



Università degli Studi di Milano-Bicocca
Laboratorio di Fisica 2

Corso di Laurea Triennale in Fisica

Relazione di laboratorio

Spettrometro

Maggio 2024

Gruppo di lavoro n. 18:

Brambilla Luca, l.brambilla75@campus.unimib.it
Matricola 897853

Carminati Giovanni, g.carminati17@campus.unimib.it
Matricola 897462

Di Lernia Sara, s.dilernia1@campus.unimib.it
Matricola 898437

Anno Accademico 2023-2024

Indice

1	Obiettivi	2
2	Apparato e strumentazione	2
3	Cenni teorici	2
3.1	Legge di Cauchy	2
3.2	Reticolo di diffrazione	3
4	Raccolta e analisi dati	3
4.1	Studio dell'errore sulla lettura del nonio	3
4.2	Caratterizzazione prisma	4
4.2.1	Misura dell'angolo α del prisma	4
4.2.2	Studio dei parametri della legge di Cauchy	4
4.3	Misura con il reticolo	6
4.3.1	Calibrazione	6
4.3.2	Caratterizzazione del reticolo	6
4.4	Identificazione gas ignoti	7
4.4.1	Prisma	7
4.4.2	Reticolo	8
5	Conclusioni	10
5.1	Errore di lettura del nonio	10
5.2	Determinazione angolo α	10
5.3	Stima dei coefficienti A e B	10
5.4	Determinazione gas ignoti	10
5.4.1	Confronto fra prisma e reticolo	10
5.4.2	Ignoto 1	10
5.4.3	Ignoto 2	10
6	Appendice	11

1 Obiettivi

Verificare i principi alla base della spettrometria ottica. in particolare:

- Caratterizzazione di un prisma misurando il suo indice di rifrazione $n(\lambda)$.
- Caratterizzazione di un reticolo di dispersione misurando il suo passo d .
- Identificazione, con prisma e reticolo, di un gas ignoto a partire dalla sua emissione luminosa.

2 Apparato e strumentazione

Per questa esperienza di laboratorio si è fatto uso di uno spettrometro, lampade a gas, prisma e reticolo.

Lo spettrometro è uno strumento composto da un collimatore fisso e un telescopio posto su una piattaforma rotante. Il collimatore permette di raddrizzare un fascio di raggi provenienti da una sorgente puntiforme (e quindi con fronte d'onda sferico - o come in questo caso cilindrico) in un fascio di raggi parallelo (con fronte d'onda piano).

Il telescopio invece permette di visualizzare al meglio il raggio di luce scomposto dallo strumento analizzatore (prisma o reticolo). L'angolo tra collimatore e telescopio è indicato da un nonio sullo strumento.

3 Cenni teorici

3.1 Legge di Cauchy

La luce è composta da onde elettromagnetiche di diversa lunghezza d'onda λ che si combinano dando la colorazione caratteristica della lampada. Passando attraverso uno strumento analizzatore, a causa del diverso indice di rifrazione, la luce si scompone nelle diverse onde monocromatiche.

La legge di Cauchy mette in relazione l'indice di rifrazione n con la lunghezza d'onda λ :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \dots \quad (1)$$

I parametri A e B rappresentano costanti specifiche del materiale. Per la stima dei coefficienti A e B si interpola la formula di Cauchy utilizzando come valori di λ quelli tabulati in [NIST](#) relativi ai colori osservati (ognuno legato al proprio indice di rifrazione n).

Gli indici di rifrazione sono invece ricavati dalla formula:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{min} + \alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (2)$$

L'angolo di minima deviazione δ_{min} è il minimo angolo possibile tra il raggio rifratto dal prisma e il raggio incidente. Per individuarlo visivamente, si varia l'angolo di incidenza e si osserva lo spostamento di uno dei raggi rifratti, fino a individuare la sua inversione di moto.

