

Nome:

Número:

Curso:

Resolva os Grupos I, II e III em folhas de teste separadas
2h30m+30m de tolerância

Grupo I

1. Para os parâmetros $k, c \in \mathbb{R}$, considere o sistema de equações lineares dado por

$$\begin{cases} 2x & +3y & +kz & = & 2 \\ -x & +2y & +3z & = & 3c \\ x & +y & & = & 3 \end{cases}$$

- a) Discuta, em função de k e c , o sistema de equações dado.
b) Considere $k = 2$ e $c = 0$. Determine o conjunto solução do sistema.
2. Considere as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
- a) Calcule, se for possível, $AB - 3C$.
b) Resolva a equação matricial $CX - I_2 = B^T A^T$, i.e., determine a matriz X .
3. Para A, B matrizes quadradas da mesma dimensão, considere a afirmação

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B).$$

Demonstre-a, se for verdadeira, ou dê um exemplo de duas matrizes A e B que não verifiquem a igualdade dada.

Grupo II

4. Seja

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Calcule A^{-1} .

5. Seja $k \in \mathbb{R}$ e considere

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & k \end{pmatrix}.$$

- a) Calcule $|B|$.
b) Para que valores de $k \in \mathbb{R}$ se tem que a matriz B é singular (ou não-invertível)?

Grupo III

6. O vector

$$x + x^2$$

pode ser obtido como combinação linear dos vectores

$$-2x + 2x^2 - x^3, \quad 2 + x^2 + x^3, \quad -1 - 3x^2 + x^3,$$

no espaço vectorial $R[x]$? Justifique.

7. Considere os vectores $(-1, 1, 1)$, $(1, 0, 3)$, $(0, 1, 1)$ e $(1, -1, 2)$. Construa um subsistema linearmente independente maximal S . Qual a dimensão de $\langle S \rangle$? S é uma base de \mathbb{R}^3 ?

8. Considere o espaço vectorial \mathbb{R}^3 com as operações soma e multiplicação escalar usuais. Para que valores de $k \in \mathbb{R}$ é o conjunto

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y = k\}$$

subespaço vectorial de \mathbb{R}^3 ? Justifique.