporación de un gran número de bolas al rodamiento, dotándole de una gran capacidad de carga. Los rodamientos son de diseño desmontable, es decir, el aro exterior con las bolas y la jaula pueden montarse por separado de las dos mitades del aro interior.



Figura 3.9.- Rodamiento de bolas con cuatro puntos de contacto

3.2.3.3 Rodamientos de agujas

Son rodamientos con rodillos cilíndricos muy delgados y largos en relación con su menor diámetro. A pesar de su pequeña sección, estos rodamientos tienen una gran capacidad de carga y son eminentemente apropiados para las aplicaciones donde el espacio radial es limitado.

Los más utilizados son:

- Coronas de agujas

Las coronas de agujas son componentes completos y listos para montar en los rodamientos. Constituyen una elección excelente para aplicaciones que requieran una disposición de rodamientos muy rígida, así como una gran capacidad de carga.

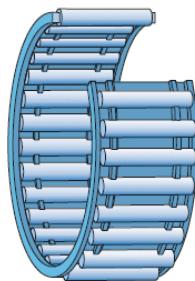


Figura 3.10.- Rodamiento con corona de agujas

- Casquillos de agujas

Los casquillos de agujas son rodamientos de agujas con un aro exterior delgado embutido con fondo o sin fondo. Se caracterizan por su pequeñísima sección transversal y su elevada capacidad de carga. Los casquillos de agujas se usan generalmente en aplicaciones en las que el agujero del soporte no se puede usar como camino de rodadura de una corona de agujas, pero se requiere una disposición de rodamientos muy compactos y económicos.

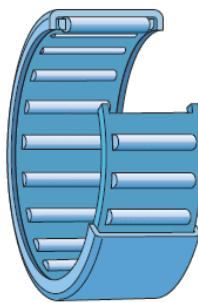


Figura 3.11.- Rodamiento con casquillo de agujas sin fondo

Los casquillos de agujas con fondo son adecuados para disposiciones de rodamientos en los extremos de ejes. El diseño perfilado de la base con fondo soporta



pequeñas fuerzas axiales de guiado. Los casquillos de agujas suelen montarse directamente en el eje

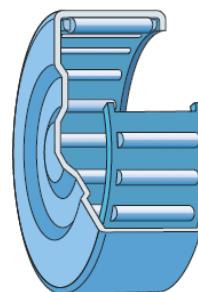


Figura 3.12.- Rodamiento con casquillo de agujas con fondo

El casquillo es de chapa de acero templado y la corona de agujas forma una unidad no desarmable. El espacio disponible para el lubricante es suficientemente amplio para permitir largos intervalos de lubricación.

Generalmente, los casquillos de agujas tienen una sola hilera de agujas

Los casquillos de agujas se montan con un ajuste de interferencia en el agujero del alojamiento. Por ello, no se requieren resaltes ni anillos de retención para fijar el rodamiento axialmente, por lo que el diseño del alojamiento es simple y se puede conseguir de forma económica.

Para soportar cargas radiales y axiales combinadas, los casquillos de agujas se pueden combinar con un rodamiento axial de agujas con una espiga de centraje.

- Rodamientos de agujas con aros mecanizados

Los rodamientos de agujas con aros mecanizados de acero para rodamientos al cromo tienen una baja sección transversal y una capacidad de carga muy elevada para su tamaño. Dependiendo de la aplicación, se pueden utilizar con o sin aro interior.

Los rodamientos de agujas sin aro interior son una elección excelente para disposiciones de rodamientos compactas si se puede templar y rectificar el eje. Al no ser necesario un aro interior, el diámetro del eje puede ser mayor, y por lo tanto, más fuerte y rígido. El desplazamiento axial del eje respecto del alojamiento sólo está limitado por la anchura del camino de rodadura del eje. Mecanizando los caminos de rodadura del eje conforme a las precisiones de dimensiones y forma adecuadas, se pueden conseguir disposiciones de rodamientos con una gran precisión de giro.

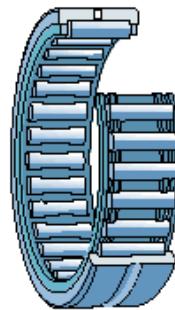


Figura 3.13.- Rodamiento de agujas con aro mecanizado, sin aro interior

Los rodamientos de agujas con aro interior se usan para las disposiciones en las que no es posible, o resulta muy costoso, templar y rectificar el eje. Los rodamientos con aro interior sólo permiten el desplazamiento axial del eje respecto del alojamiento dentro de ciertos límites. Si el desplazamiento axial permisible proporcionado por un aro interior estándar es insuficiente, se puede usar un aro interior prolongado.

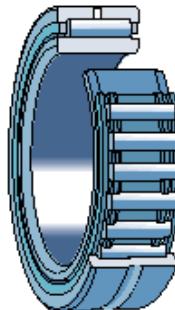


Figura 3.14.- Rodamiento de agujas con aro mecanizado, con aro interior

Para soportar cargas radiales y axiales combinadas, los rodamientos de agujas con aros mecanizados se pueden combinar con rodamientos axiales de agujas con espiga de centraje.

- Rodamientos de agujas autoalineables

Los rodamientos de agujas autoalineables tienen un aro exterior con superficie exterior esférica convexa. Sobre el aro exterior hay instalados dos aros de asiento de polímero con una superficie interior esférica cóncava que se introduce en un manguito de chapa de acero embutido, permitiendo que el rodamiento se alinee por sí mismo. Los rodamientos de agujas a rótula son por lo tanto insensibles a la desalineación estática del eje respecto al soporte.

Se pueden dar con aro o sin aro interior.

Los rodamientos sin aro interior son la solución óptima para disposiciones compactas en las que el eje se puede templar y rectificar. En las aplicaciones en que no



es posible o es excesivamente costoso templar y rectificar el eje, se deberán usar rodamientos con aro interior.



Figura 3.15.- Rodamiento de agujas autoalineables, sin aro interior

Los rodamientos con aro interior sólo permiten desplazamientos axiales del eje respecto al alojamiento dentro de ciertos límites. Si se van a producir desplazamientos axiales mayores, se podrán usar aros interiores prolongados, más anchos que los aros interiores estándar, estos aros interiores prolongados se deberán usar también cuando el camino de rodadura del aro interior vaya a servir como superficie de apoyo para una obturación adyacente al rodamiento.

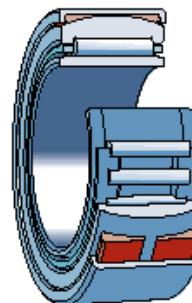


Figura 3.16.- Rodamiento de agujas autoalineables, con aro interior

3.2.3.4 Rodamientos de rodillos cónicos

El rodamiento de rodillos cónicos, debido a la posición oblicua de los rodillos y caminos de rodadura, es especialmente adecuado para resistir cargas radiales y axiales simultáneas. Para casos en que la carga axial es muy importante hay una serie de rodamientos cuyo ángulo es muy abierto. Este rodamiento debe montarse en oposición con otro rodamiento capaz de soportar los esfuerzos axiales en sentido contrario. El rodamiento es desmontable; el aro interior con sus rodillos y el aro exterior se montan cada uno separadamente.



Figura 3.17.- Rodamiento de rodillos conicos

3.2.3.5 Rodamientos de rodillos cilíndricos de empuje

Son apropiados para aplicaciones que deben soportar pesadas cargas axiales. Además, son insensibles a los choques, son fuertes y requieren poco espacio axial. Son rodamientos de una sola dirección y solamente pueden aceptar cargas axiales en una dirección. Su uso principal es en aplicaciones donde la capacidad de carga de los rodamientos de bolas de empuje es inadecuada. Tienen diversos usos industriales, y su extracción es segura.



Figura 3.18.- Rodamiento de rodillos cilíndricos de empuje

3.2.3.6 Rodamientos axiales de rodillos a rótula

El rodamiento axial de rodillos a rótula tiene una hilera de rodillos situados oblicuamente, los cuales, guiados por una pestaña del aro fijo al eje, giran sobre la superficie esférica del aro apoyado en el soporte. En consecuencia, el rodamiento posee una gran capacidad de carga y es de alineación automática. Debido a la especial ejecución de la superficie de apoyo de los rodillos en la pestaña de guía, los rodillos giran separados de la pestaña por una fina capa de aceite. El rodamiento puede, por lo mismo, girar a una gran velocidad, aun soportando elevada carga. Contrariamente a los otros rodamientos axiales, éste puede resistir también cargas radiales.

3.2.3.7 Rodamientos de bolas a rótula

Los rodamientos de bolas a rótula tienen dos hileras de bolas que apoyan sobre un camino de rodadura esférico en el aro exterior, permitiendo desalineaciones angulares del eje respecto al soporte. Son utilizados en aplicaciones donde pueden producirse desalineaciones considerables, por ejemplo, por efecto de las dilataciones, de flexiones en el eje o por el modo de construcción. De esta forma, liberan dos grados de libertad correspondientes al giro del aro interior respecto a los dos ejes geométricos perpendiculares al eje del aro exterior.

Este tipo de rodamientos tienen menor fricción que otros tipos de rodamientos, por lo que se calientan menos en las mismas condiciones de carga y velocidad, siendo aptos para mayores velocidades.

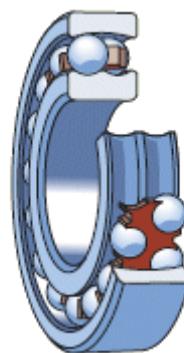


Figura 3.19.- Rodamiento de bolas a rotula

3.2.3.8 Rodamientos de rodillos cilíndricos

Un rodamiento de rodillos cilíndricos normalmente tiene una hilera de rodillos. Estos rodillos son guiados por pestañas de uno de los aros, mientras que el otro aro puede tener pestañas o no.

Según sea la disposición de las pestañas, hay varios tipos de rodamientos de rodillos cilíndricos:

- Tipo NU: con dos pestañas en el aro exterior y sin pestañas en el aro interior. Sólo admiten cargas radiales, son desmontables y permiten desplazamientos axiales relativos del alojamiento y eje en ambos sentidos.
- Tipo N: con dos pestañas en el aro interior y sin pestañas en el aro exterior. Sus características similares al anterior tipo.
- Tipo NJ: con dos pestañas en el aro exterior y una pestaña en el aro interior. Puede utilizarse para la fijación axial del eje en un sentido.
- Tipo NUP: con dos pestañas integrales en el aro exterior y con una pestaña integral y dos pestañas en el aro interior. Una de las pestañas del aro interior no es integral, es decir, es similar a una arandela para permitir el montaje y el desmontaje. Se utilizan para fijar axialmente un eje en ambos sentidos.



Los rodamientos de rodillos son más rígidos que los de bolas y se utilizan para cargas pesadas y ejes de gran diámetro.

3.2.3.9 Rodamientos de rodillos a rótula

El rodamiento de rodillos a rótula tiene dos hileras de rodillos con camino esférico común en el aro exterior siendo, por lo tanto, de alineación automática. El número y tamaño de sus rodillos le dan una capacidad de carga muy grande. La mayoría de las series puede soportar no solamente fuertes cargas radiales sino también cargas axiales considerables en ambas direcciones. Pueden ser reemplazados por cojinetes de la misma designación que se dará por medio de letras y números según corresponda a la normalización determinada.

3.2.3.10 Rodamientos axiales de bolas de simple efecto

El rodamiento axial de bolas de simple efecto consta de una hilera de bolas entre dos aros, uno de los cuales, el aro fijo al eje, es de asiento plano, mientras que el otro, el aro apoyado en el soporte, puede tener asiento plano o esférico. En este último caso, el rodamiento se apoya en una contraplaca. Los rodamientos con asiento plano deberían, sin duda, preferirse para la mayoría de las aplicaciones, pero los de asiento esférico son muy útiles en ciertos casos, para compensar pequeñas inexactitudes de fabricación de los soportes. El rodamiento está destinado a resistir solamente carga axial en una dirección.

3.2.3.11 Rodamientos de aguja de empuje

Pueden soportar pesadas cargas axiales, son insensibles a las cargas de choque y proveen aplicaciones de rodamientos duras requiriendo un mínimo de espacio axial.

3.3 RODAMIENTOS PARA CONDICIONES ESPECIALES

3.3.1 Rodamientos híbridos

Los aros de los rodamientos híbridos están hechos de acero para rodamientos y los elementos rodantes de nitruro de silicio (Si_3N_4). Además de ser unos excelentes aislantes eléctricos, los rodamientos híbridos pueden alcanzar una velocidad más alta y asegurar una mayor vida útil que los rodamientos hechos completamente de acero, en la mayoría de las aplicaciones.



Figura 3.20.- Rodamiento híbrido

Su gran capacidad para aislar la electricidad es una de las características esenciales del nitruro de silicio. Éste protege los aros de los daños causados por la corriente eléctrica y lo que se conoce como ondulaciones, e incrementa por tanto la vida útil del rodamiento.

La densidad del nitruro de silicio es de solamente el 40 % de la densidad del acero para rodamientos. Por tanto los elementos rodantes pesan menos y tienen una inercia menor. Esto implica menos tensión en la jaula durante los arranques y las paradas rápidas, además de una fricción considerablemente menor a velocidades altas, una fricción menor, significa que el rodamiento funciona a temperaturas más bajas y una larga vida útil del lubricante. Los rodamientos híbridos son por tanto, apropiados para las altas velocidades de giro.

El nitruro de silicio presenta una mayor dureza y una mayor elasticidad que el acero, lo que hace que el rodamiento tenga una mayor rigidez y una mayor vida útil en entornos contaminados



3.3.2 Rodamientos con aislante.

Los rodamientos en motores eléctricos, generadores o equipos afines corren el riesgo de ser afectados por el paso de una corriente eléctrica, que podría dañar las superficies de sus elementos rodantes y caminos de rodadura además de degradar la grasa rápidamente. El riesgo de daño, denominado erosión eléctrica, es considerablemente mayor cuando un convertidor de frecuencia controla la maquinaria eléctrica, lo que es cada vez más común. Existe el riesgo adicional que suponen las corrientes de alta frecuencia en la aplicación, debido a las capacidades de dispersión inherentes dentro las máquinas eléctricas.

Para solucionar este problema y proteger los rodamientos del paso de la corriente eléctrica se dan los rodamientos aislados contra la electricidad integrando la función de aislamiento contra la electricidad dentro del rodamiento o en su parte externa.

Estos rodamientos tienen una capa nominal de óxido de aluminio de 100 µm de grosor en las superficies exteriores del aro exterior o interior, que puede soportar tensiones de hasta 1 000 V CC. Para recubrir al rodamiento con este aislante, se utiliza un spray de plasma, permitiendo un recubrimiento extremadamente coherente con un grosor uniforme, que posteriormente recibe un tratamiento para hacerlo insensible al vaho y a la humedad.

3.3.3 Rodamientos para altas/bajas temperaturas.

Para disposiciones de rodamientos que deban funcionar a temperaturas extremas en el margen de -150 a +350 °C, o que deban soportar diferencias de temperaturas muy grandes hacen que los rodamientos normales no sean apropiados, para ello se dan una serie de rodamientos que dependiendo de la aplicación que vaya a ser sometido pueden ser:

- Rodamientos para un margen de -20 a +150°C. El rodamiento es abierto, lleva una jaula de chapa de acero y está lubricado con una pasta para altas temperaturas. Todas las superficies del rodamiento están fosfatadas al manganeso para protegerlo de la corrosión, mejorar sus propiedades de funcionamiento y proporcionar una buena adhesión del lubricante.



Figura 3.21.- Rodamiento para altas/bajas temperaturas



- Rodamientos para un margen de -40 a +250 °C, estos ofrecen una protección adicional con placas a ambos lados para evitar la entrada de contaminantes sólidos y la fuga del lubricante.
- Rodamientos para un margen de -150 a +350 °C. Están equipados con placas de protección y una jaula de segmentos de grafito que sustituye la jaula de chapa de acero. El grafito lubrica el rodamiento, prolongando así su vida útil.
- Rodamientos para un margen de -150 a +350 °C. El rodamiento cuenta con placas de protección y está equipado con una jaula en forma de corona compuesta sólo de grafito, capaz de soportar cargas considerablemente más pesadas que la jaula de segmentos de grafito.

Las aplicaciones más típicas de estos rodamientos son por ejemplo en carillos de secadero, hornos o transportadores para los equipos de lacado.

3.3.4 Rodamientos con Solid Oil

Estos rodamientos incorporan un sistema innovador de lubricación creado para proteger aquellos rodamientos utilizados en aplicaciones extremadamente exigentes, donde su re-lubricación resulta difícil y donde los altos niveles de contaminación afectan su funcionamiento.



Figura 3.22.- Rodamiento con Solid Oil

Este sistema utiliza un material polimérico que se moldea dentro del rodamiento y no perjudica su rendimiento o funcionalidad y que, según la aplicación, puede prolongar considerablemente su vida útil.

Los rodamientos con Solid Oil están lubricados de por vida, llevan una jaula y elementos rodantes convencionales, e incorporan una matriz polimérica saturada con aceite que llena por completo el espacio interno del rodamiento, dejando un intervalo muy estrecho alrededor de los elementos rodantes y los caminos de rodadura. La estructura (de material polimérico) con millones de micro-poros retiene hasta cuatro veces más aceite que en un rodamiento convencional lubricado con grasa, y permite la liberación gradual del aceite alrededor de las superficies móviles internas, garantizando una lubricación consistente y uniforme durante la vida de servicio de cada rodamiento.



Este sistema ofrece una serie de ventajas importantes sobre los rodamientos convencionales. En particular, permite una distribución uniforme del aceite sobre las superficies del rodamiento, independientemente de la temperatura de funcionamiento. Por ejemplo, a bajas temperaturas, un rodamiento con Solid Oil tiene un par de arranque extremadamente bajo en comparación con los rodamientos lubricados con grasa. Análogamente, al subir la temperatura de funcionamiento, aumenta la necesidad de lubricante por la disminución de viscosidad del aceite, y al tiempo, éste dilata aflorando a la superficie del polímero para satisfacer esta necesidad. Cuando el rodamiento deja de girar, la matriz de polímero reabsorbe el exceso de aceite.

Adicionalmente, los rodamientos con Solid Oil son ideales para ser utilizados en aplicaciones altamente contaminadas, ya que la matriz polimérica evita la entrada de polvo, humedad y disolventes al rodamiento, así como en aplicaciones con elevadas aceleraciones, ya que la matriz impide que el aceite sea centrifugado.

3.3.5 Rodamientos de material polimérico

Los rodamientos de bolas de polímero constan de

- Aros de polímero
- Bolas hechas de acero inoxidable, vidrio, polímero u otros materiales
- Una jaula de polímero.



Figura 3.23.- Rodamientos de material polimérico

Los rodamientos de bolas poliméricos se pueden fabricar en diversos materiales y combinaciones de materiales. Los materiales seleccionados dependen de la aplicación. Los polímeros cuentan con unas propiedades muy distintas a las del acero. Una de sus propiedades más características es su resistencia a la corrosión y a las sustancias químicas.



Los polímeros utilizados para fabricar los rodamientos tienen un bajo coeficiente de fricción y son muy resistentes al desgaste y a la fatiga. Estos rodamientos autolubricados pueden funcionar en seco y no precisan lubricante.

Sin embargo, la carga y la velocidad máxima que puede soportar un rodamiento polimérico son muy inferiores a las de los rodamientos convencionales totalmente de acero.

La elevada resistencia específica (relación resistencia-peso) es una propiedad valiosa de los rodamientos de polímero, especialmente en aplicaciones donde el peso es un factor importante para el diseño. Se consigue una alta estabilidad dimensional durante la vida útil del rodamiento gracias a la baja tendencia al deslizamiento de los polímeros utilizados.

Estos rodamientos presentan varias ventajas:

- Resistentes a la corrosión
- Resistentes a las sustancias químicas
- Autolubricantes (no precisan lubricante)
- Peso ligero (80 % menos que el acero)
- Algunos pueden utilizarse a altas temperaturas
- Bajo coeficiente de fricción
- Bajo coeficiente de fricción
- Funcionamiento silencioso
- Buenas propiedades amortiguadoras
- Aislante eléctrico
- Costes del ciclo de vida bajos

3.3.6 Rodamientos con sensores.

Estos rodamientos incorporan una serie de sensores para poder contar con la información exacta sobre el estado de funcionamiento de los componentes que giran o se desplazan axialmente como puede ser:

1. El número de revoluciones
2. La velocidad
3. La dirección de giro
4. La posición relativa/recuento
5. La aceleración o deceleración

Estos rodamientos con sensor suelen constar de un rodamiento rígido de bolas, una unidad sensora activa protegida de las influencias externas y un aro impulsor formando todo ello una unidad integral. Se diseñan especialmente para funcionar como codificadores incrementales para el control de motores y/o máquinas. Están especialmente adaptadas para ajustarse a motores asincrónicos, y permiten una

codificación compacta y fiable para su control más exigente. Sus aplicaciones abarcan todo tipo de procesos automatizados como por ejemplo sistemas transportadores.



Figura 3.24.- Rodamiento con sensor

3.4 DEFECTOLOGIA EN RODAMIENTOS

Los rodamientos se encuentran entre los componentes más importantes en la inmensa mayoría de las máquinas, exigiéndose de ellos una gran capacidad de carga y fiabilidad. Desgraciadamente, no poseen una vida infinita y, antes o después, terminan rompiéndose, aunque si son correctamente seleccionados, lubricados apropiadamente y no se usan de forma abusiva pueden durar tanto tiempo como las máquinas en las que están instalados. Esto último no siempre es así ya que, por diversos motivos, se producen averías en ellos que obligan a su re-emplazamiento.

Dada su gran importancia han sido objeto de profundos estudios, que han permitido darles una vida de servicio equiparable a la de la máquina que lo aloja. Cada uno de los factores que producen averías origina su propio tipo de fallo e imprimen su particular huella en el rodamiento. Por ello, en la mayoría de los casos, examinando un rodamiento averiado es posible formar una opinión sobre la causa del fallo y adoptar la medida precisa para evitar su repetición.

La vida de un rodamiento se puede definir como el número de revoluciones que el rodamiento efectúa antes de que se produzca un fallo incipiente (desconchado). Esto no significa que el rodamiento no pueda ser utilizado después. El descascarillado es un proceso continuo y relativamente prolongado y anuncia su presencia por el incremento de los niveles de ruido y vibración en el rodamiento. En consecuencia y, por regla general, hay cierto tiempo para efectuar un cambio de rodamiento.

Incluso en las condiciones de servicio más favorables, un rodamiento no puede funcionar eternamente porque, antes o después, se producirá la fatiga del material. El período de tiempo que transcurre hasta que aparece el primer signo de fatiga es función



del número de revoluciones a que es sometido el rodamiento y a la magnitud de la carga.

Sin embargo, la gran mayoría de los rodamientos no alcanzan la vida nominal calculada (figura 2.2). Esto puede ser debido a varias razones: lubricación inadecuada, cargas más elevadas de las previstas, obturaciones ineficaces, ajustes demasiado fuertes o excesivo juego interno, etc. Cada uno de estos factores origina su avería característica e imprime su particular huella en el rodamiento, de forma que, en la mayoría de los casos, inspeccionando los elementos del rodamiento averiado es posible establecer la causa del fallo.