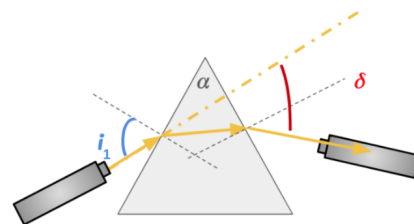


Figura 1: Angolo di minima deviazione

Una volta individuati gli indici di rifrazione corrispondenti alle righe osservate e i parametri A e B è possibile calcolare la lunghezza d'onda empirica relativa a ogni riga colorata, invertendo la legge di Cauchy:

$$\lambda(n) = \sqrt{\frac{B}{n - A}} \quad (3)$$

3.2 Reticolo di diffrazione

Un reticolo di diffrazione è uno strumento composto da una lastra di vetro con linee parallele equidistanti incise. Questo reticolo scompone un raggio luminoso nelle sue componenti monocromatiche, in modo simile a un prisma. A differenza di quest'ultimo, il reticolo crea una figura di interferenza, generando un massimo di ordine zero e più fasci diffratti simmetrici rispetto al massimo centrale.

È possibile risalire al passo del reticolo (d) misurando il valore θ dell'angolo a cui si rileva un massimo di interferenza relativo a una particolare lunghezza d'onda (λ), mediante la seguente relazione:

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (4)$$

dove m è un numero intero che rappresenta l'ordine del massimo di interferenza.

4 Raccolta e analisi dati

4.1 Studio dell'errore sulla lettura del nonio

Per misurare l'angolo compreso tra telescopio e collimatore, lo spettrometro è dotato di un nonio con sensibilità $\sigma_{nonio} = 0.5'$. Si è deciso di verificare se fosse necessario considerare un errore legato alla lettura del nonio.

Per quantificare questo errore, si è deciso di posizionare lo strumento a un angolo α e di effettuare una lettura dello stesso angolo da parte di tutti e tre i membri del gruppo. Le letture hanno effettivamente mostrato una discordanza tra i valori rilevati. È quindi stata calcolata la deviazione standard relativa al valore medio osservato. Il procedimento è stato ripetuto più volte (10), ed è stata calcolata la media delle deviazioni standard:

$$\sigma_{nonio} = 0.224^\circ$$

L'errore stimato con questa valutazione è stato utilizzato come incertezza. Tuttavia, dove possibile (sezioni 4.2.1 e 4.2.2) è stata ripetuta la misura per una stima degli errori più accurata.

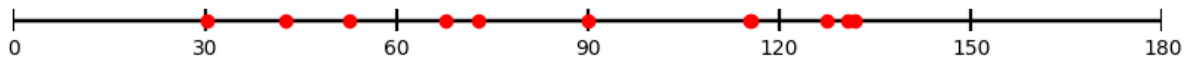


Figura 2: In rosso sono indicati i 10 valori scelti per lo studio dell'errore

4.2 Caratterizzazione prisma

4.2.1 Misura dell'angolo alpha del prisma

In primo luogo, per la caratterizzazione del prisma è stato necessario trovare l'angolo α compreso tra le due facce lucide.

Il prisma è stato posto sulla piattaforma rotante in modo da permettere la riflessione della luce sulla prima faccia lucida, e con il telescopio è stato osservato il raggio riflesso. Successivamente la piattaforma è stata ruotata in modo da poter osservare il raggio riflesso dalla seconda faccia lucida senza dover muovere il telescopio.

Durante l'osservazione dei due raggi, sono stati registrati i valori indicati dal nonio; la differenza di questi 2 angoli ha permesso di trovare il valore di α .

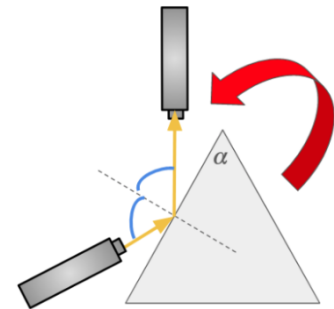


Figura 3: Procedimento utilizzato per la misura dell'angolo alpha

Il procedimento è stato ripetuto 3 volte, e ogni valore è stato letto da ciascun membro del gruppo. La media dei valori ottenuti è la seguente:

$$\bar{\alpha} = (60.18 \pm 0.20)deg$$

4.2.2 Studio dei parametri della legge di Cauchy

Utilizzando la luce prodotta dalla lampada a mercurio e il prisma sono stati raccolti i valori di δ_{min} per le righe più visibili dello spettro.

