



Università degli Studi di Milano-Bicocca
Laboratorio di Fisica 2

Corso di Laurea Triennale in Fisica

Relazione di laboratorio

Interferometro

Giugno 2024

Gruppo di lavoro n. 18:

Brambilla Luca, l.brambilla75@campus.unimib.it
Matricola 897853

Carminati Giovanni, g.carminati17@campus.unimib.it
Matricola 897462

Di Lernia Sara, s.dilernia1@campus.unimib.it
Matricola 898437

Anno Accademico 2023-2024

Indice

1	Obiettivi	2
2	Apparato e strumentazione	2
3	Cenni teorici	2
3.1	Interferometro in configurazione di Fabry-Perot	2
3.2	Interferometro in configurazione di Michelson	3
3.3	Indici di rifrazione	3
3.3.1	Indice di rifrazione dell'aria	3
3.3.2	Indice di rifrazione del vetro	3
4	Raccolta e analisi dati	4
4.1	Misure in configurazione di Fabry-Perot	4
4.1.1	Descrizione della figura di interferenza	4
4.1.2	Variazione del cammino ottico	5
4.2	Misure in configurazione di Michelson	6
4.2.1	Misura indice di rifrazione dell'aria	7
4.2.2	Misura indice di rifrazione del vetro	8
5	Conclusioni	9
5.1	Misure in configurazione di Fabry-Perot	9
5.1.1	Descrizione della figura di interferenza	9
5.1.2	Variazione del cammino ottico	9
5.2	Misure in configurazione di Michelson	9
5.2.1	Variazione del cammino ottico	9
5.3	Indici di rifrazione	10
5.3.1	Aria	10
5.3.2	Vetro	10
5.4	Altre considerazioni	11
6	Appendice	11

1 Obiettivi

- Verificare la legge che descrive l'interferenza generata in configurazione di Fabry-Perot
- Verificare la legge che descrive l'interferenza generata in configurazione di Michelson, e confrontare i risultati con quelli ottenuti in precedenza
- In configurazione di Michelson, misurare l'indice di rifrazione di vetro e aria

2 Apparato e strumentazione

Per lo svolgimento dell'esperienza ci si è avvalsi di:

- Laser He-Ne, sorgente monocromatica con lunghezza d'onda $\lambda = 632.8nm$
- Pedana con micrometro (come base per gli interferometri)
- Lente divergente ($18mm$)
- Specchio semi-riflettente mobile (collegato al micrometro)
- Specchio semi-riflettente fisso
- Pompa a vuoto collegata a una capsula di vetro
- Lastrina di vetro
- *rotational pointer*

3 Cenni teorici

3.1 Interferometro in configurazione di Fabry-Perot

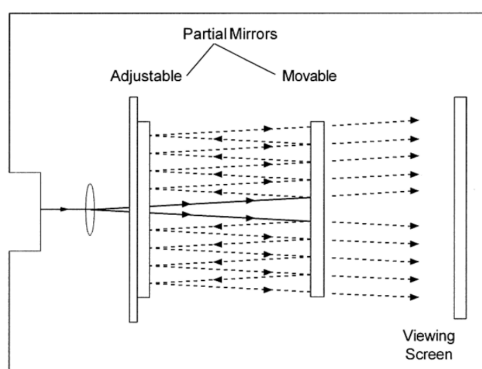


Figura 1: Interferenza nella cavità di Fabry-Perot

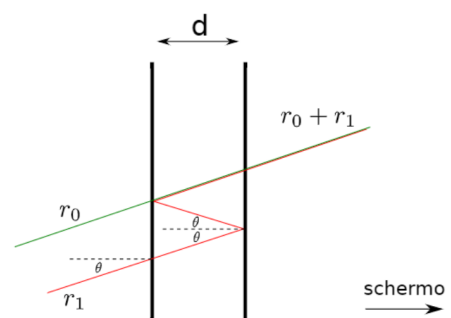


Figura 2: Differenza di cammino ottico in relazione agli angoli di riflessione all'interno della cavità

La cavità di Fabry-Perot è un apparato formato da due superfici semi-riflettenti parallele in grado di generare figure di interferenza a partire da un'onda elettromagnetica.

