

Руководитель

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ъныи исследовательскии университет); (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

_	<u>ИНФОРМАТИ</u> <u>СИСТЕМЫ ОБРА</u>					
	ЕТНО-ПО					
К НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ НА ТЕМУ: Использование методов машинного обучения для прогнозирования						
климатичес	ских изменений	<u>í</u>				
Council INS	. 25M				<u> </u>	
Студент <u>ИУ5</u>	<u>35М</u> (Группа)		(Подпись, дата)	(И.О.Фамилия)		

(Подпись, дата)

Ю.Е. Гапанюк (И.О.Фамилия)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

УТВЕРЖДАЮ	
Заведующий кафедрой	ИУ5
	(Индекс)
	Терехов
о.О.И)	Фамилия)
« <u>04</u> » <u>сентября</u>	2023 г.

ЗАДАНИЕ

на выполнение научно-	исследовательск	ой работы
по темеИспользование методов машини изменений	ного обучения для прогноз	вирования климатических
Студент группы _ <u>ИУ5-35М</u>		
Ролдугин Евгений Е	Владимирович	
	, имя, отчество)	
Направленность НИР (учебная, исследовательский		водственная, др.)
— Источник тематики (кафедра, предприятие, НИ	IP) <u>КАФЕДРА</u>	
График выполнения НИР: 25% к нед., 5	60% к нед., 75% к	_ нед., 100% к нед.
Техническое задание		
Оформление научно-исследовательской рабо	ты:	
Расчетно-пояснительная записка на <u>21</u> ли Перечень графического (иллюстративного) мат		г, слайды и т.п.)
Дата выдачи задания «_04_»сентября	2023 г.	
Руководитель НИР		Ю.Е. Гапанюк
	(Подпись, дата)	(И.О.Фамилия)
Студент	(Подпись, дата)	Ролдугин Е.В. (И.О.Фамилия)
	(подпиов, дата)	(11.0. Funitinin)

<u>Примечание</u>: Задание оформляется в двух экземплярах: один выдается студенту, второй хранится на кафедре.

Содержание

Оглавление

Содержание	3
Оглавление	
Введение	
Подготовка	5
Постановка задачи	7
Разведочный анализ	9
Основная часть	12
Заключение	20
Список литературы	21

Введение

В данной НИРС предстоит выполнить типовую задачу машинного обучения - провести анализ данных, провести некоторые операции с датасетом, подобрать модели, а также подобрать наиболее подходящие гиперпараметры выбранных моделей.

Машинное обучение очень актуально в современном мире, оно используется практически во многих сферах. Программист должен подбирать подходящие технологии машинного обучения для достижения наилучших результатов. Чему мы и научимся в данной работе. Попробуем не менее пяти видов различных моделей и подберем наилучшую из них на основе выбранных метрик. Также построим вспомогательные графики, которые помогут нам визуально взглянуть на все необходимые показатели.

Целью данной работы является, исследование и анализ данных, представленных в текстовых файла (формата csv), для дальнейшего построения модели машинного обучения в прогнозирования климатических изменений.

Подготовка

В качестве датасета для данной работы, я выбрал данные о климатических изменениях на поверхности Земли, собранные и предоставленные на сайте:

• https://www.kaggle.com/berkeleyearth/climate-change-earth-surface-temperature-data/data

Датасет представляет из себя набор данных мировых температур от 1750 до 2015 гг. и содержит в себе несколько файлов:

☑ GlobalLandTemperaturesByCity.csv	19.09.2019 4:47	Файл Microsoft E	520 343 KB
GlobalLandTemperaturesByCountry.csv	19.09.2019 4:47	Файл Microsoft E	22 149 КБ
GlobalLandTemperaturesByMajorCity.csv	19.09.2019 4:47	Файл Microsoft E	13 808 KB
GlobalLandTemperaturesByState.csv	19.09.2019 4:47	Файл Microsoft E	30 049 KB
☑ GlobalTemperatures.csv	08.02.2020 12:25	Файл Microsoft E	202 KB

GlobalTemperaturesByCity.csv содержит следующие поля:

- **Dt:** поле даты, которая содержит месяц и год.
- AverageTemperature: средняя температура.
- AverageTemperatureUncertainty: 95% доверительный интервал от среднего значения температуры.
- **City:** город.
- Country: страна.
- Latitude: долгота.
- Longitude: широта.