Il prisma è stato posizionato sulla piattaforma in modo che il raggio della lampada potesse attraversare una delle facce lucide. Successivamente, con il telescopio è stato selezionato un colore, e la piattaforma con il prisma è stata ruotata lentamente, seguendo il raggio colorato con il telescopio. È stato registrato l'angolo a cui il raggio inverte la direzione del moto (δ_{min}). Il procedimento è stato ripetuto con tutti i raggi colorati maggiormente visibili effettuando *3 letture per ogni angolo*.

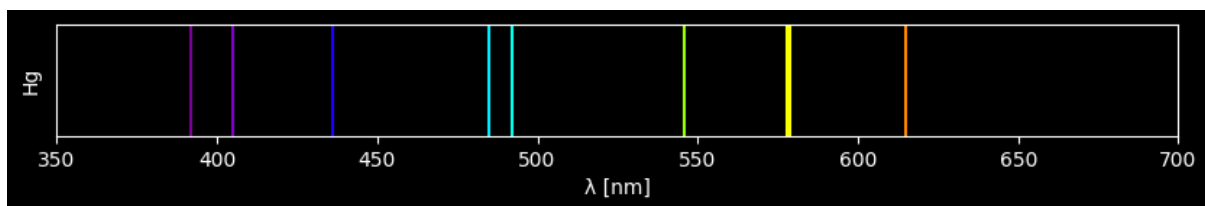


Figura 4: Spettro del mercurio con i valori di λ tabulati nel database NIST.

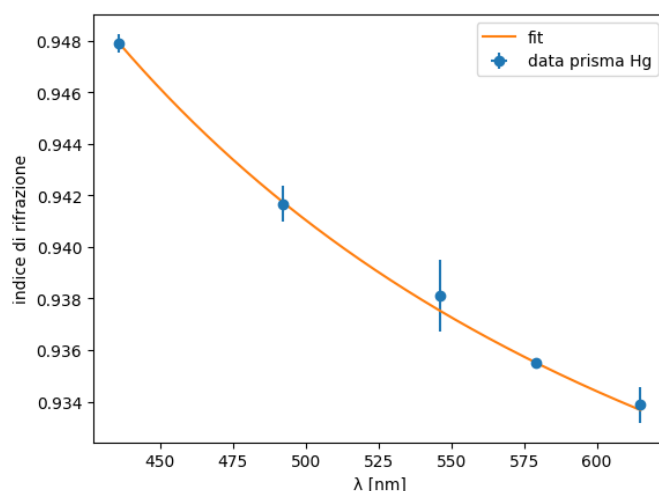
Noto l'angolo α , misurato nel punto precedente, è stato determinato il valore del coefficiente di rifrazione relativo ad ogni riga colorata mediante l'equazione 2.

Le righe sono state confrontate con i valori tabulati sul sito del NIST, per associare a ogni valore di n una lunghezza d'onda nota di λ .

Nella seguente tabella sono indicate le lunghezze d'onda tabulate per le varie righe colorate dello spettro, affiancate da una valutazione qualitativa sull'intensità luminosa osservata. Le righe maggiormente visibili (evidenziate) sono state utilizzate per l'interpolazione con la legge di Cauchy:

	δ_{min}	$\lambda_{NIST}(nm)$	considerazioni qualitative
Rosso	48.06 ± 0.12	615	abbastanza visibile
Giallo 2	48.33 ± 0.02	579	molto visibile
Giallo 1		578	molto visibile
Verde	48.78 ± 0.24	546	ben visibile
Acqua 2	49.39 ± 0.12	492	abbastanza visibile
Acqua 1		485	abbastanza visibile
Blu	50.47 ± 0.06	436	ben visibile
Viola 2		405	poco visibile
Viola 1		392	poco visibile