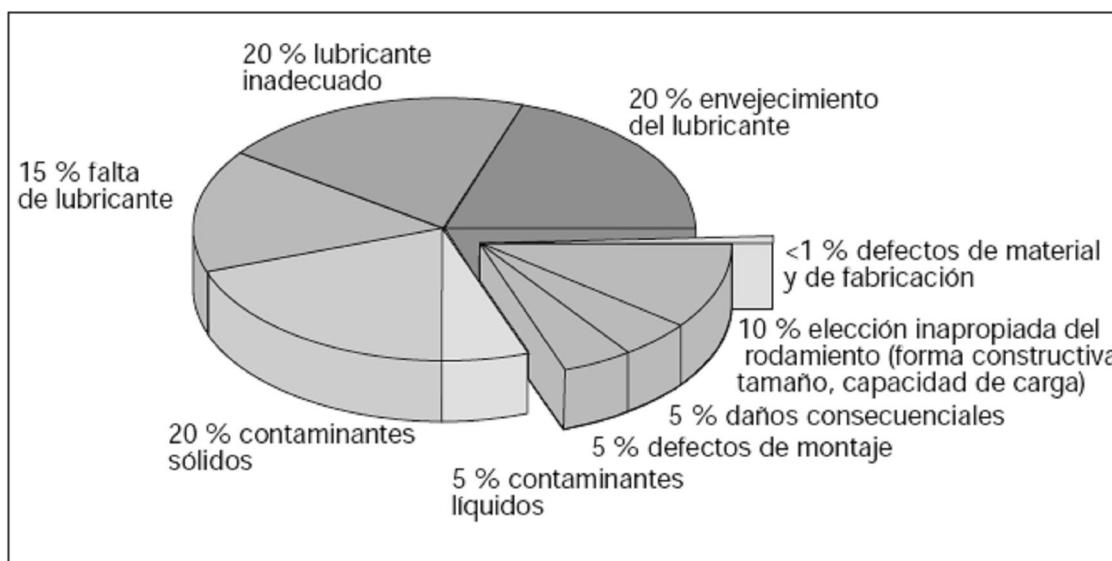


Figura 3.25.- Causas de los fallos en los rodamientos (FAG)

Cada avería primitiva del rodamiento genera su propio deterioro característico. Este, conocido como daño primario, da lugar a daños secundarios que inducen al daño más grave: desconchado y rotura. Frecuentemente, un rodamiento averiado ostenta una combinación de daño inicial y daño secundario.

Los diferentes tipos de daños que se producen en los rodamientos se pueden clasificar de la siguiente manera:

Daño inicial o primario	Daño secundario
Desgaste	Desconchado (descascarillado)
Muescas	Roturas
Adherencia	
Fatiga superficial	
Corrosión	
Daño por corriente eléctrica	



3.4.1 DESGASTE

En condiciones normales, no existe desgaste apreciable en los rodamientos, sin embargo, este puede producirse como resultado de la presencia de partículas extrañas dentro del rodamiento, cuando la lubricación es insatisfactoria o debido a vibraciones en rodamientos que permanecen estacionarios.

3.4.1.1 Desgaste producido por partículas abrasivas.

El desgaste debido a la contaminación partículas abrasivas, no sólo ocurre en la superficie en deslizamiento, sino también en las superficies de los elementos rodantes.

La cantidad de partículas abrasivas se incrementa, gradualmente, a medida que el material se va desprendiendo de los caminos de rodadura y de la jaula. Por lo que el desgaste se convierte en un proceso acelerado, hasta el punto de hacer inservible el rodamiento. Sin embargo no es necesario tirar a la chatarra rodamientos ligeramente desgastados ya que pueden ser utilizados de nuevo después de una buena limpieza.

Estos defectos se deben a una ausencia de limpieza antes y durante la operación de montaje o el uso de un lubricante contaminado debido a partículas de la jaula de latón.

El efecto que tendría seria la aparición de pequeñas muescas en el contorno de los caminos de rodadura y elementos rodantes dándose superficies opacas y desgastadas.

Para evitar esta defectología debemos desembalar los rodamientos justo antes de ser montados, mantener limpio el taller y usar herramientas limpias, verificar y posiblemente mejorar la estanqueidad y utilizar siempre lubricante nuevo y limpio, limpiando los engrasadores y filtrando el aceite.

3.4.1.2 Desgaste producido por lubricación inadecuada.

Si no hay suficiente lubricante o si éste ha perdido sus propiedades lubricantes se produce un contacto metálico entre los elementos rodantes y los caminos de rodadura. Los picos de rugosidad, remanentes del proceso de fabricación, se desprenden y, al mismo tiempo, se obtiene un cierto efecto de laminado. La fatiga superficial también puede surgir en esta etapa. Si el lubricante está completamente agotado la temperatura se elevará rápidamente, entonces el material templado se reviene y la superficie adquiere matices entre azul y pardo. La temperatura puede llegar a ser tan alta como para producir el gripado del rodamiento.

Para evitar este tipo de defectología se debe comprobar que el lubricante llega al rodamiento y dar un re-lubricación más frecuente.

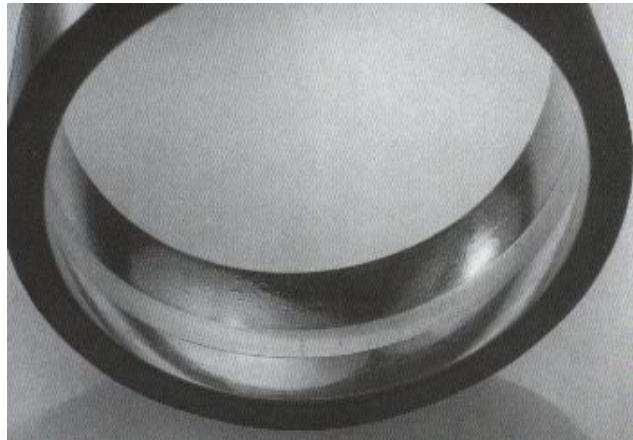


Figura 3.26.- Desgaste producido por una lubricación inadecuada.

3.4.1.3 Desgaste producido por vibración.

Cuando un rodamiento no gira no se forma la película de lubricante entre los elementos rodantes y los caminos de rodadura. La ausencia de esta película permite el contacto metálico y la vibración produce pequeños movimientos relativos entre los elementos rodantes y los aros. Como resultado de este movimiento, se rompen pequeñas partículas de la superficie y esto lleva a la formación de depresiones en los caminos de rodadura. Este deterioro es conocido como vibrocorrosión (falsa huella Brinell). Las bolas producen cavidades esféricas mientras que los rodillos producen acanaladuras.

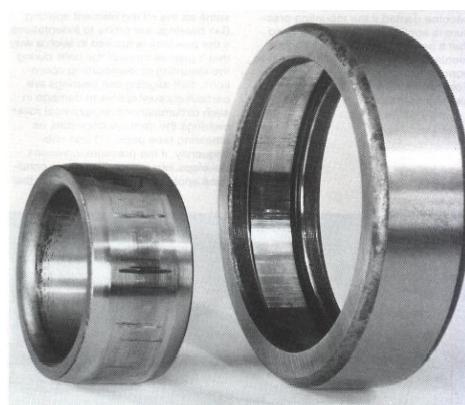


Figura 3.27.- Aro interior y exterior de un rodamiento de rodillos cilíndricos expuesto a vibraciones.

En muchos casos es posible percibir herrumbre roja en el fondo de las depresiones que está originada por la oxidación (como resultado de su exposición al aire) de partículas desprendidas que presentan una gran área en relación con su volumen. Nunca existe deterioro visible en los elementos rodantes.



Cuanto mayor es la energía de vibración, más severo es el daño. El período de tiempo y la magnitud del juego interno del rodamiento también se hacen notar, sin embargo, la frecuencia de las vibraciones no parece tener ningún efecto considerable.

Los rodamientos de rodillos han demostrado ser más sensibles a este tipo de deterioros que los rodamientos de bolas. Esto se debe a que las bolas pueden rodar en cualquier dirección mientras que los rodillos sólo ruedan en una dirección, y el movimiento en otras direcciones se efectúa forma de deslizamiento.

Los rodamientos con deterioro por vibración se encuentran generalmente en máquinas que no están funcionando pero cercanas a otras máquinas que producen vibraciones.

Para evitar esta defectología se debe asegurar el rodamiento durante el transporte mediante precarga radial. Proveer una base anti-vibratoria. Utilizar, si es posible, rodamientos de bolas en lugar de los de rodillos. Emplear lubricación por baño de aceite, si es posible.

3.4.2 MUESCAS

Los caminos de rodadura y los elementos rodantes del rodamiento pueden llegar a presentar muescas si la presión de montaje está aplicada al aro equivocado, de forma que esta se transmite a través de los elementos rodantes, ora porque el rodamiento está sujeto a cargas anormales mientras no está girando, ora debido a partículas extrañas en el rodamiento.

3.4.2.1 Muescas producidas por defecto de montaje o sobrecarga.

Cuando se produce esta defectología, la distancia entre las huellas es idéntica al espacio existente entre los elementos rodantes. Los rodamientos de bolas son propensos a muescas si la presión es aplicada de tal modo que se transmita a través de las bolas durante las operaciones de montaje o desmontaje. Los rodamientos de bolas a rótula son particularmente susceptibles a deterioro en tales circunstancias. En cambio, los rodamientos de rodillos a rótula el deterioro sobreviene como adherencia y, posteriormente, si se incrementa la presión, llega a convertirse en una huella. Las mismas condiciones son aplicables a rodamientos de rodillos cónicos que, sin girar, se pre-cargan demasiado.

Los rodamientos que se montan con excesiva interferencia y los rodamientos con agujero cónico que se calan demasiado en el asiento del eje o manguito, también llegan a mellarse.



Para evitar esta defecología en los rodamientos, se debe aplicar la presión de montaje al aro con ajuste de interferencia y evitar sobrecargas o usar rodamientos con una mayor capacidad de carga estática.



Figura. 3.28.- Arandela de un rodamiento axial de bolas sujeto a sobrecarga mientras no gira. Las muescas, estrechas y radialmente alineadas, no son esféricas como en los rodamientos radiales de bolas.

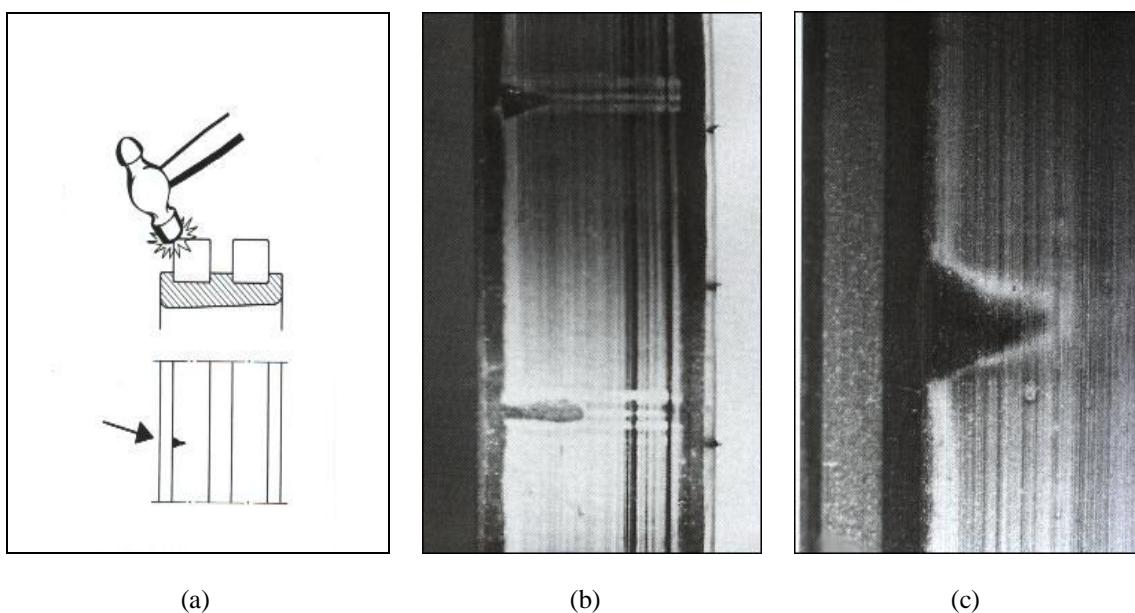


Figura 3.29 a-b-c.- Ejemplo de los resultados de una manipulación indebida. En un rodamiento de dos hileras de rodillos cilíndricos, un rodillo ha sufrido un impacto (fig. 3.29 a). Una vista periférica del rodillo (fig. 3.29 b) muestra dos muescas diametralmente opuestas. El rodillo, a su vez, ha marcado el camino de rodadura del aro interior (fig. 3.29 c).

3.4.2.2 Muescas producidas por partículas extrañas.

Las partículas extrañas causan muescas cuando son arrolladas en los caminos de rodadura por los elementos rodantes. Las partículas que producen las muescas no tienen porque ser de material duro ya que fragmentos delgados de papel e hilos desprendidos

de algodón o de trapos usados para limpieza, pueden provocar esta avería. Las muescas causadas por estas partículas son en las mayorías de los casos, pequeñas y distribuidas por los caminos de rodadura.

Para evitar este tipo de defectología se debe de observar bien la limpieza durante el montaje y usar lubricantes no contaminados



Figura 3.30.- Muescas provocadas por suciedad

3.4.3 Adherencias

La adherencia es un fenómeno que se da cuando dos superficies lubricadas deslizan entre sí, bajo carga y el material se transfiere de una a otra provocando un desgarre de las superficies. Cuando esto se produce, el material alcanza generalmente tales temperaturas que da lugar a revenido. Esto produce concentraciones de fatiga localizadas que pueden originar agrietamiento o desconchado.

En los rodamientos de rodillos el deslizamiento se produce principalmente entre superficies en el extremo de rodillo-pestaña de guía. La adherencia también puede surgir cuando los rodillos están sometidos a severa aceleración al entrar en la zona de carga. Si los aros giran respecto a su asiento en el eje o soportes, también se puede provocar adherencias en el agujero, diámetro exterior o caras laterales de dichos aros.

En los rodamientos axiales de bolas, la adherencia puede ocurrir si la carga es demasiado ligera con relación a la velocidad de rotación.

3.4.3.1 Adherencia de extremos de rodillos y pestañas de guía.

En rodamientos de rodillos cilíndricos y cónicos, y en rodamientos de rodillos a rótula con pestañas de guía, se puede producir adherencias sobre las caras de guía de las pestañas y los extremos de los rodillos. Esto se atribuye a lubricación insuficiente entre pestañas y rodillos. Ocurre cuando una carga axial fuerte actúa en un sentido durante mucho tiempo, por ejemplo cuando los rodamientos de rodillos cónicos están sometidos



a excesiva precarga. En los casos en que la carga axial cambia de sentido, la adherencia es menos común, ya que cuando el extremo del rodillo queda descargado hay mayor oportunidad para que el lubricante entre. Mediante un lubricante adecuado se pueden evitar en gran medida tales adherencias.

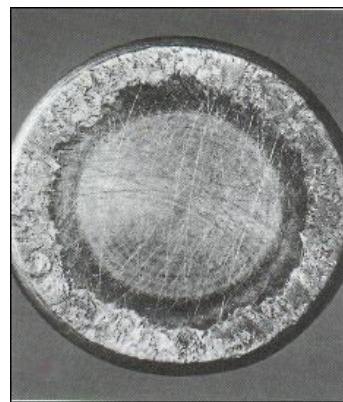


Figura 3.31.- Rodillo cilíndrico con adherencias en el extremo, causadas por fuerte carga axial y lubricación inadecuada.

3.4.3.2 Adherencia por patinado de rodillos y caminos de rodadura.

En ciertas circunstancias se pueden presentar adherencias sobre superficies de rodillos y en caminos de rodadura de rodamientos de rodillos cilíndricos y a rótula. Esto se produce al estar retardada la rotación de los rodillos en la zona sin carga, cuando éstos no son conducidos por los aros.

Consecuentemente su velocidad de rotación es entonces menor que cuando están en la zona con carga. Los rodillos están sometidos a una rápida aceleración y el deslizamiento resultante es tan grande que puede producir adherencia.

Esta defectología se podría evitar usando un lubricante más adecuado y reduciendo el juego interno del rodamiento.

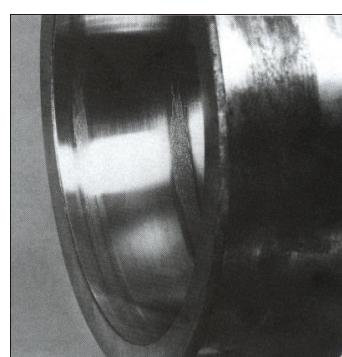


Figura 3.32.- Adherencia sobre la superficie de un rodillo de un rodamiento de rodillos a rótula.

3.4.3.3 Adherencia de caminos a intervalos correspondientes al espacio entre rodillos.

Con demasiada frecuencia, cuando los rodamientos de rodillos cilíndricos están siendo montados, el conjunto del aro con rodillos y jaula se introduce de manera inclina, llegar a ser girados. Entonces los rodillos marcan el camino de rodadura del otro aro, en forma de trazos largos y transversales. Este tipo de fallo puede ser evitado si el rodamiento está bien lubricado y uno de los aros se gira. Cuando se monta un número de rodamientos elevado es oportuno utilizar un anillo guía de montaje.

Puede surgir un daño parecido si los aros del rodamiento se montan con ajuste demasiado fuerte en relación con el juego interno, tal como ocurre con la precarga.

Los trazos de adherencia también pueden aparecer entre los caminos de rodadura de rodamientos de rodillos a rótula o cónicos. Estos trazos son el resultado de una mala manipulación o de prácticas incorrectas de montaje. Los impactos o fuerte presiones aplicadas al aro equivocado, sin girar el rodamiento, hacen que los rodillos produzcan marcas transversales estrechas de adherencia en los caminos de rodadura.

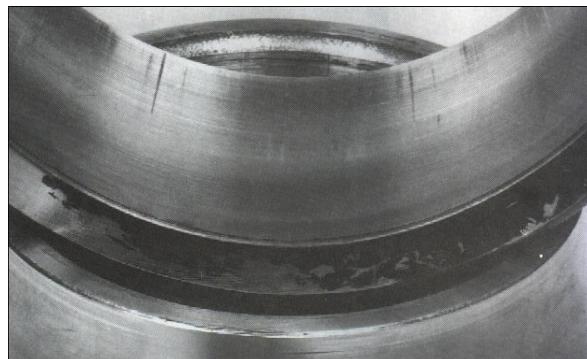


Figura 3.33.- Camino de rodadura del aro exterior de un rodamiento de rodillos a rótula con trazos de adherencia producidos por un golpe contra el aro interior.

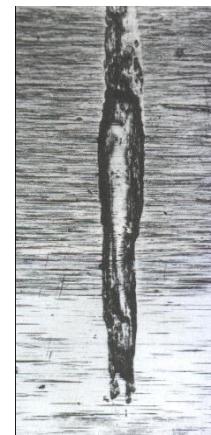


Figura 3.34 Detalle de uno de los trazos de adherencia.

3.4.3.4 Adherencia de superficies externas.

La adherencia puede aparecer sobre las superficies externas de rodamientos fuertemente cargados. La adherencia, en este caso, es el resultado de movimientos relativos entre el aro del rodamiento y su eje o soporte, produciéndose una superficie deteriorada y descolorida tanto en la superficie externa del aro interior como del aro exterior.



Esta adherencia solo se puede si los ajustes son tan estrechos como para impedir el movimiento del aro respecto a su asiento correspondiente. Una compresión axial más fuerte no sirve.



Figura 3.35.- Superficie exterior con adherencias en el aro exterior de un rodamiento de rodillos a rótula.

3.4.3.5 Adherencia de superficies internas.

Este tipo de adherencia ocurre en los rodamientos axiales de bolas cuando la velocidad de rotación es demasiado alta en relación con la carga ya que la fuerza centrífuga impulsa las bolas hacia la parte externa de los caminos de rodadura donde las bolas no ruedan satisfactoriamente por las pistas. Esto conduce a la formación de marca diagonales en la parte externa de los caminos de rodadura.

Tal deterioro puede evitarse sometiendo al rodamiento a una carga adicional como por ejemplo la aplicación de muelles.

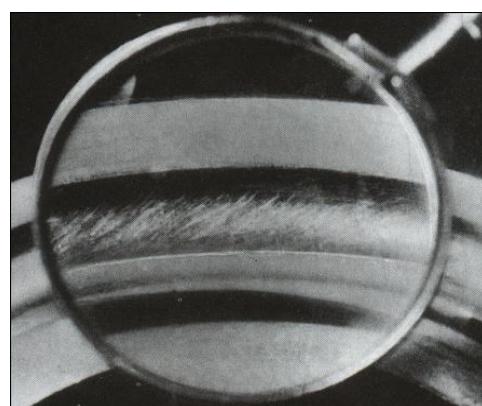


Figura 3.36.- Camino de rodadura de rodamiento axial de bola con marcas debidas a una velocidad de giro demasiado elevada en relación con la carga

3.4.4 Fatiga superficial

Si la película de lubricante entre los caminos de rodadura y los elementos rodantes llega a ser demasiado fina, las crestas de asperezas superficiales entrarán momentáneamente en contacto entre sí, entonces, se producirán pequeñas grietas en la superficie, lo cual se conoce como fatiga superficial.

Estas grietas no deben confundirse con las grietas de fatiga, que se originan debajo de la superficie y conducen al descascarillado, las grietas de fatiga superficial son microscópicamente pequeñas y crecen, gradualmente, hasta un tamaño tal que interfieren en el rodaje del rodamiento. Estas grietas pueden, sin embargo, acelerar la formación de grietas de fatiga bajo la superficie y acortar así la vida del rodamiento.

Si la lubricación se mantiene siempre satisfactoria, es decir, si la película de lubricante no llega a ser muy delgada no hay riesgo de fatiga superficial.



Figura 3.37 Fatiga superficial en forma de una banda rodeando el rodillo de un rodamiento de rodillos a rótula.

3.4.5 Corrosión

Si se introduce agua o agentes corrosivos en el rodamiento, en tal cantidad que el lubricante no puede ofrecer protección para la superficie del acero, se formará óxido, tal y como se muestran en las siguientes figuras.

Si este proceso no se resuelve a tiempo conducirá pronto a zonas de óxido profundo.

Otro tipo de corrosión que también se produce en los rodamientos es la oxidación de contacto.



Figura 3.38.- Oxidación en el aro interior de un rodamiento cónico. La oxidación tiene un espaciado equivalente a la distancia entre elementos rodantes. La oxidación se ha producido por la presencia de agua en el lubricante.



Figura 3.39.- Corrosión en el anillo interior de un rodamiento de rodillos esféricos a rótula, producida por la entrada de agua en el rodamiento.



Figura 3.40.- Oxidación en el aro exterior de un rodamiento cónico. La oxidación tiene un espaciado equivalente a la distancia entre elementos rodantes. La oxidación se ha producido por la presencia de agua en el lubricante.

3.4.5.1 Oxido profundo.

Se produce cuando una delgada película protectora de óxido se forma sobre las superficies limpias del acero expuestas al aire. Sin embargo, esta película no es impenetrable y si el agua o elementos corrosivos toman contacto con las superficies del acero se formarán manchas de grabado. Estas pronto evolucionan dando lugar a zonas de óxido profundo.



Las zonas de óxido profundo suponen un gran peligro para los rodamientos ya que pueden iniciar el desconchado y formación de grietas.

Los materiales que más influyen para el proceso de oxidación son los ácidos ya que corroen el acero rápidamente, como por ejemplo las sales que están presentes en el agua ya que constituyen un electrólito que causa una corrosión galvánica, conocida como “grabado al agua”.

Para evitar esta oxidación basta con mejorar la obturación y utilizar lubricantes con mejores propiedades inhibidoras.

3.4.5.2 Corrosión de contacto.

Si se perfora la fina película de óxido, la oxidación continuará más profundamente dentro del material. Un ejemplo de esto es la corrosión que acontece cuando existe movimiento relativo entre el aro del rodamiento y eje o soporte, a causa del ajuste demasiado flojo. Este tipo de daño se llama corrosión de contacto y puede ser relativamente profunda localmente. El movimiento relativo puede producir también pequeñas partículas de material que se llegan a desprender de la superficie. Estas partículas se oxidan rápidamente cuando quedan expuestas al oxígeno en la atmósfera.

Como consecuencia de la corrosión de contacto, los aros del rodamiento pueden no estar soportados uniformemente y esto tiene un desfavorable efecto sobre la distribución de la carga. Las áreas oxidadas también actúan como defecto de entalla.