GlobalTemperaturesByCountry.csv содержит следующие поля:

- Dt: поле даты, которая содержит месяц и год.
- AverageTemperature: средняя температура.
- AverageTemperatureUncertainty: 95% доверительный интервал от среднего значения температуры.
- Country: страна.

GlobalTemperaturesByMajorCity.csv содержит следующие поля:

- **Dt:** поле даты, которая содержит месяц и год.
- AverageTemperature: средняя температура.
- AverageTemperatureUncertainty: 95% доверительный интервал от среднего значения температуры.
- **City:** город.
- Country: страна.

• Latitude: долгота.

• Longitude: широта.

GlobalTemperaturesByState.csv содержит следующие поля:

- **Dt**: поле даты, которая содержит месяц и год.
- AverageTemperature: средняя температура.
- AverageTemperatureUncertainty: 95% доверительный интервал от среднего значения температуры.
- **State**: область.
- Country: страна.

GlobalTemperatures.csv содержит следующие поля:

- **Date**: поле даты, которая содержит месяц и год. Поля 1750-1850 гг. содержат информацию только о средних температурах (LandAverageTemperature и LandAverageTemperatureUncertainty), 1850-2015 гг. еще и о максимальной и минимальной температуры земли и мировой температуры океана и земли.
- LandAverageTemperature: средняя температура Земли (в Цельсиях).
- LandAverageTemperatureUncertainty: 95% доверительный интервал от среднего значения температуры
- LandMaxTemperature: максимальная температура Земли (в Цельсиях)
- LandMaxTemperatureUncertainty: 95% доверительный интервал от максимального значения температуры
- LandMinTemperature: минимальная температура Земли (в Цельсиях)
- LandMinTemperatureUncertainty: 95% доверительный интервал от минимального значения температуры
- LandAndOceanAverageTemperature: средняя температура суши и океана (в Цельсиях)
- LandAndOceanAverageTemperatureUncertainty: 95% доверительный интервал от среднего значения температуры суши и океана/

Постановка задачи

Климатические изменения - всем известный факт. С каждым годом мы замечаем, какие последствия несут за собой эти изменения. С современными технологиями мы можем быть готовыми встретить эти изменения и свести потери к минимуму.

Давайте наглядно рассмотрим данную проблему.

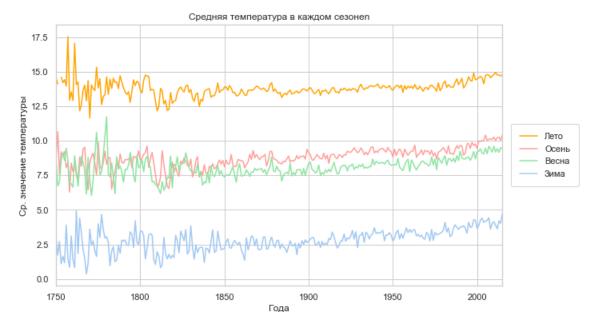
```
In [1]: import pandas as pd
         import seaborn as sns
         import numpy as np
         import matplotlib.pyplot as plt
         %matplotlib inline
         import warnings
         warnings.filterwarnings('ignore')
In [2]: global_temp = pd.read_csv('data/GlobalTemperatures.csv')
 In [3]: global temp = global temp[['dt', 'LandAverageTemperature']]
          global_temp['dt'] = pd.to_datetime(global_temp['dt'])
          global_temp['year'] = global_temp['dt'].map(lambda x: x.year)
          global_temp['month'] = global_temp['dt'].map(lambda x: x.month)
          def get season(month):
              if month >= 3 and month <= 5:
                   return 'spring'
               elif month >= 6 and month <= 8:
                   return 'summer'
               elif month >= 9 and month <= 11:
                   return 'autumn'
               else:
                   return 'winter'
          min_year = global_temp['year'].min()
          max_year = global_temp['year'].max()
          years = range(min_year, max_year + 1)
          global_temp['season'] = global_temp['month'].apply(get_season)
          spring_temps = []
          summer_temps = []
          autumn_temps = []
          winter_temps = []
          for year in years:
              curr_years_data = global_temp[global_temp['year'] == year]
              spring_temps.append(curr_years_data[curr_years_data['season'] == 'spring']['LandAverageTemperature
              summer_temps.append(curr_years_data[curr_years_data['season'] = 'summer']['LandAverageTemperaturautumn_temps.append(curr_years_data[curr_years_data['season'] = 'autumn']['LandAverageTemperaturautumn_temps.append(curr_years_data[curr_years_data['season'] = 'autumn']['LandAverageTemperaturautumn']
              winter_temps.append(curr_years_data[curr_years_data['season'] == 'winter']['LandAverageTemperatus
```

```
In [4]: sns.set(style="whitegrid")
    sns.set_color_codes("pastel")
    f, ax = plt.subplots(figsize=(10, 6))

plt.plot(years, summer_temps, label='Nero', color='orange')
plt.plot(years, autumn_temps, label='Ocenb', color='r')
plt.plot(years, spring_temps, label='Becha', color='g')
plt.plot(years, winter_temps, label='Buna', color='b')

plt.xlim(min_year, max_year)

ax.set_ylabel('Cp. значение температуры')
ax.set_xlabel('Toga')
ax.set_title('Cpenhss температура в каждом сезонеn')
legend = plt.legend(loc='center_left', bbox_to_anchor=(1, 0.5), frameon=True, borderpad=1, borderaxes
```