L'onda riflessa dalla seconda superficie ha una fase δ_r e si somma all'onda trasmessa dalla prima superficie. Il cammino ottico totale è D ed è dato da:

$$D = \frac{2d}{\cos \theta} \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} D + \delta_r \quad (1)$$

Una frangia visibile sullo schermo è formata solo da raggi in interferenza costruttiva (ovvero se $\delta = 2\pi N$, N numero intero).

La figura di interferenza è dunque descritta dalla relazione:

$$\delta_r \cdot \frac{\lambda}{2\pi} + \frac{2d}{\cos \theta} = N\lambda \quad \Rightarrow \quad \cos \theta = \frac{2d}{N\lambda - \frac{\delta_r \lambda}{2\pi}} \quad (2)$$

3.2 Interferometro in configurazione di Michelson

Nell'interferometro di Michelson, l'onda luminosa, resa divergente da una lente, viene fatta incidere su una lastra semi-riflettente con un angolo di 45° . Questo permette di separare il raggio riflesso e quello rifratto: i due raggi percorrono due cammini differenti, vengono riflessi da degli specchi, e si sommano nuovamente quando si ricongiungono sulla lastra semi-riflettente.

Modificando la distanza dei due specchi, è possibile alterare il cammino dei due raggi e quindi la loro differenza di fase.

La somma dei raggi viene proiettata sullo schermo, dando luogo a una figura di interferenza.

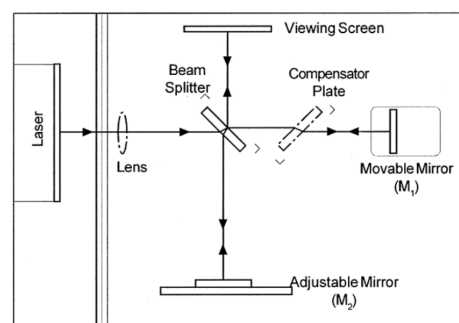


Figura 3: Configurazione di Michelson

3.3 Indici di rifrazione

3.3.1 Indice di rifrazione dell'aria

L'indice di rifrazione n di un materiale è il rapporto tra la velocità di propagazione dell'onda nel materiale e c .

L'indice di rifrazione dell'aria è proporzionale alla pressione:

$$n_{aria} = m \cdot P + 1 \quad (3)$$

Utilizzando un interferometro, è possibile ricavare il valore del coefficiente m osservando lo scorrimento delle frange di interferenza al variare della pressione in un tratto del cammino ottico.

La relazione che segue lega ΔP a ΔN , misurabili sperimentalmente, da cui si ottiene m :

$$\Delta P = \frac{\lambda}{2dm} \Delta N \quad (4)$$

3.3.2 Indice di rifrazione del vetro

Una lastra di vetro viene inserita in un braccio dell'interferometro, tramite il *rotational pointer* è possibile variarne l'angolazione α al fine di variare la lunghezza del cammino ottico percorso dalla luce nel vetro. La variazione di cammino ottico è data da:

$$D_f - D_i = (d_{aria_f} - d_{aria_i}) \cdot n_{aria} + (d_{vetro_f} - d_{vetro_i}) \cdot n_{vetro}$$

Inoltre lo scorrere delle frange di interferenza si ottiene come:

$$2d \cdot \Delta D = \lambda \cdot \Delta N$$

Sostituendo quest'ultima equazione nella precedente, si ottiene:

$$n_{vetro} = \frac{(2d - \Delta N \lambda)(1 - \cos(\Delta \alpha))}{2d(1 - \cos(\Delta \alpha)) - \Delta N \lambda} \quad (5)$$

4 Raccolta e analisi dati

4.1 Misure in configurazione di Fabry-Perot

4.1.1 Descrizione della figura di interferenza

In questa sezione ci si è occupati di verificare la descrizione della figura di interferenza secondo la legge 2.