Le coppie (n, λ) sono state interpolate con la legge di Cauchy (1) fino al secondo ordine per determinare il valore di A e B.



$$\begin{aligned}
 A &= 0.919 \pm 0.001 \\
 B &= (5.44 \pm 0.16) \times 10^3 \\
 \text{dof: } &3 \\
 \tilde{\chi}^2 &= 0.09 \\
 \text{p-value: } &0.96
 \end{aligned}$$

Figura 5: Interpolazione con la legge di Cauchy (λ noti, n ricavati)

NOTA: Per le due righe ravvicinate del giallo, è stata considerata solo la prima linea. Il verde acqua era ben visibile e presentava due righe spettrali abbastanza vicine e non distinguibili cromaticamente. Per il viola sono state prese due righe spettrali di tonalità diverse ma comunque poco visibili e non definite. Pertanto queste ultime non sono state utilizzate nell'interpolazione.

4.3 Misura con il reticolo

4.3.1 Calibrazione

Prima di iniziare l'effettiva raccolta dati, è stato necessario appurare che il reticolo fosse disposto in posizione perfettamente perpendicolare rispetto al raggio emesso dalla lampada. Per la calibrazione è stata utilizzata una lampada al sodio.

Si è scelto di effettuare la calibrazione con la prima riga gialla (ben visibile) al secondo ordine (per maggiore precisione). È stato misurato l'angolo tra il raggio trasmesso e la riga scelta a sinistra (β_1) e a destra (β_2) dello zero, ottenendo il seguente risultato:

β_1	β_2	$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 15' < \sigma_\theta$
$20^\circ 55'$	$21^\circ 10'$	

La differenza non rilevando una differenza significativa rispetto all'incertezza scelta, si è supposto che il reticolo fosse perfettamente perpendicolare al raggio incidente.

Questo procedimento per la calibrazione è stato ripetuto per ogni misurazione che necessitasse di posizionare nuovamente il reticolo sulla piattaforma. In caso di differenza $\Delta\beta > \sigma_\theta$ si è proceduto a correggere ruotando la piattaforma con il prisma di un angolo $\frac{\Delta\beta}{2}$ in direzione dell'angolo maggiore.

4.3.2 Caratterizzazione del reticolo

Questo esperimento è stato svolto utilizzando una lampada al sodio (Na), e un reticolo da 300 linee/mm (valore noto).

Dopo aver verificato che il reticolo fosse perpendicolare al raggio incidente, sono state osservate le righe visibili fino al terzo ordine ($m = 1, 2, 3$) e registrato l'angolo del telescopio θ corrispondente a ciascuna.

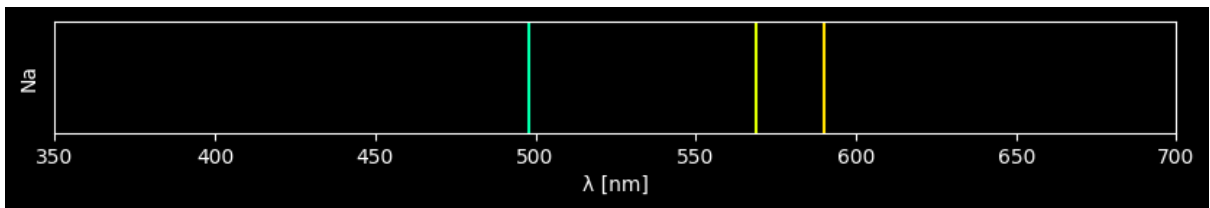


Figura 6: Linee osservabili dello spettro del sodio (λ tabulati).

Per ognuna delle righe osservate sono stati associati anche i valori di λ tabulati sul database NIST corrispondenti.