3.4.6 Avería producida por paso de corriente eléctrica

Cuando la corriente eléctrica pasa a través de un rodamiento, es decir, pasa de un aro a otro a través de los elementos rodantes, el proceso que se da en las superficies en contacto es similar al de soldadura por arco eléctrico y esto provoca que el material se caliente alcanzando niveles de temperaturas desde temple hasta fusión.

Esto conduce a la aparición de áreas descoloridas, variando en tamaño, donde el material ha sido templado, revenido o fundido formándose también pequeños cráteres allí donde el material ha fundido.

Puede ser difícil distinguir entre fallo por corriente eléctrica y fallo por vibración. Una característica del estriado causado por corriente eléctrica es el fondo oscuro de la marca, opuesto al brillante o rojizo fondo del estriado producido por la vibración. Otra característica sobresaliente es la ausencia de fallo en los elementos rodantes cuando hay vibración.



Tanto la corriente alterna como la continua causan daño en los rodamientos, incluso corrientes de baja intensidad son peligrosas. Los rodamientos que no giran ofrecen mucha más resistencia al daño por corriente eléctrica que los que giran.

La magnitud de los daños depende de varios factores, tales como la intensidad de corriente, duración carga sobre el rodamiento, velocidad y lubricante.

La única forma de evitar daños es impedir cualquier paso de corriente eléctrica a través del rodamiento

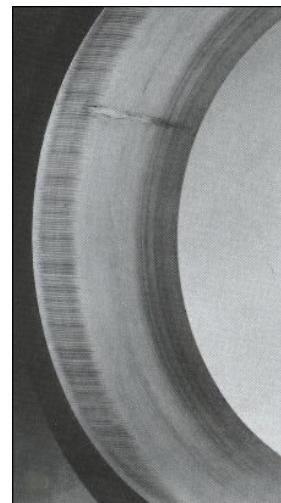


Figura 3.41.- Estrías causadas por el paso de corriente eléctrica en el aro exterior de un rodamiento de rodillos a rótula.

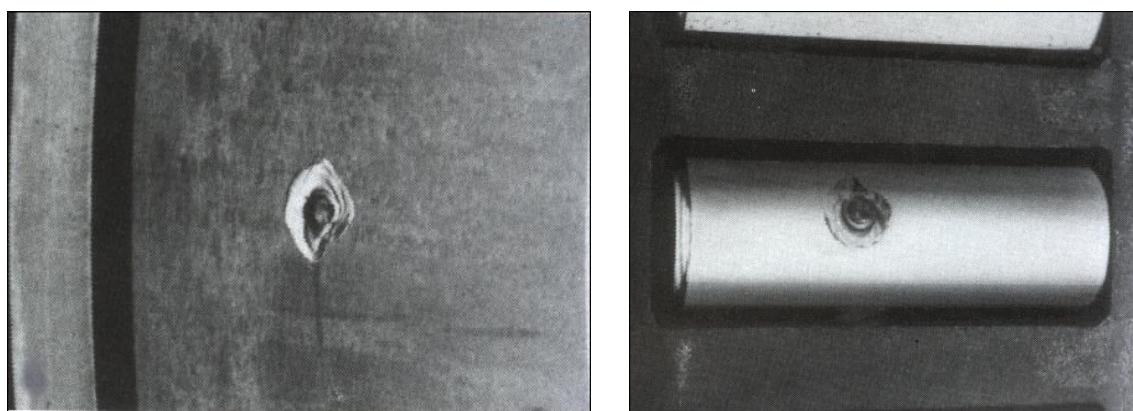


Figura 3.42.- Rodamiento de ferrocarril dañado en una pista y en el rodillo por el paso de corriente de alta intensidad mientras el rodamiento permanecía inmóvil.

3.4.7 Desconchado o descascarillado

El período de tiempo que transcurre hasta que aparece el primer signo de fatiga en un rodamiento es función del número de revoluciones a que es sometido y de la magnitud de la carga, cuando estos esfuerzos se prolongan causan grietas que se extienden gradualmente hasta la superficie. Conforme los elementos rodantes alcanzan los fragmentos agrietados del material, estos rompen.

Esto es conocido como “flaking” o “spalling” (desconchado o descascarillado), el desconchado se incrementa progresivamente en extensión y finalmente deja del rodamiento inservible (Fig. 3.43).

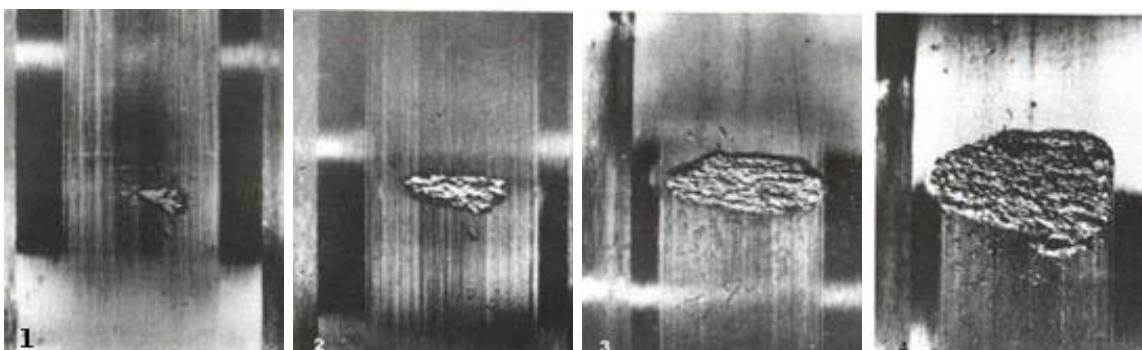


Figura 3.43.- Fases progresivas del desconchado.

Sin embargo, esta no es la causa más corriente de desconchado, ya que se le puede atribuir a otros factores.

Si se descubre en una etapa inicial, cuando el deterioro no está demasiado extendido, frecuentemente es posible diagnosticar su causa y tomar medidas necesarias para evitar una repetición de la avería.

Cuando el desconchado ha proseguido hasta un cierto nivel, hace notar su presencia en forma de ruido y vibración, lo que sirve como advertencia de que es el momento para sustituir el rodamiento.

Las causas de un desconchado prematuro pueden ser unas cargas externas demasiado elevadas, precargas a causa de ajustes incorrectos, excesivo calado en asiento cónico, ovalidad debida a error de redondez del asiento en eje o alojamiento, compresión axial como resultado de dilatación térmica, etc. El desconchado puede estar causado también por otros tipos de daños tales como muescas, corrosión profunda, corriente eléctrica perjudicial o adherencias.



3.4.7.1 Desconchado producido por precarga.

En este tipo de desconchado se da una huella firmemente señalada en los caminos de rodadura de ambos aros dándose el desconchado normalmente en la zona más cargada.

Esto se debe a precargas causadas por la existencia de ajustes demasiado fuertes, calado excesivo en asientos cónicos o una excesiva diferencia de temperatura entre aros interior y exterior.



Figura 3.44.- Pista interior y rodillos desconchados, en un rodamiento de rodillos cónicos. Las causas de esta avería son carga pesada y lubricación inadecuada

3.4.7.2 Desconchado producido por compresión oval.

El aspecto que presenta este tipo de desconchado son unas huellas firmemente señaladas en dos sectores diametralmente opuestos de cada aro del rodamiento, causados por asientos ovalados en el eje o soporte.

Para paliar este tipo de defectos es necesario fabricar un nuevo eje o soporte o metalizar la pieza y rectificarla.

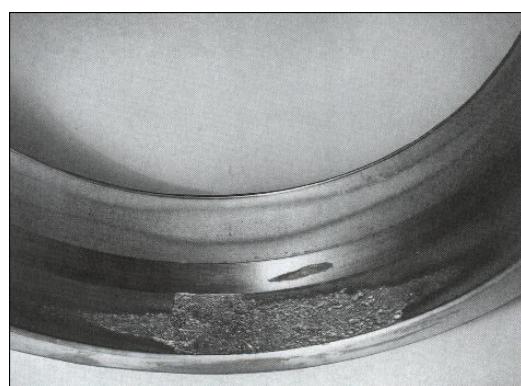


Figura 3.45.- Desconchado del aro exterior de un rodamiento de rodillos a rótula que ha sido montado en un alojamiento ovalado.

3.4.7.3 Desconchado producido por compresión axial.

Para este tipo de descorchado, dependiendo del tipo de rodamiento al que este afectado puede presentar varios aspectos:

- Rodamientos rígidos de bolas: huella firmemente marcada, desplazada en ambos aros.
- Rodamientos de bolas y de rodillos a rótula: huella firmemente marcada por una hilera de elementos rodantes.

Este defecto es producido por un montaje incorrecto, que se traduce en carga axial, por ejemplo, excesiva precarga de rodamientos de bolas con contacto angular y de rodillos cónicos.

También puede ser causado porque el rodamiento libre se ha frenado o que la libertad de movimiento axial que se debe de dejar para absorber la dilatación térmica no ha sido suficiente.

Para evitar estos desconchados se debe comprobar y verificar el ajuste al montar el rodamiento, lubricar las superficies y dar una mayor libertad de movimiento si la diferencia de temperatura entre el eje y el alojamiento no puede reducirse.

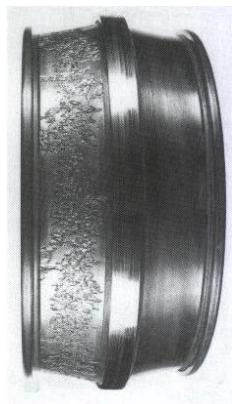


Figura 3.46.- Aro interior desconchado de un rodamiento de rodillos a rótula. La extensión de las marcas, enteramente alrededor de uno de los caminos de rodadura, indica que la carga axial ha sido muy grande con relación a la carga radial.

3.4.7.4 Desconchado producido por desalineación.

Para este tipo de descorchado, al igual que el anterior, puede presentar varios aspectos dependiendo del tipo de rodamiento:

- Rodamiento rígido de bolas: huella diagonal, firmemente marcada en dos sectores diametralmente opuestos.



- Rodamientos de rodillos cilíndricos: desconchado en el borde del camino de rodadura.

Este desconchado se puede dar por una desalineación de los asientos de los rodamientos o una superficie de apoyo inclinada.

3.4.7.5 Desconchado producido por muesca.

Este tipo de desconchado es producido por muescas resultantes de montajes defectuosos o sobrecargas en rodamientos que no giran o producidas por partículas extrañas, dando este desconchado junto a estas muescas.

3.4.7.6 Desconchado producido por adherencias.

Este tipo de desconchado es producido adherencias transversales por montaje defectuoso o adherencias por arrastre, dándose el desconchado al comienzo de la zona de carga en los caminos de rodadura de rodamientos de rodillos o coincidiendo con el espacio entre rodillos en caminos de rodadura de rodamientos de rodillos.

3.4.7.7 Desconchado producido por óxido profundo y corrosión de contacto

El desconchado en este caso es originado por los daños de corrosión causados por el óxido profundo o por la corrosión de contacto dándose en este caso en el camino de rodadura de uno u otro aro.

3.4.7.8 Desconchado producido por acanaladuras o cráteres.

El desconchado en este caso es originado por vibraciones mientras el rodamiento permanecía inmóvil o por paso de corriente eléctrica, dándose el desconchado junto a las acanaladuras o cráteres tanto corroídos o brillantes como quemados o oscurecidos.

3.4.8 Grietas

Las grietas pueden formarse en los aros del rodamiento por varias razones. La causa más común es un trato brusco cuando el rodamiento está siendo montado o desmontado.

Los golpes de mazo, aplicados directamente contra el aro o mediante un botado templado, pueden originar la formación de finas grietas de distinto aspecto, tal y como se puede observar en las siguientes imágenes:

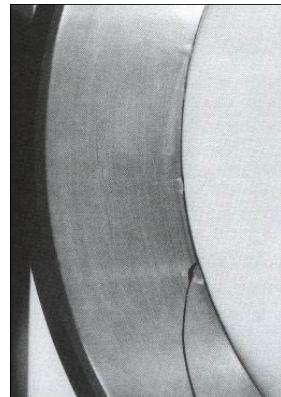


Figura 3.47.- Fractura del aro exterior de un rodamiento de bolas a rótula. Las muescas visibles en el borde inferior del aro fueron causadas por un mal trato, originando la fisura en una de estas muescas.

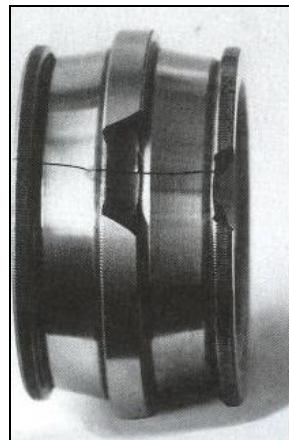


Figura 3.48.- Fractura del aro interior de un rodamiento de rodillos a rótula. Uno de los rodillos ha sido extraído para permitir que el camino de rodadura en el lado izquierdo fuese examinado. El rodillo fue reinsertado con el martillo causando parte de la rotura de la pestaña central. Los impactos han sido transmitidos al camino opuesto a través de un rodillo, y parte de la pestaña también ha saltado. Al mismo tiempo el aro se ha fracturado transversalmente.

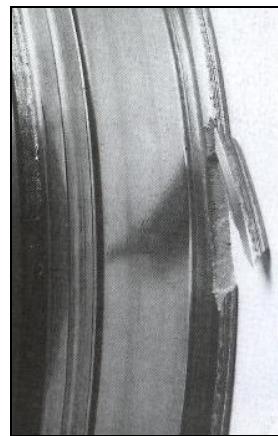


Figura 3.49.- Aro interior de un rodamiento de rodillos a rótula con la pestaña exterior fracturada por golpes directos de martillo.



Otra causa del agrietamiento del aro es calar excesivamente sobre asiento cónico o manguito. Los esfuerzos de tracción que surgen en los aros, como resultado de un calado excesivo, producen grietas cuando el rodamiento se pone en servicio. Se puede obtener el mismo resultado cuando los rodamientos se calientan y después se montan sobre ejes fabricados con tolerancias no adecuadas.

Las adherencias, descritas en una sección anterior, también pueden producir grietas, perpendiculares a la dirección del deslizamiento. Las grietas de esta naturaleza producen fracturas que cruzan los aros de parte a parte como se puede observar en la siguiente figura:

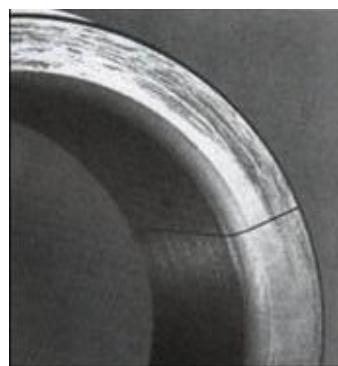


Figura 3.50.- Aro interior de un rodamiento de rodillos a rótula fracturado transversalmente seguido de adherencias en una cara. El aro ha sido montado junto a un distanciador que no ha tenido un ajuste suficientemente fuerte sobre el eje.

Lo mismo se aplica a la corrosión por contacto, dándose en este caso las grietas de forma transversal en aros interiores y longitudinales en aros exteriores, junto con corrosión de contacto tal y como se puede observar en las siguientes imágenes:

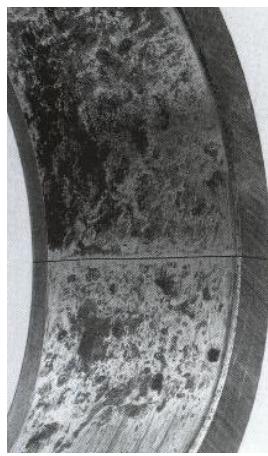


Figura 3.51.- Aro interior de rodamiento de rodillos a rótula con corrosión de contacto y rotura transversal.



Figura 3.52.- Rotura longitudinal de un aro exterior de rodamiento rígido de bolas, con corrosión de contacto.

3.4.9 Averías de la jaula.

Si al examinar un rodamiento deteriorado se encuentra la jaula dañada puede, en muchos casos, resultar difícil establecer la causa. Generalmente, si otros componentes del rodamiento están dañados también hace mucho más difícil descubrir la razón de la avería. Sin embargo, hay ciertas causas de avería de la jaula, concretamente vibraciones, velocidad excesiva, desgaste y gripado.

3.4.9.1 Vibraciones.

Cuando un rodamiento está expuesto a vibraciones, las fuerzas de inercia pueden ser tan grandes que originan fatiga y forman grietas en la jaula después de un cierto tiempo. Antes o después estas grietas producen la rotura de la jaula.

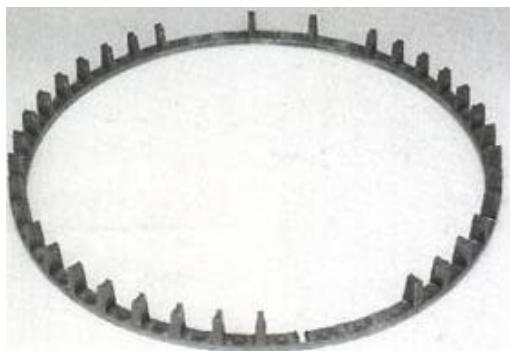


Figura 3.53.- Jaula deteriorada por fatiga de un rodamiento de rodillos a rótula

3.4.9.2 Velocidad excesiva.

Si el rodamiento gira a velocidad mayor que la admitida por la jaula, esta es sometida a elevadas fuerzas de inercia que pueden producir fracturas. Frecuentemente, para velocidades muy altas es posible seleccionar rodamientos con jaulas de diseño especial.

3.4.9.3 Desgaste.

El desgaste de la jaula puede ser originado por lubricación inadecuada o por partículas abrasivas. El propósito de los rodamientos es, por principio, evitar el rozamiento originado por el deslizamiento. Sin embargo, en lo que concierne a la jaula, el deslizamiento no puede ser eliminado en los contactos con los otros componentes del rodamiento. Esto explica por qué la jaula es el primer componente en ser afectado cuando la lubricación es inadecuada. La jaula siempre se fabrica de material más blando



que los otros componentes y, consecuentemente, se desgasta más rápidamente. Como los alvéolos aumentan de tamaño debido al desgaste, las guías de los elementos rodantes se deterioran. Esto mismo también ocurre en los casos donde la jaula está centrada en los elementos rodantes. Las fuerzas resultantes pueden conducir al fallo de la jaula dentro de un corto espacio de tiempo.



Figura 3.54.- Jaula deteriorada de un rodamiento de bolas debido a una pobre lubricación.

3.4.9.4 Gripado.

Los fragmentos de material desconchado y otras partículas duras pueden quedar encajados entre la jaula y elementos rodantes, impidiendo la rotación de estos sobre su propio eje. Esto produce el fallo de la jaula.

3.4.9.5 Otras causas de avería de la jaula.

Si los aros de un rodamiento rígido de bolas se ajustan, sin alineación, uno respecto al otro, la huella de las bolas tiene forma ovalada. Si la jaula está centrada sobre las bolas, tiene que cambiar de forma por cada revolución que realiza. En el material se forman grietas por fatiga y, más tarde o más temprano, esto produce la fractura.

Se tiene un caso similar cuando un rodamiento axial de bolas se empareja con una rótula radial. Si el juego se incrementa en esta última, las arandelas del rodamiento llegan a desplazarse entre sí. Entonces las bolas no siguen su huella normal y se pueden alcanzar altas tensiones en las jaulas.

Las jaulas de rodamientos sujetos a fuertes aceleraciones y deceleraciones, asociadas con fluctuaciones de velocidad, son afectadas por fuerzas de inercia. Esto da lugar a considerables presiones entre las superficies en contacto, con el consiguiente fuerte desgaste.



3.5 COMPORTAMIENTO VIBRATORIO DE LOS RODAMIENTOS CON DEFECTOS LOCALIZADOS

Los defectos en los rodamientos pueden clasificarse en defectos localizados y defectos distribuidos.

- Decimos que un defecto es localizado cuando este se encuentra en una posición bien definida en alguno de los componentes del rodamiento, ya sea el anillo interno, anillo externo o en los elementos rodantes. Los defectos localizados abarcan la formación de hoyos ó picaduras, las grietas, etc, siendo las picaduras o 'spalling' los que predominan. El defecto originado por una grieta de fatiga que surge bajo la superficie del elemento y se propaga hacia el exterior hasta que arranca una lámina de metal, formando así una pequeña picadura de aproximadamente 100 μm . o superior, en su inicio.
- Los defectos distribuidos incluyen rugosidad superficial y ondulaciones en las pistas, pistas desalineadas y elementos rodantes de tamaños ó geometrías defectuosas.

Cuando un elemento rodante pasa sobre un defecto local, da origen a una fuerza impulsiva que genera una vibración. Mediante un análisis de la misma, se puede detectar la presencia de dicho defecto.

Cuando el defecto se encuentra en su estado incipiente, estas fuerzas impulsivas, contienen muy poca energía, pues se trata de impulsos de muy corta duración, aunque las amplitudes de la vibración pueden llegar a ser relativamente elevadas. La detección de un defecto en un rodamiento a partir de la señal de vibración generada por una máquina en funcionamiento presenta cierta complejidad respecto a otros defectos como desequilibrios, des-alineamientos, holguras, etc. ya que presentan un menor intercambio de energía.

Cuando un rodamiento tiene un defecto, en su espectro de frecuencias aparecen grandes amplitudes a unas frecuencias muy bien definidas. En principio, estas frecuencias dependen de unas características propias del rodamiento, como son el número de elementos rodantes y las dimensiones de los elementos del rodamiento y de las condiciones de funcionamiento.

3.5.1 FRECUENCIAS ROTACIONALES

Para poder interpretar con claridad las ecuaciones que permiten calcular la frecuencia que define el defecto localizado en un elemento del rodamiento, es necesario entender la relación de velocidades relativas entre los elementos móviles del mismo.

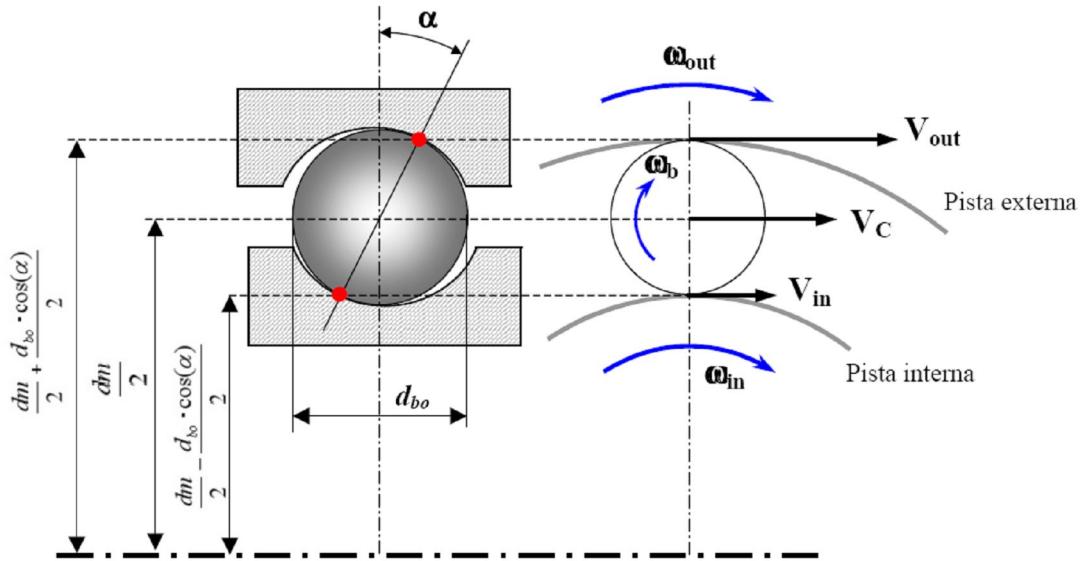


Figura 3.55.- Parámetros cinemáticos del rodamiento [2]

La Figura 3.55 muestra la sección frontal y transversal de la geometría de un rodamiento.

