



POLITÉCNICA



Aerodinámica

Validación Código Vortex Lattice



AUTORES:

SARA ALONSO LUCAS

JON ERRASTI ODRIÓZOLA

ALEJANDRO SARABIA VARGAS

CARLOS TERREROS SANCHEZ

Índice.

1.	Introducción	1
2.	Fundamento teórico.....	2
	2.1Condiciones de contorno.....	4
	2.2Ley de Biot y Savart	4
3.	Implementación del código	6
4.	Obtención de resultados y validación del código.....	8
5.	Conclusiones.....	14
6.	Bibliografía.....	15

1. Introducción

Los métodos de panel han sido ampliamente utilizados en la industria y se han establecido desde la década de 1970 en el cálculo y análisis de perfiles y alas. Este trabajo se enfoca en introducir brevemente la teoría detrás del método Vortex Lattice, proponiendo un código de Matlab relativamente simple que pueda ser usado en la validación de otros programas más complejos.

En las clases de la escuela, como en todas las escuelas de Ingeniería, toda la aerodinámica que se ha visto ha sido la potencial, en la que se considera que el flujo no es cambiante con el tiempo y se desprecia la viscosidad, o se reduce su estudio a la capa límite. Estas suposiciones simplifican enormemente los cálculos, lo que la hace de grandísimo interés didáctico.

El VLM es una extensión de la teoría de Prandtl, donde se modela el ala como una celosía o entramado de vórtices de herradura. Aunque los cálculos que hay que llevar a cabo son posibles de realizar a mano, este método se ha visto tremendamente potenciado por la aparición y el desarrollo de herramientas computacionales.

Se citan a continuación algunas de las asunciones que hay que hacer para poder desarrollar este método:

1. El fluido alrededor del ala es incompresible, no viscoso e irrotacional.
2. Las superficies sustentadoras son muy delgadas. Este método niega la influencia del espesor del ala en las fuerzas aerodinámicas.
3. El ángulo de ataque es pequeño, pudiendo hacer las aproximaciones propias a este tipo de ángulo.
4. Una adición que le hacemos para nuestro trabajo es que además sea estacionario.

En pocas palabras, un código de Vortex Lattice toma una geometría del ala y un ángulo de ataque como *input* y calcula el campo de velocidades alrededor del ala, incluido el efecto de los torbellinos en la punta del ala.

Algunas de las cosas que el diseñador puede conseguir con este tipo de programas son:

1. Minimizar la resistencia inducida, que se da debido a la estela de torbellinos que se genera aguas abajo del ala.
2. Controlar la entrada en pérdida de distintas zonas del ala, pudiendo controlar así que zonas serán las que entrarán antes en pérdida.
3. Calcular la dirección local del fluido, incluyendo la deflexión hacia abajo del flujo.

Hay que tener muy presente también que este tipo de códigos no son perfectos, son aproximados, pues asumen, entre otras cosas, que la viscosidad es despreciable y que el flujo es estacionario. En este tipo de códigos, por tanto, el coeficiente de sustentación que nos da el programa es algo menor que el real. A la vista de esto, el coeficiente de resistencia también será algo superior al que nos encontraríamos en la realidad.

2. Fundamento teórico

Para poder comprender el trabajo llevado a cabo por el grupo, es muy importante comprender el fundamento teórico tras la formulación del problema.

En primer lugar, escogeremos un sistema de referencia adecuado para la resolución del problema, que en este caso son los ejes viento, haciendo coincidir el eje X con la dirección del viento (asumimos atmósfera en calma) en la dirección positiva de la velocidad de éste, el eje Z será el eje vertical y el eje Y será el longitudinal del ala, formando un triedro a derechas. De esta forma, la fuerza de sustentación, L, coincidirá en dirección y sentido con el eje Z y la resistencia aerodinámica hará lo propio con el eje X.

Es importante definir aquí los valores del coeficiente de sustentación y resistencia, que toman los valores:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S}$$
$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S}$$

Donde ρ_∞ es la densidad del fluido sin perturbar, U_∞ es la velocidad incidente y S es una superficie característica, que puede ser la de un ala.

Podríamos aquí dedicar unas líneas a las ecuaciones de Navier-Stokes y al desarrollo que tenemos que seguir para obtener las simplificaciones que nos interesan, sin embargo, no es objeto del trabajo demostrar todo el aparato matemático detrás del VLM, por lo que añadiremos únicamente las ecuaciones simplificadas que buscaremos resolver.

- De la Ecuación de Continuidad nos queda que:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0$$

- De la Ecuación de Cantidad de Movimiento se tiene que:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \mathbf{f}_m$$

Estas dos ecuaciones pueden ser adimensionalizadas utilizando variables características del problema como pueden ser la cuerda, la velocidad incidente o la presión ambiente, obteniendo así numero adimensionales como el numero de Reynolds, el de Strouhal o el de Euler. Podemos saber de antemano que los términos convectivos son mucho mayores que los términos viscosos y que las fuerzas másicas, por lo que ambos serán despreciables (de hecho, una de las asunciones que hemos mencionado en la introducción es que las fuerzas viscosas han de ser despreciables, siempre y cuando estemos lo suficientemente lejos del ala). Las derivadas respecto del tiempo también serán nulas pues consideramos que el flujo es estacionario, es decir, que no depende del tiempo.

Para cumplir la condición de adherencia cinemática en la superficie del ala, el fluido ha de sufrir una gran deceleración, por lo que en las proximidades a dicha superficie los esfuerzos viscosos sí han de ser considerados, formando la capa límite, que será de un espesor que varía inversamente con la raíz del número de Reynolds.

