



Università degli Studi di Milano-Bicocca
Laboratorio di Fisica 2

Corso di Laurea Triennale in Fisica

Relazione di laboratorio

Microonde

Maggio 2024

Gruppo di lavoro n. 18:

Brambilla Luca, l.brambilla75@campus.unimib.it
Matricola 897853

Carminati Giovanni, g.carminati17@campus.unimib.it
Matricola 897462

Di Lernia Sara, s.dilernia1@campus.unimib.it
Matricola 898437

Anno Accademico 2023-2024

Indice

1	Obiettivi	2
2	Apparato e strumentazione	2
2.1	Descrizione dell'apparato	2
3	Caratteristiche del fascio: polarizzazione, ampiezza e geometria	3
3.1	Cenni teorici	3
3.1.1	Polarizzazione	3
3.1.2	Ampiezza e geometria	3
3.2	Raccolta e analisi dati	3
3.2.1	Polarizzazione (legge di Malus)	3
3.2.2	Dipendenza dell'ampiezza da θ	4
3.2.3	Dipendenza dell'ampiezza da r	5
3.2.4	Geometria	6
4	Angolo di Brewster	7
4.1	Cenni teorici	7
4.2	Raccolta e analisi dati	7
5	Interferenza	8
5.1	Cenni teorici	8
5.2	Doppia fenditura	9
5.2.1	Cenni teorici	9
5.2.2	Raccolta e analisi dati	9
5.3	Interferometro di Fabry-Perot	10
5.3.1	Cenni teorici	10
5.3.2	Raccolta e analisi dati	10
6	Diffrazione di Bragg	11
6.1	Cenni teorici	11
6.2	Raccolta e analisi dati	12
7	Conclusioni	13
7.1	Caratterizzazione dell'onda	13
7.1.1	Polarizzazione	13
7.2	Angolo di Brewster	13
7.3	Interferenza	14
7.3.1	Confronto dei valori di λ	14
7.4	Angolo di Bragg	14
8	Appendice	14

1 Obiettivi

- Studiare le caratteristiche del fascio di onde, in particolare:
 - Polarizzazione (verificare la legge di Malus)
 - Dipendenza dell'ampiezza dalla posizione del rilevatore (distanza e angolo)
 - Geometria (forma del fascio) e valore della lunghezza d'onda
- Misurare l'angolo di Brewster per una lastra di polietilene
- Studiare il fenomeno dell'interferenza tramite due diversi metodi:
 - Interferenza provocata da una doppia fenditura
 - Interferometro di Fabry-Perot
- Studiare il fenomeno della diffrazione attraverso un cubo di Bragg

2 Apparato e strumentazione

Per lo svolgimento dell'esperienza ci si è avvalsi di un emettitore, un ricevitore con misuratore analogico a sensibilità regolabile, una guida millimetrata e un goniometro. Sono stati adoperati inoltre una serie di accessori con funzione di "ostacolo" per le onde elettromagnetiche.

2.1 Descrizione dell'apparato

L'emettitore è una sorgente di onde elettromagnetiche polarizzate linearmente, il ricevitore converte il segnale ricevuto in un segnale di corrente che è visualizzato su un amperometro analogico. Un multimetro digitale collegato al ricevitore permette esprimere il segnale con un valore di tensione.

Gli ostacoli utilizzati sono:

- Un blocco di polietilene come pannello semiriflettente (per la misura dell'angolo di Brewster)
- Tre lastre di metallo per la realizzazione di una doppia fenditura
- Due pannelli semiriflettenti per la realizzazione dell'interferometro di Fabry-Perot
- Un cubo di Bragg, realizzato in polistirolo contenente palline d'acciaio con un diametro di 1cm poste a distanza di 4cm l'una dall'altra in un reticolo cubico semplice

3 Caratteristiche del fascio: polarizzazione, ampiezza e geometria

3.1 Cenni teorici

3.1.1 Polarizzazione

Secondo la legge di Malus, l'intensità di un fascio di onde elettromagnetiche polarizzate linearmente che attraversa un filtro polarizzatore è data dalla relazione:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha \quad (1)$$

dove:

- I_0 rappresenta l'intensità iniziale del fascio incidente sul filtro polarizzatore,
- α è l'angolo tra la direzione del campo elettrico del fascio incidente e l'asse di trasmissione del filtro polarizzatore.

Questo implica che l'intensità trasmessa è massima quando il campo elettrico del fascio è allineato con l'asse di trasmissione del polarizzatore ($\alpha = 0$) e minima quando i due sono perpendicolari ($\alpha = 90^\circ$).

3.1.2 Ampiezza e geometria

Si definisce fronte d'onda la superficie sulla quale, a tempo fissato, l'ampiezza dell'onda rimane costante.

Le onde più semplici sono l'*onda sferica* e l'*onda piana* che hanno rispettivamente fronti d'onda sferici e piani. Le onde elettromagnetiche decrescono linearmente come $1/r$ all'aumentare della distanza dalla sorgente.

All'interno dell'apparato di misura in laboratorio si instaurano onde stazionarie siccome emettitore e rivelatore si comportano anche come superfici riflettenti.