V_{out} , V_C y V_{in} representan las velocidades lineales del punto de contacto bola-anillo externo, centro de la bola y punto de contacto bola-anillo interno respectivamente. El ángulo α es el ángulo de contacto y dm es el diámetro medio del rodamiento.

La velocidad lineal del centro de la bola viene dada por la siguiente ecuación:

$$V_C = \frac{V_{\text{out}} + V_{\text{in}}}{2}$$

La velocidad angular de la bola respecto al centro del rodamiento o velocidad angular de la jaula tiene el valor de:

$$\varpi_C = \frac{V_C}{dm/2} = \frac{(V_{\text{out}} + V_{\text{in}})/2}{dm/2} = \frac{V_{\text{out}} + V_{\text{in}}}{dm}$$

Si la pista externa gira con una velocidad angular ϖ_{out} , la velocidad lineal del punto de contacto bola-anillo externo, V_{out} es de:

$$V_{\text{out}} = \varpi_{\text{out}} \cdot \left(\frac{dm}{2} + \frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{2} \right)$$



Si la pista interna gira con una velocidad angular ω_{in} , la velocidad lineal del punto de contacto bola-anillo interno, V_{in} es de:

$$V_{in} = \omega_{in} \cdot \left(\frac{dm}{2} - \frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{2} \right)$$

Sustituyendo estas ecuaciones en la ecuación general de ω_c :

$$\omega_c = \frac{\omega_{out} \cdot \left(\frac{dm}{2} + \frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{2} \right) + \omega_{in} \cdot \left(\frac{dm}{2} - \frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{2} \right)}{dm}$$

Operando quedaría el resultado de la FTF (Fundamental Train Frequency):

$$FTF = \omega_c = \frac{1}{2} \left[\omega_{out} \cdot \left(1 + \frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{dm} \right) + \omega_{in} \cdot \left(1 - \frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{dm} \right) \right]$$

Por otro lado, la frecuencia de paso de las bolas por un defecto en el anillo externo, BPFO (Ball Pass Frequency of the Outer race), puede obtenerse como el producto del número de bolas Z por la velocidad angular relativa entre el anillo externo y la jaula:

$$BPFO = Z \cdot (\omega_c - \omega_{out})$$

La frecuencia de paso de las bolas por un defecto en el anillo interno, BPFI (Ball Pass Frequency of the inner race), puede obtenerse como el producto del número de bolas Z por la velocidad angular relativa entre el anillo interno y la jaula:

$$BPFI = Z \cdot (\omega_{in} - \omega_c)$$

Por último, la velocidad angular de una bola sobre su propio centro o spin, representa la frecuencia de un defecto localizado en el elemento rodante BSF (Ball Spin Frequency). Considerando el punto de contacto de la bola con el anillo interno tenemos:

$$BPFO = \frac{(\omega_{in} - \omega_c) \cdot \left(\frac{d_m}{2} - \frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{dm} \right)}{\frac{d_{b0}}{2}}$$

Sustituyendo estas ecuaciones por ω_c nos darían el siguiente resultado:

$$BPFO = \frac{Z}{2} \cdot (\omega_{in} - \omega_{out}) \cdot \left(1 - \frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{dm} \right)$$

$$BPFI = \frac{Z}{2} \cdot (\omega_{in} - \omega_{out}) \cdot \left(1 + \frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{dm} \right)$$



$$BSF = \frac{d_m}{2 \cdot d_{b0}} \cdot (\varpi_{in} - \varpi_{out}) \cdot \left[1 - \left(\frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{dm} \right)^2 \right]$$

Estas ecuaciones son de carácter general, donde los dos anillos tanto el interior como el exterior se encuentran en movimiento. Generalmente y en nuestro caso, el anillo exterior es estacionario, siendo $\varpi_{out} = 0$. Además, la velocidad angular del anillo interno suele darse en revoluciones por minuto. Realizando estas simplificaciones, las ecuaciones quedan en la forma:

$$FTF = \frac{\varpi_{in}}{2} \cdot \left(1 - \frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{dm} \right)$$

$$BPFO = \frac{Z \cdot \varpi_{in}}{2} \cdot \left(1 - \frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{dm} \right)$$

$$BPFI = \frac{Z \cdot \varpi_{in}}{2} \cdot \left(1 + \frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{dm} \right)$$

$$BSF = \frac{d_m \cdot \varpi_{in}}{2 \cdot d_{b0}} \cdot \left[1 - \left(\frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{dm} \right)^2 \right]$$

3.5.2 ESPECTRO DE DEFECTOS

En el espectro de potencia de la señal de vibración generada por un rodamiento, pueden distinguirse cuatro zonas características, tal y como muestra la Figura 3.56.

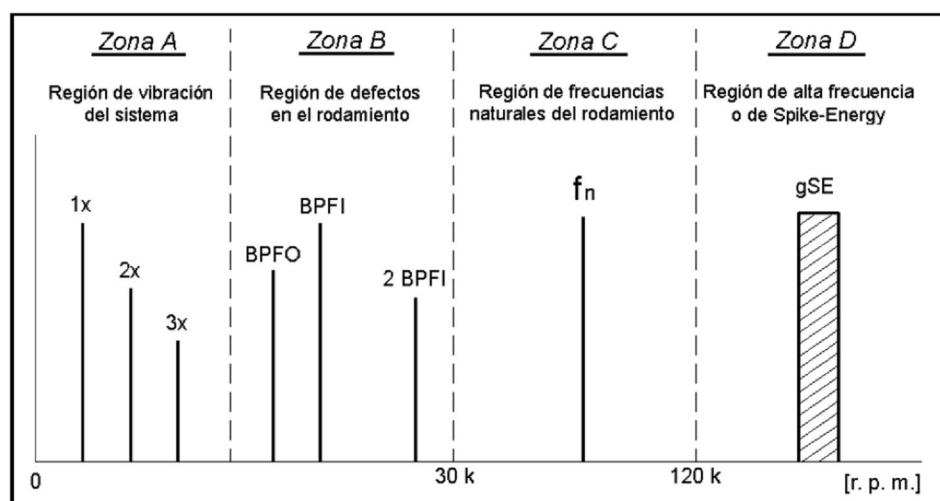


Figura 3.56.- Espectro de frecuencia característico de la vibración generada por un rodamiento con defectos [3]



- **Zona A**

Región de la vibración del sistema. Las vibraciones ligadas a anomalías tales como el desequilibrios, el des-alineamiento o la inestabilidad dinámica del rotor se sitúan en un rango de frecuencia comprendido entre 0.25 y 3 veces la velocidad de rotación del eje de la máquina. Algunas de ellas pueden derivar de un deterioro en los rodamientos, ya que el desgaste o la holgura en los rodamientos producen excentricidad en el eje.

- **Zona B**

Región de los defectos en el rodamiento. Esta banda corresponde al rango de frecuencias comprendidas entre la frecuencia de paso de elemento rodante (número de veces que un elemento rodante pasa por un punto de la pista interior o exterior) y siete veces esta frecuencia. Representa la banda que aporta mayor cantidad de información sobre el estado de deterioro de los rodamientos. En ella aparecen reflejadas las frecuencias generadas por los defectos en el rodamiento. El 90 por ciento de los fallos de los rodamientos se deben a grietas en los elementos rodantes, pista de rodadura interna o externa, que generan frecuencias en esta banda. El 10 por ciento restante son producidas por grietas en la caja de los rodamientos y dan lugar a frecuencias en la región de vibración del rotor.

- **Zona C**

Región correspondiente a las frecuencias naturales de los componentes de los rodamientos. Las medidas realizadas en esta región deben ser complementadas con medidas en las otras regiones ya que son más fiables. Esta zona nos proporciona una idea sobre el estado del defecto pero debemos complementarlas con las tomadas en las regiones anteriores para tener información de la naturaleza del defecto.

- **Zona D**

Región de alta frecuencia o de Spike Energy. Esta región cubre el rango de frecuencias más elevado. Esta región nos proporciona una clara idea de la evolución del defecto junto con una pronta identificación del defecto ya que es la primera zona en la que se advierten estos deterioros incipientes. El problema de esta zona es que es una región ultrasónica y requiere de un sensor especialmente diseñado para detectar frecuencias muy altas. Circuitos de filtros especiales dejan pasar sólo esta región de frecuencia.

3.5.3 EVOLUCION ESPECTRAL DEL DESARROLLO DE LOS DEFECTOS

- **Estado I**

En este estado, el rodamiento todavía dispone de vida remanente considerable (en torno al 10 o 20 por ciento). Los defectos consisten en picaduras, las mayorías microscópicas, difíciles de identificar al tacto o visualmente, sólo identificables al microscopio. Además, no se generará ruido perceptible por el oído humano ni la temperatura se elevará significativamente.

Para este estado, el único indicador del defecto es el marcado incremento de los valores globales del Spike-Energy (SE) o pico de energía (aparecen algunos picos en la región de alta frecuencia), ya que el espectro es normal (como el de un rodamiento nuevo) y no se refleja el defecto en él (Figura 3.57).

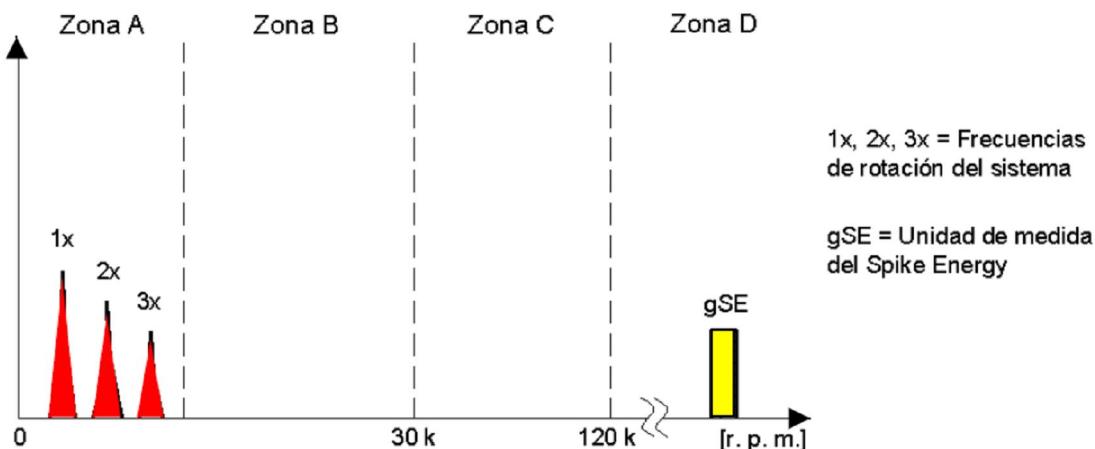


Figura 3.57.- Espectro representativo del estado I de la evolución del defecto en el rodamiento [3]

Normalmente, el Spike-Energy (S.E.) incrementa su valor desde un nivel de 0,02-0,04 gSE que presenta en rodamientos nuevos hasta un nivel de 0,15-0,25 gSE. Estos valores del S.E. son de referencia, pues el valor del S.E. varía mucho con el tipo de máquina, el punto de medición, la velocidad de rotación de la máquina, la lubricación, la rigidez y tamaño del soporte y, sobre todo, si el rodamiento está próximo a engranajes.

- **Estado II**

Cuando llega a este estado, el rodamiento dispone del 5-10 por ciento de vida remanente. Los defectos consisten en picaduras no visibles sin la ayuda de una lente de aumento o microscopio. Se observa un ligero incremento del ruido pero la elevación de la temperatura es prácticamente inapreciable. La aparición de estos pequeños defectos

en el rodamiento repercute en el espectro, comenzando a excitarse las frecuencias de resonancia de los componentes del rodamiento y de su soporte que se concentrarán, aproximadamente, en el rango de frecuencias de 500-2000 Hz (Figura 3.58).

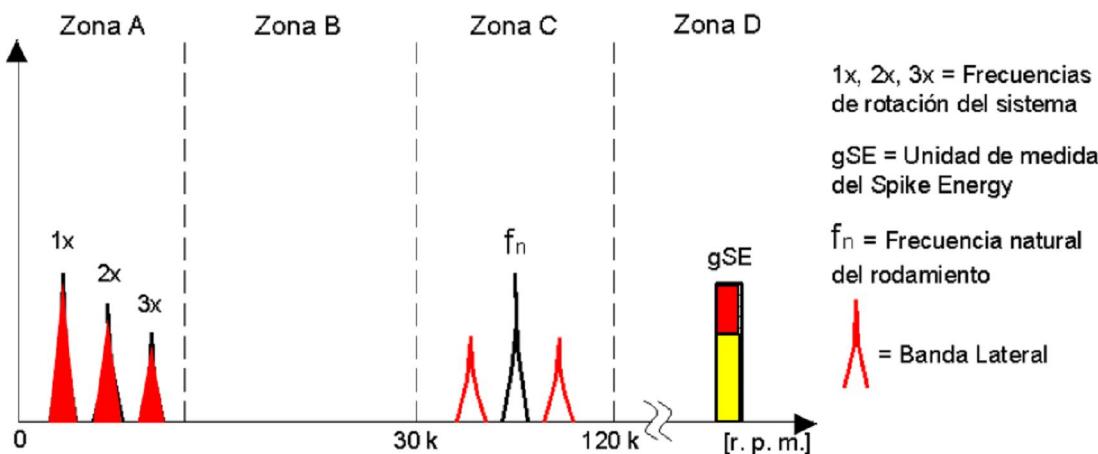


Figura 3.58.- Espectro representativo del estado II de la evolución del defecto en el rodamiento [3]

Las frecuencias naturales de la mayor parte de los rodamientos montados en su soporte suelen estar entre los 850 y 1700 Hz, y su ubicación frecuencial no varía con la velocidad, aunque sí la amplitud, puesto que a mayor velocidad de rotación la energía intercambiada en los impactos es más elevada. La respuesta en la zona de Spike-Energy también se ve afectada con un aumento de valor y, en algunos casos, se incrementa hasta duplicarse. Al inicio del estado 2, normalmente, sólo aparecerán en el espectro una o más frecuencias discretas en la zona antes delimitada para las frecuencias de resonancia. Sin embargo, hacia el final del estado 2, dichas frecuencias conservarán la misma amplitud pero estarán moduladas a la velocidad de giro del rodamiento, tanto más cuanto el defecto vaya progresando en su deterioro, lo que se hace patente en el espectro por la aparición de bandas laterales alrededor de la frecuencia de resonancia, con un desplazamiento arriba y abajo de la frecuencia de resonancia de $1 \times$ r.p.m., o, más raramente, dicho desplazamiento toma el valor de la frecuencia de defecto en pista interior (BPFI) o exterior (BPFO).

• Estado III

En este estado, el rodamiento dispone del 2-5 por ciento de vida remanente. Los defectos consisten en picaduras claramente visibles y relativamente profundas. El ruido es evidente y la temperatura se incrementa ligeramente. La respuesta del Spike- Energy continuará incrementándose, duplicándose e incluso triplicándose en amplitud, llegando incluso a valores de 30-50 veces más altos que los se obtenían cuando el rodamiento se colocó nuevo y después de haber realizado el periodo de rodaje de la maquina (Figura 3.59). Por primera vez aparecen frecuencias fundamentales asociadas con los defectos



(BPFI, BPFO, BSF y FTF) y, a medida que avanza en el estado 3, van apareciendo armónicos de dichas frecuencias según progresan el desgaste ligeramente alrededor de la periferia de la pista y/o aparecen defectos en más de un elemento rodante.

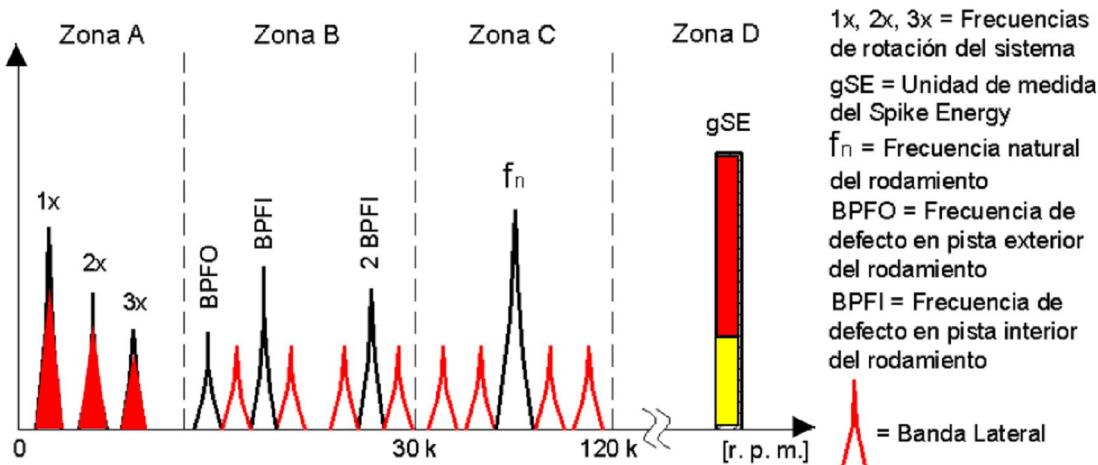


Figura 3.59.- Espectro representativo del estado III de la evolución del defecto en el rodamiento [3]

Normalmente, al principio, las frecuencias de defecto no serán moduladas por la velocidad de rotación, pero según progresa el desgaste, comienzan a aparecer bandas laterales alrededor de las frecuencias de defecto y sus armónicos. Hacia el final del estado 3, aparecerán bandas laterales incluso alrededor de las frecuencias de resonancia. En el final del estado 3, se encuentra el rodamiento en la parte exponencial de su curva de desgaste, por lo que la velocidad de desgaste es impredecible y su duración estará condicionada por las condiciones de funcionamiento tales como la lubricación, las cargas, temperatura, etc.

Mejorar la lubricación en este extremo disminuye momentáneamente el nivel global de vibración (reducción del ruido), pero volverá a niveles normales a las 12-24 horas. La adición de un exceso de lubricante es contraproducente y podría acelerar el fallo. Llegados a este punto, debería reemplazarse el rodamiento.

• Estado IV

El rodamiento se acerca a la situación de fallo catastrófico o colapso, dispone de una vida remanente de un 1 por ciento. Se puede apreciar en el rodamiento un pronunciado desgaste por toda la periferia de la pista de rodadura. El ruido se incrementa notablemente y hay un significativo aumento de temperatura. En el estado 4, aparecen gran cantidad de bandas laterales a una distancia de 1x r.p.m. alrededor de las frecuencias de defecto. La amplitud de la componente a 1x r.p.m., normalmente, comienza a incrementarse por primera vez a lo largo de todo el proceso descrito, así como sus armónicos 2º y 3º.

El nivel de Spike-Energy no se eleva sino que decrece, y las amplitudes de los armónicos más altos de las frecuencias de defecto y de las de resonancia también decrecerán, tendiendo a "desaparecer" son sustituidos por otros armónicos aleatorios (Figura 3.60).

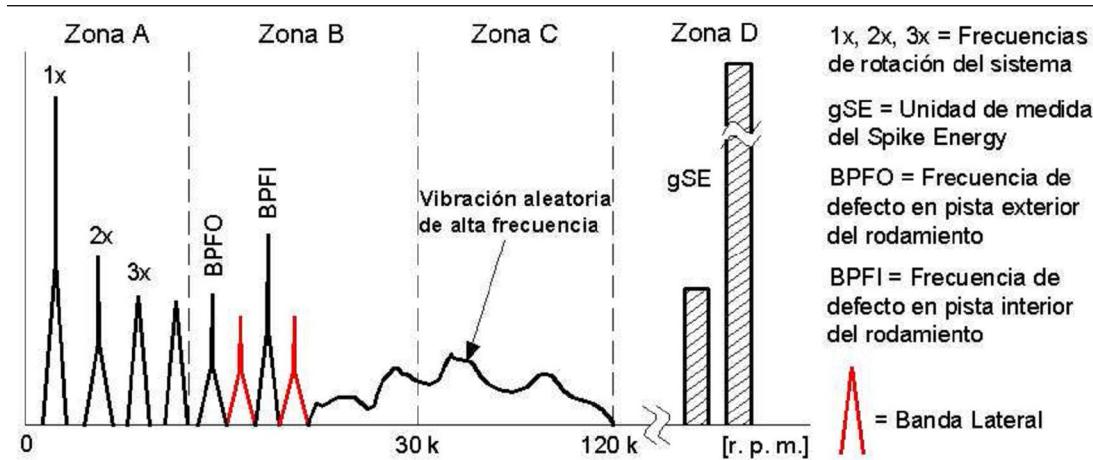


Figura 3.60.- Espectro representativo del estado IV de la evolución del defecto en el rodamiento [3]

Al final del estado 4, el nivel de Spike-Energy se reduce todavía más y justo antes del colapso crecerá drásticamente hasta valores muy elevados (50-100 gSE). A medida que este estado avanza, comienzan a desaparecer del espectro las frecuencias de defecto y las frecuencias de resonancia, apareciendo muchas componentes a frecuencias aleatorias que se extienden por el espectro y camuflan los picos de las frecuencias discretas. Llegados a este punto, al rodamiento pueden quedarle una hora o una semana de vida, ello depende de diferentes factores operativos.



CAPITULO 4

APLICACIÓN PRÁCTICA



4.1 DESCRIPCION DE LOS ENSAYOS EXPERIMENTALES

4.1.1 RODAMIENTOS

Para realizar los ensayos experimentales se han empleado 30 rodamientos rígidos de 9 bolas SKF 6206.



Figura 4.1.- Rodamiento SKF 6206 de 9 bolas empleado en ensayos experimentales

Estos rodamientos están compuestos por los anillos interno y externo, 9 bolas y una jaula de poliamida. Los motivos más importantes que han llevado a la elección de este rodamiento son los siguientes:

- El uso extendido de este rodamiento en la maquinaria de tamaño medio, como cajas de cambios de maquinaria agrícola, automóviles, maquinaria de obras públicas, motores eléctricos, etc.
- El tamaño es aceptable para su manipulación y generación de defectos sin tener que utilizar una maquinaria sofisticada.
- El régimen de carga y velocidad que presentan es adecuado para unos ensayos experimentales en bancos de rodamientos estándar.

Dos de estos rodamientos presentan defectología por picadura, uno de ellos internamente y el otro externamente.

El defecto consisten en una ranura aproximada de 1 mm de anchura, a lo largo de todo el arco axial de la pista, con aproximadamente 0'25 mm de profundidad, dispuesta sobre el anillo correspondiente (externo o interno) paralela al eje del rodamiento.



4.1.2 BANCO DE ENSAYOS

Para poder realizar los ensayos experimentales utilizamos un banco de ensayos el cual contaba con los siguientes elementos:

- Bastidor con 4 apoyos el cual incluye 2 soportes de rodamientos, donde se aloja el eje principal y un mecanismo para la aplicación de cargas que es capaz de reproducir las diversas características de trabajo de los rodamientos actuando sobre el rodamiento axialmente.
- Un eje principal el cual contiene en un extremo una entalla para que por ella se arrastre una correa trapezoidal que es accionada por una polea insertada en el eje del motor eléctrico de accionamiento estando el otro extremo mecanizado para adecuar su diámetro al diámetro del rodamiento objeto de estudio.
- Motor eléctrico trifásico SIEMENS encargado del accionamiento del eje sobre el que se sitúa el rodamiento a estudiar de 1,5 kW., rotor en cortocircuito, de 4 polos y 50 Hz. con una velocidad nominal de 1420 r.p.m., cuya velocidad es regulada variando la frecuencia de giro, siendo el par nominal es de 5,23 Nm., el cual contiene un sistema de transmisión de movimiento del motor al eje elástico mediante una correa trapezoidal.
- Mecanismo de aplicación de cargas que es capaz de reproducir las diversas características de trabajo de los rodamientos actuando sobre el rodamiento axialmente con una célula de carga con su correspondiente visor la cual se encarga del control de la fuerza que actúa sobre el rodamiento.
- Una brida o alojamiento para el rodamiento figura 4.2 en el cual se puede cambiar el rodamiento sin grandes esfuerzos y sin necesidad de tener que utilizar herramientas especiales como extractores.