Tramite l'inversione dell'equazione 4 per ogni tripletta di valori (λ, m, θ), si è ricavato un valore di d (passo del reticolo). Il valore finale di d è stato calcolato come media pesata dei valori ottenuti:

$d = \frac{n\lambda}{\sin \theta}$	$\bar{d} = (3.29 \pm 0.01)\mu m$	<table style="margin: 0 auto; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">λ (nm)</td> <td style="padding: 0 10px;">590</td> <td style="padding: 0 10px;">569</td> <td style="padding: 0 10px;">498</td> </tr> </table>	λ (nm)	590	569	498
λ (nm)	590	569	498			

4.4 Identificazione gas ignoti

Una volta effettuata la caratterizzazione di prisma e reticolo, sono stati utilizzati i dati raccolti per identificare la composizione di due lampade contenenti gas ignoti.

4.4.1 Prisma

Posizionato il prisma sulla piattaforma, è stato ripetuto il processo di raccolta dati utilizzato per la caratterizzazione del prisma: la piattaforma è stata ruotata fino a trovare l'angolo di inversione del moto per ogni riga colorata.

Utilizzando l'equazione 2, è stato possibile determinare l'indice di rifrazione relativo per ciascuna lunghezza d'onda dello spettro osservabile del gas ignoto. Con i coefficienti A e B, è stata applicata la legge di Cauchy inversa (3) per calcolare la lunghezza d'onda relativa alle righe visibili dello spettro.

Primo gas ignoto:

Nella seguente tabella sono riportati gli angoli di minima deviazione per ogni linea colorata chiaramente visibile, associati ai rispettivi indici di rifrazione e lunghezze d'onda:

	$\delta_{min} \text{ (deg)}$	n	$\lambda \text{ (nm)}$
Viola	51.25	0.952	406 ± 08
Blu	50.42	0.948	438 ± 10
Acqua	49.33	0.941	497 ± 15
Verde	48.33	0.936	547 ± 24
Giallo	48.67	0.938	579 ± 20

Confrontando i valori di λ ottenuti con quelli riportati sul database NIST ipotizziamo che il gas ignoto sia mercurio. Segue il confronto quantitativo mediante il chi-test:

$$\tilde{\chi}_0^2 = 0.04$$

$$\text{p-value} \sim 1$$

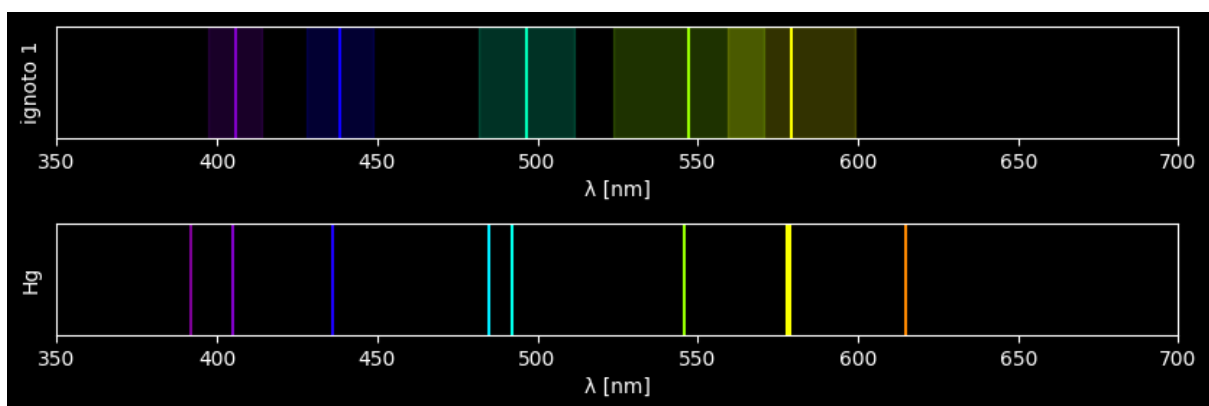


Figura 7: Confronto tra lo spettro luminoso diffratto tramite prisma della lampada "ignota" (in alto) e della lampada a mercurio (in basso). Gli aloni traslucidi adiacenti alle bande colorate rappresentano l'incertezza σ_λ .