Per prima cosa è stato realizzato un interferometro in configurazione di Fabry-Perot (figura 1), avendo cura che la luce laser fosse emessa con direzione perpendicolare al muro (in modo che le figure di interferenza fossero il più possibile circolari).

In seguito è stata misurata la distanza tra il muro e la lente (d_x), considerata come sorgente dell'onda (a meno di una correzione di 18mm dovuta alla lente focale). Per ogni cerchio luminoso sul muro, corrispondente ai massimi di interferenza, è stato misurato il raggio d_y .

I valori $\cos \theta$, utilizzati per verificare l'equazione 6, sono stati ricavati con la seguente formula:

$$\cos \theta = \cos \left(\arctan \left(\frac{d_y}{d_x} \right) \right)$$

Sono state considerate le seguenti incertezze:

- $\sigma_{d_x} = 1mm$ incertezza sulla distanza dell'apparato dal muro, dovuta alla sensibilità del metro utilizzato
- $\sigma_{d_y} = 1mm$ incertezza sul raggio delle frange di interferenza

Ogni massimo di interferenza (indicato con N intero crescente dal centro verso l'esterno) è stato così associato al valore di $\cos \theta$ corrispondente. Le coppie di valori $(\cos \theta, N)$ sono state interpolate con la legge:

$$\cos \theta = \frac{2d}{N\lambda - \frac{\delta_r \lambda}{2\pi}}$$

Dall'interpolazione sono stati ricavati la distanza tra le superfici semiriflettenti d e lo sfasamento dovuto alle riflessioni δ_r .

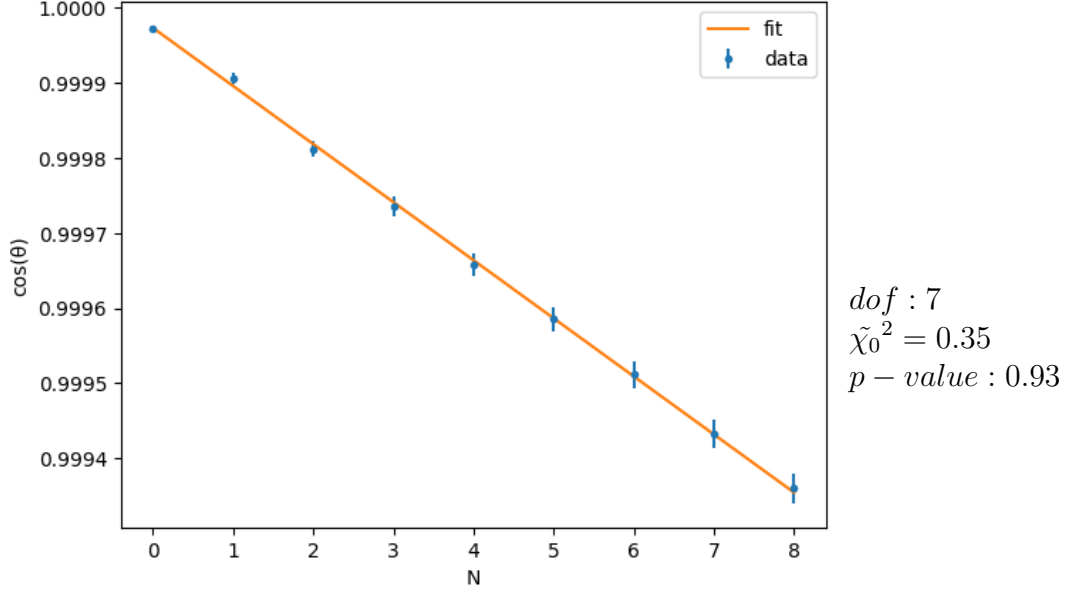


Figura 4: $\cos \theta$ in funzione di N

$$d = (4.0925 \pm 0.0002) \times 10^{-3} m$$

$$\delta_r = (-8.1272 \pm 0.0004) \times 10^4$$

4.1.2 Variazione del cammino ottico

Modificando la distanza d della prima superficie semi-riflettente rispetto alla seconda, si osserva uno scorrimento delle frange di interferenza sullo schermo. L'obiettivo di questa sezione è di verificare la legge:

$$\Delta D = \frac{\lambda}{2 \cos \theta} \cdot \Delta N \quad (6)$$

che descrive la variazione della figura di interferenza in funzione dell'ampiezza della cavità.

