



Università degli Studi di Milano-Bicocca  
Laboratorio di Fisica 1

---

Corso di Laurea Triennale in Fisica

Relazione di laboratorio

# BILANCIA ELETTROSTATICA DI COULOMB

27 Febbraio 2023

Gruppo di lavoro n. 3:

Arnoldi Marta, m.arnoldi9@campus.unimib.it

Matricola 898938

Carminati Giovanni, g.carminati17@campus.unimib.it

Matricola 897462

Docente:

Prof. Marta Calvi

Anno Accademico 2022-2023

# Indice

<b>1</b>	<b>Obiettivi</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Cenni teorici</b>	<b>2</b>
2.1	Legge di Coulomb . . . . .	2
2.2	Metodo sperimentale e torsione . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Apparato sperimentale e strumenti di misura</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Raccolta dati</b>	<b>4</b>
4.1	PARTE A: Angolo in funzione della distanza $\theta \propto \mathbf{1}/r^2$ . . . . .	4
4.2	PARTE B: Angolo in funzione del prodotto delle tensioni $\theta \propto \mathbf{V_1 V_2}$ . . . . .	4
4.3	PARTE C: Misura della costante di torsione $K_{tor}$ . . . . .	5
<b>5</b>	<b>Analisi Dati</b>	<b>5</b>
5.1	PARTE A: $\theta \propto 1/r^2$ . . . . .	5
5.2	PARTE B: $\theta \propto V_1 V_2$ . . . . .	6
5.3	PARTE C: torsione . . . . .	6
5.4	Stima $\epsilon_0$ . . . . .	7
5.4.1	$\theta \propto 1/r^2$ . . . . .	7
5.4.2	$\theta \propto V_1 V_2$ . . . . .	7
<b>6</b>	<b>CONCLUSIONI</b>	<b>8</b>
<b>7</b>	<b>Appendice</b>	<b>8</b>

# 1 Obiettivi

Misurare il valore della costante dielettrica assoluta nel vuoto  $\epsilon_0$

- usando la relazione  $\theta \propto \mathbf{1}/r^2$ , dove  $\theta$  è l'angolo e  $r$  la distanza fra le cariche
- usando la relazione  $\theta \propto \mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2$ , dove  $V$  sono le tensioni delle sfere

e confrontarlo con il valore atteso:  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$

## 2 Cenni teorici

### 2.1 Legge di Coulomb

La forza di attrazione (o repulsione) di due cariche  $q_1, q_2$  poste a distanza  $r$  è direttamente proporzionale al prodotto delle cariche e inversamente proporzionale al quadrato della distanza

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1)$$

$k$  è il coefficiente di proporzionalità e vale

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \quad (2)$$

dove  $\epsilon_r$  è la costante dielettrica relativa che dipende dal mezzo e  $\epsilon_0$  la costante dielettrica assoluta nel vuoto

NOTA:  $\epsilon_r$  dell'aria vale 1.000536, approssimabile a 1

### 2.2 Metodo sperimentale e torsione

L'apparato sperimentale non permette di misurare direttamente la forza e le cariche, le grandezze misurabili sono la tensione  $V$  e l'angolo  $\theta$ .

La carica è legata al potenziale da:

$$q = CV \Rightarrow q = 4\pi\epsilon_0 a V \quad (3)$$

$C$  è la capacità, che nel caso di una sfera isolata vale  $4\pi\epsilon_0 a V$  ( $a$  è il raggio).

Il momento della forza di coulomb vale  $\tau_{coulomb} = F_{coulomb} b$  dove  $b$  è il braccio (mezza asta). La forza torcente è direttamente proporzionale all'angolo:  $F_{tor} = C_{tor} \theta$ , euguagliando si ottiene:

$$F_{coulomb} b = F_{tor} \Rightarrow F_{coulomb} = \frac{C_{tor}}{b} \theta = K_{tor} \theta \quad (4)$$

$K_{tor}$  è una costante misurabile sperimentalmente

concludiamo che  $\theta \propto \frac{V_1 V_2}{r^2}$ , in particolare:

$$\theta = \frac{4\pi\epsilon_0 a^2}{K_{tor}} \frac{V_1 V_2}{r^2} \quad (5)$$

### 3 Apparato sperimentale e strumenti di misura

La bilancia di torsione è costituita da una sfera posta all'estremo di un'asta sospesa orizzontalmente. L'asta è bilanciata da un contrappeso e ruotando torce un filo passante per il suo centro. Una seconda sfera è montata su una rotaia e la distanza tra le sfere è variabile.