En el caso de perfiles bidimensionales se tiene que, si la capa límite está adherida, las fuerzas de resistencia serán nulas. Dicho fenómeno se conoce como Paradoja de D'Alembert. Si estudiáramos cada uno de los perfiles individualmente, veríamos como se cumple la condición de resistencia nula. Sin embargo, en el caso del ala larga de Prandtl, se calcula la sustentación suponiendo que el ángulo de ataque es el efectivo, que es distinto del geométrico, de forma que la fuerza generada no será perpendicular a la corriente incidente y generará una componente en la dirección de avance del ala. También podemos entender su existencia considerando la energía que los torbellinos comunican a la estela.

El coeficiente de resistencia inducida puede calcularse como:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A} * \left[1 + \sum_2^{\infty} n \frac{A_n^2}{A_1^2} \right]$$

Donde se ve como para mayores alargamientos del ala tenemos valores menores de la resistencia inducida, pues esta se obtiene sumando productos de sustentación por deflexión. La sustentación en cada punto depende de la circulación local, mientras que la deflexión es inducida por la circulación del resto de secciones.

Una ecuación que no se ha tenido en cuenta hasta el momento es la ecuación de la entropía. Los efectos de adición de calor son despreciables en este problema, de forma que nos queda:

$$\frac{DS}{Dt} = 0$$

Como en formulaciones anteriores, no es objeto de este trabajo profundizar demasiado en las bases teóricas de este método, de forma que vamos a obviar todos los pasos intermedios que nos llevan a este último resultado del teorema de Bjerknes-Kelvin:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0$$

Esta expresión nos muestra que en ausencia de viscosidad la circulación será nula y que, por tanto, también lo será la sustentación si la circulación inicial era nula. La viscosidad es un factor determinante en la generación de circulación.

Al ser el problema estacionario, las dos ecuaciones anteriores pueden simplificarse aún más:

$$\nabla S = 0$$

Para la ecuación de la entropía.

$$\nabla \Gamma = 0$$

Para el teorema de Bjerknes - Kelvin.

De esta expresión podemos concluir también la Condición de Kutta - Yukovski. Esta condición afirma que la corriente no pasará nunca del extradós al intradós ni viceversa en el borde de salida. Es decir, los torbellinos que se formen han de ser de una intensidad tal que la circulación generada no pueda realizar dicho rebordeo.

2.1 Condiciones de contorno

Para poder resolver correctamente el problema es necesario tener especial cuidado con la aplicación de las condiciones de contorno.

Las condiciones de contorno que se van a aplicar son las siguientes:

1. El infinito se encuentra en calma. Es decir, tanto aguas arriba como aguas abajo del problema el fluido se mantiene en calma, a una presión, densidad y temperatura dadas.
2. Condición de velocidades verticales en el ala: al haber despreciado la viscosidad, no habrá nada fuera de la capa límite que frene el fluido. De esta forma, hay que aplicar que la superficie del ala sea una superficie fluida y que, en consecuencia, el gasto másico a su través sea nulo.
3. Condición de continuidad en la estela: como no podía ser de otra manera, la ecuación de continuidad también ha de cumplirse en la estela. Esta condición queda impuesta haciendo que: $V(z = 0^+) = V(z = 0^-)$.
4. Igualdad de presiones en la estela. Téngase en cuenta que la estela es una superficie de discontinuidad tangencial que se forma en el borde de salida del perfil. Como se ha estudiado en la asignatura Mecánica de Fluidos II, las presiones a ambos lados de una SDT han de ser iguales. De esta condición podemos llegar a la condición de Kutta generalizada, que se enuncia de la siguiente manera con las simplificaciones de flujo estacionario:

$$\rho_{\infty} \left(U_{\infty} \frac{\delta}{\delta x} \right) \Gamma(x, y, t) = 0$$

Donde la circulación se calcula como la diferencia entre los potenciales linealizados del extradós y el intradós.

2.2 Ley de Biot y Savart

Considerando un líquido ideal en reposo o en movimiento en un dominio indefinido, suponemos que el campo de velocidades es irrotacional salvo en un dominio finito D, donde el rotacional vale $\mathbf{C}(\mathbf{x})$ y es distinto de cero y conocido. Se busca conocer la velocidad que induce el campo de torbellinos, sabiendo que la divergencia de dicha velocidad es nula y que el rotacional de la velocidad vale C.

Haciendo las modificaciones pertinentes, se llega a que:

$$V(x) = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{C(x_0) \times r}{r^3} dv$$

Que aplicado al caso en el que el dominio D sea un tubo delgado de torbellinos nos da la ley de Biot y Savart.

Hay que notar dos características principales que derivan del hecho de que la divergencia de C sea nula:

1. La circulación del vector velocidad es constante a lo largo de las líneas cerradas que rodean al tubo de torbellinos es constante.
2. Un tubo de torbellinos de intensidad no nula no puede nacer o desaparecer en el seno de un fluido, tiene que prolongarse hasta la frontera del dominio fluido.

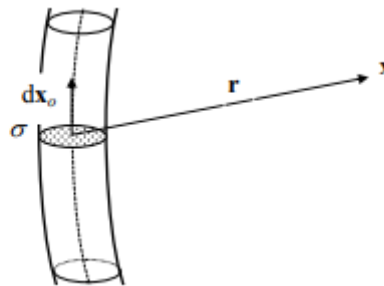


ILUSTRACIÓN 1 MOODLE, CORRIENTE TRIDIMENSIONAL DE LÍQUIDOS IDEALES

Donde x_0 es el punto causa y x es el punto efecto.

El valor de $C(x_0)$ es también conocido y vale:

$$C(x_0) = \frac{\Gamma}{\sigma(x_0)} \frac{dx_0}{|dx_0|}$$

Sustituyendo, la ley de Biot y Savart queda:

$$V(x) = \frac{\Gamma}{4\pi} \int \frac{dx_0 \times r}{r^3}$$

Donde el valor de la integral dependerá de si el hilo de torbellinos es infinito, semi infinito o finito.

