UNIVERSIDADE de ÉVORA – 2011/12
Departamento de Matemática
1ª Frequência de Álgebra Linear e Geometria Analítica – 2/11/2011

1) Para cada parâmetro real k, considere o sistema de equações lineares dado por

$$\begin{cases} x+2y+3z=6 \\ -x+2z=1 \\ 2y+kz=8+x\,. \end{cases}$$

a) Discuta em termos de k a existência ou não de solução do sistema.
b) Considere $k=4$ e determine o conjunto solução do sistema.

2) Considere o sistema de equações lineares dado por

$$\begin{cases} x+3y+z+w=1 \\ 2x+6y+z+3w=2\,. \end{cases}$$

a) Podemos obter as variáveis x, y como função de z e w? E x, z como função de y e w? Justifique.
b) Para as respostas afirmativas, use a regra de Cramer para obter as expressões anteriores.

3) Confirme, sem calcular o determinante, que

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 24 \\ 1 & 3 & 16 \\ 1 & 0 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{é um múltiplo de 8.}$$

4) Resolva em $\mathbb{R}$ a equação

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & x+1 & 2x+1 \\ x^2 & (x+1)^2 & (2x+1)^2 \end{vmatrix} = 0\,.$$

5) Para cada $\beta \in \mathbb{R}$, sejam $u = (1,1,1)$, $v = (0,1,1)$, $t = (2,0,1)$ e w = $(\beta,2,2)$. Considere as afirmações seguintes e diga quais as falsas e quais as verdadeiras. Justifique cada uma das respostas.

a) Os vetores u, v não geram $\mathbb{R}^3$.
b) Os vetores u, v, w geram $\mathbb{R}^3$, para algum valor de β.
c) O vetor w é combinação linear de u e v, para algum valor de β.
d) Os vetores u, v, e t são linearmente independentes.