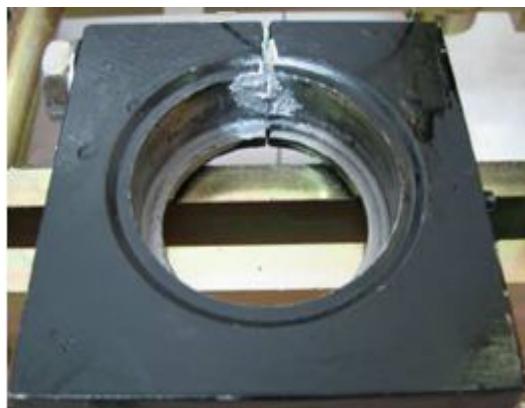


Figura 4.2.- Brida o alojamiento de rodamientos

A continuación se muestra una figura del banco de ensayos de rodamientos detallando cada elemento.

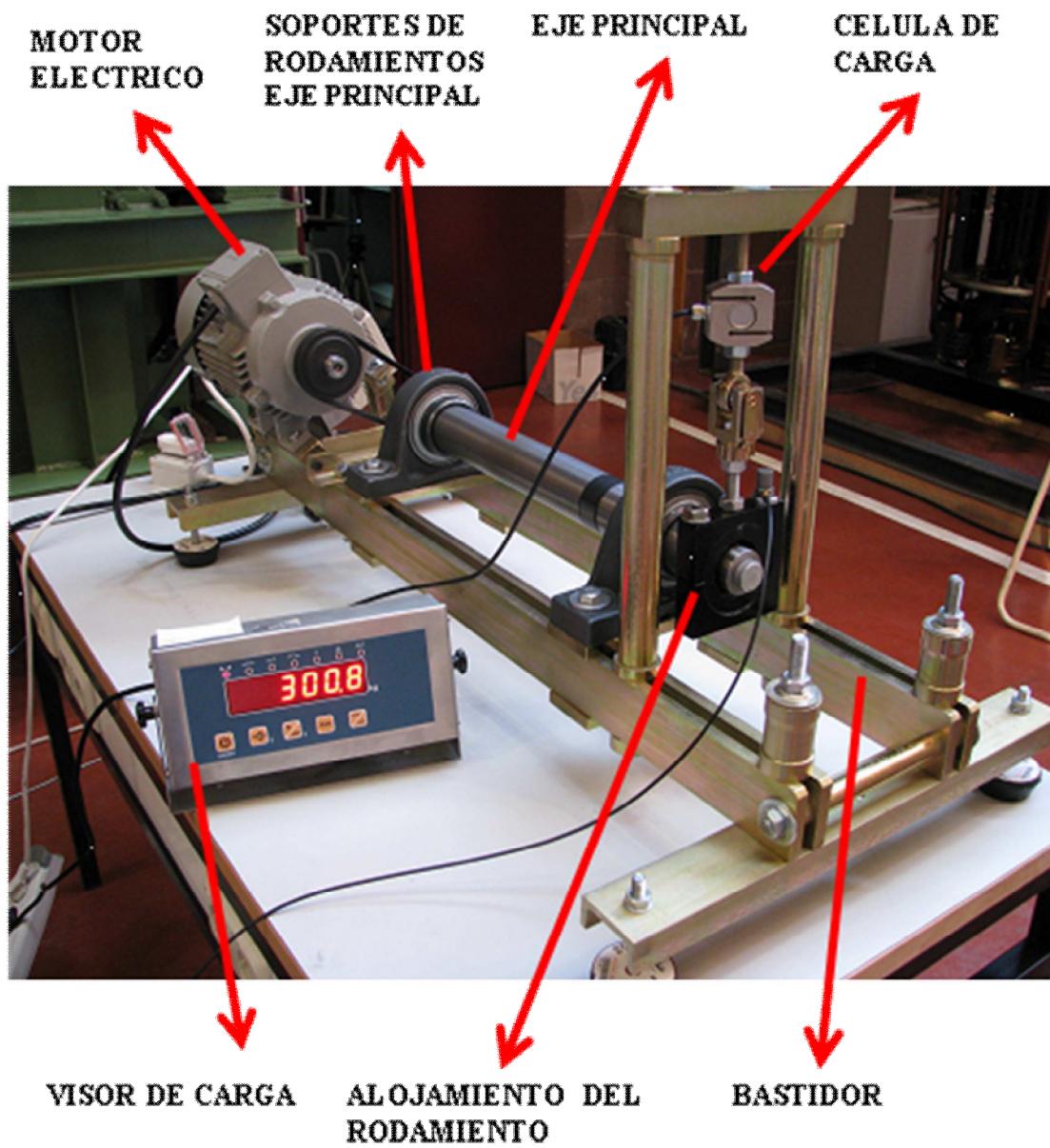


Figura 4.3.- Elementos que componen el banco de ensayos de rodamiento

4.1.3 SISTEMAS DE MEDIDA

En la figura 4.4 se muestra la composición y disposición de los equipos de medida y control necesarios para realizar los ensayos experimentales con los rodamientos y registrar la señal de vibración para un análisis posterior.

Los elementos necesarios para la medición son:

- Acelerómetro
- Amplificador de carga
- Tarjeta adquisición de datos
- Puesto Informático
- Tacómetro
- Variador de frecuencia

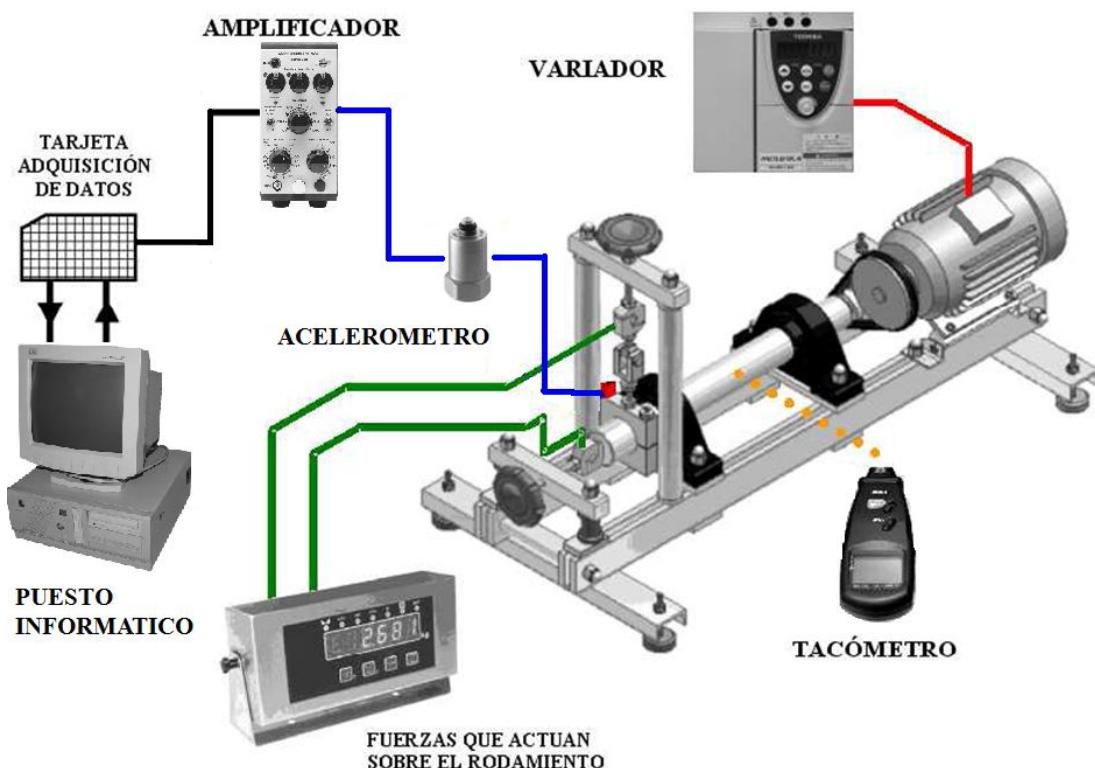


Figura 4.4.- Banco de ensayos, sistema de medida y control utilizados en los ensayos experimentales con rodamientos [2]

A continuación se detallan las características básicas de cada uno de estos elementos que forman parte del sistema de medida



4.1.3.1 Acelerómetro

El acelerómetro empleado para registrar las vibraciones es del tipo piezoelectrónico (figura 4.5), ya que presenta una menor sensibilidad a las interferencias electromagnéticas. El modelo que se utilizó fue de la brüel&kjaer, cuyas características principales son:

- Modelo: 4382
- N° serie: 1363439
- Sensibilidad de referencia: $3,17 \text{ pc/ms}^{-2}$
- Sensibilidad transversal: 2.2%
- Frecuencia de resonancia: 27KHz
- Frecuencia de resonancia transversal: 10KHz
- Máxima acción de choque- 20000 m/s^2

La fijación que se utilizó fue mediante una base magnética ya que presenta mayor sencillez en su montaje, pero presentaba el inconveniente de limitar el rango de medida hasta una frecuencia de 3-5 kHz, suficiente para este tipo de medición.

Para la correcta captación de la señal vibratoria se tuvieron en cuenta las siguientes consideraciones: La colocación del acelerómetro se debe realizar en una zona limpia y sin rugosidades, de modo que no existan espacios libres entre la superficie del transductor y la superficie del punto de medida. Es aconsejable limpiar periódicamente la base del soporte magnético para evitar la presencia de suciedad que pueda distorsionar la medida.

La limpieza del conector del acelerómetro y del cable, es fundamental para una correcta medida.

Hay que asegurarse de que el soporte magnético está correctamente apretado al acelerómetro para evitar posibles movimientos relativos entre el citado soporte y el acelerómetro.

No deben presentarse dobleces a lo largo de toda la longitud del cable porque se podría llegar a alterar su resistencia y falsear la medida, por el mismo motivo, es importante que el aislamiento del cable no sufra roces o esté deteriorado.



Figura 4.5.- Acelerómetro brüel&kjaer 4382



4.1.3.2 Amplificador

El amplificador de carga empleado para amplificar la señal captada por el acelerómetro, es el modelo 2635 de brüel&kjaer (Figura 4.6), con un rango de frecuencias que abarca desde 0.1 Hz. hasta 200 kHz.

Este amplificador está compuesto por cuatro etapas:

1. *Amplificador de señal.* Etapa diseñada especialmente para evitar la recalibración del sistema cuando se varía la longitud de los cables hasta el captador.
2. *Amplificador con filtro de paso bajo.* Esta etapa dispone de ajuste de ganancia en el amplificador de entrada y el integrador y de una serie de filtros de paso bajo, con unas características de corte de 12dB/octava, lo que permite eliminar las señales fuera del margen de frecuencias a estudiar.
3. *Amplificador integrador.* Esta etapa permite elegir entre los tres diferentes modos de operación (aceleración, velocidad o desplazamiento). Además de realizar su función integradora efectúa el filtrado de paso alto adecuado para evitar el ruido de baja frecuencia.
4. *Amplificador de salida.* Esta última etapa facilita un ajuste muy fino de la sensibilidad (de 0,1 a 11 pC), lo que permite una calibración y posterior lectura de las medidas muy simple. El ruido de fondo intrínseco del amplificador brüel&kjaer 2635 es de 0,005 pC referido a un transductor con una capacidad de 1 nF y puesto el amplificador a la máxima sensibilidad.



Figura 4.6 Amplificador de carga brüel&kjaer 2635



4.1.3.3 Tarjeta de adquisición de datos

Para captar las medidas de vibraciones se empleó una tarjeta digitalizadora multicanal que transforma las señales analógicas en señales digitales o discretas. El rango de frecuencias del sistema de adquisición de datos abarca desde 0'1 Hz. hasta 1 MHz.

El paquete informático de adquisición de datos está constituido por:

- Tarjeta DAS-1200 Series Board, de la marca Keithley, de 8 canales.
- Caja de conexiones multicanal STP-37.
- Bus Keithley que permite la unión de la tarjeta con la computadora.

El programa informático que se encarga de la adquisición y gestión de los datos es el Test Point 7.0, desarrollado por la compañía Bently. Las señales quedan registradas en ficheros de datos en formato ASCII.

4.1.3.4 Puesto informático

Para el registro de la señal vibratoria, una vez que la tarjeta digitalizadora ha transformado la señal analógica en señal discreta y con la ayuda del software que complementa y gestiona la tarjeta: el programa Test Point que permite controlar la tarjeta digitalizadora y almacena los ficheros de datos, en formato ASCII, resultado de la digitalización de la señal de vibración.

En el ordenador se desarrollaron una serie de rutinas en el entorno MATLAB para aplicar las técnicas antes citadas, de forma rápida y sencilla, a partir de algoritmos originales y otros ya conocidos. Así se generarán gráficos e informes que nos permitirán analizar la señal de vibración.

La visualización en tiempo real así como el registro de las temperaturas se realiza a través del puerto serie del ordenador, utilizando el software Agilent BenchLink Data Logger.

4.1.3.5 Tacómetro

Utilizamos un tacómetro encargado de registrar a través del adecuado captador, la velocidad del eje del banco en todo momento.

4.1.3.6 Cableado

El cableado de todos los elementos es el que recomiendan los fabricantes de instrumentos para el correcto registro de la señal de vibración y temperaturas, utilizando



los apantallamientos convenientemente y evitando las interferencias por lazos de tierra y el ruido tribológico.

4.1.3.7 Variador de frecuencia

Para poder variar la velocidad del motor eléctrico usamos una variador de frecuencia (figura 4.7) de la firma comercial TOSHIBA, modelo VFNC15, el cual trabaja para una tensión de alimentación monofásica de 230 V., con salida a motor de 1,5 kW de 3 x 230 V.

La frecuencia de la corriente de salida puede modificarse de 0 a 100 Hz. con lo que se consigue la correspondiente variación de velocidad, alcanzándose por tanto unas 3000 r.p.m. en el motor.



Figura 4.7.- Variador de frecuencia para control de velocidad del rotor



4.2 ENSAYOS VIBRATORIOS

Como hemos comentado anteriormente para el análisis de la defectología en los rodamientos utilizamos el programa informático Matlab, el cual ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M).

Entre sus prestaciones básicas se hallan la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario (GUI) y la comunicación con programas en otros lenguajes y con otros dispositivos hardware, siendo sus principales funcionalidades:

- Matemáticas y Optimización
- Estadística y Análisis de datos
- Diseño de sistemas de control y análisis
- Procesado de señal y comunicaciones
- Procesado de imagen
- Pruebas y medidas
- Modelado y análisis financiero

Es un software muy usado en universidades y centros de investigación y desarrollo. En los últimos años ha aumentado el número de prestaciones, como la de programar directamente procesadores digitales de señal o crear código VHDL.

Para el análisis vibratorio de los rodamientos utilizaremos el bloque de procesamiento de señales, cargando en Matlab cada ensayo experimental obtenido, utilizando como base un programa del libro de Simon Braun, en concreto el ejercicio del tema 13 expuesto en el segundo capítulo del índice de este proyecto.

Vamos a realizar diez medidas para cada condición de medida, las cuales se rigen por las siguientes velocidades y cargas:

- Velocidad (Hz): 5 (300rpm), 10 (600 rpm), 20 (1200 rpm), 30 (1800 rpm), 40 (2400 rpm)
- Carga (N): 100, 500, 1000, 1500, 2000, 2500, 3000

En total tenemos 35 estados de carga-velocidad diferentes para cada serie de rodamientos (con defecto externo, con defecto interno, sin defecto) de los cuales se registraron 10 archivos.

En un principio las velocidades iniciales incluían también 50Hz (3000 rpm), pero debido a que nuestro variador de frecuencia no era capaz de alcanzar una velocidad superior a las 2500 rpm no podremos realizarlas.

Para nombrar los diferentes archivos contenidos de los ensayos utilizamos una nomenclatura compuesta por un sistema de ocho dígitos (figura 4.8):

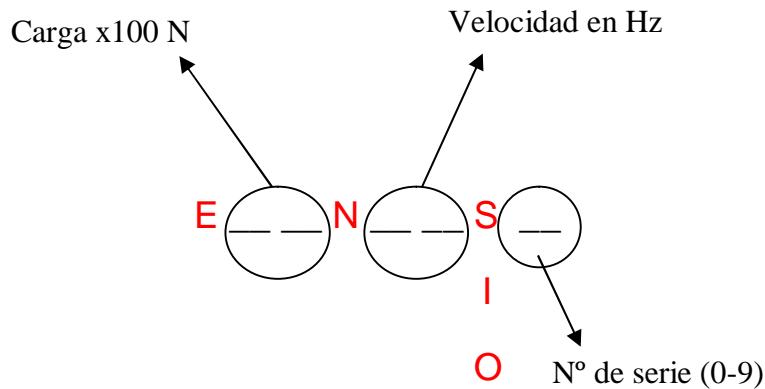


Figura 4.8.- Nomenclatura utilizada en ensayos vibratorios

El primer digito “E” corresponde a experimental, el cuarto digito “N” corresponde a un rodamiento de 9 bolas y el séptimo digito puede ser “S”, “I” u “O”; siendo “S” un rodamiento nuevo sin defecto, “I” un rodamiento con defecto en el aro interno y “O” un rodamiento con un defecto en el aro externo.

Así, por ejemplo, para nombrar el archivo de datos correspondiente al tercer ensayo del rodamiento con 9 bolas soportando una carga radial de 1000 Newton, con defecto en el anillo externo y con una velocidad de giro del anillo interno de 2400 rpm, sería la siguiente:

E10N40E3.txt

Para la realización de nuestro estudio se deben obtener las frecuencias que cabe esperar según el tipo de defecto que tenga el rodamiento ensayado, que se calculan según las fórmulas ya expuestas. Además, si se supone que la frecuencia de giro del anillo interior es de ω_{in} Hz. (y el anillo exterior es fijo), las frecuencias de defecto para el rodamiento SKF 6206, considerando situaciones ideales, y los datos siguientes, serán:

Número de bolas $Z=9$
Ángulo de contacto $\alpha = 0^\circ$
Diámetro de las bolas $d_{bo} = 9.5$ mm.
Diámetro medio $d_m = 46$ mm.

- Frecuencia de defecto en anillo externo

$$BPF_O = \frac{Z \cdot \omega_{in}}{2} \cdot \left(1 - \frac{d_{bo} \cdot \cos(\alpha)}{dm} \right) = \frac{9 \cdot \omega_{in}}{2} \cdot \left(1 - \frac{9,5 \cdot \cos(0^\circ)}{46} \right) = \frac{657}{184} \cdot \omega_{in} \text{ Hz}$$



- Frecuencia de defecto en anillo interno

$$BPFI = \frac{Z \cdot \varpi_{in}}{2} \cdot \left(1 + \frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{dm} \right) = \frac{9 \cdot \varpi_{in}}{2} \cdot \left(1 + \frac{9,5 \cdot \cos(0^\circ)}{46} \right) = \frac{999}{184} \cdot \varpi_{in} \text{ Hz}$$

- Frecuencia de defecto en bola

$$BPF = \frac{Z \cdot \varpi_{in}}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{d_{b0} \cdot \cos(\alpha)}{dm} \right)^2 \right] = \frac{9 \cdot \varpi_{in}}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{9,5 \cdot \cos(0^\circ)}{46} \right)^2 \right] = 4,31 \cdot \varpi_{in} \text{ Hz}$$

En la siguiente tabla se muestran los armónicos esperados en los espectros correspondientes al rodamiento con defecto en el anillo interno y externo.

FRECUENCIAS DE DEFECTO	FRECUENCIA DE GIRO DEL ANILLO INTERIOR				
	5 Hz	10 Hz	20 Hz	30 Hz	40 Hz
BPFO (Hz)	17,85	35,70	71,41	107,12	142,83
BPFI (Hz)	27,15	54,30	108,60	162,88	217,17
BPF (Hz)	21,54	43,10	86,16	129,24	172,32

4.2.1 VALIDACION DE LA FUNCIONALIDAD DE LA APLICACIÓN INFORMATICA.

Para la obtención de esta validación utilizamos el ejercicio 13.2 contenido en el CD adjunto al libro de S.Braun, el cual presentaba una gran limitación ya que solo se puede usar cuando las señales que produzcamos estén delimitadas en su frecuencia de muestreo entre 5000 Hz y 25600 Hz, siendo la frecuencia en nuestro caso a 12800Hz.

Para poder usar nuestros datos obtenidos de los ensayos experimentales tuvimos que transformarlo previamente a .mat ya que en los ensayos los datos los obteníamos en la extensión .txt, la cual no era reconocida por el programa utilizado para el análisis.

A continuación se muestran las graficas para este tipo de defecto a distintas velocidades de giro, como se puede observar en las graficas de la izquierda se muestra la señal original y la señal filtrada mostrando los picos de paso por defecto pero hace prácticamente imposible identificar de qué tipo de defecto se trata.



Para ello nos tendríamos que fijar en las graficas de la derecha ya que en la grafica superior nos mostraría el espectro de potencia de la señal original donde se apreciaría rápidamente la frecuencia de resonancia, pero para poder cualificar y cuantificar el defecto nos fijaríamos en la grafica inferior izquierda donde reflejaría las frecuencias características del defecto.

4.2.1.1 Rodamiento con defecto en el anillo externo

- Velocidad 5 Hz carga 3000 N

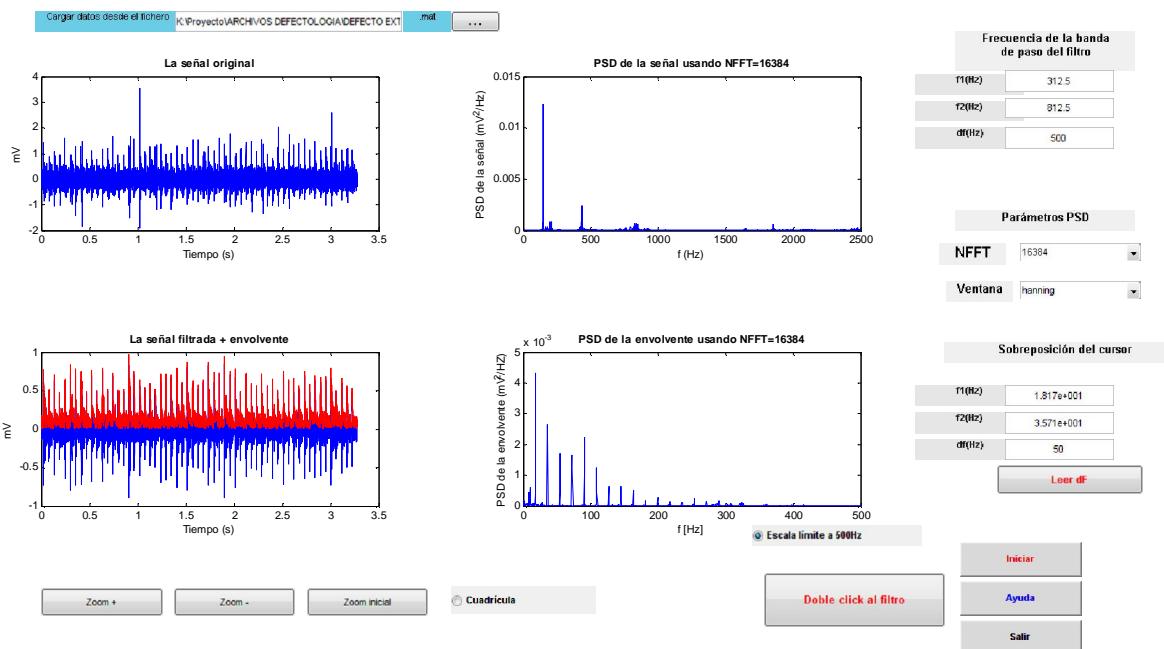


Figura 4.9.- Representaciones graficas 5Hz 3000N defecto externo

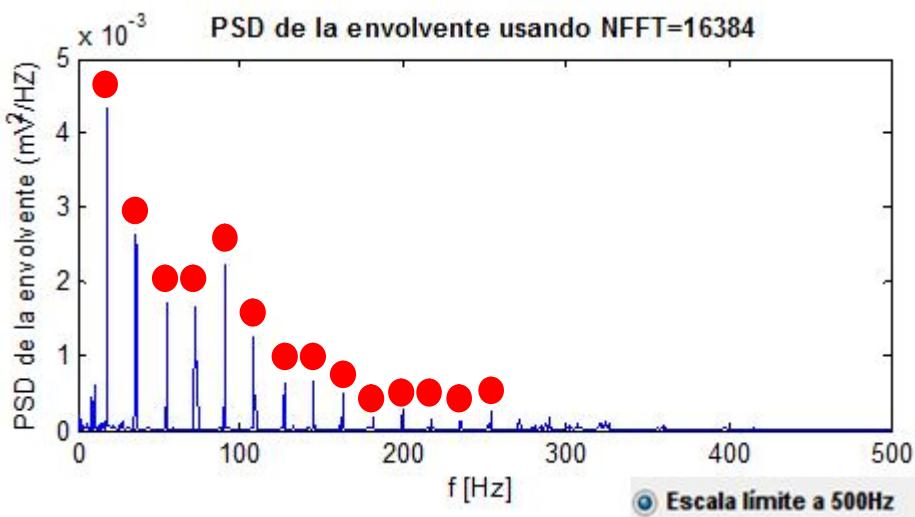


Figura 4.10.- Detalle espectro envolvente 5Hz 3000N defecto externo



Como podemos observar en la figura 4.10 los picos finalizados con un punto rojo representan la frecuencia de fallo del anillo externo siendo el BPFO de 18,17 Hz, dato similar al obtenido mediante las expresiones analíticas.