La strumentazione è stata mantenuta nello stesso assetto del punto precedente (Fabry-Perot). Dopo aver segnato un punto sul muro corrispondente a un massimo di interferenza, è stato ruotato il micrometro, collegato a uno specchio mobile (la prima superficie semi-riflettente).

È stato registrato il numero di frange passanti per il punto sul muro dato uno spostamento dello specchio di un valore noto (ΔD).

L'unica incertezza notevole utilizzata è: $\sigma_{\Delta D} = 1 \mu m$.

Il processo è stato ripetuto per più valori di ΔD , poi è stata effettuata un interpolazione per verificare la dipendenza lineare prevista dalla relazione 6:

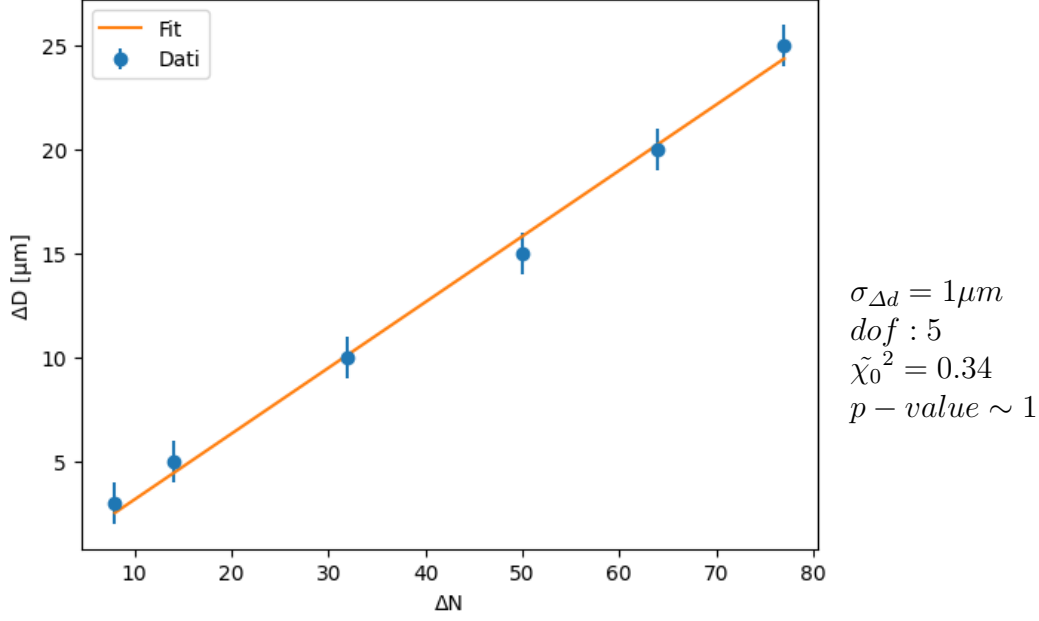


Figura 5: $\Delta D \propto \Delta N$ in configurazione Fabry-Perot

Il coefficiente angolare rappresenta la sensibilità dello strumento in quanto la minima variazione osservabile è $\Delta N = 1$:

$$A = \frac{\lambda}{2 \cdot \cos \theta} = (0.316 \pm 0.006) \times 10^{-6} m$$

4.2 Misure in configurazione di Michelson

Al fine di confrontare la precisione dei due metodi, sono stati presi dati con la stessa modalità del punto precedente anche in configurazione di Michelson (figura 3). Anche in questo caso, la variazione del cammino ottico era consentita da uno specchio mobile controllato dal micrometro sulla base dello strumento.