La presenza di onde stazionarie permette di rilevare delle oscillazioni stabili nell'ampiezza muovendo il ricevitore rispetto all'emettitore. Misurando quest'ultima a distanze diverse dalla sorgente è possibile studiare la forma e la lunghezza d'onda.

3.2 Raccolta e analisi dati

3.2.1 Polarizzazione (legge di Malus)

Non è noto se il rivelatore misura l'intensità del campo elettrico o la sua ampiezza. Per stabilire quale grandezza rappresenta il voltaggio letto sul multimetro, sapendo che il fascio è polarizzato linearmente, è stata sfruttata la *legge di Malus*.

Disposti frontalmente emettitore e ricevitore alla distanza fissa, è stato variato l'angolo α di inclinazione del ricevitore (tra -90° e 90°). Per ogni valore di α è stato rilevato il valore di tensione indicato dal multimetro, come indicatore dell'ampiezza dell'onda rilevata.

Se $V \propto \cos^2 \alpha$ il rilevatore legge l'intensità del campo, diversamente se $V \propto |\cos \alpha|$ il valore rappresenta l'ampiezza.

I dati sono stati interpolati con una combinazione lineare di coseni:

$$V(\theta) = A|\cos(\alpha - \alpha_{pol})| + B \cos^2(\alpha - \alpha_{pol}) \quad (2)$$

α_{pol} rappresenta l'angolo di polarizzazione.

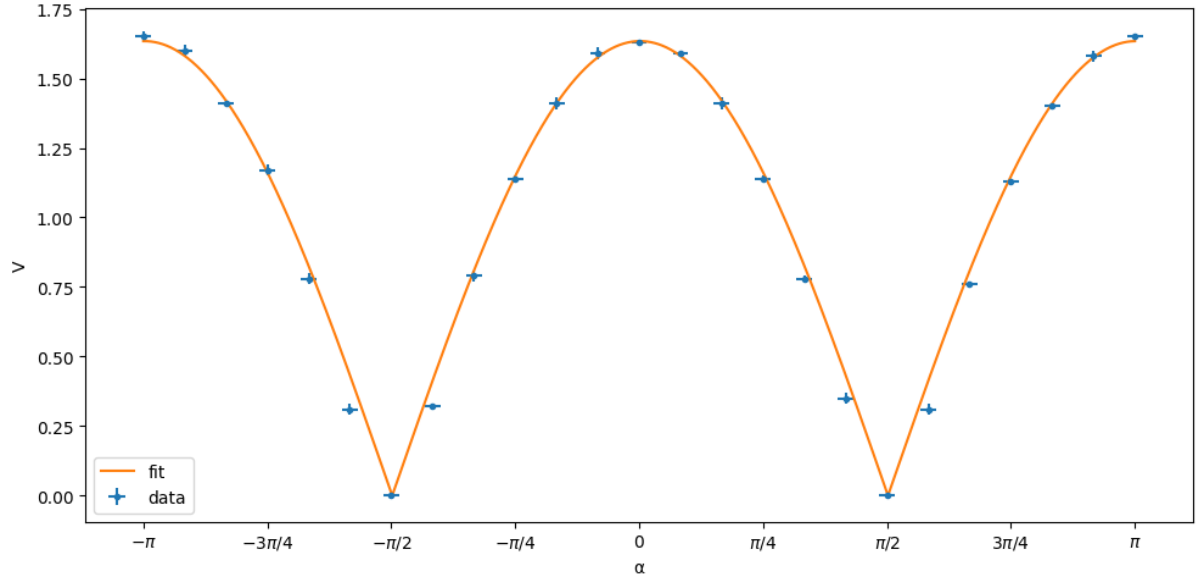


Figura 1: Stima angolo di polarizzazione e caratterizzazione del segnale

$$A = 1.43 \pm 0.04$$

$$B = 0.218 \pm 0.004$$

$$\alpha_{pol} = (4.6 \pm 4.8) \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\tilde{\chi}_0^2 = 1.17$$

$$pvalue = 0.27$$

$$df: 22$$

Confrontando i valori di A e B emerge che il segnale rappresenta l'ampiezza del campo, il rapporto $\frac{A}{B} = 6.5$.

Incertezze utilizzate:

- σ_V misurata sperimentalmente (metà dell'oscillazione attorno al valore scelto)
- $\sigma_\alpha = 1^\circ$ a causa della sensibilità della scala per l'inclinazione del ricevitore

NOTA: I valori di tensione nei punti successivi saranno sempre interpretati come l'ampiezza del campo elettrico.

3.2.2 Dipendenza dell'ampiezza da θ

Partendo dalla configurazione con ricevitore ed emettitore disposti l'uno di fronte all'altro ($d = 54 \text{ cm}$) è stata variata l'angolazione del ricevitore (θ).

Per ogni valore di θ è stato misurato il voltaggio V con il multimetro.

I dati raccolti sono stati interpolati con due leggi differenti, con l'obiettivo di verificare la forma del fronte d'onda, e in particolare la somiglianza con:

- **onda sferica:** $V = \cos \theta$
- **onda piana:** $V \propto \cos \theta$

Sono stati inoltre rappresentati i dati raccolti specchiando l'asse θ al fine di caratterizzare la simmetria.