- Velocidad 10 Hz carga 3000 N

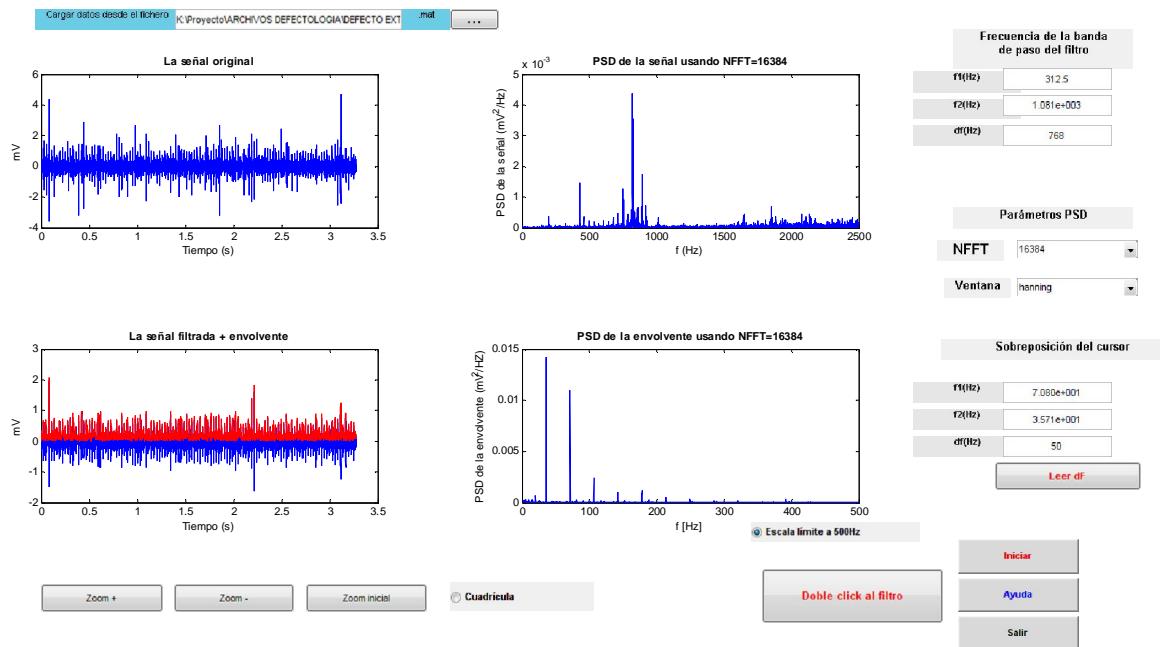


Figura 4.11.- Representaciones graficas 10Hz 3000N defecto externo

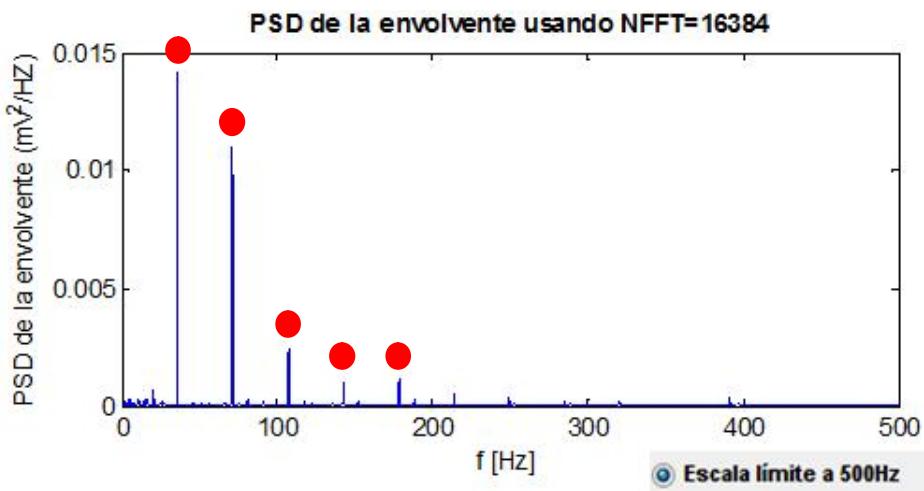


Figura 4.12.- Detalle espectro envolvente 10Hz 3000N defecto externo

En este caso el BPFO (picos finalizados con un punto rojo) nos da un resultado de 35,71 Hz (figura 4.12), el cual es igual al obtenido mediante las expresiones analíticas.



- Velocidad 20 Hz carga 3000 N

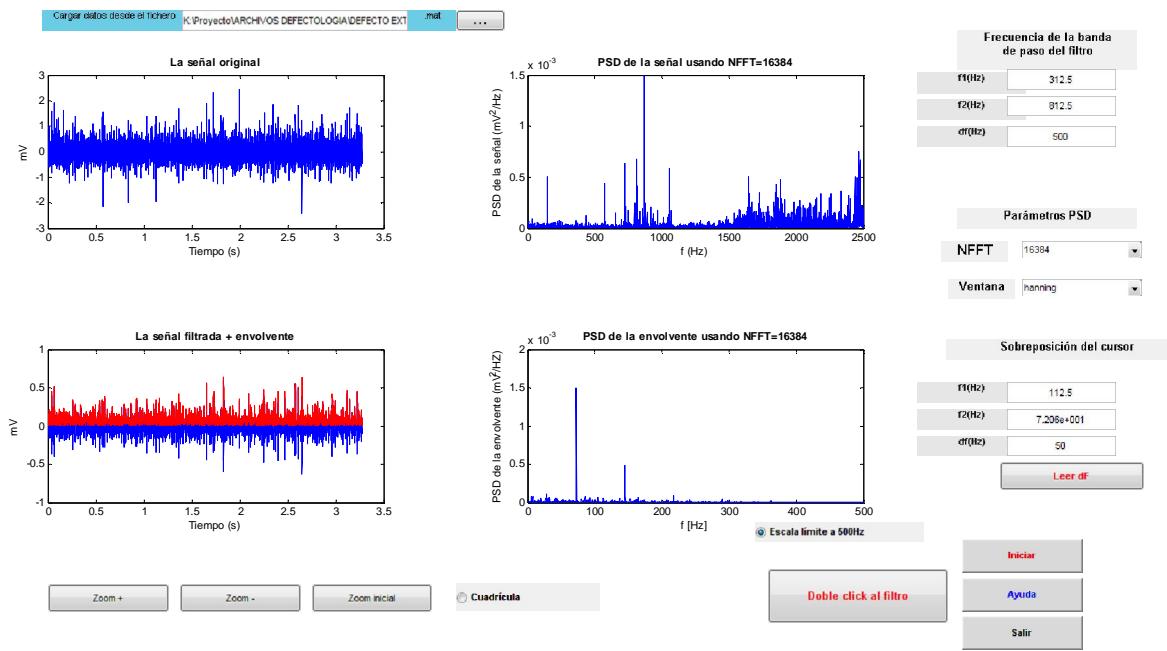


Figura 4.13.- Representaciones graficas 20Hz 3000N defecto externo

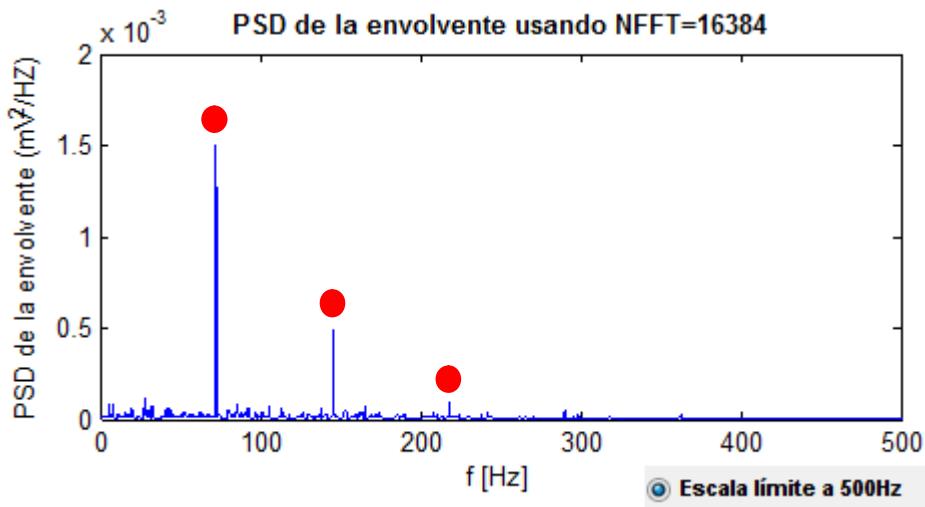


Figura 4.14.- Detalle espectro envolvente 20Hz 3000N defecto externo

En este caso el BPFO (picos finalizados con un punto rojo) es de 72,06 Hz (figura 4.14), dato similar al obtenido mediante las expresiones analíticas, variando en 0,65 Hz



- Velocidad 30 Hz carga 3000 N

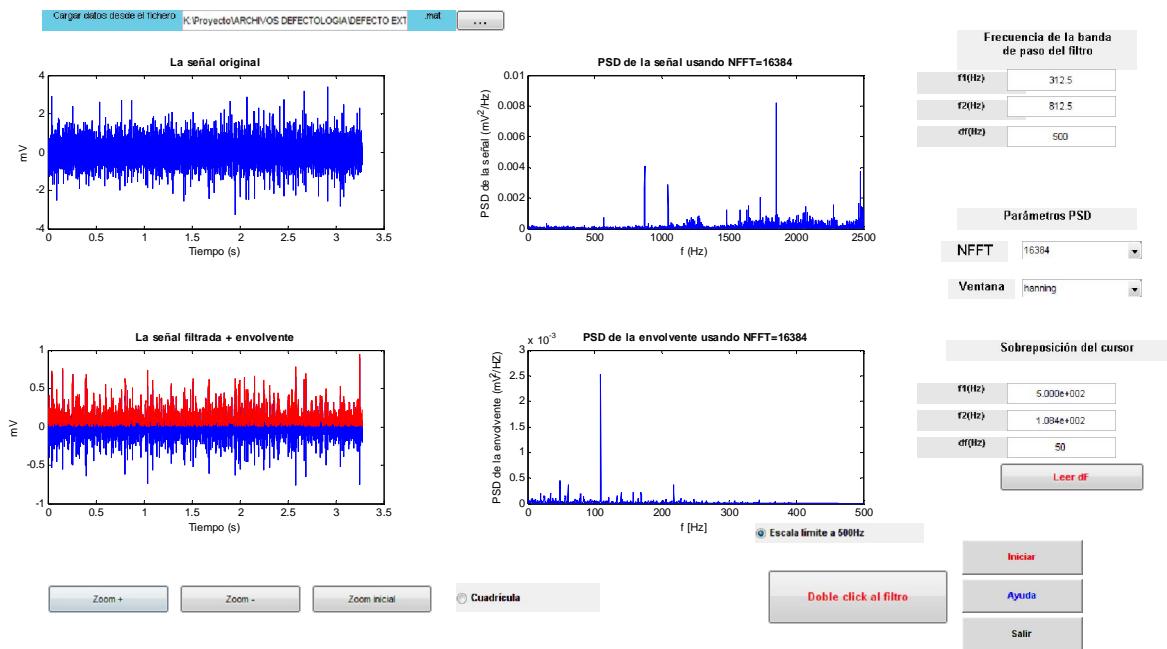


Figura 4.15.- Representaciones graficas 30Hz 3000N defecto externo

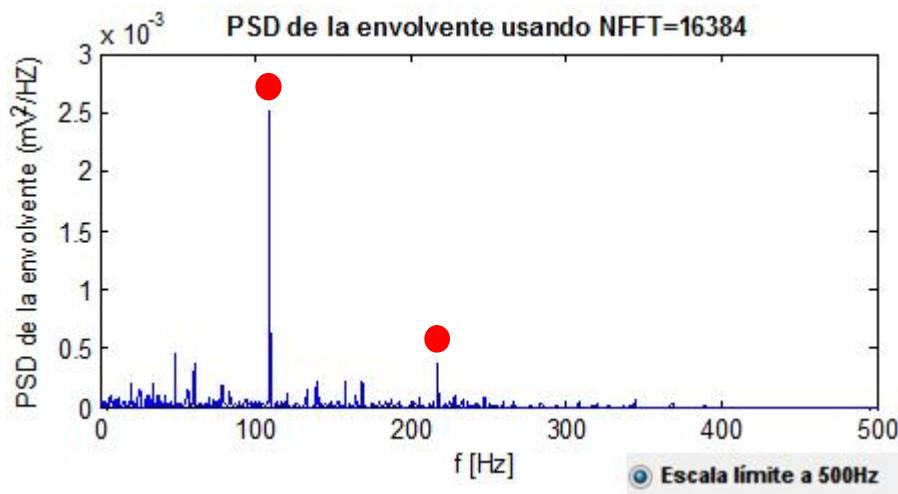


Figura 4.16.- Detalle espectro envolvente 30Hz 3000N defecto externo

En este caso el BPFO (picos finalizados con un punto rojo) es de 108,40 Hz (figura 4.16), dato similar al obtenido mediante las expresiones analíticas, variando en 1,25 Hz



- Velocidad 40 Hz carga 3000 N

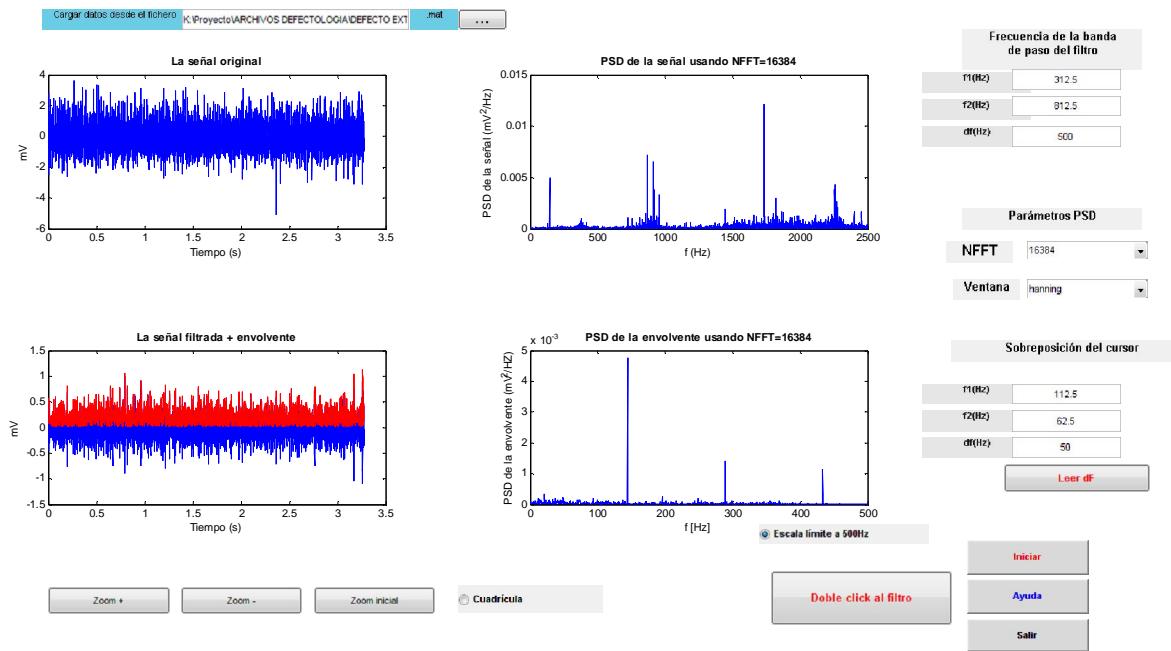


Figura 4.17.- Representaciones graficas 40Hz 3000N defecto externo

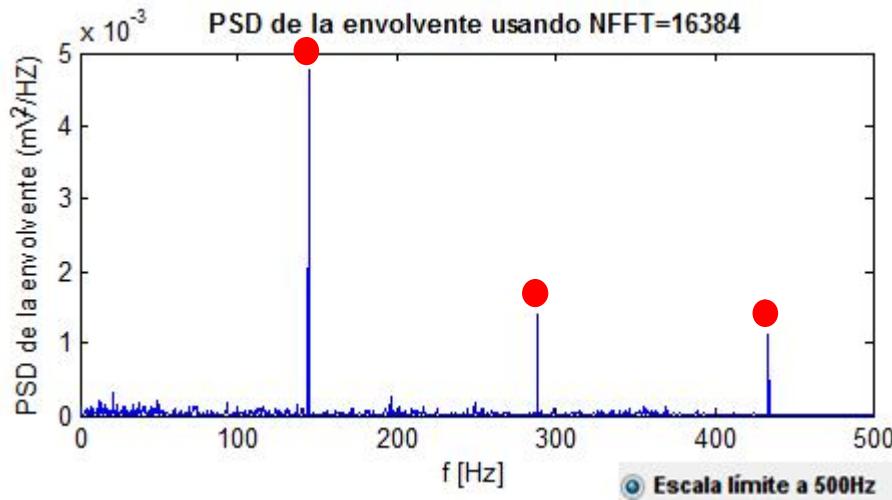


Figura 4.18.- Detalle espectro envolvente 40Hz 3000N defecto externo

En este caso el BPFO (picos finalizados con un punto rojo) es de 144,70 Hz (figura 4.18), dato similar al obtenido mediante las expresiones analíticas, variando en 1,83 Hz



4.2.1.2 Rodamiento con defecto en el anillo interno

- Velocidad 5 Hz carga 3000 N

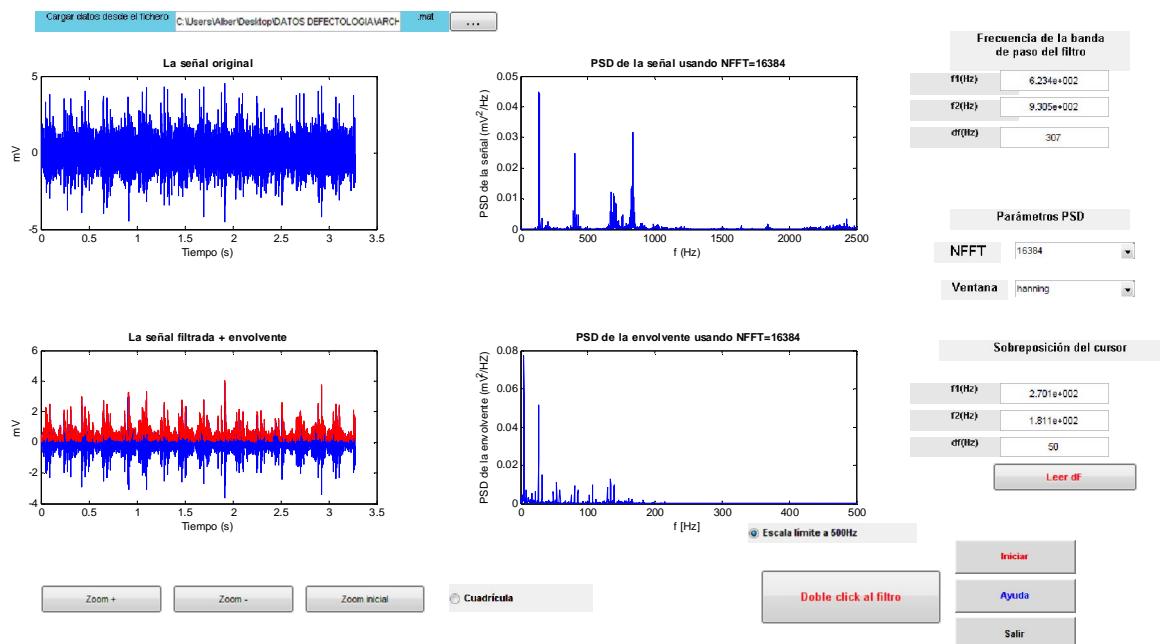


Figura 4.19.- Representaciones graficas 5Hz 3000N defecto interno

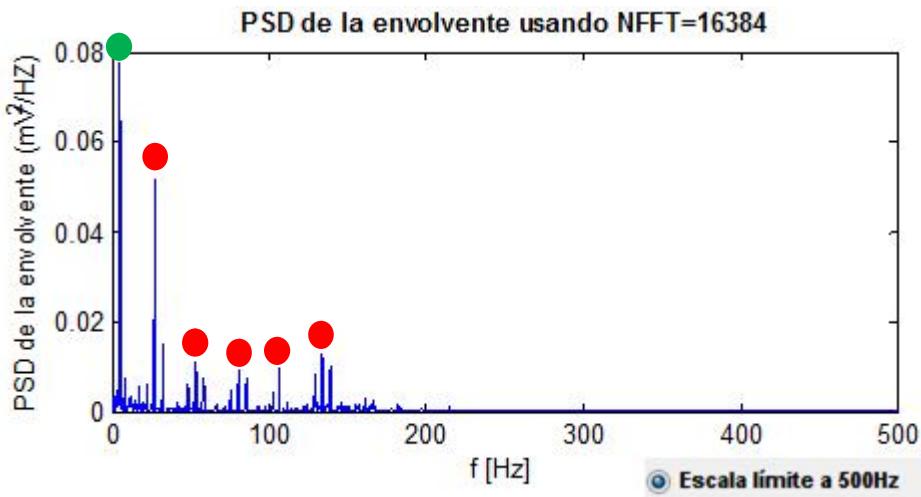


Figura 4.20.- Detalle espectro envolvente 5Hz 3000N defecto interno

Como podemos observar en la figura 4.20 el pico finalizado con un punto verde representa el primer armónico de la frecuencia de giro $n = 5\text{Hz}$.

Los picos finalizados con un punto rojo representan como en los casos anteriores la frecuencia de fallo del anillo externo siendo el BPFI de 26,94 Hz, dato similar al obtenido mediante las expresiones analíticas.



Los picos que se encuentran a ambos lados de las frecuencias de fallo indican las bandas laterales, las cuales trataremos más detalladamente en los siguientes casos.

