



Università degli Studi di Milano-Bicocca  
Laboratorio di Fisica 2

---

Corso di Laurea Triennale in Fisica

Relazione di laboratorio

## Circuiti 1

07 Marzo 2024

Gruppo di lavoro n. 18:

Brambilla Luca, l.brambilla75@campus.unimib.it  
Matricola 897853

Carminati Giovanni, g.carminati17@campus.unimib.it  
Matricola 897462

Di Lernia Sara, s.dilernia1@campus.unimib.it  
Matricola 898437

Anno Accademico 2023-2024

# Indice

<b>1</b>	<b>Obiettivi</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Cenni teorici</b>	<b>2</b>
2.1	Strumenti di misura non ideali . . . . .	2
2.2	Legge di Ohm . . . . .	2
2.3	Partitore resistivo . . . . .	2
2.4	Legge di Shockley . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Apparato sperimentale e strumenti di misura</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Raccolta e Analisi Dati</b>	<b>4</b>
4.1	Incertezza di $R$ . . . . .	4
4.2	Stima delle resistenze interne di voltmetro e amperometro . . . . .	5
4.2.1	Voltmetro . . . . .	5
4.2.2	Amperometro . . . . .	5
4.3	Verifica legge di Ohm . . . . .	6
4.4	Approfondimento: partitore resistivo . . . . .	7
4.5	Misura della caratteristica corrente-tensione di un diodo . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>9</b>
<b>6</b>	<b>Appendice</b>	<b>10</b>

# 1 Obiettivi

- Configurare opportunamente gli strumenti per effettuare misure di resistenze considerando la non idealità dei componenti
- Verificare la legge di Ohm
- Rilevare la caratterizzazione corrente-tensione di un dispositivo non lineare (diodo)

# 2 Cenni teorici

## 2.1 Strumenti di misura non ideali

L'amperometro e il voltmetro usati per la misura della caratteristica tensione-corrente contengono una resistenza interna che può falsare i valori.

La resistenza interna del voltmetro ( $R_V$ ) è nell'ordine di  $1 - 10 M\Omega$  ed è in parallelo rispetto al circuito di cui viene misurata la tensione.

La resistenza interna dell'amperometro ( $R_A$ ) è nell'ordine di  $1 - 10 \Omega$  ed è in serie rispetto al circuito di cui viene misurata la tensione.

## 2.2 Legge di Ohm

La legge di Ohm descrive la relazione di proporzionalità diretta tra la tensione applicata ai capi di un resistore e la corrente che lo attraversa.

$$V = RI \quad (1)$$

## 2.3 Partitore resistivo

Un partitore resistivo è un particolare tipo di circuito composto da due resistenze in serie che permette di ottenere un voltaggio inferiore a quello erogato dal generatore, sfruttando la caduta di potenziale della prima resistenza. Modificando il valore della seconda resistenza, è possibile ottenere il valore desiderato di tensione ai capi di quest'ultima, senza dover agire sulla tensione del generatore.

## 2.4 Legge di Shockley

La legge di Shockley descrive la caratteristica tensione-corrente di un diodo

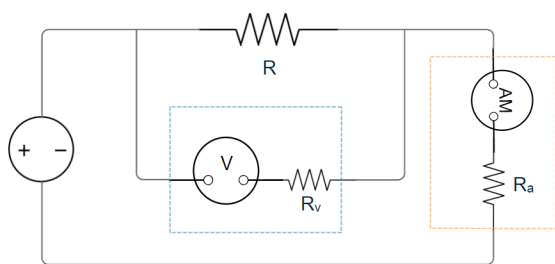
$$I(V) = I_0(e^{\frac{qV}{gkT}} - 1) \quad (2)$$

dove  $I_0$  è la corrente di saturazione inversa,  $g$  una costante adimensionale dipendente dal diodo,  $k$  la costante di Boltzmann,  $q$  la carica dell'elettrone e  $T$  la temperatura in Kelvin. Essendo la legge descritta da un'esponenziale per ragioni pratiche si usa considerare un *valore di soglia* oltre il quale il diodo inizia a condurre una corrente significativa.