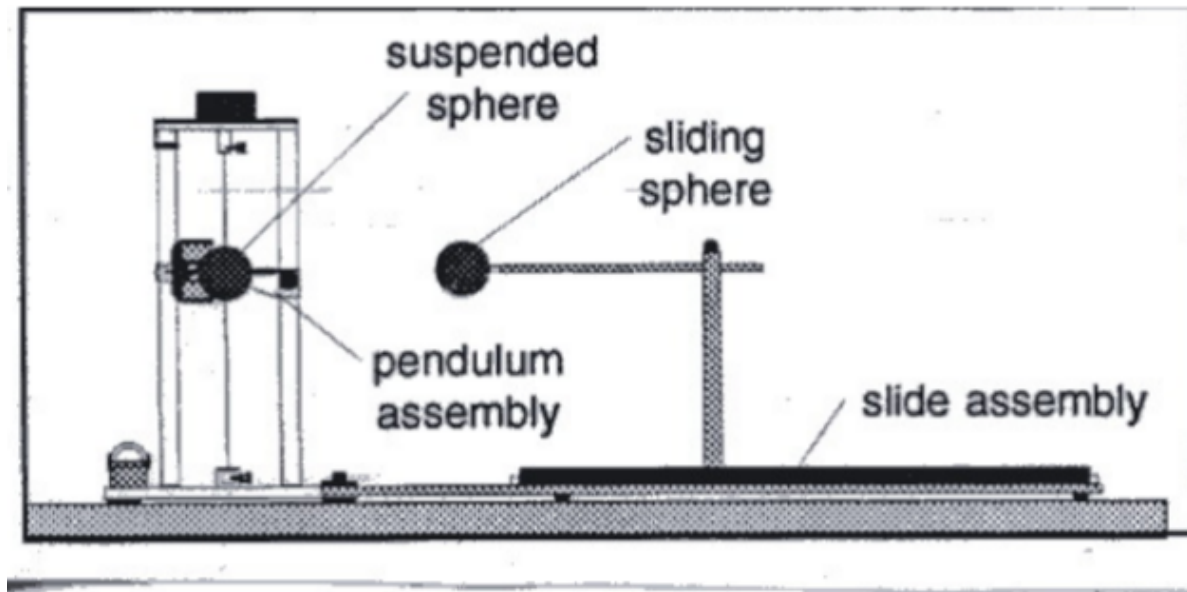


Figura 1: Apparato sperimentale

Per effettuare le misurazioni fissiamo una distanza tra le sfere, le carichiamo con un generatore di tensione e, dopo che a causa della forza repulsiva tra le sfere l'asta è ruotata, torciamo il filo fino a riportare la sfera nella posizione iniziale (lettura di  $\theta$ )

## 4 Raccolta dati

### 4.1 PARTE A: Angolo in funzione della distanza $\theta \propto 1/r^2$

Si vuole verificare la proporzionalità tra l'angolo  $\theta$  e l'inverso del quadrato della distanza  $1/r^2$ , per farlo si raccolgono più misure caricando le sfere con una tensione fissa e variando la distanza.

Sono state ripetute 3 misurazioni di  $\theta$  per 7 distanze differenti.

$$V_1 = V_2 = 6 \text{ kV}$$

**Tabella 1:** misurazioni parte A

$r(\text{cm})$	6	7	8	9	12	15	18
$\bar{\theta}(\text{deg})$	205.0	132.2	109.5	94.9	52.6	32.5	18.1
$\sigma_{\theta}(\text{deg})$	4.0	2.7	2.4	2.4	1.4	1.8	1.0

NOTA: le cariche sulla sfera (a causa delle forze repulsive) tendono a non distribuirsi uniformemente lungo la superficie, a causa di questo la forza di coulomb misurata risulta alterata. E' quindi opportuno correggere  $\theta$  con un fattore  $1/B$  dove

$$B(r) = 1 - \frac{4a^3}{r^3}$$

(la Tabella 1 mostra i valori di  $\theta$  con la correzione già applicata)

### 4.2 PARTE B: Angolo in funzione del prodotto delle tensioni $\theta \propto V_1 V_2$

Si vuole verificare la proporzionalità tra l'angolo  $\theta$  e il prodotto delle tensioni applicate alle sfere  $V_1 V_2$ , fissata la distanza  $r$  si varia la tensione delle due sfere.