Secondo gas ignoto:

Nella seguente tabella sono riportate le lunghezze d'onda per ogni linea colorata chiaramente visibile.

	Blu	Acqua	Verde	Giallo	Rosso
λ (nm)	463 ± 12	486 ± 14	547 ± 20	579 ± 24	665 ± 36

Lo spettro luminoso del secondo gas ignoto presentava molte righe affiancate le une alle altre, il che rendeva difficile identificare quelle più intense. Nell'appendice è presente un'immagine (11) scattata dall'oculare del telescopio durante l'esperimento.

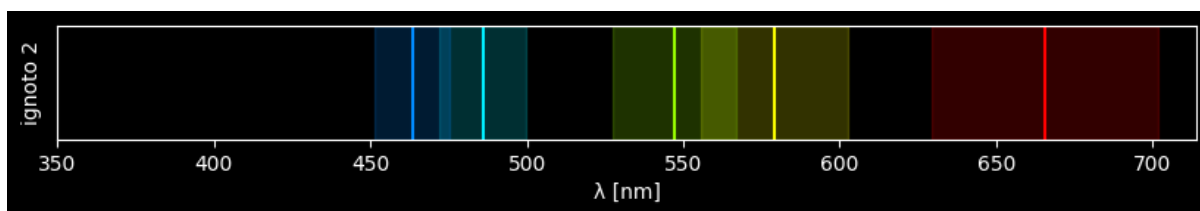


Figura 8: Rappresentazione dei valori di λ calcolati per le righe colorate meglio visibili e associati alle rispettive incertezze.

4.4.2 Reticolo

Primo gas ignoto

Noto d , è possibile misurare le lunghezze d'onda delle righe osservate utilizzando la formula 4 invertita:

$$\lambda = \frac{d \sin(\theta)}{n}$$

	Giallo	Verde	Acqua	Blu
λ (nm)	581 ± 3	548 ± 3	497 ± 3	438 ± 3

Confrontando lo spettro con quello del mercurio:

$$\tilde{\chi}_0^2 = 1.30$$

$$p\text{-value} = 0.27$$

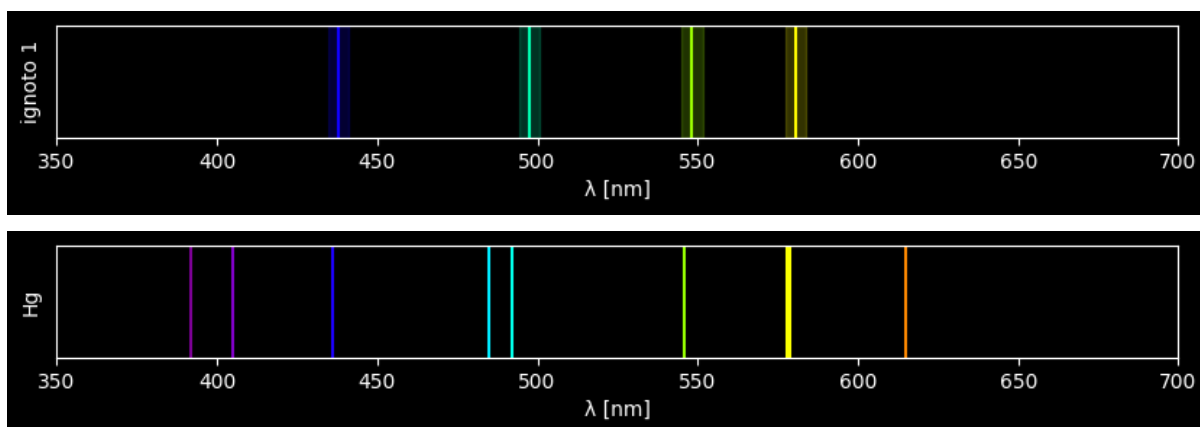


Figura 9: Confronto tra lo spettro luminoso diffratto tramite reticolo della lampada "ignota" (in alto) e della lampada a mercurio (in basso). Gli aloni traslucidi adiacenti alle bande colorate rappresentano l'incertezza σ_λ .