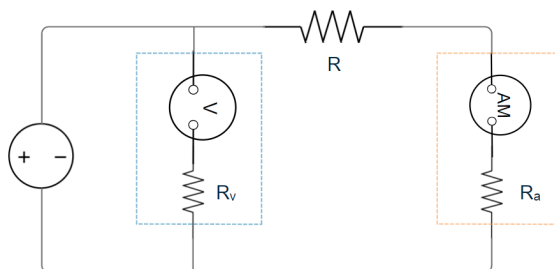
### 3 Apparato sperimentale e strumenti di misura

I circuiti sono stati costruiti su una breadboard, con l'ausilio di fili e resistenze in dotazione e di un generatore di tensione a corrente continua. In alcuni casi è stata utilizzata una decade, ovvero uno strumento dotato di resistenze multiple collegabili in serie, per consentire delle modifiche agevoli al circuito.

Un multimetro palmare e uno da banco sono stati utilizzati rispettivamente come voltmetro e amperometro. La scelta è stata dettata dalla maggiore sensibilità richiesta dalla misura dell'intensità di corrente (ordine di grandezza dei microampere).



**Figura 1:** Configurazione 1



**Figura 2:** Configurazione 2

Le figure rappresentano le due possibili configurazioni per la misura della resistenza  $R$ . La prima si usa nel caso in cui  $R \ll R_v$  mentre la seconda quando  $R \gg R_a$ .

## 4 Raccolta e Analisi Dati

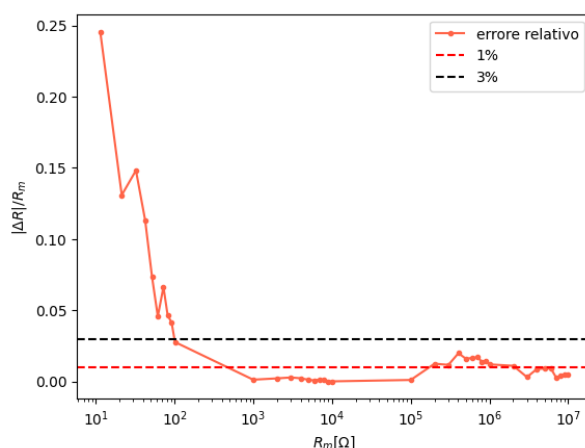
È stato assunto un errore su I e V relativo del 1%, questo a causa dell'oscillazione dei valori oltre alla seconda cifra decimale (nel caso dell'amperometro) e della variazione dell'unità di misura sul display del voltmetro.

### 4.1 Incertezza di $R$

Questa esperienza è stata fatta per stimare l'errore associato alle resistenze.

Con un ohmmetro sono stati letti i valori delle resistenze usate e confrontati con i valori dichiarati dal costruttore. Le misure sono state raccolte su diversi ordini di grandezza (da pochi ohm fino all'ordine dei  $M\Omega$ ). Vanno inoltre considerati  $0.2\Omega$  dovuti alla resistenza dei componenti.

$$\bar{E}_{\%} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|R_{attesa} - R_{misurata}|}{R_{media}} = 3\%$$



**Figura 3:** Errore relativo e ordine di grandezza

Dalla figura 3 osserviamo che  $\bar{E}_{\%} = 3\%$  non rappresenta efficacemente l'errore associato alla resistenza. Oltre ai  $100\Omega$  l'incertezza dichiarata dal costruttore è attendibile mentre per resistenze inferiori il comportamento è inconsistente con le previsioni. Una possibile causa di un errore così elevato può essere la presenza di una resistenza interna all'ohmetro, non trascurabile per resistenze piccole.

## 4.2 Stima delle resistenze interne di voltmetro e amperometro

### 4.2.1 Voltmetro

Per stimare la resistenza interna del voltmetro si è posto il circuito nella configurazione 2 misurando tensione e corrente al variare della resistenza  $R$ .

Sono state raccolte venti misure di tensione e corrente variando la resistenza tra  $1-10M\Omega$ .

Come indicato in precedenza, sono state considerate le seguenti incertezze:

$$\sigma_{R\%} = 1\% \quad \sigma_{V\%} = 1\% \quad \sigma_{I\%} = 1\%$$

NOTA: la tensione è rimasta costante per tutte le misurazioni ( $V = 5.01V$ ).

La resistenza misurata è quella di una resistenza equivalente espressa dell'equazione 3.