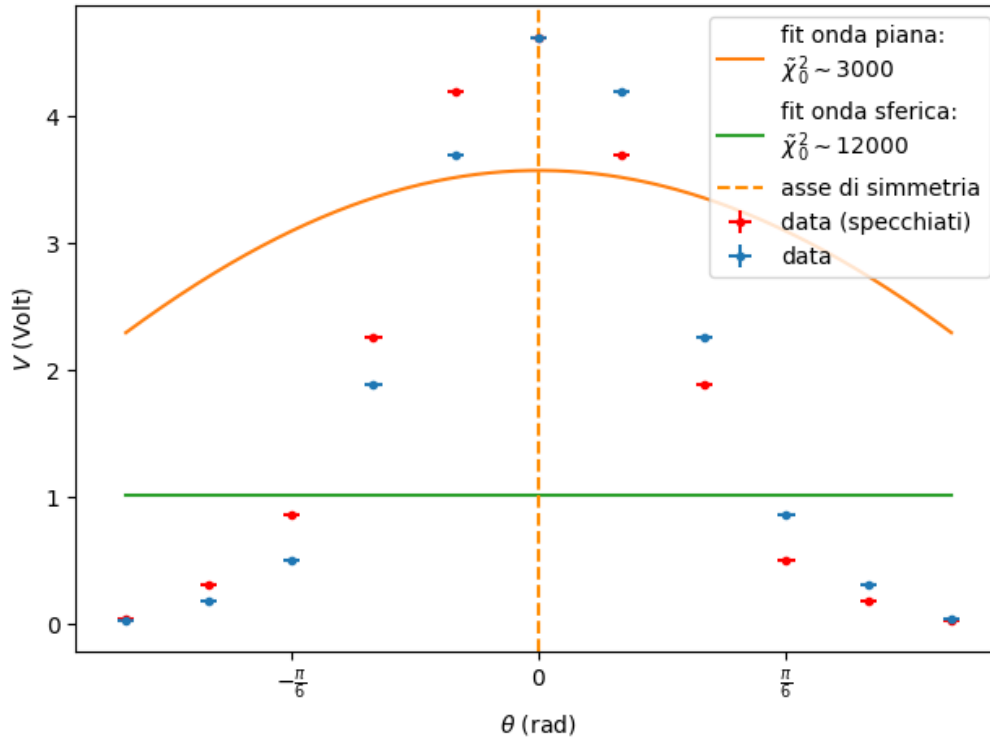


Figura 2: dipendenza tensione - angolo θ

Considerando i valori dei $\tilde{\chi}^2_0$ è da escludere che l'onda sia piana o sferica. L'onda è a forma di paraboloide, simmetrico rispetto all'asse $\theta = 0$.

Incertezze utilizzate:

- σ_V analogamente al punto precedente
- $\sigma_\theta = 1^\circ$ dovuta alla sensibilità del goniometro

3.2.3 Dipendenza dell'ampiezza da r

Dopo aver disposto emettitore e ricevitore sempre l'uno di fronte all'altro, è stato ripetuto l'esperimento precedente, variando però la distanza tra i due spostando il ricevitore lungo la retta congiungente (e mantenendo $\theta = 0$ e $\alpha = 0$).

Per ogni valore di r è stato misurato il voltaggio con il multimetro.

L'onda rilevata presenta un'andamento oscillatorio dovuto alla presenza dell'onda stazionaria.

Sono stati raccolti due set di dati distinti: il primo campionando tutti i punti di massimo e minimo misurati dal multimetro in un intervallo di r limitato, e il secondo campionando

solo punti di massimo in un intervallo più ampio.

Tutti i dati raccolti relativi ai massimi sono stati interpolati con la legge:

$$V(r) = \frac{A}{r} + B$$

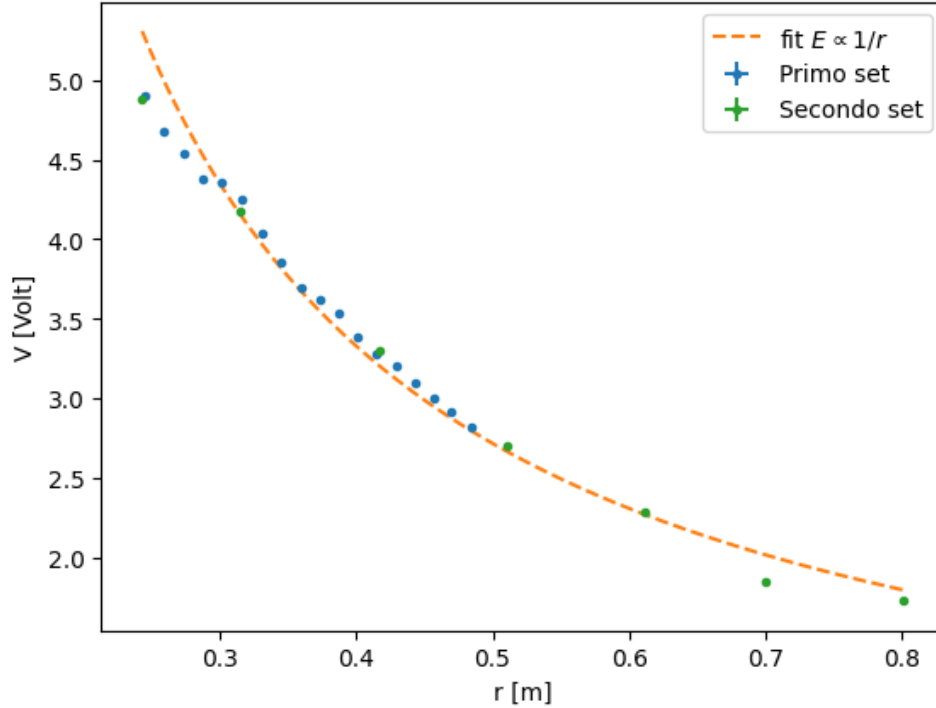


Figura 3: Ampiezza $\propto 1/r$

$$A = 1.225 \pm 0.006 \quad (B = 2.65 \pm 1.15) \times 10^{-1} \quad \text{df: } 23 \quad \tilde{\chi}_0^2 = 22.01$$

Incertezze utilizzate:

- $\sigma_d = 2mm$
- σ_V misurata sperimentalmente (metà dell'oscillazione attorno al valore scelto)

L'andamento dell'ampiezza dell'onda è qualitativamente $1/r$, il $\tilde{\chi}_0^2$ grande è probabilmente associato a una sottostima degli errori

NOTA: Per trovare la distanza tra emettitore e ricevitore è stata compiuta la differenza tra la loro posizione sul righello. Inoltre, è stata applicata una correzione di $(6 + 2)cm$ dovuta al posizionamento del punto di emissione e ricezione rispetto al piedino dove è stata raccolta la misura.

$$(\sigma_d = \sqrt{1mm^2 + 1mm^2 + 1mm^2 + 1mm^2} = 2mm)$$

3.2.4 Geometria

Ricapitolando i risultati dei punti precedenti:

Nell'analisi del grafico di $V(\theta)$, emerge chiaramente, sia qualitativamente che in base ai valori dei pvalue, l'assenza di aderenza tra i dati sperimentali e quelli attesi per un

fronte d'onda piano o sferico. Da ciò si deduce inequivocabilmente che l'onda instaurata non si conforma a nessuna di queste due forme. Tuttavia, "specchiando" i dati rispetto all'asse $\theta = 0$ (asse di polarizzazione) emerge una simmetria. Questa osservazione suggerisce una regolarità nell'andamento dei dati che suggerisce l'assenza di errori significativi nella raccolta dati.

Per quanto riguarda il grafico $V(d)$, si osserva un'aderenza qualitativa alla legge attesa. Nonostante ciò, i valori di $\tilde{\chi}_0^2$ e p value negano tale aderenza. Tale discrepanza è probabilmente attribuibile a una sottostima evidente degli errori associati ai dati sperimentali.

Infine, i dati raccolti per il grafico $V(d)$ sono stati utilizzati per ricavare la lunghezza d'onda $\lambda = 2\Delta d$.

Effettuando una media dei valori si sono ottenuti i seguenti valori:

	$2\Delta d_{max}$	$2\Delta d_{min}$	totale
$\lambda :$	$(2.83 \pm 0.07)cm$	$(2.81 \pm 0.13)cm$	$(2.82 \pm 0.10)cm$

4 Angolo di Brewster

4.1 Cenni teorici

Quando un'onda non polarizzata attraversa la superficie di separazione tra due mezzi con indici di rifrazione diversi, parte dell'onda viene rifratta all'interno del secondo mezzo, mentre parte viene riflessa dalla superficie. Esiste un particolare angolo di incidenza θ_B (*angolo di Brewster*) tale per cui l'onda riflessa è completamente polarizzata parallelamente al piano d'incidenza.

Quando invece un'onda polarizzata linearmente attraversa la superficie di separazione tra due mezzi, si avrà un minimo nell'ampiezza dell'onda riflessa, e un massimo in quella dell'onda trasmessa.

4.2 Raccolta e analisi dati

Sono stati posti emettitore e ricevitore l'uno di fronte all'altro, con il blocco di polietilene tra di loro, posizionato sul goniometro e disposto perpendicolarmente al righello.

Per studiare l'onda rifratta dalla lastra, è stata ruotata gradualmente la pedana supportante la lastra di un angolo θ rispetto alla posizione iniziale, mantenendo in posizione fissa emettitore e ricevitore.