Esta función nos será útil, pues nos permitirá calcular los factores de influencia, haciendo que Γ sea la unidad, teniendo así una única variable.

De este modo, hemos llegado a una expresión que para solucionar solo quedaría aplicar las condiciones de contorno, lo que puede hacerse combinando los hilos de torbellinos de la estela y el ala, haciendo un sumatorio de todas las soluciones individuales.

3. Implementación del código

La estructura del programa se divide en dos partes, un código principal llamado *VortexLattice3D* que hace todos los cálculos propios del método y una función llamada *BiotSavart3D* que nos calcula el factor de influencia generado por un hilo de torbellinos en un punto arbitrario.

Se ha querido dar cierta libertad de personalización al usuario, de forma que las primeras líneas del código (se podría abrir un menú interactivo) están dedicadas a la definición de los parámetros del problema. Se ha dejado libertad de elección de:

- I. Envergadura.
- II. Valor del alargamiento.
- III. Cuerda en el encastre.
- IV. Estrechamiento del ala.
- V. Ángulo de flecha de flecha del ala.
- VI. Condición de vuelo (ángulo de ataque, altura y velocidad).
- VII. NACA del perfil.
- VIII. Divisiones según la dirección de la cuerda y de la envergadura.

El programa se ha desarrollado para que se introduzcan los datos con unas unidades coherentes predeterminadas, sin embargo, esto podría modificarse con un añadido de unas pocas líneas de código.

Una vez se ha definido el problema con los parámetros mencionados, el programa genera una geometría del ala seleccionada, con el correspondiente mallado, tanto principal como secundario. Téngase en cuenta que, a fin de facilitar los cálculos, y siguiendo las indicaciones del capítulo décimo del libro *Katz & Plotkin*¹ (recuérdese que no se busca un programa completo, sino uno simplificado que sirva como validación), el mallado se ha impuesto en el plano $Z=0$. Este proceso de mallado crea una serie de herraduras en las que basaremos nuestros cálculos. Los valores representativos de cada herradura se evaluarán en el centro de ésta, punto al que en adelante se referirá como Punto de Colocación (PC).

Se procederá inmediatamente al cálculo de los vectores normales a los paneles. Estos vectores podrían haberse calculado considerando sus componentes en las tres direcciones del espacio, sin embargo y, de nuevo, buscando simplificar los cálculos, únicamente se considera la dirección vertical de los mismos.

Llegado a este punto entra en el código la función *BiotSavart3D*, que calcula los factores de influencia de los hilos de torbellinos en cualquier punto. Evidentemente, para obtener resultados correctos no es suficiente con evaluar dicha función en cualquier punto, sino en unos en concreto: los puntos de colocación. Dicha función consta de un bucle que calcula la influencia de cada uno de los paneles sobre cada uno de los paneles. Para esto, toma una arista del panel y calcula la influencia de dicho segmento sobre el PC, repitiéndose este proceso para cada una de las cuatro aristas. Es decir, se elige en primer lugar un panel, calculándose la influencia de todos los demás sobre el mismo. Una vez se haya calculado esto, se avanza a un segundo panel, llevando a cabo el mismo proceso que sobre el primero y se repetirá este proceso para cada panel. Es en este punto cuando se impone la condición de Kutta. Para ello, los paneles que llegan al borde de salida se incorporan a la estela, una serie de paneles semi infinitos con intensidad de circulación igual al panel inmediatamente anterior, lo

que, en la práctica, se traduce en una sustitución del panel del borde de salida por otro semi infinito que contenga la estela.

La solución del problema se obtendrá mediante un método RHS, donde tenemos un sistema de ecuaciones de la siguiente forma:

$$A \cdot \Gamma = RHS$$

Donde A es la matriz de coeficientes de influencia calculados con Biot-Savart, RHS es un vector columna que considera los efectos de la velocidad incidente, el ángulo de ataque y el problema antisimétrico de curvatura del perfil y Γ es un vector columna de densidades circulación de cada panel, que será nuestra incógnita. Dicho sistema tiene una resolución sencilla de inversión de la matriz A. Téngase en cuenta que la Matriz A también podrá entenderse como una matriz de velocidades inducidas en cada punto por una superposición de torbellinos.

Una vez se ha obtenido el vector gamma, ya se tiene en la práctica la solución del problema, teniendo, por último, que añadir particularidades de cada información que se quiera obtener, como pueden ser la sustentación, la resistencia o los momentos.

En nuestro caso particular, se ha procedido en primer lugar a calcular la sustentación. Para ello se ha dividido el problema en dos: uno para los paneles correspondientes al borde de ataque y otro para el resto.

La aportación del borde de ataque se calcula de la siguiente manera aplicando la fórmula de Kutta-Joukowski:

$$\Delta L = \rho U_{\infty} \Gamma_{1,j} \Delta y_{1,j}$$

Donde el subíndice 1 hace referencia a que únicamente se toma el primer panel en la dirección X y el subíndice j hace referencia al contador que recorre el eje Y.

De la misma manera, la contribución del resto de paneles se calculará como:

$$\Delta L = \rho U_{\infty} (\Gamma_{i,j} - \Gamma_{i-1,j}) \Delta y_{i,j}$$

Habiendo calculado ya el incremento de sustentación de cada uno de los paneles, calculamos ahora la sustentación global como un sumatorio de todas las anteriores. Una vez obtenida la sustentación global, el coeficiente de sustentación, C_L se calculará sin más que adimensionalizar, como se ha comentado en el apartado segundo de este texto.

En el cálculo de la sustentación se obtiene una matriz Y de dimensión $N_x \cdot N_y$, siendo éste el número de paneles del ala. Esta matriz se construye reorganizando los términos arriba expuestos. Para ellos, escribimos los términos $\Gamma_{1,j}$ en la primera fila de la nueva matriz y los términos $(\Gamma_{i,j} - \Gamma_{i-1,j})$ para completarla.