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_V}} \quad (3)$$

Dalla legge di Ohm ( $V = R_{eq}I$ ) ricaviamo il valore di  $R_V$ .

$$R_V = \left( \frac{I}{V} - \frac{1}{R} \right)^{-1} \quad \sigma_{R_v} = \left( \frac{I}{V} - \frac{1}{R} \right)^{-2} \sqrt{\left( \frac{\sigma_I}{V} \right)^2 + \left( \frac{I\sigma_V}{V^2} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_R}{R^2} \right)^2} \quad (4)$$

Compiendo una media ponderata tra i valori ricavati di  $R_V$  e valutandone l'incertezza otteniamo:  $R_V = (10.85 \pm 0.11)M\Omega$

### 4.2.2 Amperometro

La resistenza misurata è quella di una resistenza equivalente espressa dell'equazione  $R_{eq} = R + R_A$ . Ai valori di  $R$  va applicata una correzione di  $0.2\Omega$  dovuta alle resistenze interne dei componenti. Dalla legge di ohm ricaviamo il valore di  $R_A$  e  $\sigma_{R_A}$

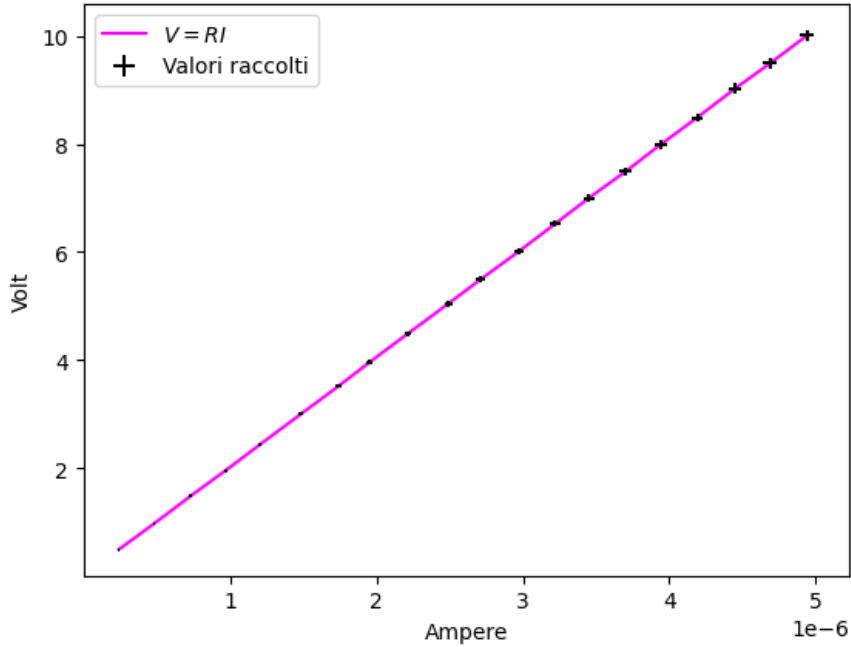
$$R_A = \frac{V}{I} - R \quad \sigma_{R_A} = \sqrt{\left( \frac{V}{I} \right)^2 \left( \frac{\sigma_V^2}{V^2} + \frac{\sigma_I^2}{I^2} \right) + \sigma_R^2} \quad (5)$$

Compiendo una media ponderata sui valori di  $R_a$  ricavati otteniamo:  $R_a = (1.18 \pm 0.02)\Omega$

### 4.3 Verifica legge di Ohm

Fissata la resistenza  $R = 2M\Omega$  è stata variata la tensione  $V$  e misurata la corrente  $I$ . Il circuito è stato posto nella configurazione 2 e la tensione variata da 0.5 a 10 Volt per un totale di 20 misure.