Как видно из графиков (если учесть возможность недостоверности данных 18-19 вв.) можно заметить рост температуры более чем на 3 градуса, особенно зимой.

Давайте рассмотри данную проблему более подробнее.

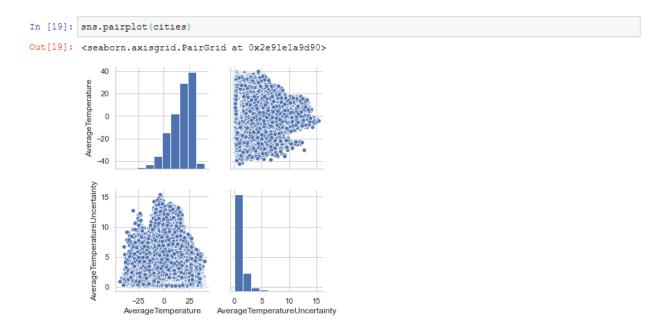
Разведочный анализ

Подключим нужные библиотеки.

```
In [1]: import pandas as pd
        import seaborn as sns
        import numpy as np
        import matplotlib.pyplot as plt
        %matplotlib inline
        import warnings
        warnings.filterwarnings('ignore')
        import numpy as np
        import pandas as pd
        import matplotlib.pyplot as plt
        import seaborn as sns
        import statsmodels.api as sm
        from statsmodels.tsa.stattools import adfuller
        from statsmodels.graphics.tsaplots import plot_acf, plot_pacf
        from sklearn.metrics import mean_squared_error
        from math import sqrt
        import warnings
        warnings.filterwarnings('ignore')
        %matplotlib inline
```

Просмотрим файл GlobalLandTemperaturesByCity.csv:

```
In [7]: cities = pd.read_csv('data/GlobalLandTemperaturesByCity.csv', sep=",")
In [8]: cities.head()
Out[8]:
                   dt AverageTemperature AverageTemperatureUncertainty City Country Latitude Longitude
         0 1743-11-01
                                  6.068
                                                            1.737 Århus Denmark 57.05N
                                                                                          10.33E
         1 1743-12-01
                                  NaN
                                                             NaN Århus Denmark 57.05N
                                                                                          10.33E
         2 1744-01-01
                                                                                          10.33E
                                  NaN
                                                             NaN Århus Denmark 57.05N
         3 1744-02-01
                                  NaN
                                                             NaN Århus Denmark 57.05N
                                                                                          10.33E
         4 1744-03-01
                                  NaN
                                                             NaN Århus Denmark 57.05N
                                                                                          10.33E
In [9]: cities.isnull().sum()
Out[9]: dt
        AverageTemperature
        AverageTemperatureUncertainty
                                            364130
        City
                                                 0
                                                 0
        Country
        Latitude
                                                 0
        Longitude
                                                 0
        dtype: int64
```