Una vez conseguido la sustentación pasaremos a obtener la distribución de presiones a lo largo del ala. Para ello, se toma la matriz de circulaciones se opera con ella de la siguiente manera:

$$C_p = \frac{-2 \cdot Y}{U_{\infty}}$$

Siendo C_p una matriz de las mismas dimensiones que la matriz Y obtenida para el cálculo de sustentación.

Se pueden obtener también los coeficientes de momentos de cabeceo (no se calculan ni el de guiñada ni el de balance por no tener componentes en las direcciones asociadas a dichos

momentos), que se tendrán multiplicando la sustentación por la distancia de cada punto de colocación respecto al borde de ataque. Es obvio que habrá que sumar las componentes de todos los puntos de colocación.

El cálculo de la C_D se lleva a cabo de forma análoga a la sustentación. En este caso, construiremos una matriz B Prima que será equivalente a la matriz A construida para el cálculo de la sustentación. Para construir dicha matriz se vuelve a hacer uso de la función *BiotSavart*, sin embargo, esta vez en vez de tener en cuenta la influencia de los cuatro hilos de torbellinos, solo tendremos en cuenta, tendremos en cuenta únicamente los torbellinos paralelos a la dirección de la cuerda. Con esta matriz y con la *Matriz Gamma* anteriormente calculada, obtendremos las velocidades inducidas sobre cada uno de los puntos de control. Con dichas velocidades inducidas se construye la matriz B Prima. Finalmente, la resistencia global se calculará de la siguiente manera:

$$D = -\frac{\rho}{2} \sum_{k=1}^{N_w} \Gamma_k w_{ind,k} \Delta y_k$$

La resistencia se adimensionalizará, de nuevo, como se ha comentado en el apartado segundo de este texto, obteniéndose finalmente el coeficiente de resistencia.

4. Obtención de resultados y validación del código

El objetivo de este trabajo es la obtención de determinados valores que permitan la validación del código mediante el uso de otro ya desarrollado. El código de validación propuesto por el profesor y que se utilizará en adelante es *Tornado* (al que se puede acceder mediante el siguiente [enlace](#)). Después se tratará de estudiar la influencia de uno o varios parámetros en los resultados obtenidos.

Para la validación del programa se ha utilizado un ala con los siguientes parámetros:

- Envergadura (b): 14 m
- Cuerda en el encastrado (c): 5 m
- Estrechamiento (E): 0.5
- Ángulo de flecha: 40°
- Ángulo de ataque: 5°
- Altitud de vuelo: 0 m
- Velocidad de vuelo: 200 ms⁻¹
- Paneles en dirección de la envergadura: 20
- Paneles en la dirección de la cuerda: 10

Pasamos ahora a comparar los resultados obtenidos por nuestro programa con los obtenidos con el programa *Tornado*:

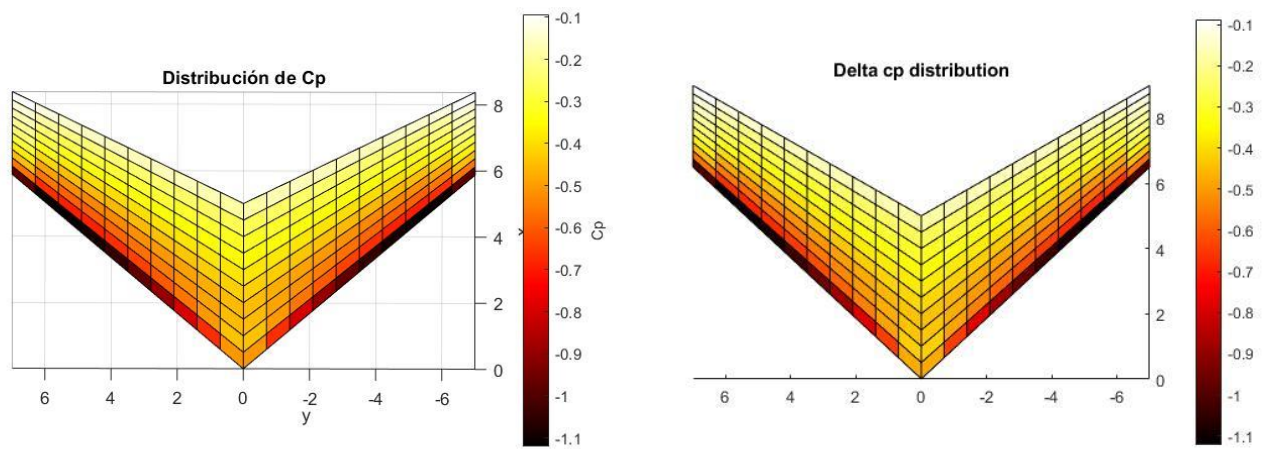


FIGURE 4.1: DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES A LO LARGO DEL ALA. A LA IZQUIERDA LA OBTENIDA CON NUESTRO CÓDIGO, A LA DERECHA LA QUE DA EL TORNADO