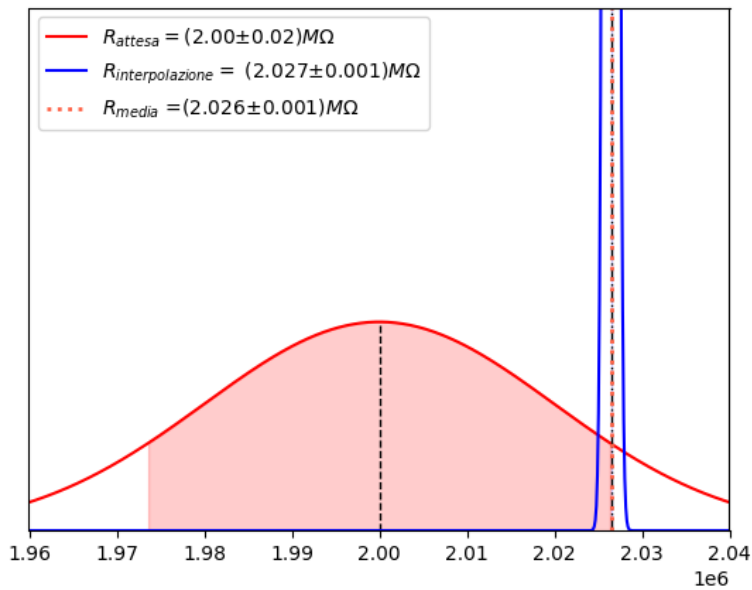
È stata effettuata un'interpolazione lineare delle misure di  $V$  in funzione di  $I$ :



$R$	$2.027 \times 10^6$
$\sigma_R$	$0.001 \times 10^6$
$\tilde{\chi}_o^2$	0.15
$d_{liberta}$	19
pvalue	100.0%

**Figura 4:** Interpolazione lineare tensione-corrente

Possiamo ora confrontare il valore di  $R$  ricavato dall'interpolazione con il valore scelto di  $2M\Omega \pm 1\%$  mediante il t-test:



$t - test$	1.32
$p - value$	0.19

**Figura 5:** confronto valori resistenza  $R$

## 4.4 Approfondimento: partitore resistivo

Per costruire un partitore resistivo (configurazione 3), si utilizzano due resistenze fisse al posto di  $R_1$  e  $R_2$ , mentre data la necessità di variare il valore di  $R_L$  è possibile utilizzare una decade.

Per misurare  $V_{in}$  e  $V_{out}$  si collegano il multmetro palmare e quello da banco rispettivamente ai capi della resistenza  $R_L$  e del generatore di tensione; entrambi utilizzati con funzione di voltmetro.

L'obiettivo è creare un circuito con la configurazione 3, e determinare quali siano i valori di  $R_1$  e  $R_2$  tali che:

- $V_{out} = \frac{1}{2}V_{in}$
- $V_{out}$  (ovvero la caduta di potenziale delle due resistenze in parallelo) non dipenda dal valore di  $R_L$  per  $10k\Omega < R_L < 1M\Omega$

La  $R_{eq}$  delle due resistenze in parallelo è:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_2}} \quad (6)$$

Ipotizzando  $R_L \gg R_2 \Rightarrow \frac{1}{R_L} \ll \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{eq} \simeq R_2$ .

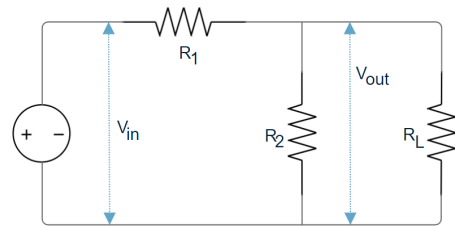
Sotto queste ipotesi il circuito può essere considerato un partitore di tensione, composto da  $R_1$  e  $R_2$  in serie. Mettendo a sistema la seconda legge di Kirchhoff e la prima richiesta, si ottiene:

$$\begin{cases} V_{in} - IR_1 = IR_2 \\ IR_2 = \frac{1}{2}V_{in} \end{cases}$$

Il sistema si riduce alla condizione  $R_1 = R_2$ .

Si è rilevato che la differenza di due ordini di grandezza è sufficiente a soddisfare entrambe le richieste, sebbene la precisione aumenti se ci si avvicina al centro dell'intervallo di valori previsto per  $R_L$ .