Sono state utilizzate le stesse incertezze del punto precedente. I dati sono stati interpolati con la legge 6:

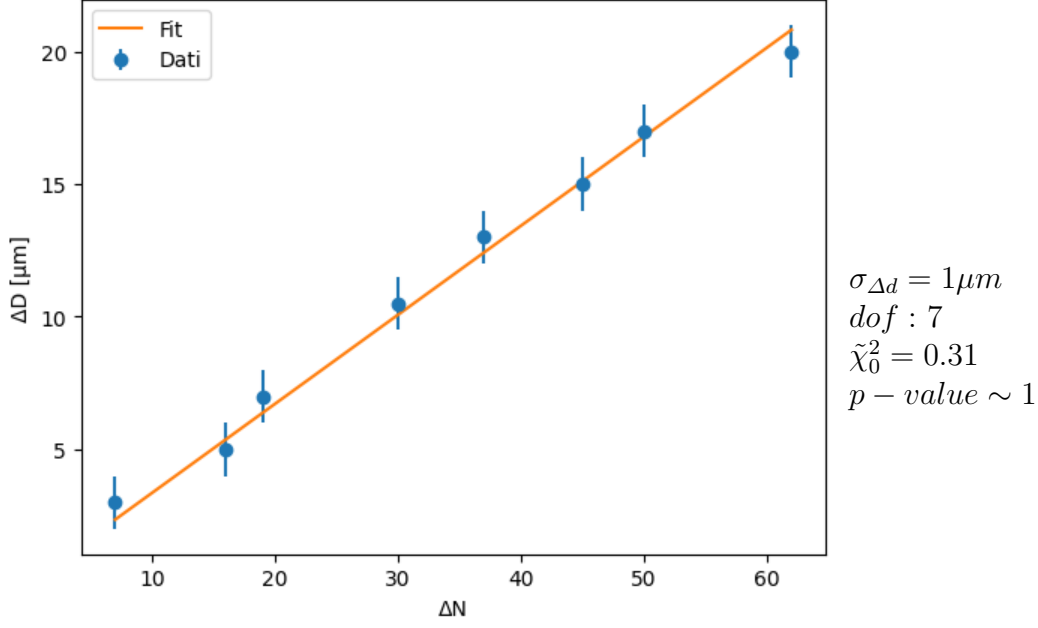


Figura 6: $\Delta D \propto \Delta N$ in configurazione Michelson

Analogamente al punto precedente, il coefficiente angolare rappresenta la minima variazione ΔD misurabile:

$$A = \frac{\lambda}{2 \cdot \cos \theta} = (0.336 \pm 0.006) \times 10^{-6} m$$

4.2.1 Misura indice di rifrazione dell'aria

È stata posizionata la cella a vuoto (spessore: $3cm$) nello spazio tra la superficie semi-riflettente e lo specchio mobile, avendo cura che fosse quanto più possibile perpendicolare al fascio luminoso.

Attraverso la pompa ad essa collegata, è stata rimossa gradualmente aria dalla cella a vuoto; contemporaneamente si osservava lo scorrimento delle frange di interferenza sul muro.

Nella tabella sono mostrati i valori raccolti di ΔN (scorrimento delle frange) in funzione di ΔP ($\sigma_P = 2kPa$), successivamente interpolati con l'equazione 4.

Ricavato il parametro di interpolazione A si stima $m = \frac{\lambda}{2dA}$, $\sigma_m = \left| \frac{\lambda}{2dA^2} \right| \sigma_A$:

$$m = (22.56 \pm 0.2) \times 10^{-10} Pa^{-1}$$

Sapendo che la pressione atmosferica a Milano il giorno dell'esperienza vale $P_{Milano} = 1017hPa$ dall'equazione 3 si ottiene:

$$n_{aria} \times 1000 = 1000.229 \pm 0.002$$

NOTA: Il valore dell'indice è stato moltiplicato per un fattore 1000 al fine di migliorarne la leggibilità.