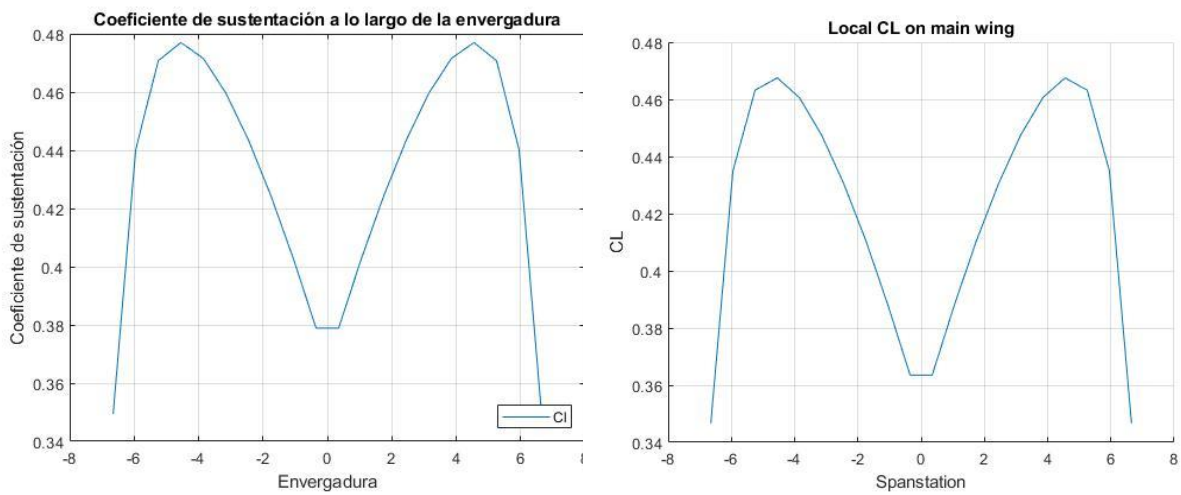


FIGURE 4.2: DISTRIBUCIÓN DEL C_L A LO LARGO DEL ALA. A LA IZQUIERDA EL OBTENIDO CON NUESTRO PROGRAMA, A LA DERECHA EL OBTENIDO CON EL TORNADO

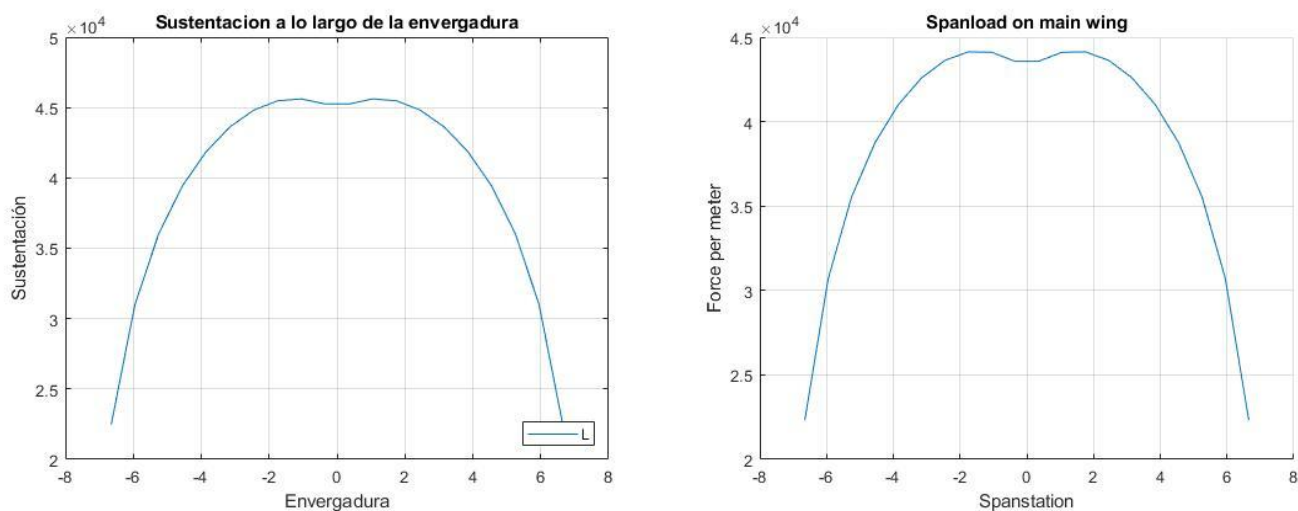


FIGURE 4.3: DISTRIBUCIÓN DE SUSTENTACIÓN A LO LARGO DE LA ENVERGADURA. A LA IZQUIERDA EL OBTENIDO CON NUESTRO CÓDIGO Y A LA DERECHA EL OBTENIDO CON EL TORNADO

Como cabía esperar, los resultados obtenidos no son idénticos, a continuación, se expone una tabla en la que se muestran dichas diferencias:

	Valor obtenido con nuestro código	Valor obtenido con el tornado	Error relativo (%)
C_L	0.43	0.42	2.4
L	553.87 kN	538.51 kN	-2.66
C_m	-0.48	-0.466	3
Pitch Moment	$-2.34 \cdot 10^6$ Nm	$-2.335 \cdot 10^6$ Nm	0.2
$C_{D,i}$	0.0087	0.0143	39
D	10.6 kN	18.45 kN	42.5

Dichas diferencias pueden explicarse debido a alguna diferencia en las hipótesis simplificadoras llevadas a cabo en ambos programas. Por ejemplo, en nuestro programa se ha supuesto que las herraduras se encuentran en el plano $Z=0$.

El caso del coeficiente de resistencia merece un comentario aparte, pues como podemos ver el error se ha disparado en comparación al resto de resultados obtenidos. Una explicación que se podría dar es que varía con el cuadrado de la sustentación, disparándose el error, sin embargo, esto no parece una causa plausible. Otra posible explicación que se le podría dar es que al no coincidir exactamente las hipótesis simplificadoras que se han tomado en el *Tornado* y en nuestro programa, esto suponga una variación notable en los resultados. Hay que tener en cuenta también que en el caso del coeficiente de resistencia hablamos de valores muy pequeños, de forma que cualquier pequeña discrepancia en los resultados supondrá un gran error relativo en porcentaje. Sin duda, este es un apartado en el que se ha de trabajar en un futuro, acercándonos a un resultado más preciso.