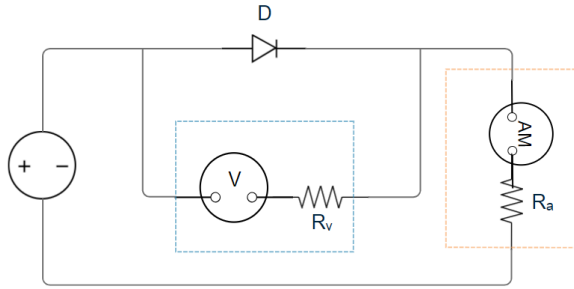
**Figura 6:** configurazione 3



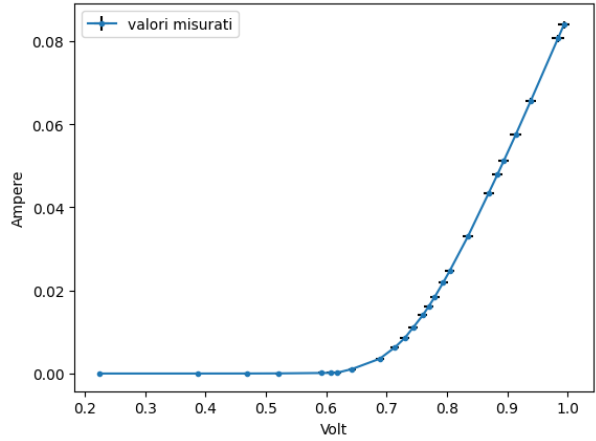


## 4.5 Misura della caratteristica corrente-tensione di un diodo

Per la caratterizzazione della caratteristica tensione-corrente del diodo è stata usata la configurazione 7, con il diodo ( $D$ ) posizionato come in figura 7



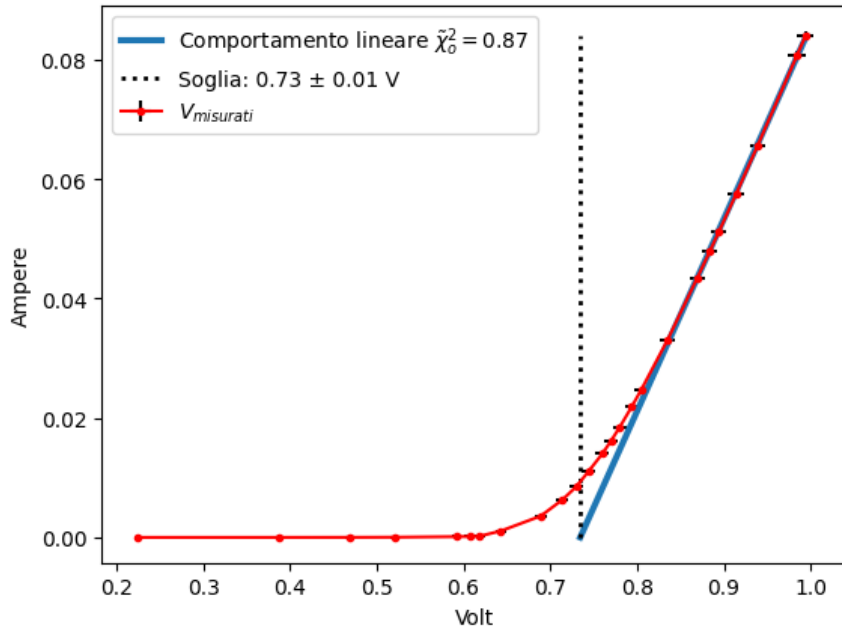
**Figura 7:** Configurazione con diodo



**Figura 8:** Valori raccolti

Variando la tensione è stato misurato il relativo valore della corrente, raccolte 25 misure tra  $0.2 - 1\text{volt}$  (figura 2).

La legge di Shockley lega la corrente alla tensione del diodo, secondo la formula 2. L'obiettivo è di trovare il valore di soglia considerando l'intersezione di una retta con l'asse  $I = 0$ . Interpoliamo quindi con una retta considerando un numero di dati (disposti in ordine decrescente) affinché  $\tilde{\chi}_0^2 \simeq 1$  ottenendo così la retta  $I = A + BV$ . Invertendo la relazione della retta troviamo il valore di soglia come  $V_{soglia} = -A/B$



$A$	$-0.237 \pm 0.003$
$B$	$0.322 \pm 0.004$
$\bar{\sigma}_y$	0.040
$\tilde{\chi}_0^2$	0.87
$d_{liberta}$	7
$pvalue$	99.0%

**Figura 9:** Comportamento non lineare del diodo, fit e valore di soglia

Il valore di soglia ricavato è:  $V_{soglia} = (0.734 \pm 0.013)V$

L'interpolazione che mantiene il  $\tilde{\chi}_0^2 \simeq 1$  è con 9 punti.