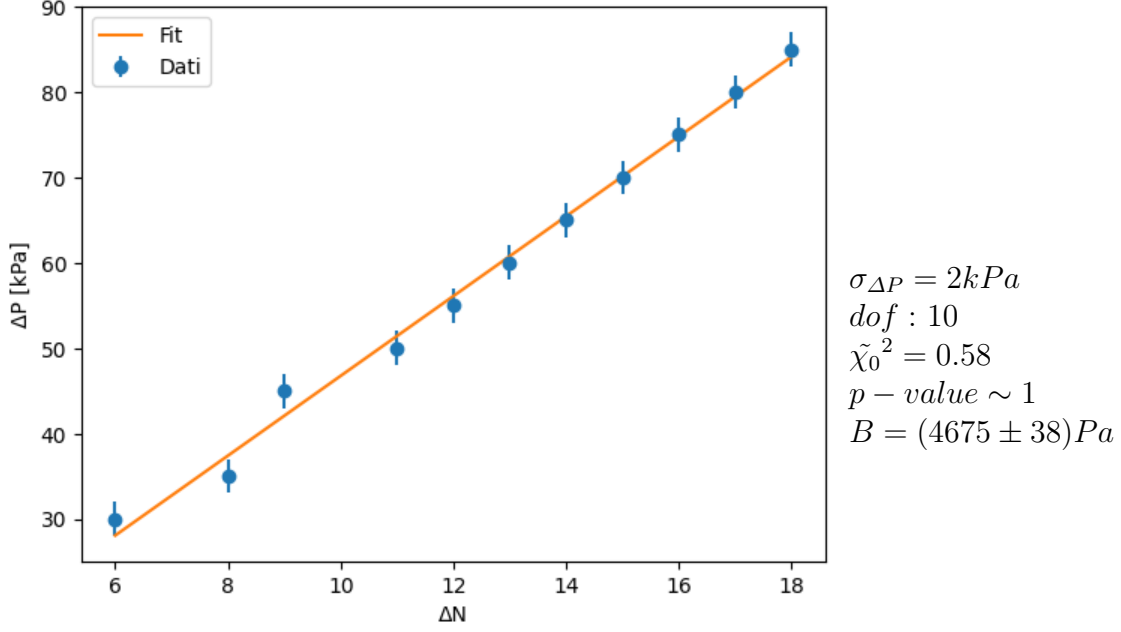


Figura 7: $\Delta P \propto \Delta N$ in configurazione Michelson

4.2.2 Misura indice di rifrazione del vetro

È stata posta una lastra di vetro nello spazio tra la superficie riflettente e lo specchio mobile. Ruotando la lastra di un angolo α la luce percorre un cammino ottico maggiore all'interno del vetro. Noto il valore di spessore della lastra $d = 5.75 \text{ mm}$ e posto quest'ultimo perpendicolare al raggio incidente è stato variato l'angolo di $\Delta\alpha$ ($\sigma_\alpha = 0.1^\circ$) e sono state contate il numero di frange passanti per un punto sullo schermo (ΔN).

Le coppie di dati $(\Delta\alpha, \Delta N)$ sono state utilizzate per calcolare l'indice di rifrazione del vetro attraverso l'equazione 5. Viene riportata la media dei valori ottenuti:

$$n_{vetro} = 1.572 \pm 0.015$$

Per verificare il valore di n_{vetro} ottenuto, la relazione 5 è stata invertita:

$$\cos \alpha = \frac{(1 - n_{vetro})(2d - \Delta N \lambda)}{2d(1 - n_{vetro}) - \Delta N \lambda} \quad (7)$$

Le coppie di valori sono state interpolate utilizzando questa equazione, con l'obiettivo di determinare n_{vetro} come parametro libero:

Verificando la compatibilità tra i due valori di n_{vetro} mediante t-test si ottiene

$$t = 3.24 \quad p - value = 0.12\%$$

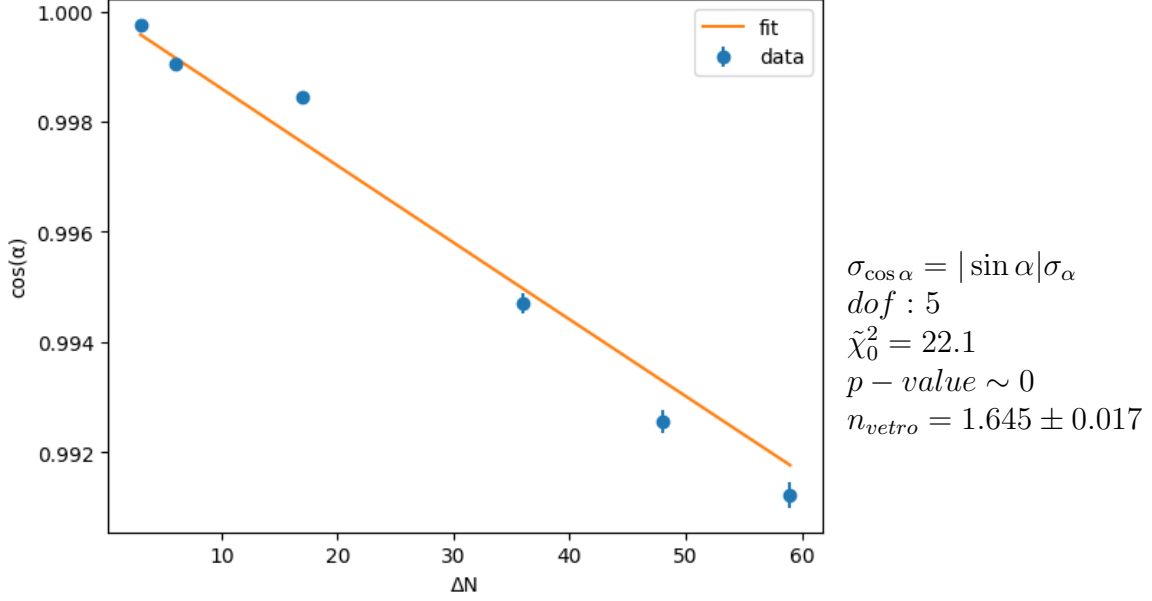


Figura 8: $\cos \alpha \propto \Delta N$ in configurazione Michelson

5 Conclusioni

5.1 Misure in configurazione di Fabry-Perot

5.1.1 Descrizione della figura di interferenza

Il *chi - test* conferma l'attendibilità dell'equazione 1 nella descrizione dell'interferenza provocata da una cavità fabry perot

$$\tilde{\chi}_0^2 = 0.35 \quad p - value = 0.93 \gg 0.05$$

I parametri ricavati sono:

$$d = (4.0925 \pm 0.0002) \times 10^{-3} m \quad \delta_r = (-8.1272 \pm 0.0004) \times 10^4$$

5.1.2 Variazione del cammino ottico

Il *chi - test* evidenzia un ottimo accordo tra i dati raccolti e la legge 2.

$$\tilde{\chi}_0^2 = 0.34 \quad p - value \sim 1 \gg 0.05$$

Si riporta la stima della sensibilità dell'interferometro in configurazione di Fabry-Perot, ricavata dall'interpolazione:

$$A_{Fabry-Perot} = (0.316 \pm 0.006) \times 10^{-6} m$$

5.2 Misure in configurazione di Michelson

5.2.1 Variazione del cammino ottico

Il *chi - test* evidenzia un ottimo accordo tra i dati raccolti e la legge 2.

$$\tilde{\chi}_0^2 = 0.31 \quad p - value \sim 1 \gg 0.05$$

Si riporta la stima della sensibilità dell'interferometro in configurazione di Michelson, ricavata dall'interpolazione:

$$A_{Michelson} = (0.336 \pm 0.006) \times 10^{-6}m$$

Confronto tra le sensibilità Si sono confrontate le sensibilità dei due interferometri, con l'obiettivo di determinare quale delle due configurazioni fosse più precisa:

Sensibilità	Valore
$A_{Fabry-Perot}$	$(0.316 \pm 0.006) \times 10^{-6}m$
$A_{Michelson}$	$(0.336 \pm 0.006) \times 10^{-6}m$
$A_{micrometro}$	$10^{-6}m$

Tabella 1: Tabella riassuntiva delle sensibilità

Dalla tabella si evince come l'interferometro di Fabry-Perot sia leggermente più preciso rispetto a quello di Michelson. Entrambe le configurazioni hanno sensibilità maggiore rispetto al micrometro.