Le tensioni delle sfere sono state applicate in differenti modalità:

- $V_1 = V_2$ , variate 5 tensioni,  $\theta$  misurato 3 volte
- $V_1 = 6 \text{ kV}$ , variate 5 tensioni di  $V_2$ ,  $\theta$  misurato 3 volte

$$r = 10 \text{ cm}$$

**Tabella 2:** misurazioni parte B

$V_1 V_2 (\text{kV})$	4	9	12	16	18	24	25	30	36	36
$\bar{\theta}(\text{deg})$	7.1	16.3	21.4	34.7	38.8	53.0	50.0	61.2	73.4	74.5
$\sigma_{\theta}(\text{deg})$	1.4	2.0	1.9	1.2	2.3	1.4	1.2	2.0	1.9	1.2

### 4.3 PARTE C: Misura della costante di torsione $K_{tor}$

Per la stima di  $K_{tor}$  si misura l'angolo applicando una forza nota. La piattaforma viene ruotata affinché l'asta con la sfera sia libera di oscillare vericalmente. Dopo aver assestato il braccio orizzontalmente (torcendo il filo) vengono aggiunte masse sulla sfera. La forza peso va compensata aumentando la torsione del filo e misurandone l'angolo.

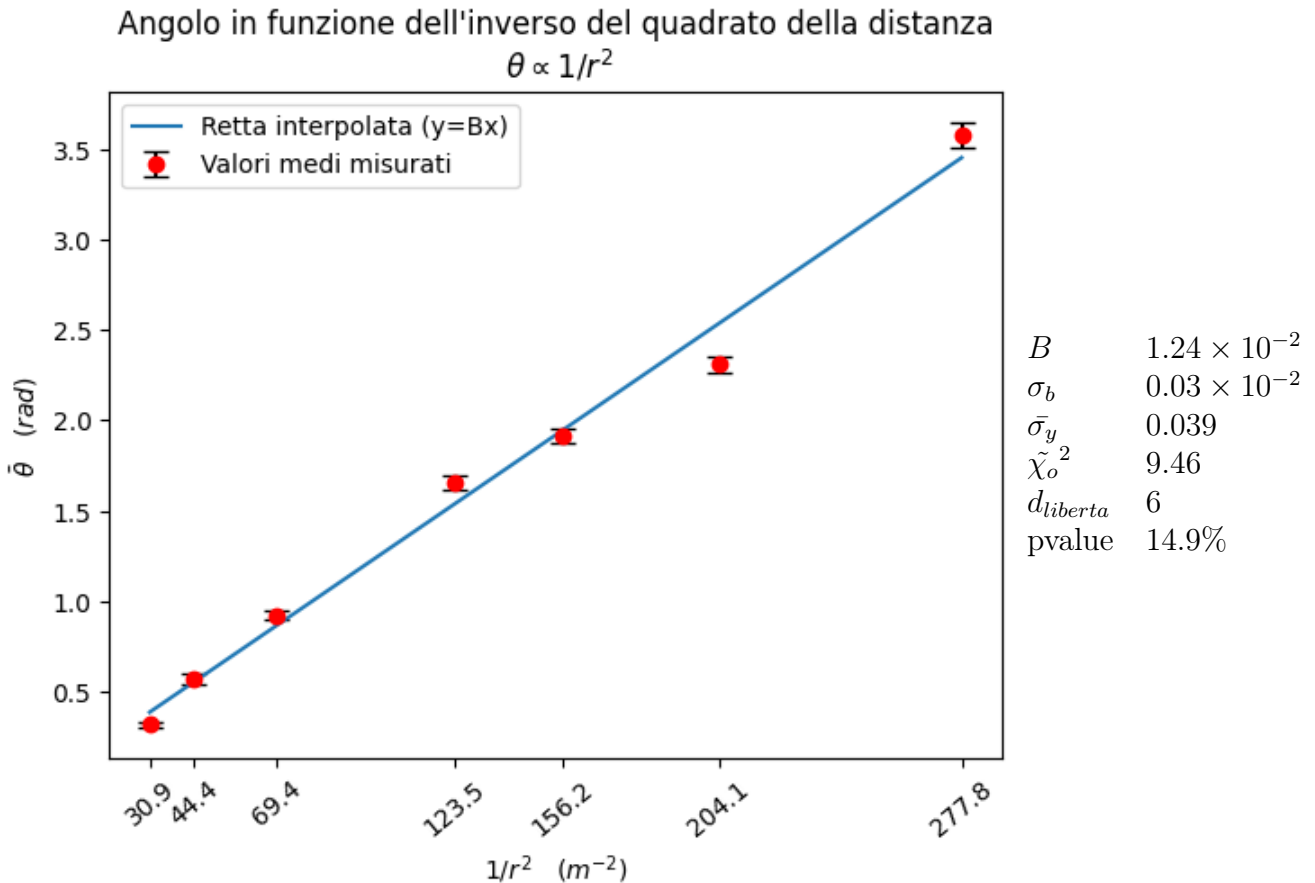
**Tabella 3:** misurazioni parte C

$m(mg)$	20	40	50	70	90
$\bar{\theta}(deg)$	128.8	254.2	321.6	450.8	584.6
$\sigma_{\bar{\theta}}(deg)$	1.3	2.0	2.1	2.8	3.3

## 5 Analisi Dati

### 5.1 PARTE A: $\theta \propto 1/r^2$

interpoliamo le misure di  $\theta$  in funzione dell'inverso del quadrato della distanza (assunte trascurabili le incertezze su  $r$ )