Secondo gas ignoto

Come per il prisma, lo spettro luminoso presenta molte righe adiacenti, risultando quasi continuo.

	Rosso	Giallo	Verde	Acqua	Blu
$\lambda_{m=1}(nm)$	651 ± 13	585 ± 13	541 ± 13	486 ± 13	454 ± 13
$\lambda_{m=2}(nm)$	601 ± 12	576 ± 12	531 ± 12	479 ± 12	435 ± 13

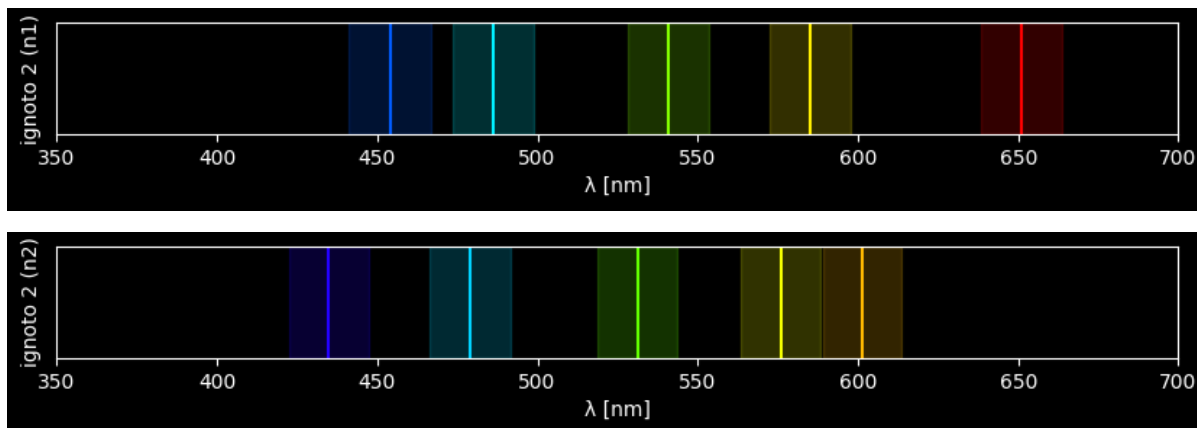


Figura 10: Osservazioni del primo (in alto) e secondo (in basso) massimo dello spettro luminoso diffratto tramite reticolo della seconda lampada "ignota". Benché sia uno spettro continuo, sono state rappresentate solo le righe d'onda più evidenti e distinguibili, utili alla definizione dello spettro. Gli aloni traslucidi adiacenti alle bande colorate rappresentano l'incertezza σ_λ .

Per poter ipotizzare la composizione del gas contenuto nella lampada, si è fatto riferimento alle righe rossa e gialla, più intense rispetto a tutte le altre in ogni ordine.

- Elio: si può notare una somiglianza, soprattutto per i colori giallo e rosso, molto intensi.
- Neon: i due spettri sono molto diversi a causa dell'assenza dei colori con lunghezza d'onda $400nm < \lambda < 500nm$.
- Argon: i due spettri sono molto aderenti poiché entrambi continui.
- Krypton: lo spettro presenta un verde intenso, ben distante dalla nostra osservazione che presenta un verde poco intenso

Inoltre, le frange osservate nel prisma e nel primo ordine del reticolo sono qualitativamente coerenti. Basandoci principalmente su giallo e rosso, più attendibili perché più intense, il gas sembra essere compatibile con elio e argon.

5 Conclusioni

5.1 Errore di lettura del nonio

L'incertezza associata alla lettura del valore del nonio ($\sigma_{nonio} = 0.22^\circ = 13.4'$) è molto maggiore della sensibilità dello strumento ($0.5'$). Ipotizziamo che possa rappresentare una sovrastima in quanto la precisione di lettura, legata al fattore umano, sia migliorata durante l'esperienza.