- Velocidad 10 Hz carga 3000 N

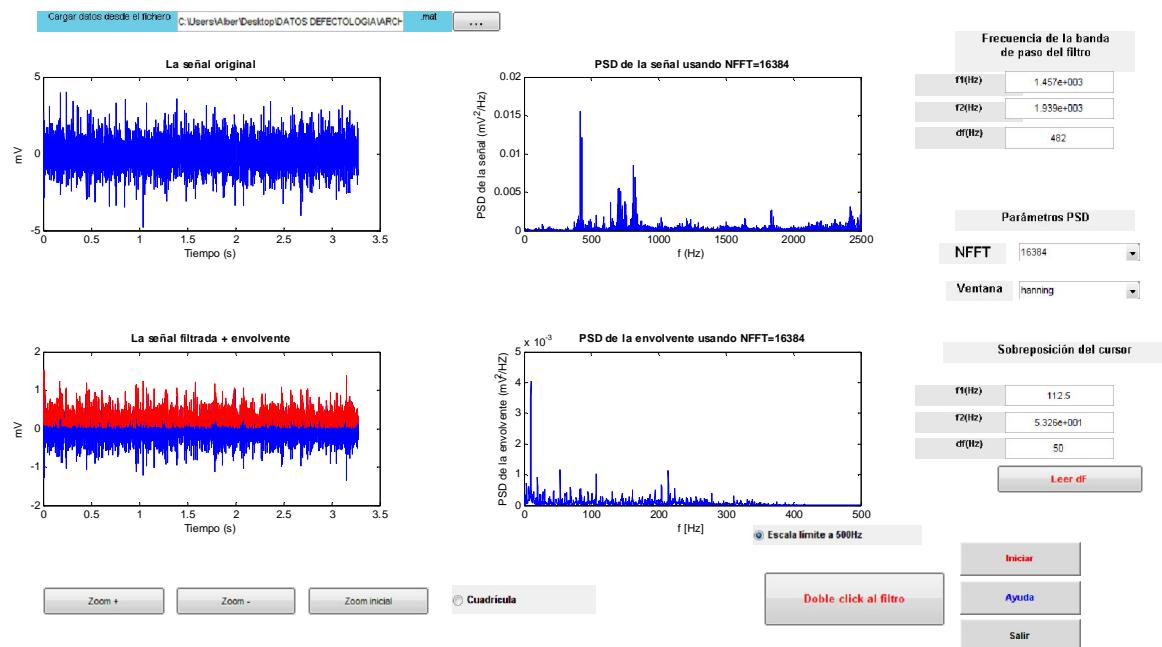


Figura 4.21.- Representaciones graficas 10Hz 3000N defecto interno

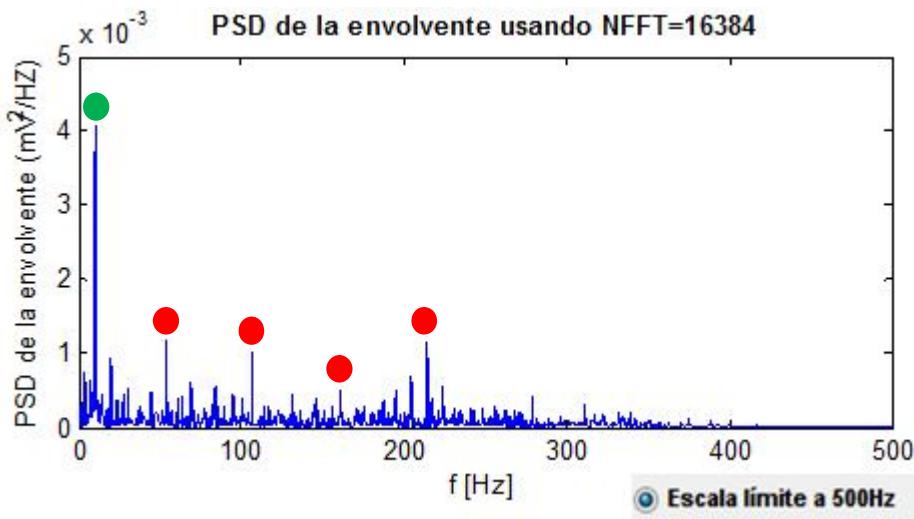


Figura 4.22.- Detalle espectro envolvente 10Hz 3000N defecto interno

En este caso (figura 4.22) el primer armónico de la frecuencia (pico finalizado con un punto verde) tiene un valor de $n = 10\text{Hz}$, siendo el BPFI (picos finalizados con un punto rojo) de $53,26 \text{ Hz}$, dato similar al obtenido mediante las expresiones analíticas, variando en $1,06 \text{ Hz}$



- Velocidad 20 Hz carga 3000 N

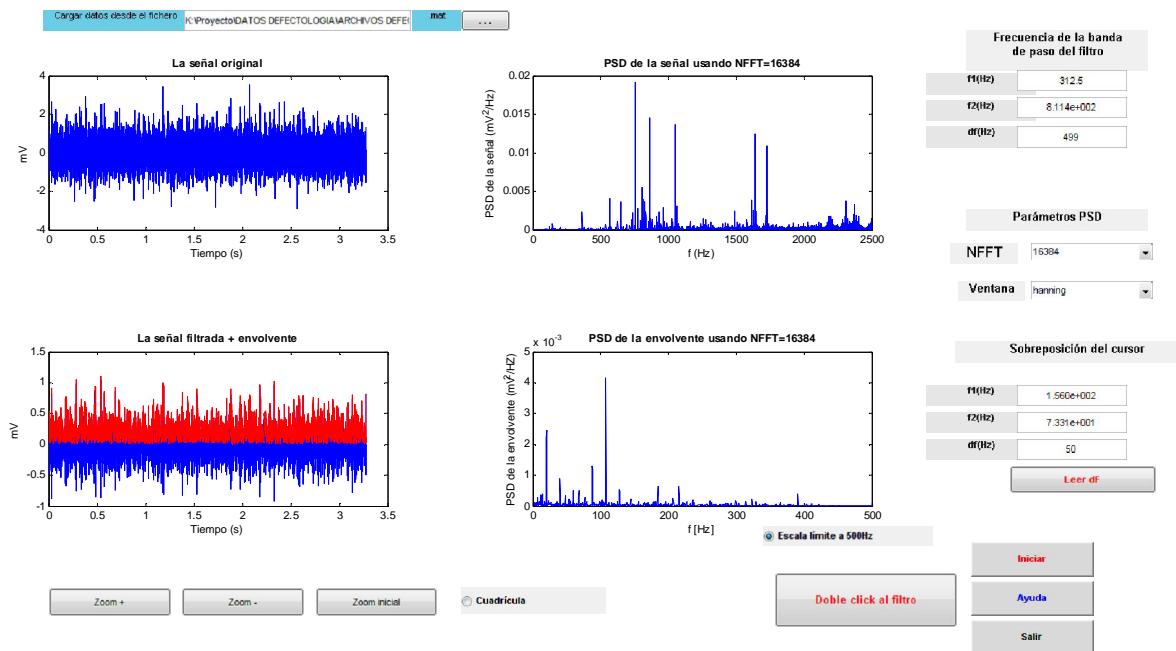


Figura 4.23.- Representaciones graficas 20Hz 3000N defecto interno

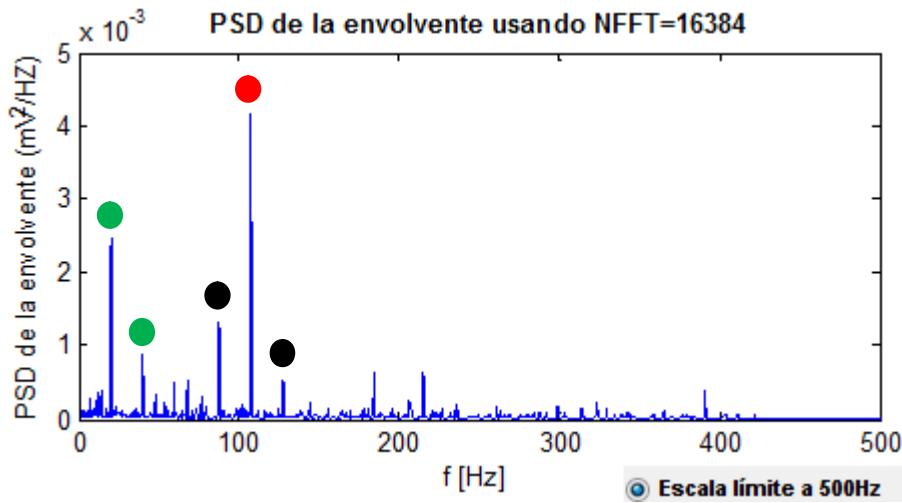


Figura 4.24.- Detalle espectro envolvente 20Hz 3000N defecto interno

En este caso (figura 4.24) el primer armónico de la frecuencia (pico finalizado con un punto verde) tiene un valor de $n = 20$ Hz, repitiéndose con un valor de $2n$

El BPFI (pico finalizado con un punto rojo) de 107,10 Hz, dato similar al obtenido mediante las expresiones analíticas, variando en 1,5 Hz.



En este caso se ve claramente las bandas laterales a la frecuencia de fallo indicadas con un punto de color negro, estas bandas tienen un valor de $BPFI-n = 107,10-20 = 87,1\text{Hz}$ para el pico izquierdo y $BPFI + n = 107,10+20 = 127,1\text{Hz}$ para el derecho.

- Velocidad 30 Hz carga 3000 N

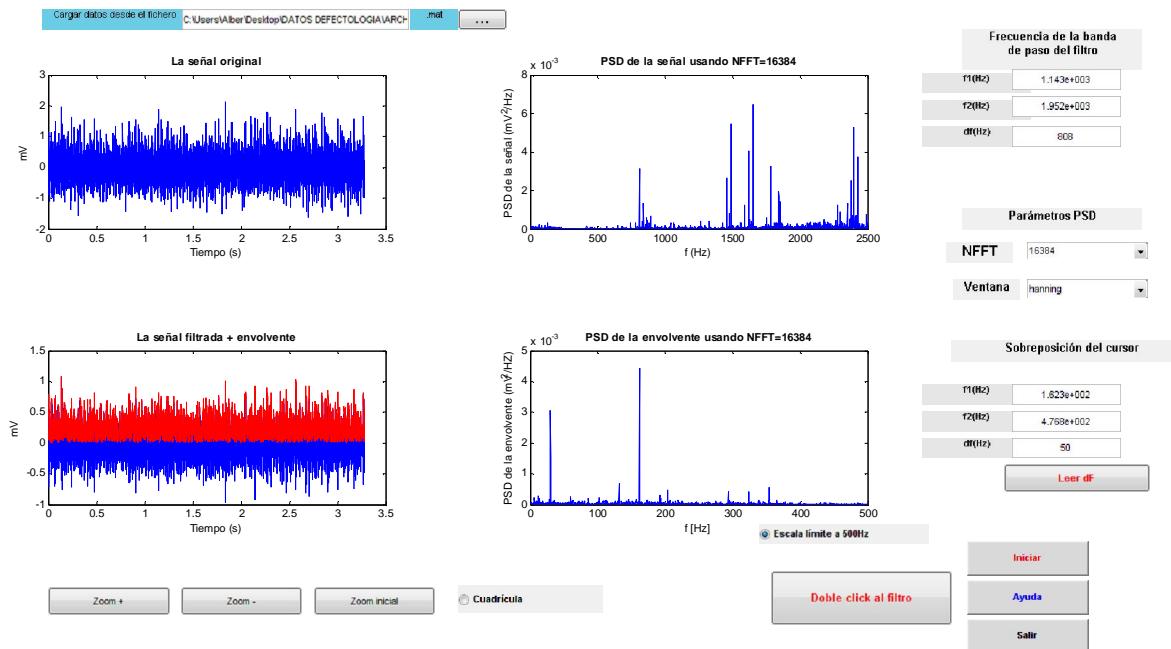


Figura 4.25.- Representaciones graficas 30Hz 3000N defecto interno

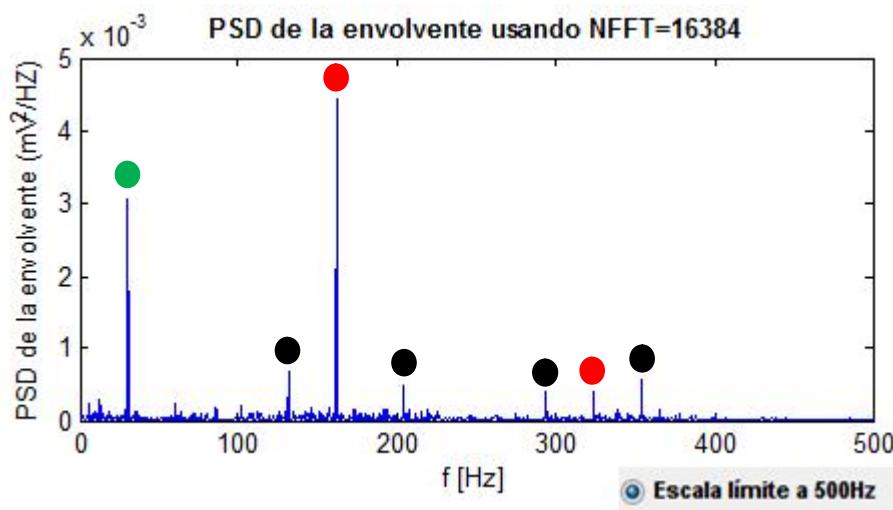


Figura 4.26.- Detalle espectro envolvente 30Hz 3000N defecto interno

El primer armónico de la frecuencia (pico finalizado con un punto verde) tiene un valor de $n = 30\text{Hz}$ (figura 4.26).



El BPFI (picos finalizados con un punto rojo) de 162,30 Hz, dato similar al obtenido mediante las expresiones analíticas, variando en 0,58 Hz.

Las bandas laterales a las frecuencias de fallo (picos finalizados con un punto negro) tienen un valor de 132,30 Hz para el pico izquierdo y 192,30 Hz para el derecho.

- Velocidad 40 Hz carga 3000 N

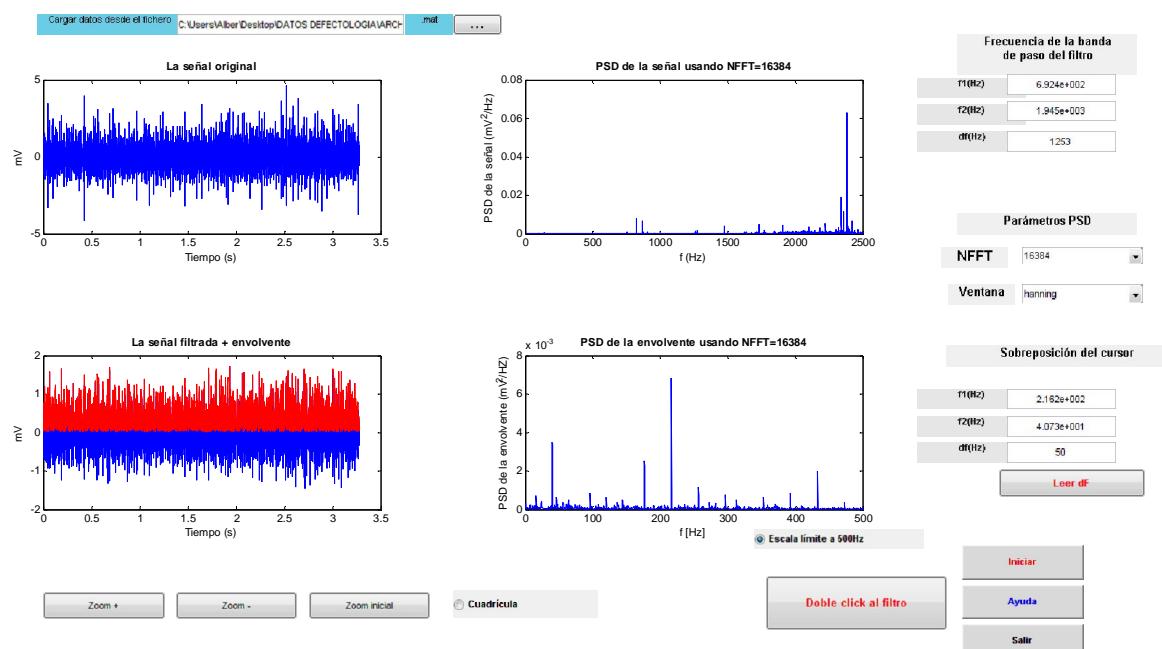


Figura 4.27.- Representaciones graficas 40Hz 3000N defecto interno

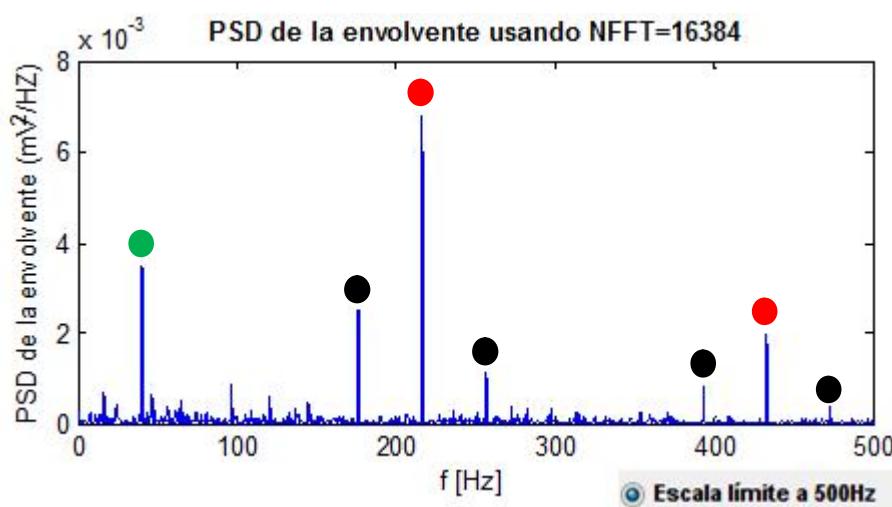


Figura 4.28.- Detalle espectro envolvente 40Hz 3000N defecto interno

El primer armónico de la frecuencia (pico finalizado con un punto verde) tiene un valor de n = 40Hz como podemos observar en la figura 4.28.



El BPFI (picos finalizados con un punto rojo) de 216,20 Hz, dato similar al obtenido mediante las expresiones analíticas, variando en 0,97 Hz.

Las bandas laterales a las frecuencias de fallo (picos finalizados con un punto negro) tienen un valor de 176,20 Hz para el pico izquierdo y 256,20 Hz para el derecho.

4.2.1.3 Rodamiento sin defecto

Cuando estamos midiendo un rodamiento nuevo (en ausencia de defecto), lo que vemos en los diagramas es una representación de la señal originada por el rodamiento más la señal derivada del comportamiento del sistema donde se encuentra integrado el rodamiento, como veremos a continuación:

- Velocidad 5 Hz carga 3000 N

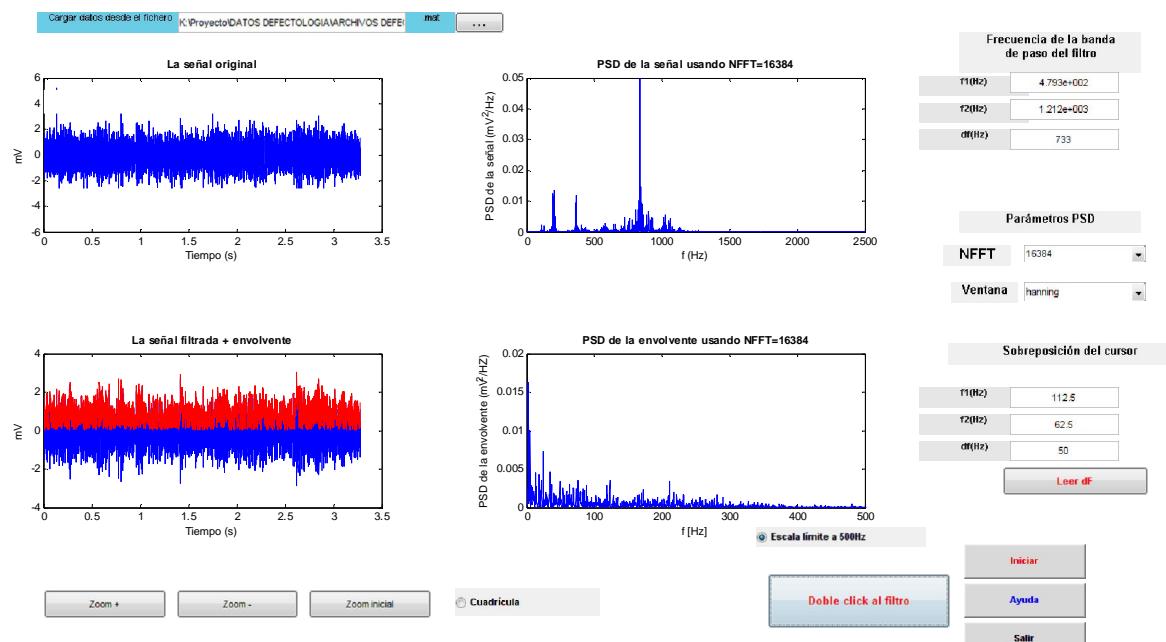


Figura 4.29.- Representaciones graficas 5Hz 3000N sin defecto



- Velocidad 10 Hz carga 3000 N

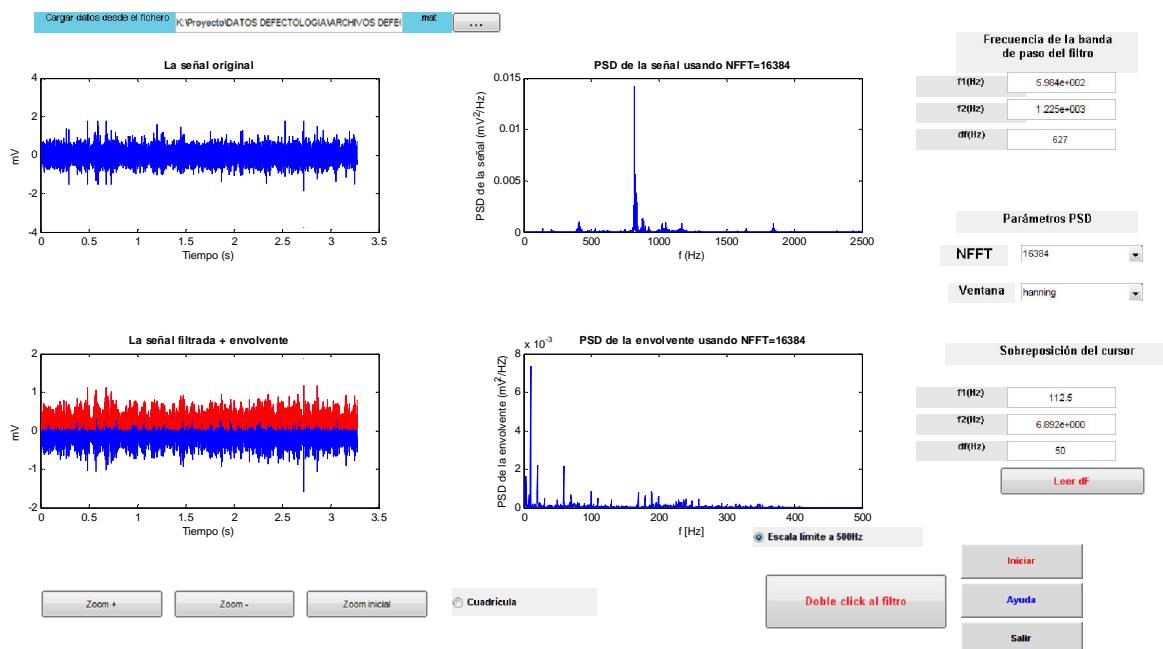


Figura 4.30.- Representaciones graficas 10Hz 3000N sin defecto

- Velocidad 20 Hz carga 3000 N

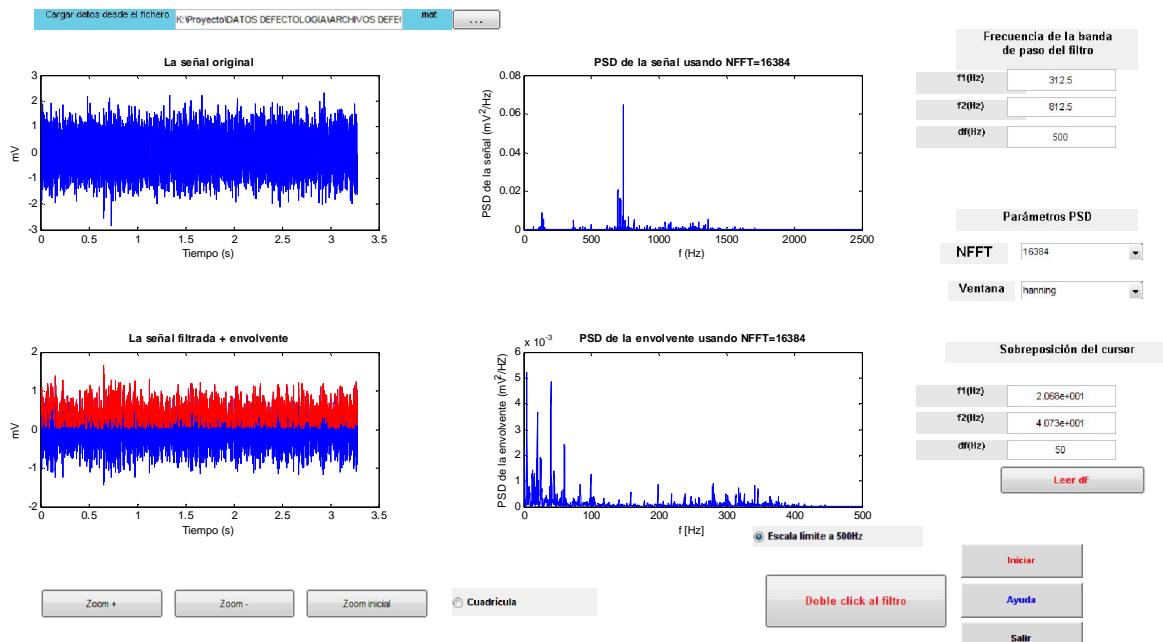


Figura 4.31.- Representaciones graficas 20Hz 3000N sin defecto



- Velocidad 30 Hz carga 3000 N

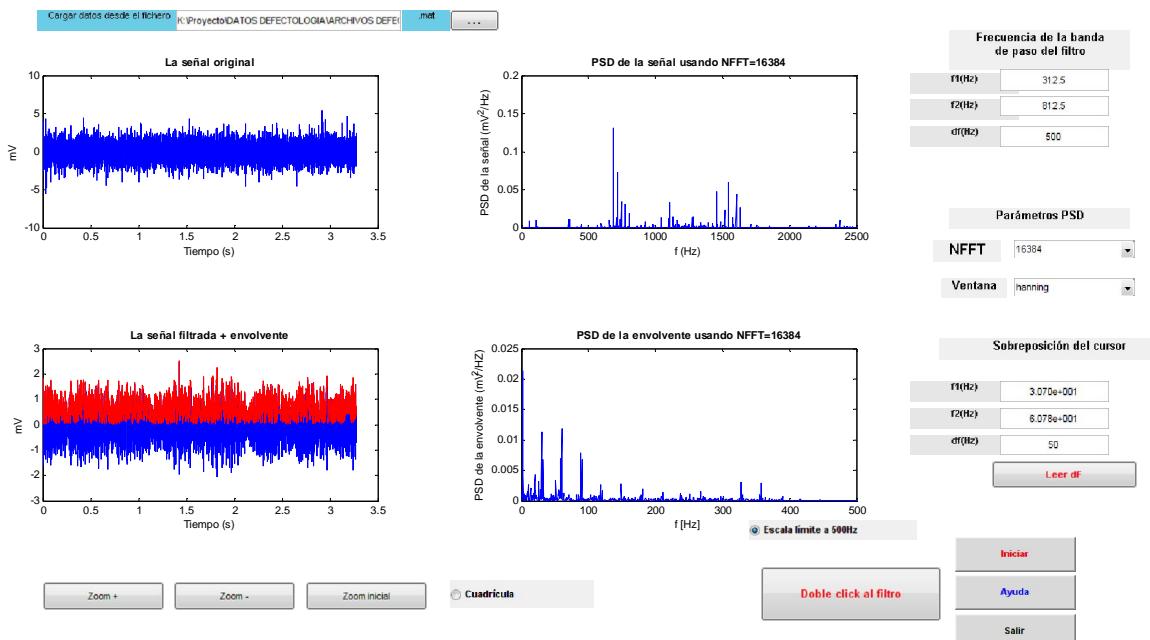


Figura 4.32.- Representaciones graficas 30Hz 3000N sin defecto

- Velocidad 40 Hz carga 3000 N

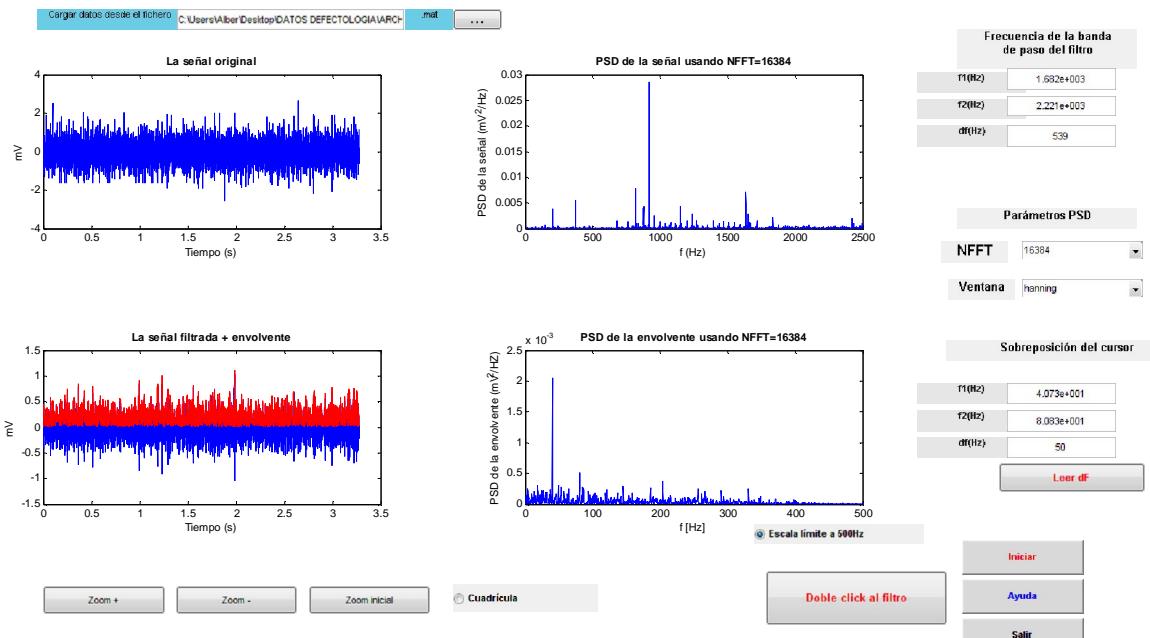


Figura 4.33.- Representaciones graficas 40Hz 3000N sin defecto

4.2.2 RESUMEN DEL ANALISIS DE LOS RESULTADOS.

De las señales temporales mostradas la figura 4.34 se observa que cuando aparecen los defectos se aprecian picos de tipo impulsivo, apreciándose con mayor claridad el defecto en el anillo externo. Los picos correspondientes al defecto en anillo externo tienen mayor amplitud que los picos que corresponden al defecto en anillo interno. Se aprecia además, que en el rodamiento sin defecto, los armónicos principales se encuentran a baja frecuencia y aparecen un conjunto de armónicos alrededor de los 800 Hz de menor magnitud.

En la Figura 4.35 puede apreciarse que cuando existe defecto, este armónico desaparece y cobran más relevancia el resto de armónicos de componentes resonantes, especialmente en la zona alrededor de los 800 Hz

Estos armónicos alrededor de los 800 Hz tienen mayor amplitud cuando el rodamiento presenta defecto en el anillo interno. Lo verdaderamente significativo para analizar es el espectro de la envolvente Figura 4.36 donde se muestran representaciones frecuenciales típicas que describe la literatura técnica sobre el tema. En el caso de rodamiento con defecto en el anillo exterior, se observan claramente los 5 primeros armónicos de la frecuencia de defecto en aro exterior. En el caso de defecto en anillo interno, aparecen también los 3 primeros armónicos, siendo en este caso casi inapreciable las correspondientes bandas laterales pero tenemos ejemplos anteriores (ver apartado 4.2.1) en el cual si se muestran claramente.

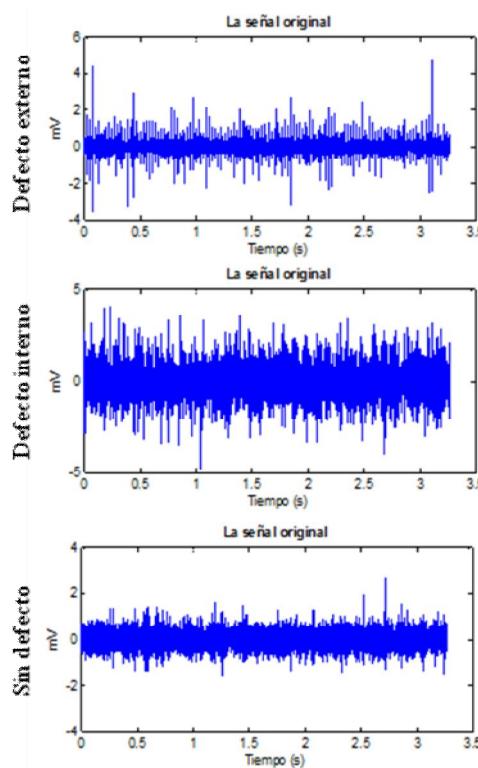


Figura 4.34.- Señales temporales 10Hz 3000N

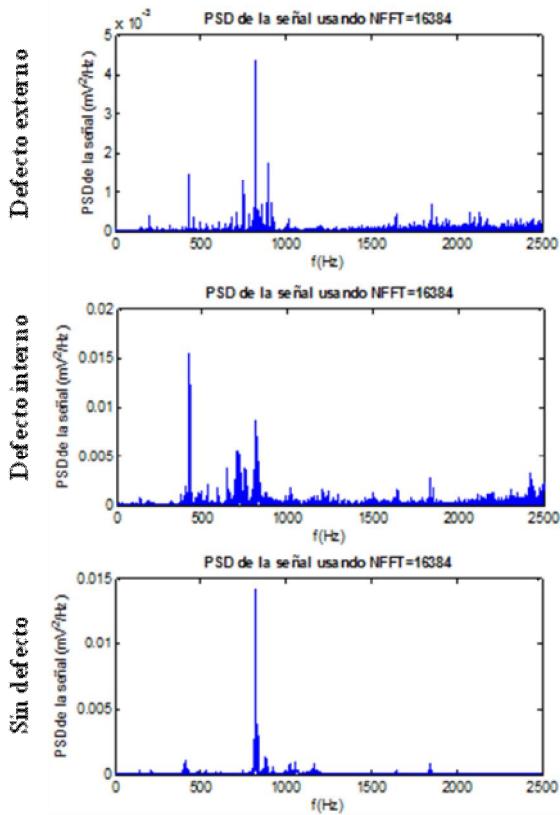


Figura 4.35.- Espectros de las señales temporales 10Hz 3000N

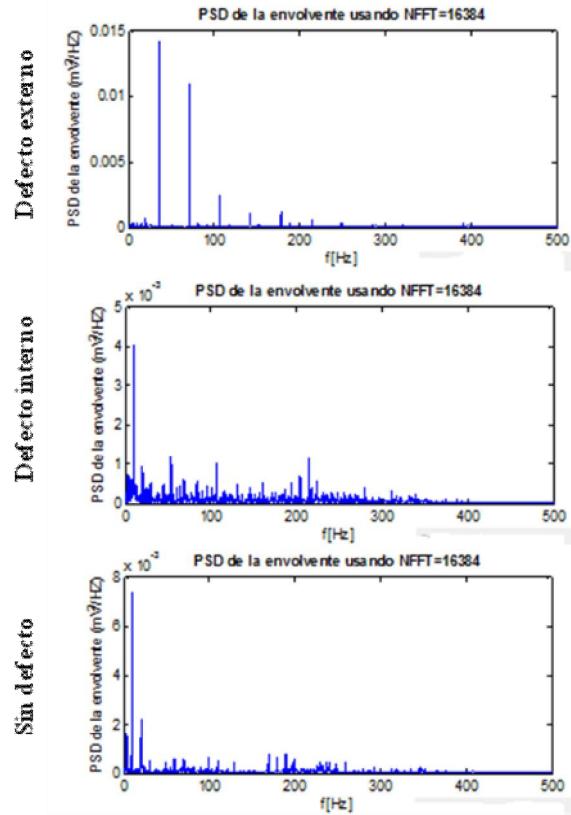


Figura 4.36.- Espectros de las envolventes de las señales temporales 10Hz 3000N



CAPITULO 5

PRESUPUESTO



A continuación se expone un desglose de las actividades, equipos y personal que han sido utilizadas o han colaborado en la realización de este proyecto, con objeto de ofrecer un presupuesto que pueda servir como indicador del coste del proyecto. El desglose de costes se ha dividido en cuatro grupos:

- **Equipos utilizados para los ensayos experimentales:** Estos equipos que detallamos a continuación los vamos a dividir en aquellos que alquilaremos o bien compraremos.
 - Alquiler: El alquiler será de un periodo de un mes y constará del banco de ensayo, acelerómetro brüel&kjaer modelo 4382, amplificador de carga brüel&kjaer modelo 2635, tarjeta adquisición de datos Keithley modelo DAS-1200, un tacómetro y el cableado necesario.
 - Compra: 30 unidades de rodamientos SKF modelo 6206 y un equipo informático, el cual también usaremos para la redacción de la memoria.
- **Licencias de software:** Matlab R2009a y Microsoft Office 2007. Estas licencias se comprarán estimando una amortización para cada uno de ellos de 1/10 para el caso de Matlab y 1/10 para el caso del Microsoft Office 2007.
- **Personal:** Estimación del coste de todo el personal que ha colaborado en el proyecto. En este caso, como Ingeniero Senior, el tutor del proyecto, Higinio Rubio Alonso y como Ingeniero Junior, el autor del proyecto, Alberto Alameda Casabella.
- **Resto de costes directos:** Se establece en este apartado los costes generales que faltan por detallar, tales como dietas, viajes, materiales fungibles, coste de impresión...

Una vez desglosado los elementos necesarios presentamos un presupuesto detallado con información económica de cada elemento así como el presupuesto global para este proyecto fin de carrera.



PRESUPUESTO PROYECTO

Alquiler periodo de 1 mes:

• Banco de ensayo	150 €
• Acelerómetro Brüel&kjaer modelo 4382	100 €
• Amplificador de carga Brüel&kjaer modelo 2635	200 €
• Tarjeta adquisición de datos Keithley modelo DAS-1200	150 €
• Cables y conectores	50 €
• Tacómetro	50 €

Gastos informáticos, papelería y fungibles:

• Rodamientos SKF modelo 6206 (30 unidades)	960 €
• Equipo informático (amortización 1/4)	400 €
• Licencias de programas:	
• <i>MATLAB R2009a</i> (amortización 1/10)	750 €
• <i>Microsoft Office 2007</i> (amortización 1/10)	200 €
• Gastos de impresión	
• Toners y papel	400 €
• Impresión memoria	380 €

Mano de obra:

• Ingeniería y redacción de la memoria	
• Ingeniería (75 €/hora x 120 horas)	9.000 €
• Documentación y redacción (30 €/hora x 180 horas)	5.400 €
• TOTAL	18.190 €

El presupuesto total de este proyecto asciende a la cantidad de 18.190 euros.

Leganés a 25 de Noviembre de 2010

El ingeniero proyectista

Fdo. Alberto Alameda Casabella



CAPITULO 6

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS



6.1 CONCLUSIONES

Atendiendo a los objetivos iniciales, se concluye que se ha alcanzado la meta pretendida a plena satisfacción, ya que exponemos diferentes métodos de procesamiento de señales para la creación de la guía interactiva y damos una aplicación práctica de estos métodos analizando los resultados obtenidos apreciando verificándolos con las cálculos matemáticos para dar una validez de los ejercicios propuestos en el contenido de la memoria.

El objetivo principal de este proyecto era la ampliación del conocimiento en el comportamiento vibratorio de los sistemas mecánicos y de las herramientas matemáticas e informáticas necesarias para ello creando una guía interactiva para el procesamiento y análisis de señales y la verificación de su utilidad aplicando algunas de sus herramientas para el análisis de las vibraciones de rodamientos con fallos para proceder a su diagnosis: Este objetivo se ha alcanzado satisfactoriamente así como se ha llegado a la consecución de los demás propósitos que detallamos a continuación:

- La adaptación del texto del libro de Simon Braun Braun titulado “discover signal processing, an interactive guide for engineers”, el cual hemos resumido en el capítulo 2, presentando su adaptación completa en el Anexo contenido en el Cd adjunto a la memoria. Este objetivo nos ha aportado la comprensión de los diferentes métodos de tratamientos de señales para luego ponerlos en práctica con los datos obtenidos en los ensayos experimentales.
- La aplicación, traducción y el estudio de la viabilidad de las herramientas de análisis programadas en Matlab contenidas en el libro, las cuales posteriormente se han comprobado su funcionamiento un vez modificadas para poder utilizarlas como herramientas de diagnosis con datos obtenidos experimentalmente, siendo el resultado satisfactorio.
- Otra aportación del proyecto ha sido el trabajo de investigación presentado, el cual abarca desde la búsqueda de información y documentación de los rodamientos y su defectología hasta los métodos matemáticos empleados para el análisis de vibraciones para la detección de defectos localizados en rodamientos de bolas.
- Otro objetivo conseguido que presenta el proyecto fue la familiarización con la captación y registro de medidas de vibración en una máquina real, ya que obtuvimos unos 350 datos experimentales utilizando 30 rodamientos de los cuales 10 de ellos estaban sin defecto, otros 10 tenían el defecto en el anillo externo de aproximadamente 1mm de longitud y 0.25 mm de profundidad y el resto contenían el defecto en el anillo interior, siendo las dimensiones del defecto similares al defecto en el anillo externo.

Estos ensayos experimentales ocasionaron el manejo de un equipo de medida compuesto de acelerómetros, acondicionadores de señal (como filtros,

integradores,...), tarjeta de adquisición de datos y software adecuado para la grabación y análisis de la señal en la computadora.

- Finalmente, se comprobó la utilidad de las herramientas informáticas de análisis presentadas, procesando las señales procedentes de los rodamientos analizando los espectros envolventes resultantes de estos ensayos y comparándolas con los resultados obtenidos en los métodos matemáticos, en las cuales se puede apreciar una alta correlación (ver capítulo 4.2.1), teniendo en algunos casos una diferencia de 1 Hz, tal y como podemos observar en el siguiente ejemplo (Figura 6.1):

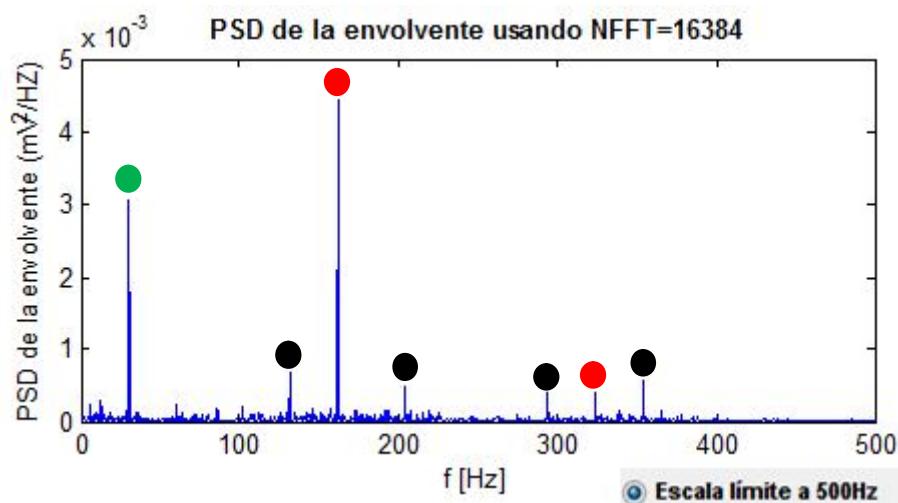


Figura 6.1.- Detalle del espectro envolvente obtenido en el ensayo experimental a 30Hz, 3000N y defecto interno donde se pueden apreciar las bandas laterales, los picos BPFI y el primer armónico.

6.2 TRABAJOS FUTUROS

Como líneas futuras se proponen las siguientes evoluciones o mejoras:

- Adaptar las aplicaciones informáticas y aplicar los métodos de análisis y diagnosis utilizados en el proyecto a un conjunto mecánico complejo: una maquinas real con numerosas fuentes de señales vibratorias.
- Una evolución interesante sería obtener mediante los ensayos vibratorios la localización de la posición del defecto cuando este se encuentre en la pista de rodadura del anillo externo (posición invariable durante el funcionamiento del rodamiento).



Bibliografía

Libros

1. S. BRAUN. *Discover Signal Processing: An Interactive Guide for Engineers.* Ed. John Wiley & Sons, 2008.
2. J. M. MARIN LOPEZ, *Análisis y caracterización holista de un sistema rotativo complejo,* Tesis doctoral, Universidad Carlos III de Madrid, Julio 2009
3. H. RUBIO ALONSO, *Caracterización de defectos localizados en sistemas mecánicos rotativos mediante análisis de vibraciones,* Tesis doctoral, Universidad Carlos III de Madrid, Junio 2003
4. M. ARTÉS, J. C. GARCÍA, and H. RUBIO. *Técnica de análisis de la potencia espectral para saltos de frecuencia y su aplicación a un sistema mecánico con varios tamaños de defecto en rodamientos de bolas.* CIDIM 99, Santiago de Chile, 1999.
5. J. C. GARCÍA, H. RUBIO, P. J. LORCA, D. RUIZ, and R. GARCÍA. *Simulación de defectos en elementos rodantes: aplicación a rodamientos.* XV CNIM, Anales de Ingeniería Mecánica. Pp. 1478-1583. 2003.
6. LAFITA BABIO, F.; MATA-CORTES, A. *Vibraciones mecánicas en ingeniería.* Madrid: INTA, 1964. 637 p. Depósito Legal M. 16.-1964.
7. GARCIA DE JALON, JAVIER. *Aprenda Matlab 7.0 como si estuviera en primero.* Universidad Politécnica de Madrid, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, 2005.

Manuales

8. SKF. Catalogo general
9. SKF. Manual skf mantenimiento de rodamientos
10. SKF. Identifying the stages of bearing damage. Revolutions, 1999.
11. SKF. Vibration diagnostic guide. CM5003. SKF Condition Monitoring, 2000.
12. FAG. Rodamientos fag. catálogo wl 41 520/3 sb. Edición 2000.
13. FAG. Mounting and dismounting of rolling bearings. Publ. No. WL 80 100/3 EA, 1990.



Páginas web

14. <http://es.wikipedia.org>, Ultimo acceso: Noviembre 2010
15. <http://www.skf.com>, Ultimo acceso: Septiembre 2010
16. <http://www.fag.es>, Ultimo acceso: Octubre 2010
17. <http://www.koyo.co.uk>, Ultimo acceso: Octubre 2010
18. <http://www.feyc.es>, Ultimo acceso: Octubre 2010
19. <http://www.construsur.com.ar>, Ultimo acceso: Octubre 2010
20. <http://www.guemisa.com>, Ultimo acceso: Octubre 2010
21. <http://www.mantenimientomundial.com>, Ultimo acceso: Octubre 2010