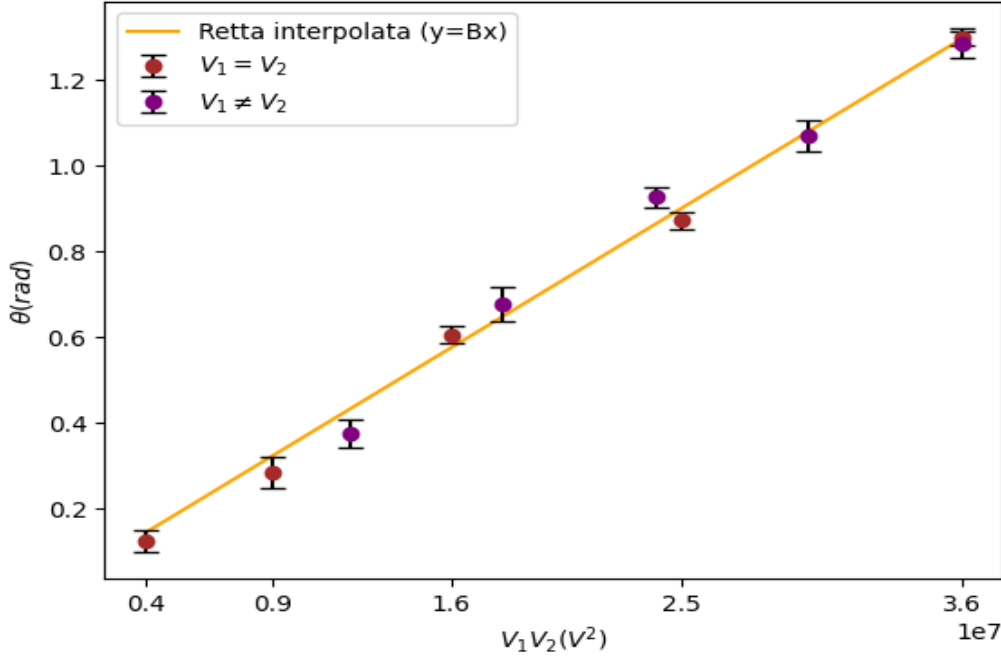


## 5.2 PARTE B: $\theta \propto V_1 V_2$

interpoliamo le misure di  $\theta$  in funzione del prodotto delle tensioni

Angolo in funzione del prodotto delle cariche

$$\theta \propto V_1 V_2$$



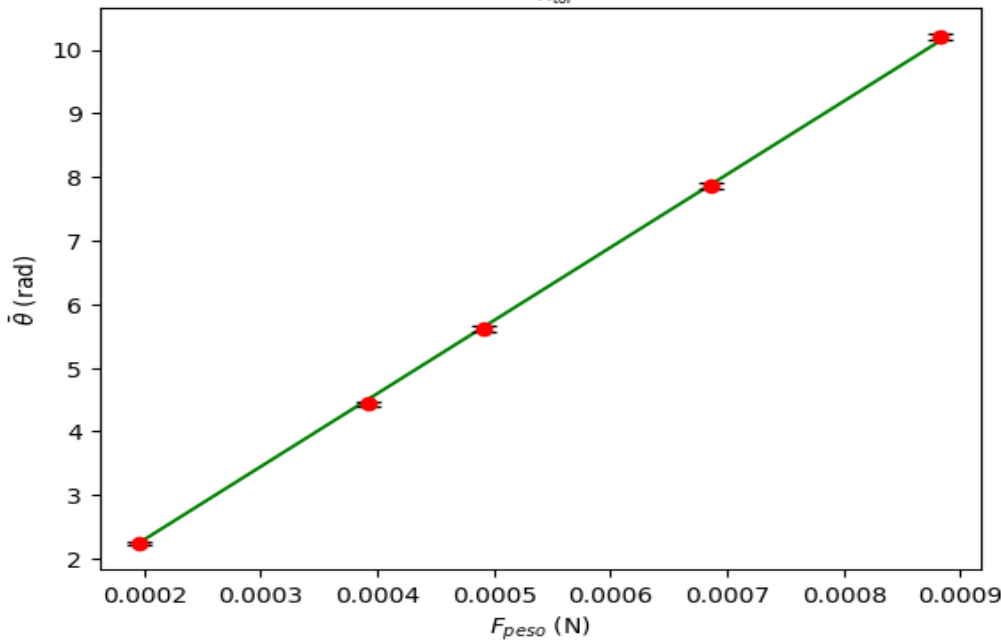
$B$	$3.60 \times 10^{-8}$
$\sigma_b$	$0.05 \times 10^{-8}$
$\bar{\sigma}_y$	0.029
$\tilde{\chi}_o^2$	1.75
$d_{liberta}$	9
pvalue	99.5%

## 5.3 PARTE C: torsione

interpoliamo le misure di teta in funzione alla forza peso ( $F = mg = m \cdot 9.81 \text{ N kg}^{-1}$ )

Angolo in funzione della forza

$$\theta = \frac{1}{K_{tor}} F$$



$B$	11 487
$\sigma_b$	47
$\bar{\sigma}_y$	0.040
$\tilde{\chi}_o^2$	1.47
$d_{liberta}$	4
pvalue	83.2%

$$K_{tor} = 1/B = 87.05 \times 10^{-6} \text{ N rad}^{-1} \quad \sigma_K = \sigma_B/B^2 = 0.36 \times 10^{-6} \text{ N rad}^{-1}$$

## 5.4 Stima $\epsilon_0$

Possiamo ora stimare il valore della costante dielettrica assoluta nel vuoto servendoci della Equazione (5)

### 5.4.1 $\theta \propto 1/r^2$

Ricaviamo  $\epsilon_0$  con i valori dell'interpolazione della parte A

$$B = \frac{4\pi\epsilon_0 a^2 V_1 V_2}{K_{tor}} \Rightarrow \epsilon_0 = \frac{K_{tor} B}{4\pi a^2 V_1 V_2} \quad \sigma_{\epsilon_0} = \epsilon_0 \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_K}{K_{tor}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B_{tor}}\right)^2}$$

$\epsilon_{0A} = (8.28 \pm 0.2) \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}$   
 Errore relativo percentuale: 2.5%  $\ll$  5%  
 Distanza da  $\epsilon_0$  atteso: 2.81 $\sigma$