Además de todos estos valores que se pueden comparar con el *Tornado*, podemos obtener las siguientes gráficas y figuras:

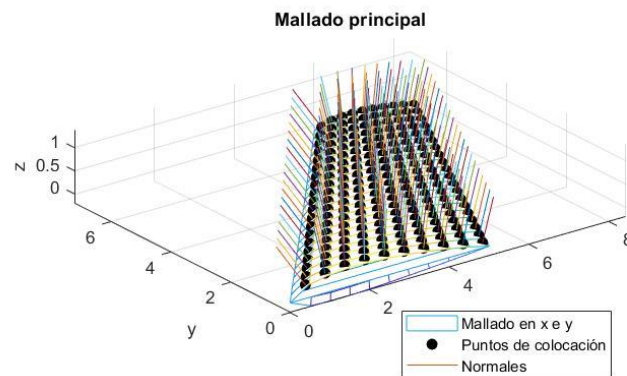


FIGURE 4.4: ALA TRIDIMENSIONAL CON LAS NORMALES A CADA PANEL

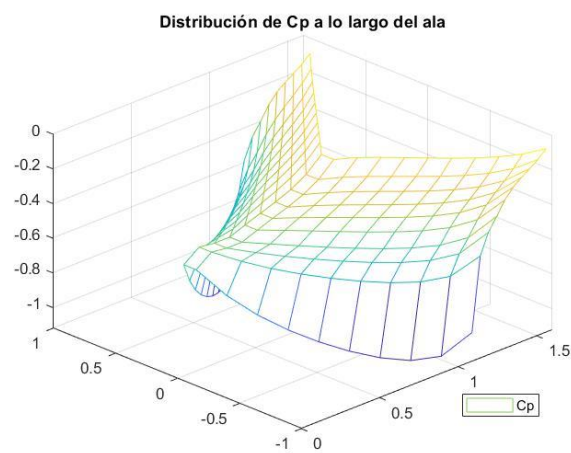


FIGURE 4.5: DISTRIBUCIÓN TRIDIMENSIONAL DE PRESIONES

Una vez presentados los resultados obtenidos del código se ha procedido a estudiar la influencia de la variación de algún parámetro. En primer lugar, estudiamos la influencia del ángulo de ataque:

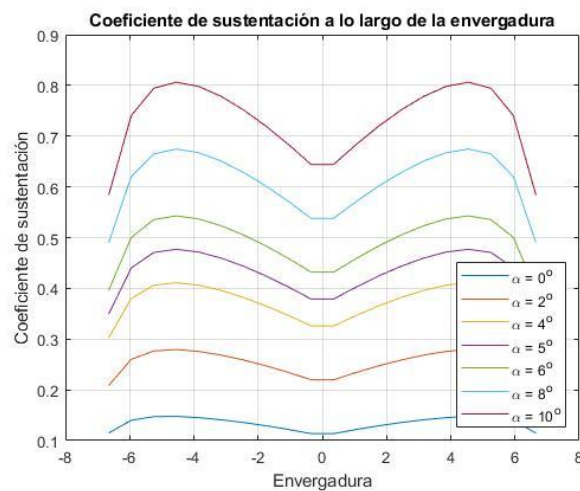


FIGURE 4.6: VARIACIÓN DEL C_L A LO LARGO DE LA ENVERGADURA CON EL ÁNGULO DE ATAQUE

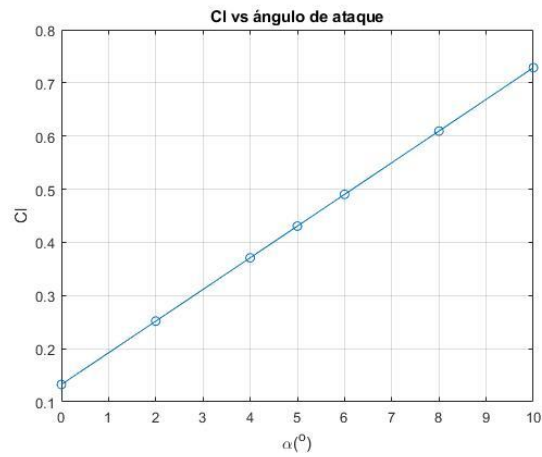


FIGURE 4.7: VARIACIÓN DEL COEFICIENTE DE SUSTENTACIÓN GLOBAL CON EL ÁNGULO DE ATAQUE

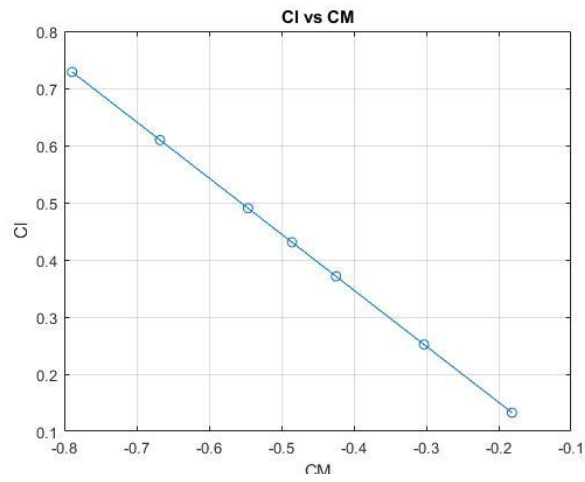


FIGURE 4.9: INTERDEPENDENCIA DEL C_L Y EL C_M

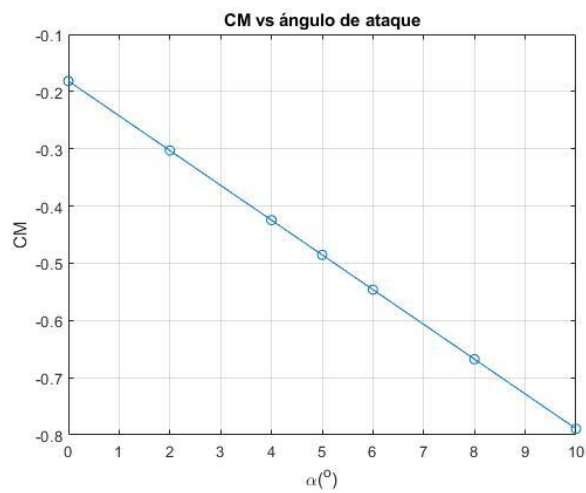


FIGURE 4.8: VARIACIÓN DEL COEFICIENTE DE MOMENTO DE CABECEO CON EL ÁNGULO DE ATAQUE

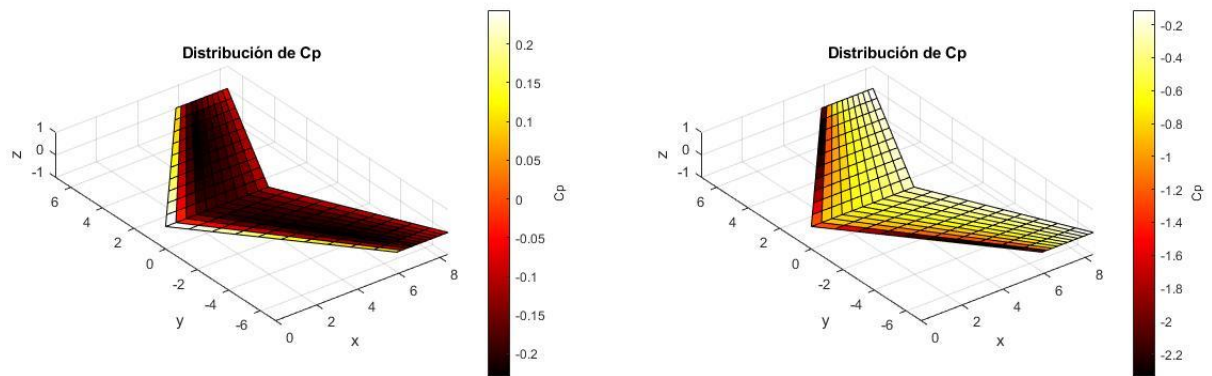


FIGURE 4.10: DISTRIBUCIONES DE C_p A LO LARGO DEL ALA PARA ÁNGULO DE ATAQUE NULO (IZQUIERDA) Y ÁNGULO DE ATAQUE 10° (DERECHA)

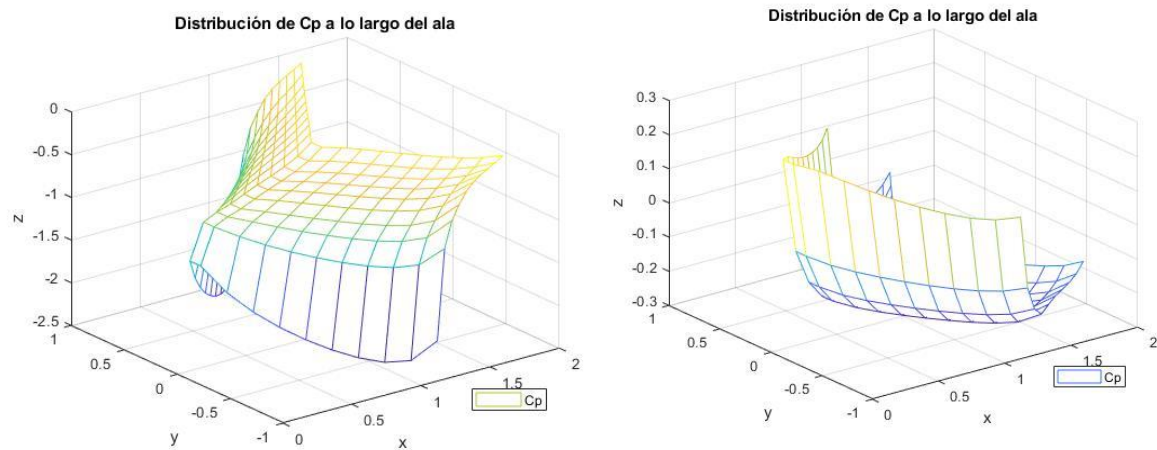


FIGURE 4.11: DISTRIBUCIÓN TRIDIMENSIONAL DE PRESIONES PARA DISTINTOS ÁNGULOS DE ATAQUE

Hemos podido comprobar que los resultados obtenidos son, siempre teniendo en cuenta los márgenes de error en el que nos movemos, los esperados. Se ha podido comprobar como el C_L varía linealmente con el ángulo de ataque, como se ha visto en las clases de teoría. Aunque en el apartado segundo se comentó que este método no era apropiado para estudiar el comportamiento en pérdida de las alas, las distribuciones de presiones si nos dan una idea de por qué ocurre. Vemos que según aumenta el ángulo de ataque aumenta el gradiente de presiones se hace cada vez más adverso, lo que hace que la corriente se decelere más, ensanchando la capa límite que terminará por desprenderse.

