UNIVERSIDADE de ÉVORA- 2013/14

Departamento de Matemática

1ª Frequência de Algebra Linear e Geometria Analítica -16/10/2013

1) Considere A,B e X matrizes e suponha possíveis as operações. Diga se é verdadeiro ou falso, justificando as respostas.

a) Um sistema $AX = 0$ (homogéneo) pode ser impossível.

b) Um sistema $AX = B$ com menos equações que incógnitas é possível e determinado.

c) Um sistema $AX = B$ em que A é uma matriz quadrada é possível e determinado.

d) Se um sistema $AX = 0$ tem soluções X^* e Y^* então $\alpha X^* + \beta Y^*$ é também solução de $AX = 0$, com $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

e) Se $AB = A$ e $BA = B$ então $A^2 = A$ e $B^2 = B$.

2) Sendo a e b reais, considere o sistema de equações lineares dado por

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+bz=2 \\ x-y+2z=a \end{cases}$$

a) Escreva a matriz (ampliada) do sistema anterior.

b) Discuta a característica da matriz simples do sistema.

c) Discuta o sistema anterior em função dos parâmetros reais a, b.

d) Determine o conjunto-solução do sistema tomando $a = 1$ e $b = 1$.

3) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

a) Obtenha uma expressão geral para A^n com $n \in \mathbb{N}$.

b) Determine todas as matrizes que comutam com A.

4) Considere em $\mathbb{R}$ as seguintes matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

a) Calcule a matriz inversa de A.

b) Resolva a equação na variável matricial X:

$$A^T X = (3B - C)^T.$$

Obs. dada uma matriz A, então A^T é a sua matriz transposta.