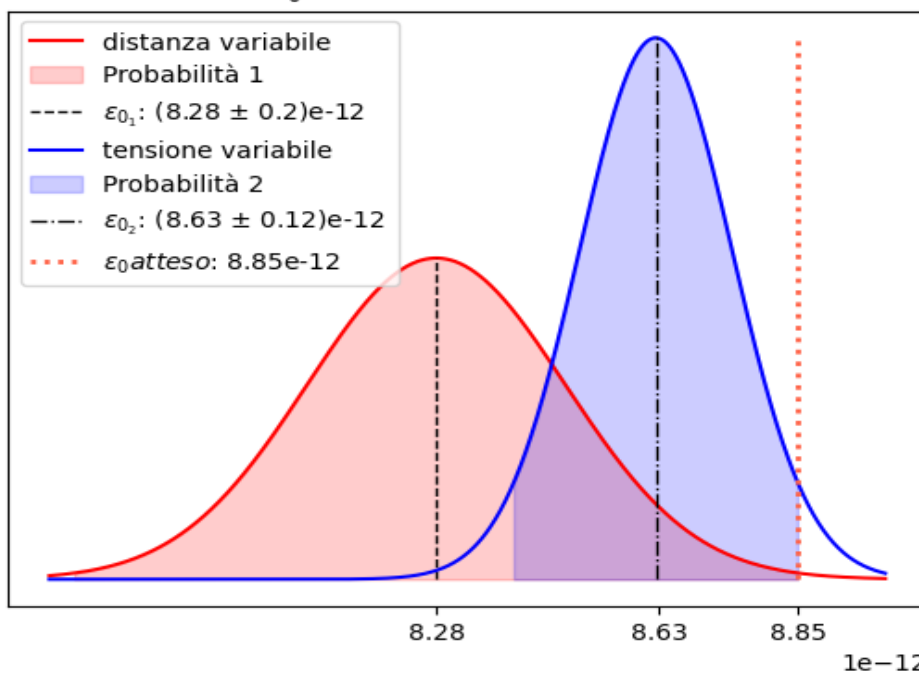
### 5.4.2 $\theta \propto V_1 V_2$

Ricaviamo  $\epsilon_0$  con i valori dell'interpolazione della parte B

$$B = \frac{4\pi\epsilon_0 a^2}{K_{tor} r^2} \Rightarrow \epsilon_0 = \frac{K_{tor} B r^2}{4\pi a^2} \quad \sigma_{\epsilon_0} = \epsilon_0 \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_K}{K_{tor}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B_{tor}}\right)^2}$$

$\epsilon_{0B} = (8.63 \pm 0.12)e - 12 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}$   
 Errore relativo percentuale: 1.4%  $\ll$  5%  
 Distanza da  $\epsilon_0$  atteso: 1.86 $\sigma$

Accordo con valore atteso:  
 $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}$



$$t = \frac{|\epsilon_{0A} - \epsilon_{0B}|}{\sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}} = 1.5$$

pvalue: 14.5%



## 6 CONCLUSIONI

Le relazioni della PARTE A e B sono verificate in quanto il pvalue supera la soglia del 5% in entrambi i casi

	$E_{\%B}$	df	$\tilde{\chi}_o^2$	pvalue
PARTE A	2.4%	6	9.46	14.9%
PARTE B	1.3%	9	1.75	99.5%

il valore della costante di torsione ottenuto è  $K_{tor} = (87.05 \pm 0.36) \cdot 10^{-6} \text{N rad}^{-1} \text{m}^{-1}$

I valori della costante dielettrica assoluta sono:

- $\epsilon_{0A} = (8.28 \pm 0.2) \cdot 10^{-12} \quad C^2 N^{-1} m^{-2}$
- $\epsilon_{0B} = (8.63 \pm 0.12) e - 12 \cdot 10^{-12} \quad C^2 N^{-1} m^{-2}$

I due valori trovati sono compatibili con un pvalue del 14.5%

A causa della pioggia l'umidità del laboratorio era elevata,  $\epsilon_{raria} = 1$  può non essere una buona approssimazione, il che giustifica perchè entrambe le misure risultino essere sottostime del valore atteso.

## 7 Appendice

Link per codice python e CSV:

[https://github.com/HeyJOe03/fisicaRELAZIONI  
/tree/main/02\\_BILANCIA%20DI%20COULOMB](https://github.com/HeyJOe03/fisicaRELAZIONI/tree/main/02_BILANCIA%20DI%20COULOMB)