Изменим наш датасет преобразовав часть файла, связанного только с Москвой:

```
In [7]: cities = pd.read_csv('data/GlobalLandTemperaturesByCity.csv')
        mos = cities.loc[cities['City'] == 'Moscow', ['dt','AverageTemperature']]
        mos.columns = ['Date','Temp']
mos['Date'] = pd.to_datetime(mos['Date'])
        mos.reset_index(drop=True, inplace=True)
        mos.set_index('Date', inplace=True)
        mos = mos.loc['1900':'2013-01-01']
        mos = mos.asfreq('M', method='bfill')
        mos.head()
Out[7]:
                     Temp
              Date
         1900-01-31 -10.109
         1900-02-28 -4.419
         1900-03-31 2.300
         1900-04-30 9.853
         1900-05-31 13.814
 In [8]: mos.shape
 Out[8]: (1356, 1)
 In [9]: mos.columns
 Out[9]: Index(['Temp'], dtype='object')
In [10]: mos.dtypes
Out[10]: Temp float64
          dtype: object
In [11]: mos.isnull().sum()
Out[11]: Temp 0
          dtype: int64
```

Представленный набор данных уже не содержит пропусков

Т.к. представленный датасет весьма специфический, обычные модели для решения задач классификации или регрессии не подойдут.

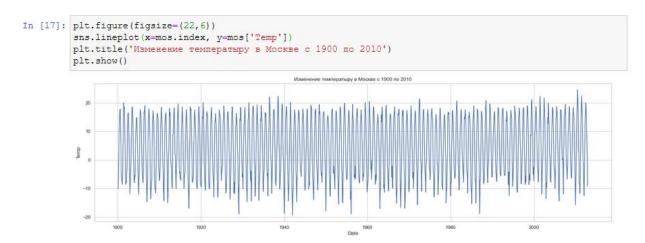
Т.к. существуют некоторые переменные, которые зависят от времени, к примеру, некоторые величины могут иметь эффективное отношение к величинам, которые произошли в прошлом. В настоящее время существует несколько типов моделей прогнозирования временных рядов, поэтому для данной работы я решил использовать сезонные модели ARIMA.

SARIMA расшифровывается как Seasonal Auto Regressive Integrated Moving Average - Сезонная Авто Регрессивная Интегрированная Скользящая Средняя.

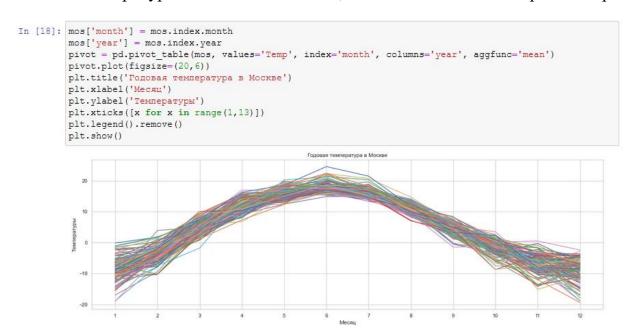
В статистике и эконометрике, в частности в анализе временных рядов, модель авторегрессионного интегрированного скользящего среднего (ARIMA) является обобщением модели авторегрессионного скользящего среднего (ARMA). Обе эти модели адаптированы к данным временного ряда либо для лучшего понимания данных, либо для прогнозирования будущих точек в ряду (прогнозирование).

Основная часть

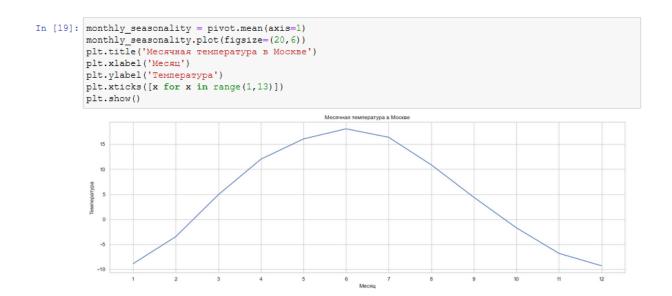
Посмотрим какие изменения температуры произошли в Москве с период с 1900 по 2010:



Можно так же заметить, что ряд явно имеет некоторую сезонность: более высокие температуры около июня и июля, и более низкие в декабре и январе.



Давайте объединим все это в один график:



Теперь проверим, существует ли какая-либо тенденция:

И как видно она существует. Средняя температура увеличилась с 4.8° до 5.7° , то есть примерно 4.2% за 100 лет.