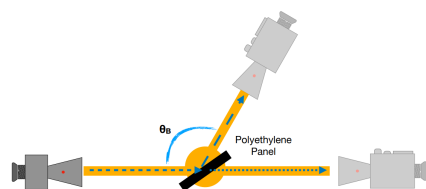


Figura 4: Configurazione utilizzata per la misura dell'angolo di Brewster

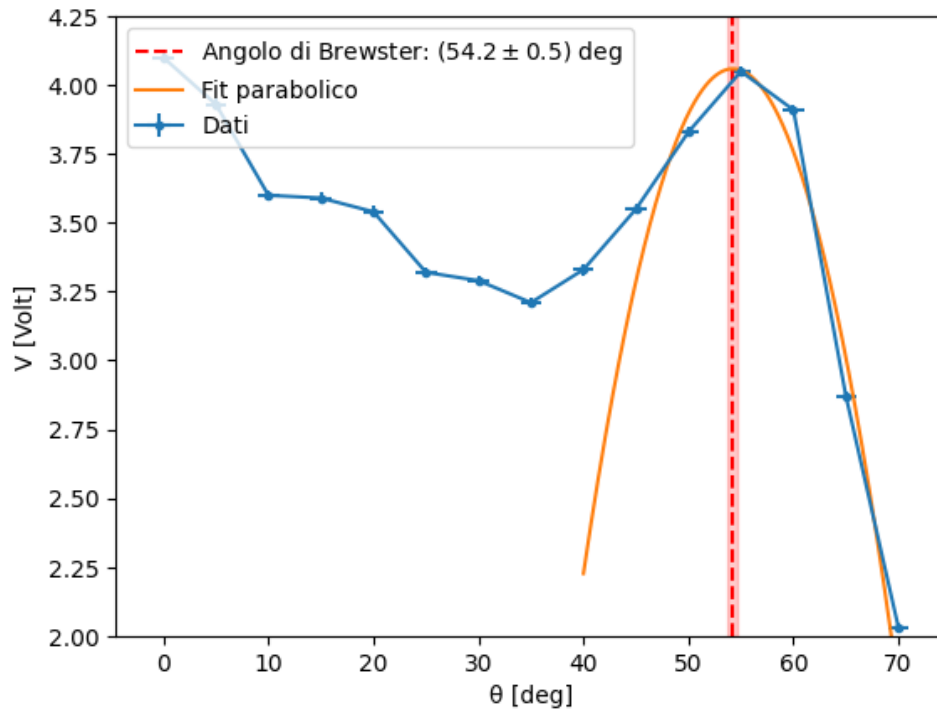


Figura 5: Stima angolo di Brewster attraverso un'interpolazione parabolica nel massimo

Sono state prese le misure della tensione al variare dell'angolo di incidenza. L'angolo di Brewster corrisponde al vertice della parabola fittata dai 5 dati attorno al massimo. Esso corrisponde all'angolo per il quale si ha un massimo nell'ampiezza dell'onda trasmessa.
Incertezze utilizzate:

- σ_V misurata sperimentalmente
- $\sigma_\theta = 1^\circ$ sensibilità dello strumento

La parabola ha 2 gradi di libertà, qualitativamente è rappresentativa del massimo e restituisce un valore attendibile dell'angolo di Brewster. La raccolta di più punti nell'intorno del massimo garantirebbe una migliore approssimazione.

L'andamento della tensione è coerente con il comportamento atteso.

5 Interferenza

5.1 Cenni teorici

Il fenomeno dell'interferenza avviene quando più onde elettromagnetiche si sovrappongono nello spazio, dando luogo a un'onda risultante la cui intensità dipende, secondo il principio di sovrapposizione, dalla somma algebrica dell'ampiezza delle onde.

Si parla di *interferenza costruttiva* quando l'intensità della risultante è maggiore di quella di ognuna delle onde di partenza presa singolarmente, e di *interferenza distruttiva* quando invece è minore.

5.2 Doppia fenditura

5.2.1 Cenni teorici

Questo fenomeno di interferenza si verifica quando un'onda elettromagnetica si infrange su un bersaglio che presenta una coppia di fenditure. L'onda trasmessa è la somma di due sorgenti puntiformi di onde sferiche coerenti e in fase, soggette a interferenza tra loro. L'apparato misura il modulo del campo elettrico lungo uno schermo circolare (da qui il termine $\cos \theta$)

$$E_{tot} = E_1 + E_2 = E_0 \left| \frac{\cos(kr_1)}{r_1} + \frac{\cos(kr_2)}{r_2} \right| \cos \theta \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3)$$

dove r_1 ed r_2 rappresentano le distanze tra lo schermo e il centro della fenditura posta a distanza $d/2$ dal centro

$$|r_1| = \sqrt{\left(R \sin \theta - \frac{d}{2}\right)^2 + (R \cos \theta)^2} \quad |r_2| = \sqrt{\left(R \sin \theta + \frac{d}{2}\right)^2 + (R \cos \theta)^2} \quad (4)$$

5.2.2 Raccolta e analisi dati

Per lo studio del fenomeno l'onda è stata fatta incidere su coppia di fenditure spaziate $d = 5cm$ e larghe $1.5cm$. L'emettitore è stato posto a distanza $R = 18cm$ e fatto ruotare di θ gradi per raccogliere le misure.

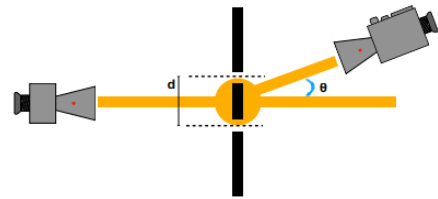


Figura 6: Configurazione dell'esperimento della doppia fenditura

Incertezze utilizzate:

- $\sigma_\theta = 1$
- σ_V misurata sperimentalmente (metà dell'oscillazione attorno al valore scelto)

