

Otimizando o gasto de uma empresa de energia

Anderson Aparecido do Carmo Frasão GRR20204069

Richard Fernando Heise Ferreira GRR20191053

1

1. Problema

A rede elétrica de uma cidade é abastecida por uma usina hidrelétrica e uma usina termoeletrica, que é usada apenas quando a hidrelétrica, que tem custo de geração nulo, não consegue atender à demanda. A termoeletrica tem um custo associado a cada MWatt gerado. Neste problema, você deve conceber um plano de geração mensal em um período de n meses que minimiza o custo total. Além do custo de geração termoeletrica, há o custo ambiental (convertido em R\$) associado à variação do reservatório da hidrelétrica, para mais ou para menos, de um mês para o seguinte. Os custos de geração de 1 MWatt pela termoeletrica (CT) e da variação de 1 m^3 no reservatório (CA) são constantes dadas.

- O reservatório começa com um volume inicial de água (v_{ini}) e tem limites mínimo e máximo (constantes dadas) para o volume de água (m^3) e que devem ser respeitados, respectivamente v_{min} e v_{max} .
- A cada mês, o reservatório recebe um volume de água (m^3) proveniente de chuvas, aflúências, etc. Essas informações foram estimadas para os n meses do planejamento e são constantes dadas, y_1, y_2, \dots, y_n .
- A única forma do volume de água no reservatório diminuir é turbinando a água para gerar energia. A cada 1 m^3 de água turbinada, gera-se k MWatt de energia, em que k é uma constante dada.
- As demandas mensais da cidade (MWatt) também são constantes d_1, d_2, \dots, d_n dadas e devem ser atendidas pela geração de energia da hidrelétrica e da termoeletrica. Gerar mais do que a demanda não é um problema (a energia restante vai para outra cidade, por exemplo).

2. Como foi modelado

A partir do entendimento dos autores; problemas de otimização, no geral, apresentam dois tipos de variáveis: qualitativas e quantitativas. As quantitativas referem-se às quantidades de recursos que temos, ao passo que as qualitativas indicam o peso das variáveis quantitativas, esse problema pode ser encarado da mesma forma se considerarmos:

Variáveis quantitativas

- v_i : Quantidade de água no reservatório no mês i .
- y_i : Quantidade de chuva no mês i .
- var_i : Variação do volume de água do reservatório no mês i .

- $TURBINADO_i$: Quantidade de água turbinada no mês i .
- $TERMO_i$: Quantidade de KWatts gerada pela termoelétrica no mês i .
- v_{min} : Quantidade mínima de volume do reservatório.
- v_{max} : Quantidade máxima de volume do reservatório.
- v_{ini} : Quantidade inicial de água no reservatório.
- d_i : Quantidade, em KWatts, de demanda de energia no mês i .
- t_{max} : Quantidade máxima de energia que a termo pode gerar, em KWatts.

Variáveis qualitativas

- CT : Custo da termoelétrica em por KWatt gerado.
- CA : Custa ambiental da variação de $1m^3$ de água no reservatório.
- k : Coeficiente da geração de KWatts a cada m^3 de água turbinada pela hidroelétrica.

Com essas variáveis definidas podemos pensar em uma forma de relacionar cada qual através de equações e inequações que definirão o comportamento da otimização. Para tanto, é importante lembrar o que queremos otimizar, nossa *função objetiva*, nesse caso, é a **minimização** dos custos mensais de geração de energia ao longo de n meses.

Através das nossas variáveis podemos concluir algumas informações relevantes: o custo de produzir energia com a hidroelétrica se dá multiplicando a variação do reservatório de um mês para o outro com o custo ambiental de cada m^3 de variação, isto é

$$CA * var_i$$

A variação pode ser expressa através da seguinte fórmula

$$var_i = y_i - TURBINADO_i$$

Ou seja, a variação é a quantidade de chuva (volume acrescentado ao reservatório) menos a quantidade de água turbinada em dado mês. Percebemos, também, que o volume de água do reservatório varia em função da variação, da seguinte forma

$$v_i = v_{i-1} + var_i$$

Podendo ser lida como volume de água atual é igual ao volume de água que sobrou mais a variação atual.

Agora, para a termoelétrica temos que o seguinte deve ocorrer; toda vez que a termo for ligada é porque a hidroelétrica não supriu a demanda energética do mês, e obrigatoriamente a hidro e a termo devem gerar pelo menos a demanda mínima, portanto

$$k * TURBINADO_i + TERMO_i \geq d_i$$

Porém, sempre que a termoeletrica gera 1 MWatt, temos um custo CT associado, então o custo em um mês da geração de energia pode ser expressa da seguinte forma

$$custo = CA * |var_i| + CT * TERMO_i$$

Logo, descobrimos o que queremos minimizar, generalizando para n meses temos, portanto, nossa função objetiva:

$$\min : CA \sum_{i=1}^n |var_i| + CT \sum_{i=1}^n TERMO_i$$

É notável a presença de um módulo, afinal a variação do volume do reservatório, para menos ou para mais, é o que efetivamente implica em custo no fim do mês; módulos, contudo, são funções não lineares, e portanto precisamos substituir esse módulo por uma função linear que expresse exatamente o que o módulo expressa, para tanto, basta que quebrems a variação do mês em outras duas variáveis: acréscimo e decréscimo de volume.

$$var_i = Acr_i - Decr_i$$

O que implica em

$$|var_i| = Acr_i + Decr_i$$

Note também que

$$Acr_i - Decr_i = y_i - TURBINADO_i$$

Portanto também temos

- Acr_i : Acréscimo de água do mês i .
- $Decr_i$: Decréscimo de água do mês i .

Com todas essas informações podemos, finalmente, descrever o problema completo com a função objetivo e nossas restrições.

$$\min : CA \sum_{i=1}^n (Acr_i + Decr_i) + CT \sum_{i=1}^n TERMO_i$$

Sujeito a:

$$v_0 = v_{ini}$$

$$v_i = v_{i-1} + var_i$$

$$var_i = y_i - TURBINADO_i$$

$$var_i = Acr_i - Decr_i$$

$$Acr_i - Decr_i = y_i - TURBINADO_i$$

$$k * TURBINADO_i + TERMO_i \geq d_i$$

$$TURBINADO_i \geq 0$$

$$TERMO_i \geq 0$$

$$TERMO_i \leq t_{max}$$

$$v_i \geq v_{min}$$

$$v_i \leq v_{max}$$

$$i \geq 1$$

$$i \leq n$$

$$Acr_i, Decr_i \geq 0$$

3. Implementação

A implementação trata-se de um código em C que simplesmente lê as entradas do teclado e gera um arquivo de saída pronto para ser passado para o *lp_solve*. Devido às restrições do *lp_solve*, o código expande os somatórios e os escreve por extenso, junto com as demais equações e inequações, em *stdout*. A leitura é realizada de acordo com a quantidade de meses *n* e demais informações lidas a partir de *stdin*.