Теперь прежде, чем создать прогноз, создадим базовый прогноз в наборе проверки. Модель будет рассматривать предыдущий месяц в качестве базового прогноза на следующий месяц:

```
In [21]: train = mos[:-60].copy()
        val = mos[-60:-12].copy()
         test = mos[-12:].copy()
In [22]: baseline = val['Temp'].shift()
         baseline.dropna(inplace=True)
         baseline.head()
Out[22]: Date
         2008-02-29 -2.197
2008-03-31 1.340
2008-04-30 8 end
         2008-04-30 8.806
2008-05-31 10.868
         2008-06-30 15.058
         Freq: M, Name: Temp, dtype: float64
In [23]: def measure_rmse(y_true, y_pred):
            return sqrt(mean_squared_error(y_true,y_pred))
         rmse base = measure rmse(val.iloc[1:,0],baseline)
         print(f'RMSE baseline, которую мы будем пытаться уменьшить, составляет {round(rmse_base,4)} градус Це
         <
         RMSE базовой линии, которую мы будем пытаться уменьшить, составляет 5.9605 градус Цельсия
```

Как мы видим, ряд имеет небольшой восходящую тенденцию, и кажется, что существует некоторая сезонность с более низкими температурами в начале и в конце года и более высокими температурами в середине года.

Для создания прогноза временного ряда ряд должен быть стационарным (постоянное среднее, дисперсия и автокорреляция).

Один из способов проверить, является ли ряд стационарным, заключается в использовании функции adfuller. Если значение Р меньше 5% (обычное число, используемое для такого рода исследований), серия является стационарной, и вы можете начать создавать свою модель.

Ниже приведена функция проверки стационарности, она показывает:

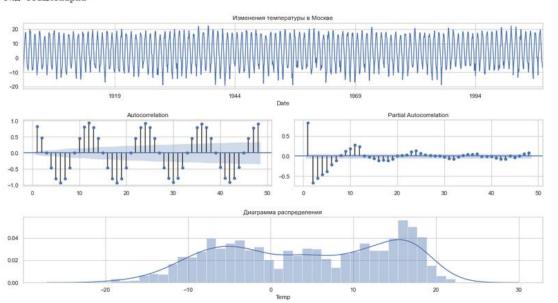
- Сам ряд.
- Автокорреляционная функция (АКФ):
 - Она показывает корреляцию между текущими температурами и запаздывающими версиями себя.
- Частичная автокорреляция (РАСГ):
 - Она показывает корреляцию между текущими температурами и лаговой версией, исключая эффекты более ранних лагов, например, он показывает эффективное влияние лага 3 на текущие температуры, исключая эффекты лагов 1 и 2.

```
In [24]: def check_stationarity(y, lags_plots=48, figsize=(22,8)):
              "Use Series as parameter"
             # Creating plots of the DF
             y = pd.Series(y)
             fig = plt.figure()
             ax1 = plt.subplot2grid((3, 3), (0, 0), colspan=2)
             ax2 = plt.subplot2grid((3, 3), (1, 0))
             ax3 = plt.subplot2grid((3, 3), (1, 1))
             ax4 = plt.subplot2grid((3, 3), (2, 0), colspan=2)
             y.plot(ax=ax1, figsize=figsize)
ax1.set_title('Изменения температуры в Москве')
             plot_acf(y, lags=lags_plots, zero=False, ax=ax2);
             plot_pacf(y, lags=lags_plots, zero=False, ax=ax3);
             sns.distplot(y, bins=int(sqrt(len(y))), ax=ax4)
             ax4.set_title('Диаграмма распределения')
             plt.tight layout()
             print('Результаты теста:')
             adfinput = adfuller(y)
             adftest = pd.Series(adfinput[0:4], index=['Статистика теста','р-величина','Использовано лагов','
             adftest = round(adftest, 4)
             for key, value in adfinput[4].items():
                 adftest["Kpuruveckoe значение (%s)"%key] = value.round(4)
             print(adftest)
             if adftest[0].round(2) < adftest[5].round(2):</pre>
                print('\nCтатистика теста ниже критического значения 5%.\nРяд стационарна')
                 print("\nСтатистика теста выше критического значения 5%.\nРяд не стационарна")
```

In [25]: check_stationarity(train['Temp'])

Результаты теста: -5.4123 Статистика теста р-величина 0.0000 Использовано лагов 23.0000 1272.0000 Количество использованных наблюдений Критическое значение (1%) -3.4355 -2.8638 Критическое значение (5%) Критическое значение (10%) -2.5680dtype: float64