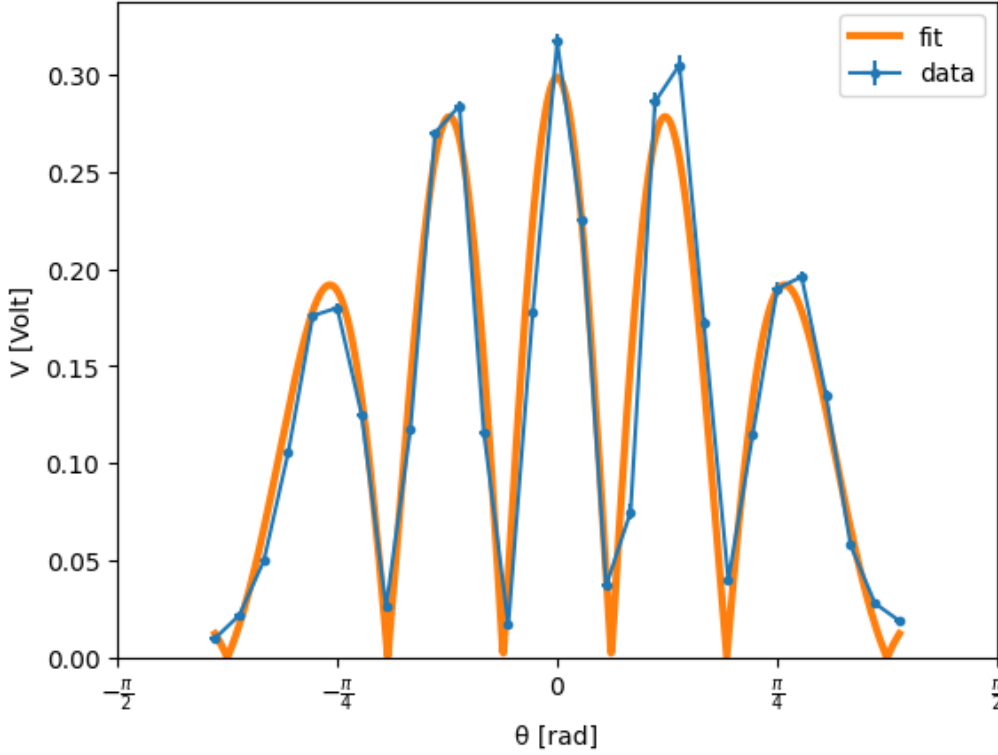


Figura 7: Tensione - angolo doppia fenditura su schermo circolare

5.3 Interferometro di Fabry-Perot

5.3.1 Cenni teorici

L'interferometro di Fabry-Perot si compone di due lastre semiriflettenti poste parallele tra emettitore e ricevitore. L'interferenza che si crea è tra la radiazione che supera le due lastre e quella che viene riflessa all'interno della cavità di Fabry-Perot.

5.3.2 Raccolta e analisi dati

È stata modificata la distanza tra le due lastre che creano la cavità di Fabry-Perot, cercando le distanze per le quali si avesse un'interferenza costruttiva, leggendo il valore della tensione nei massimi della funzione.

In

È stato ricavato il valore della lunghezza d'onda come media doppia distanza Δd tra ogni massimo trovato e quello successivo. In seguito, è stato calcolato il valore medio, e confrontato con il valore di λ ricavato nella sezione 3.2.4 ("geometria", set di dati $V(r)$).



