UNIVERSIDADE de ÉVORA – 2012/13
Departamento de Matemática
1ª Frequência de Álgebra Linear e Geometria Analítica – 30/10/2012

1) Sendo a e b reais, considere o sistema de equações lineares dado por

$$\begin{cases} ax+by+z=1 \\ x+aby+z=b \\ x+by+az=1 \end{cases}.$$

a) Determine em função dos parâmetros reais a e b a caraterística da matriz simples do sistema.
b) Discuta o sistema em função dos parâmetros reais a e b.

2) Considere em $\mathbb{R}$ o sistema de equações lineares dado por

$$\begin{cases} x+4y+z+w=1 \\ 2x+8y+z+3w=2 \end{cases}.$$

a) Podemos obter as variáveis x e y como função de z e w? E x e z como função de y e w ? Justifique.
b) Para as respostas afirmativas, use a regra de Cramer para obter as expressões anteriores.

3) Considere em $\mathbb{R}$ as seguintes matrizes

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 1 & 6 & 4 \\ 1 & 6 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

a) Analise, sem calcular a matriz inversa, a invertibilidade das matrizes A, B e C;
b) calcule, quando possível, a matriz inversa.
c) Resolva a equação na variável matricial X:

$$A^{-1}X=(-2B+C)^T.$$

Obs. dada uma matriz C, então C^T é a sua matriz transposta.

4) Definimos em $E=\mathbb{R}^2$, as seguintes operações, para $\vec{u}=(x_1,y_1),\vec{v}=(x_2,y_2)\in E$ e $\alpha\in\mathbb{R}$:

$$\vec{u}\oplus\vec{v}=(x_1+x_2,y_1+y_2) \qquad \alpha\vec{u}=(\alpha x_1,0).$$

a) Verifique se $(\alpha+\beta)\vec{u}=\alpha\vec{u}\oplus\beta\vec{u}$.
b) Verifique se $E=\mathbb{R}^2$ com as operações definidas anteriormente é um espaço vetorial real.