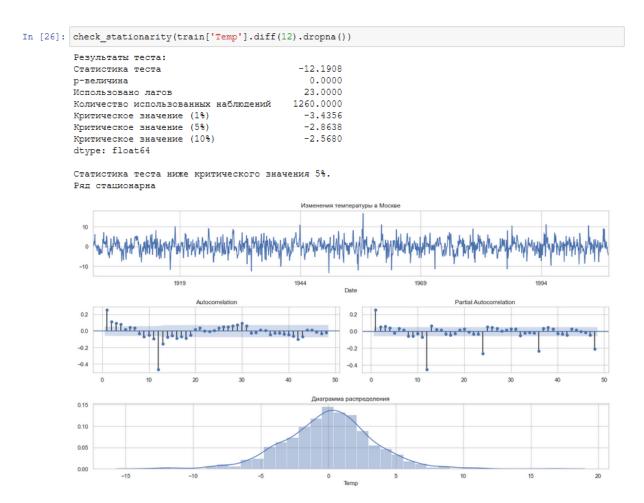
Статистика теста ниже критического значения 5%. Ряд стационарна



Ряд имеет интересное поведение, есть последовательная значительная отрицательная автокорреляция, повторяющаяся каждые 12 месяцев, это из-за разницы в сезонах, если сегодня зима с холодными температурами через 6 месяцев, у нас будут более высокие температуры в летом, поэтому возникает отрицательная автокорреляция. Эти температуры обычно идут в противоположных направлениях.

PACF показывает положительный всплеск в первом запаздывании и снижение к отрицательному PACF в следующих запаздываниях.

Такое поведение между графиками ACF и PACF предполагает модель AR (1), а также первую сезонную разницу. Я снова нанесу на график функцию стационарности с первой сезонной разницей, чтобы узнать, понадобится ли нам какой-нибудь параметр SAR (P) или SMA (Q):



Как показано на графиках выше, первые лаги ACF имеют постепенное затухание, в то время как PACF падает ниже доверительного интервала после третьего лага, это AR-сигнатура с параметром 3.

Чтобы начать прогнозирование набора проверки, я собираюсь создать функцию для использования одношагового прогноза во всем наборе проверки и измерения ошибки:

```
In [27]: def walk_forward(training_set, validation_set, params):
             Параметры: это кортеж, в котором мы собрали следующие параметры SARIMA: ((pdq), (PDQS), trend)
             history = [x for x in training_set.values]
             prediction = list()
            pdq, PDQS, trend = params
             for week in range(len(validation_set)):
                 model = sm.tsa.statespace.SARIMAX(history, order=pdq, seasonal order=PDQS, trend=trend)
                result = model.fit(disp=False)
                yhat = result.predict(start=len(history), end=len(history))
                 prediction.append(yhat[0])
                history.append(validation_set[week])
             return prediction
In [28]: val['Pred'] = walk_forward(train['Temp'], val['Temp'], ((3,0,0),(0,1,1,12),'c'))
In [29]: rmse_pred = measure_rmse(val['Temp'], val['Pred'])
         print(f"Среднеквадратичное отклонение модели SARIMA(3,0,0),(0,1,1,12),'c' составило {round(rmse_pred,
        print(f"Это снижение на среднеквадратичное отклонение равное {round((rmse_pred/rmse_base-1)*100,2)}%
         Среднеквадратичное отклонение модели SARIMA(3,0,0), (0,1,1,12), 'c' составило 2.4881 градуса Цельсия
         Это снижение на среднеквадратичное отклонение равное -58.26%
In [30]: # Создание столбца ошибок
         val['Error'] = val['Temp'] - val['Pred']
```

Всегда важно проверять остатки, я собираюсь создать функцию для построения некоторых важных диаграмм, чтобы помочь нам визуализировать остатки.

Я собираюсь построить следующие графики:

- Текущие и прогнозируемые значения за время.
- Остаточные и прогнозные значения в диаграмме рассеяния.
- График, показывающий распределение ошибок и его идеальное распределение
- График автокорреляции остатков, чтобы увидеть, есть ли еще какая-то корреляция.

```
In [31]: def plot_error(data, figsize=(20,8)):
              Сделаем 3 столбца: Temperature, Prediction, Error
              plt.figure(figsize=figsize)
              ax1 = plt.subplot2grid((2,2), (0,0))
              ax2 = plt.subplot2grid((2,2), (0,1))
              ax3 = plt.subplot2grid((2,2), (1,0))
              ax4 = plt.subplot2grid((2,2), (1,1))
              ax1.plot(data.iloc[:,0:2])
              ax1.legend(['Real','Pred'])
              ax1.set_title('Current and Predicted Values')
              ax2.scatter(data.iloc[:,1], data.iloc[:,2])
              ax2.set_xlabel('Предсказанные значения')
              ax2.set ylabel('Ошибки')
              ax2.set title('Отношение ошибок к предсказанным величинам')
              sm.graphics.qqplot(data.iloc[:,2], line='r', ax=ax3)
              plot_acf(data.iloc[:,2], lags=(len(data.iloc[:,2])-1),zero=False, ax=ax4)
              plt.tight_layout()
              plt.show()
In [32]: # Удаляем некоторые столбцы для построения графиков
          val.drop(['month','year'], axis=1, inplace=True)
Out[32]:
                     Temp
                               Pred
                                       Error
               Date
          2008-01-31 -2.197 -7.692289 5.495289
          2008-02-29 1.340 -0.934842 2.274842
          2008-03-31 8.806 6.896832 1.909168
          2008-04-30 10.868 13.796154 -2.928154
          2008-05-31 15.058 16.519870 -1.461870
In [33]: plot error(val)
```

Анализируя вышеприведенные графики, мы видим, что прогнозы очень хорошо соответствуют текущим значениям.

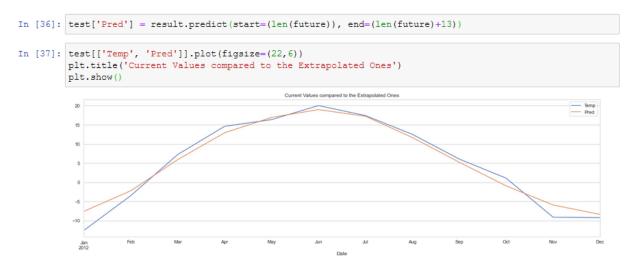
Погрешность в сравнении с прогнозируемыми значениями имеет линейное распределение (погрешности составляют от -8 до +6 при повышении температуры).

Левый нижний график показывает нормальный паттерн с небольшими выбросами.

График автокорреляции показывает положительный всплеск доверительного интервала чуть выше второго лага, но я считаю, что больше не нужно никаких изменений.

Наконец пришло время экстраполировать прогноз в наборе тестов за последние 12 месяцев:

Создаем новый столбец в тестовом наборе с прогнозируемыми значениями и сравниваем их с реальными значениями.



Похоже, что параметры SARIMA были хорошо подогнаны, прогнозируемые значения соответствуют реальным значениям, а также сезонной структуре.

Заключение

Данная работа показывает, как важен опыт прошлого. Ведь с современными технологиями мы можем предотвратить последствия климатических изменений. Если применить данную модель с более точными данными распределения температуры для других городов России, мы можем получить более точный план примерного изменения температуры. Точное прогнозирование изменения климата поможет людям предвидеть такие катаклизмы, как массовые пожары лесов, наводнение прибрежных к рекам городов и т.д.

Наконец, я оценив модель с RMSE в тестовом наборе (baseline против экстраполяции):

```
In [40]: test_baseline = test['Temp'].shift()

test_baseline[0] = test['Temp'][0]

rmse_test_base = measure_rmse(test['Temp'], test_baseline)

rmse_test_extrap = measure_rmse(test['Temp'], test['Pred'])

print(f'RMSE baseline для теста baseline составило {round(rmse_test_base,2)} градуса Цельсия')

print(f'RMSE baseline для теста экстраполяции составило {round(rmse_test_extrap,2)} градуса Цельсия')

print(f'Улучшение состовляет {-round((rmse_test_extrap/rmse_test_base-1)*100,2)}%')

RMSE baseline для теста baseline составило 6.24 градуса Цельсия

RMSE baseline для теста экстраполяции составило 2.01 градуса Цельсия
Улучшение состовляет 67.81%
```

Можно сказать, насколько эффективна данная модель.

Список литературы

- 1. Информационные ресурсы по теме SARIMA:
 https://machinelearningmastery.com/sarima-for-time-series-forecasting-in-python/
 https://en.wikipedia.org/wiki/Autoregressive integrated moving average
- 2. https://en.wikipedia.org/wiki/Root-mean-square_deviation
- 3. Из курса лекций по основе Анализа данных «Модель авторегрессии и скользящего среднего ARMA(p,q)» Борис Демешев (ВШЭ, Москва): https://www.youtube.com/watch?v=pQm7ZDgB1tA