Figura 8: Configurazione dell'esperimento di fabry-perot

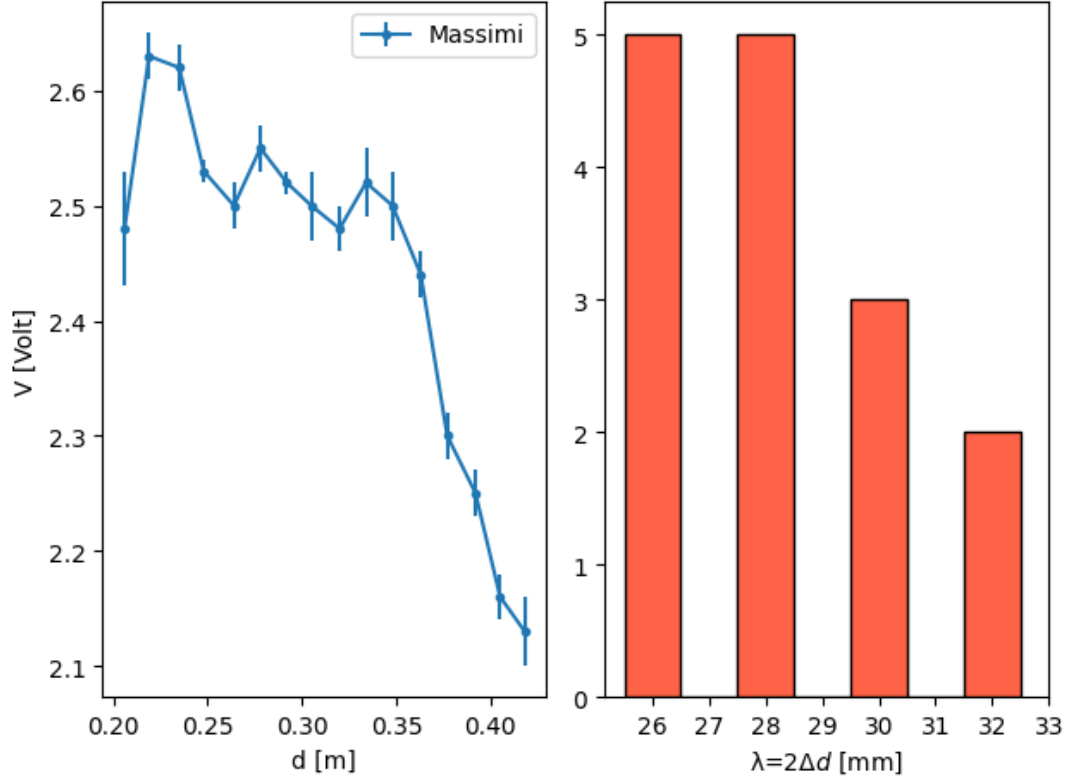


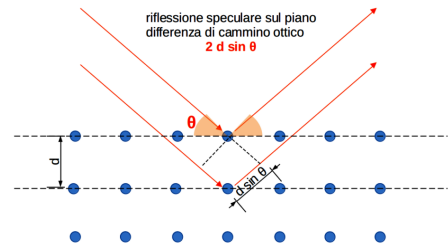
Figura 9: Grafico dei massimi raccolti e istogramma dei diversi valori di λ

Lunghezza d'onda media: $\bar{\lambda} = (2.827 \pm 0.205) \times 10^{-2} m$

6 Diffrazione di Bragg

6.1 Cenni teorici

La legge di Bragg fu formulata in risposta all'evidenza empirica secondo cui quando un'onda elettromagnetica incide su un solido cristallino, viene prodotto un pattern di interferenza particolare che presenta dei massimi. L'equazione per trovare i massimi (detti angoli di Bragg) è la seguente:



$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (5)$$

dove:

- λ lunghezza d'onda del fascio incidente
- n intero positivo
- d distanza tra i piani paralleli del cristallo

- θ angolo di Bragg

Il fenomeno si spiega modellizzando il cristallo come una serie di piani paralleli separati da una distanza costante, ognuno dei quali in grado sia di riflettere che di rifrangere l'onda. Negli angoli di Bragg si ha un picco nel segnale di riflessione.

Noti i massimi della figura di interferenza è possibile trovare il passo del reticolo cristallino: dati due massimi aventi interi n ed m :

$$(m - n)\lambda = 2d(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \Rightarrow d = \frac{\lambda(m - n)}{2(\sin \theta_2 - \sin \theta_1)} \quad (6)$$

6.2 Raccolta e analisi dati

Il cubo di Bragg (ostacolo per la simulazione di un reticolo cristallino) è stato disposto su una pedana posizionata nel goniometro centrale, l'emettitore incide a un angolo (θ) rispetto alla normale della faccia del cubo.

Il ricevitore è stato invece messo a un'angolo $-\theta$ al fine di misurare l'ampiezza dell'onda riflessa.

È stato poi variato l'angolo di incidenza $-\theta$ e l'angolo $-\theta$ al fine di tracciare l'andamento $V(\theta)$.

Sono stati raccolti 2 differenti set di dati, uno spazzando angoli di 5° e un secondo di 1°

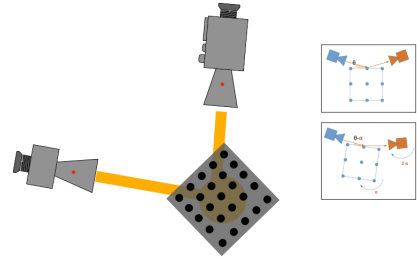


Figura 10: Configurazione dell'esperimento per la verifica della legge di Bragg

Incertezze utilizzate:

- $\sigma_\theta = 1$
- σ_V misurata sperimentalmente

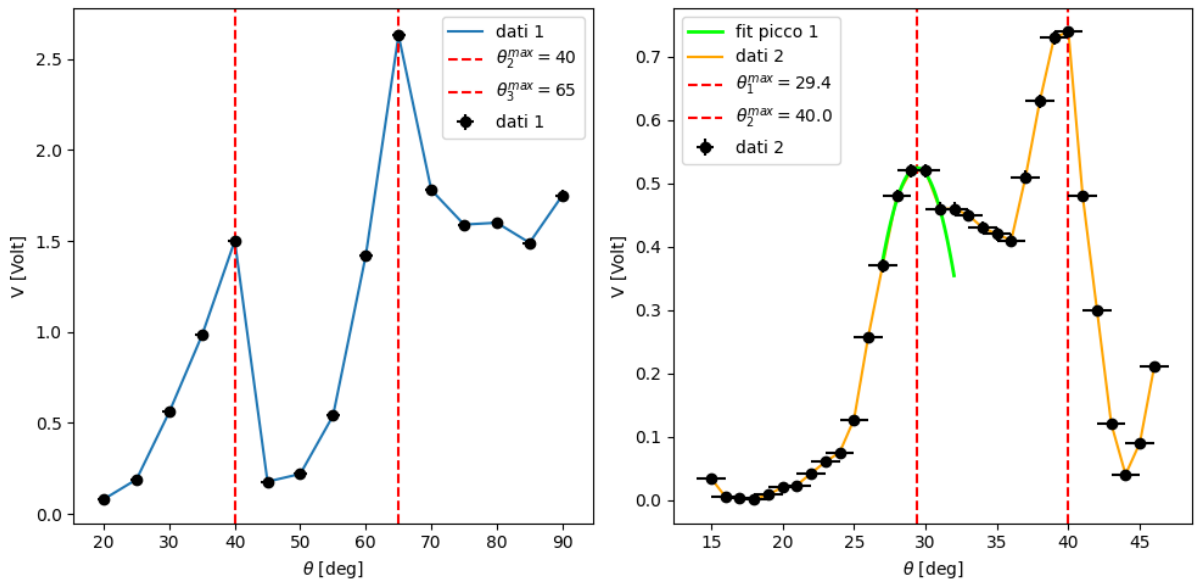


Figura 11: Raccolta dati e stima angoli di Bragg

Dove possibile i massimi sono stati estratti con fit parabolici:

$$\theta_1 = (29.4 \pm 0.07)deg \quad \theta_2 = (40 \pm 1)deg \quad \theta_3 = (65 \pm 1)deg$$

Conoscendo i massimi possiamo estrarre il passo del reticolo cristallino tramite l'equazione 6, combinando gli angoli trovati:

$$d_{12} = (9.28 \pm 0.18)cm \quad d_{23} = (5.35 \pm 0.32)cm \quad d_{13} = (3.39 \pm 0.15)cm$$

Nessuno dei risultati è compatibile con il valore noto $d = 4cm$.

Confrontiamo gli angoli $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ con i valori che si ricavano con l'equazione 5:

n	1	2
θ	$(20.6 \pm 0.3)^\circ$	$(44.8 \pm 0.7)^\circ$

L'angolo (presente in entrambe le misurazioni) di 40° rappresenta uno degli angoli attesi. Il picco a 20° non è invece rilevabile a causa dei limiti strumentali. θ_3 è probabilmente un falso, per $n=3$ non sono attesi massimi, ad angoli grandi l'apparato non permette all'onda non incide direttamente sulla faccia del cubo.

7 Conclusioni

7.1 Caratterizzazione dell'onda

7.1.1 Polarizzazione

Il fit con la legge di Malus si verifica che l'onda è polarizzata verticalmente, mettendo emettitore e ricevitore inclinati di un angolo $\theta = 0$. Inoltre, il valore del $\tilde{\chi}_0^2$ verifica che il rivelatore legge l'ampiezza del campo elettrico.

Per la forma del fronte d'onda, considerando i valori dei $\tilde{\chi}_0^2$, è da escludere che l'onda sia piana o sferica. L'onda è a forma di paraboloide, simmetrico rispetto all'asse $\theta = 0$.

Per quanto riguarda la dipendenza di V dalla distanza r , si osserva un'aderenza qualitativa alla legge attesa. Nonostante ciò, i valori di $\tilde{\chi}_0^2$ e p -value negano tale aderenza. Tale discrepanza è probabilmente attribuibile a una sottostima evidente degli errori associati ai dati sperimentali.

7.2 Angolo di Brewster

Il grafico dei dati raccolti è coerente con il comportamento atteso. Il valore dell'angolo di Brewster è attendibile. Il valore del $\tilde{\chi}_0^2$ è elevato a causa dei pochi dati utilizzati per l'interpolazione della parabola.

7.3 Interferenza

Nell'esperimento della doppia fenditura è stata determinata l'equazione che meglio interpola i dati di $V(\theta)$ misurati. L'interpolazione risulta qualitativamente attendibile; tuttavia, una probabile sottostima degli errori potrebbe aver causato l'esito negativo del test del $\tilde{\chi}^2$.

7.3.1 Confronto dei valori di λ

I valori di λ ricavati nelle esperienze di interferenza e di dipendenza dell'onda da r sono stati confrontati tramite t -test con la loro media ponderata, per verificare la loro compatibilità:

	λ	t -test	p -values
Dipendenza da r	$(2.819 \pm 0.104) \times 10^{-2}m$	0.068	0.944
Doppia fenditura	$(2.826 \pm 0.007) \times 10^{-2}m$	0.003	~ 1
Fabry-Perot	$(2.827 \pm 0.205) \times 10^{-2}m$	0.004	~ 1

Media ponderata delle lunghezze d'onda: $\bar{\lambda} = (2.826 \pm 0.007) \times 10^{-2}m$

Dallo studio emerge una compatibilità molto elevata tra i tre valori ottenuti dalle varie esperienze.

7.4 Angolo di Bragg

La stima del passo del reticolo a partire dagli angoli di Bragg non è stata efficiente, i due set di dati raccolti non sono coerenti fra loro.

Stimando gli angoli a partire dal reticolo ($d = 4cm$) ha evidenziato che l'angolo $\theta_2 = 40^\circ$ è prossimo al picco con $n = 2$. L'apparato usato non è ideale per la misura del picco attorno a 20° , $\theta_3 = 65^\circ$ è massimo ma non attendibile.

Altri fattori che possono aver contribuito ad un risultato scarso possono essere l'aver trascurato il diametro delle sfere ($1cm$) e l'impossibilità di leggere valori di decimi di grado.

(IL PASSO COMUNQUE E' 4cm)

8 Appendice

[Link a tabelle dati e codice](#)