È stato effettuato il fit di tutti di valori misurati per verificare la legge di Shockley:

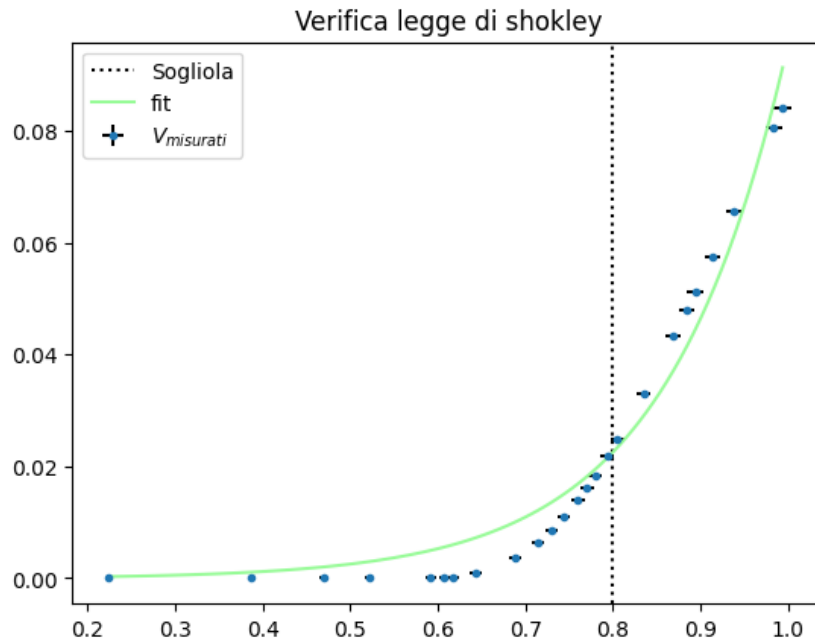


Figura 10: Fit dati

Dal grafico appare evidente che i dati raccolti non seguono una legge esponenziale. In primo luogo, è possibile notare che non ci sono oscillazioni rispetto al fit, quindi si esclude la presenza di errori casuali significativi. Si tratta quindi di errori sistematici. Sono state formulate delle ipotesi:

- Il diodo potrebbe essere stato "bruciato" prima dello svolgimento dell'esperienza
- Avendo effettuato più set di misurazioni prima di quello considerato, è possibile che il diodo si sia surriscaldato
- Non è stata presa in considerazione una ipotetica non-idealità del diodo
- La configurazione utilizzata non è necessariamente quella ottimale per la misura

Non sono stati effettuati test per misurare la corrente di saturazione inversa, pertanto non è stato possibile verificare ipotesi riguardanti un malfunzionamento del diodo.

## 5 Conclusioni

- L'errore percentuale associato alle resistenze dell'1% è attendibile solo per resistenze superiori a  $1K\Omega$ , al di sotto di questa soglia il valore delle resistenze interne alle componenti (breadboard, cavi, strumenti di misura) non sono trascurabili
- Il valore della resistenza interna al voltmetro è  $R_v = (10.85 \pm 0.11) \cdot 10^6 \Omega$ . La configurazione 1 non è adatta nel caso in cui  $R \simeq 10M\Omega$
- Il valore della resistenza interna all'amperometro è  $R_a = (1.18 \pm 0.02)\Omega$ . La configurazione 2 non è adatta nel caso in cui  $R \simeq 1\Omega$

- La legge di Ohm  $V = RI$  è verificata, in quanto i valori sono ben approssimabili ad una retta ( $\tilde{\chi}_0^2 = 0.15$ ) e il pvalue supera la soglia del 5%. E' stata scelta una resistenza elevata ( $2M\Omega$ ) in quanto attendibile l'errore associato dell'1%.

il valore della resistenza ottenuta è  $R = (2.027 \pm 0.001) \cdot 10^6 \Omega$

Il valore di R ottenuto dall'interpolazione e quello dichiarato dal costruttore sono compatibili:

$t$	1.32
$p - value$	19% » 5%

- Per quanto riguarda il valore di soglia del circuito con diodo, il comportamento non lineare è confermato in quanto non possibile eseguire una interpolazione lineare con tutti i valori.

Tuttavia è bene precisare che la mancata aderenza dei dati alla legge di Shockley invalida anche la misura del valore della tensione di soglia. I valori di saturazione inversa e costante del diodo non sono calcolabili in quanto i dati raccolti non sono compatibili con il modello.

## 6 Appendice

Link per codice python e CSV:

<https://github.com/CarminatiGiovanni/LaboratorioFisica2/tree/main/20240307circuiti1>