5.2 Determinazione angolo α

L'angolo α del prisma è verosimile con il valore atteso per un triangolo equilatero. Le grandezze ottenute con questo valore si sono verificate a loro volta attendibili.

$$\alpha = (60.18 \pm 0.20)^\circ$$

5.3 Stima dei coefficienti A e B

Il fit con la legge di Cauchy verifica che l'indice di rifrazione n segue un andamento $\sim \frac{1}{\lambda^2}$. Il valore del $\tilde{\chi}^2 = 0.09$ conferma tale aderenza. Seguono i valori stimati:

$$A = (0.919 \pm 0.001)nm \qquad B = (5.44 \pm 0.16) \times 10^3 nm^2$$

5.4 Determinazione gas ignoti

5.4.1 Confronto fra prisma e reticolo

Le analisi spettrali mediante i due sistemi sono compatibili fra loro, entrambi sono strumenti validi per l'analisi spettrale. I valori di λ ottenuti mediante le misurazioni con il reticolo sono più precise. Il processo di raccolta dati con prisma è più lento in quanto necessario prima stimare i parametri A , B ed α , probabilmente causa dell'errore più grande.

5.4.2 Ignoto 1

Le frange ottenute sia con il prisma che con il reticolo confermano che il primo gas ignoto sia mercurio (Hg).

	$\tilde{\chi}_o^2$	p-value
prisma	0.04	~ 1
reticolo	1.30	0.27

5.4.3 Ignoto 2

Lo spettro appare come un continuo (figura in appendice), le linee più evidenti sono una gialla e una rossa che sembrano essere compatibili con He ed Ar . A complicare la determinazione del gas è l'inaderenza degli spettri dell'ordine 1 e 2. La linea rossa al primo ordine vale $651nm$ e al secondo $601nm$; le altre linee appaiono sistematicamente spostate verso lunghezze d'onda più corte rimanendo però simili. Lo spettro del prisma

è coerente con quello del primo ordine e ne accresce la validità, è probabile che a falsare il valore del rosso sia un qualche errore casuale probabilmente associato alla difficoltà di identificazione della frangia. Per considerazioni più approfondite riguardo al gas ignoto si rimanda alla trattazione svolta dell'analisi 4.4.2

6 Appendice

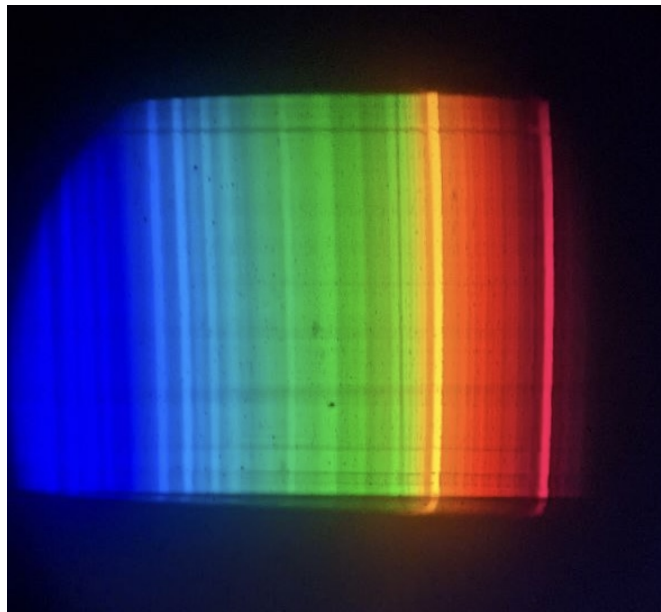


Figura 11: Fotografia scattata attraverso l'oculare del telescopio, durante l'osservazione dello spettro del secondo gas ignoto (attraverso prisma).

[Link a tabelle dati e codice](#)