5.3 Indici di rifrazione

5.3.1 Aria

Il *chi - test* conferma l'attendibilità dell'equazione 4:

$$\tilde{\chi}_0^2 = 0.58 \quad p - value \sim 1 \gg 0.05$$

La misura dell'indice di rifrazione dell'aria è efficiente in quanto l'incertezza è associata è piccola e la legge 4 verificata:

$$n_{aria} = 1.000229 \pm 0.000002$$

Il valore trascura l'umidità dell'aria, la pressione P_{Milano} utilizzata non è stata misurata direttamente in laboratorio ed indica il valore medio giornaliero.

5.3.2 Vetro

L'indice del vetro è stato misurato sia attraverso la media, sia attraverso un fit usando rispettivamente le equazioni 5 e 7.

Stima	Valore
fit	1.645 ± 0.017
media	1.572 ± 0.015

Tabella 2: Tabella riassuntiva n_{vetro}

Svolgendo il T-test per la compatibilità si ottiene:

$$t = 3.24 \quad p - value = 0.12\%$$

I due metodi hanno una compatibilità non accettabile. Il valore del $\tilde{\chi}_0^2$ suggerisce che le incertezze sono state sottostimate. Il seguente grafico mostra il valore assunto da n_{vetro} per ogni valore di ΔN . È evidente come in due casi il valore sia non compatibile con il valore medio.

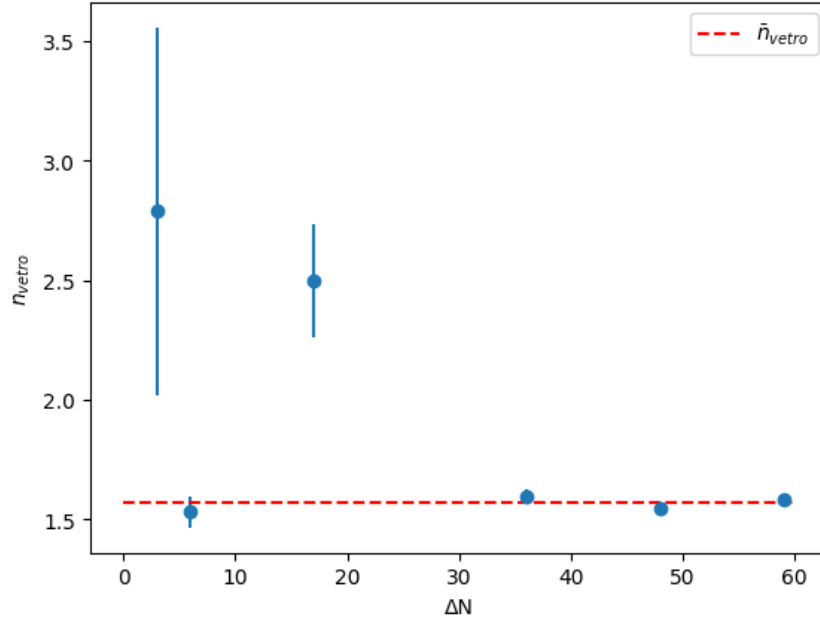


Figura 9: Confronto valori medi dell'indice di rifrazione del vetro

Ipotizziamo che possa essere avvenuto un errore nella conta delle frange o, più in generale, l'assunzione $\sigma_N = 0$ non sia stata ottimale.

5.4 Altre considerazioni

- In più interpolazioni si è ottenuto p -value ~ 1 . L'incertezza utilizzata in questi casi è la sensibilità dello strumento; al fine di migliorarne il valore statistico sarebbe stato possibile effettuare ogni misurazione più volte e calcolare la media. Questo avrebbe permesso di utilizzare come incertezza l'errore standard della media.

6 Appendice

[Link a tabelle dati e codice](#)