Por último, también se ha querido estudiar la influencia de la variación del ángulo de flecha en los resultados obtenidos, que han sido los siguientes:

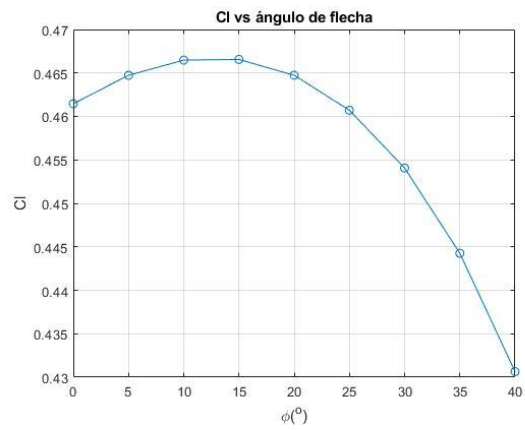


FIGURE 4.12: VARIACIÓN DEL C_L CON EL ÁNGULO DE FLECHA

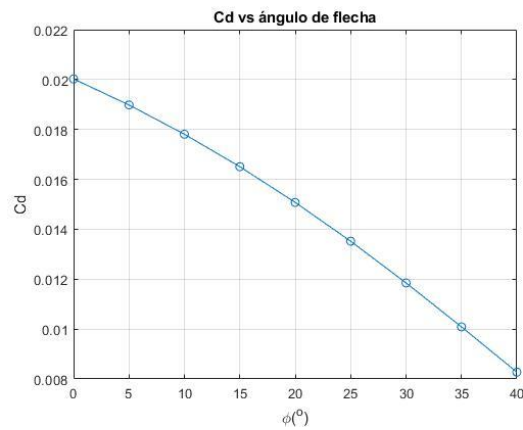


FIGURE 4.12: VARIACIÓN DEL C_D CON EL ÁNGULO DE FLECHA

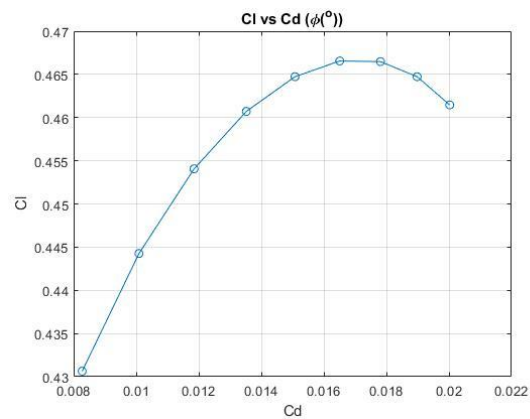


FIGURE 4.13: CORRELACIÓN ENTRE C_L Y C_D

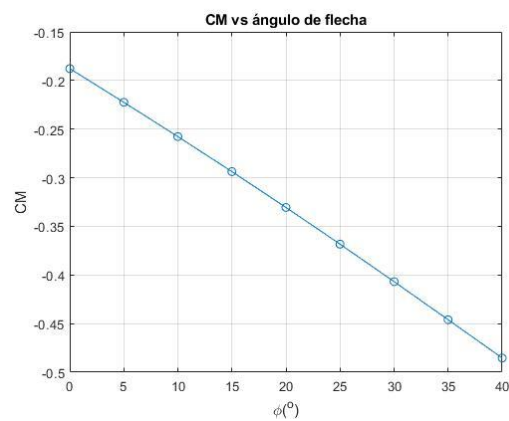


FIGURE 4.14: VARIACIÓN DEL C_M CON EL ÁNGULO DE FLECHA

5. Conclusiones

A lo largo de este informe se han expuesto las bases del método *Vortex Lattice*, su implementación en Matlab y los resultados obtenidos con el programa desarrollado. Tras el desarrollo del programa, se ha podido comprobar que es un método relativamente sencillo de implementar (han hecho falta un par de semanas de trabajo de un grupo de cuatro estudiantes para obtener resultados precisos).

El desarrollo teórico muestra como a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes se pueden obtener precisos del movimiento potencial de un fluido incompresible alrededor de un ala, por lo que un programa de este tipo puede ser una herramienta poderosa a la hora de hacer diseños preliminares en distintos proyectos. Debido a las hipótesis simplificadoras que se han llevado a cabo no permite estudiar aspectos como el comportamiento a la entrada en pérdida del perfil, por lo que, como se ha dicho, servirá para llevar a cabo estudios preliminares y no más. Téngase en cuenta también que los tiempos de computación son relativamente cortos, lo que también supondrá una ventaja.

En general, los resultados obtenidos son coherentes con los obtenidos con el *Tornado*, en todos los casos entrando dentro de ciertos márgenes aceptables de error. El tiempo de computación también se puede considerar aceptable, manteniéndose por debajo del minuto para mallados de 200 paneles.

Sin embargo, no todo podían ser ventajas con este método. Se tienen inconvenientes como la no tenencia en cuenta del espesor del perfil, lo que puede ser una fuente importante de error para perfiles de gran espesor. Como solución a este problema se propone el uso de un método de paneles, que sí tiene en cuenta el espesor del perfil, pero cuyo estudio excede el propósito de este trabajo. También se ha comentado que el hecho de no haberse considerado la viscosidad hace que no se pueda estudiar el comportamiento a entrada en pérdida del ala ni el desprendimiento de la capa límite según se aumenta el ángulo de ataque.

6. Bibliografía

PERALES PERALES, J. M., *Aerodinámica y Mecánica del Vuelo*, ETSIAE, Madrid, 2013.

KATZ, J., Y PLOTKIN A., *Low Speed Aerodynamics*, San Diego State University, San Diego, 1991.

MUÑOZ SOLER, F., *Implementación del método Vortex-Lattice para el cálculo de la Aerodinámica no Estacionaria de alas en régimen incompresible*, Universidad de Sevilla, Sevilla, 2016.

MOYANO CONTRERAS, A., *Implementación de un modelo Vortex Lattice para distintas configuraciones alares, superficies de control e hipersustentadoras*, Sevilla, 2014.

SADRAEY, M. H., "Wing Desing", en M. H., SADRAEY (ed.), *Aircraft Desing. A systems Engineering Approach*, pp. 161-264, Daniel Webster College, New Hampshire, USA, John Wiley & Sons, 2013. DOI: 10.1002/9781118352700.

GIL COLOMER, F., *Implementación de un modelo Vortex Lattice para distintas configuraciones alares, superficies de control e hipersustentadoras*, Valencia, 2016.

PINZÓN, S., "Introduction to Vortex Lattice theory", *Ciencia y poder aéreo*, vol. 10, pp. 1-260, 2015.