Thomas Bianchi Todt

O Problema

A rede elétrica de uma cidade é abastecida por uma usina hidrelétrica e uma usina termoelétrica, que é usada apenas quando a hidrelétrica, que tem custo de geração nulo, não consegue atender à demanda. A termoelétrica tem um custo associado a cada MWatt gerado. Neste problema, você deve conceber um plano de geração mensal em um período de *n* meses que minimiza o custo total. Além do custo de geração termoelétrica, há o custo ambiental (convertido em R$) associado à variação do reservatório da hidrelétrica, para mais ou para menos, de um mâs para o seguinte. Os custos de geração de 1 MWatt pela termoelétrica (CT) e da variação de 1 m³ no reservatório (CA) são constantes dadas.

- O reservatório começa com um volume inicial de água (v_ini) e tem limites mínimo e máximo (constantes dadas) para o volume de água (m³) e que devem ser respeitados, respectivamente v_min e v_max;
- A cada mês, o reservatório recebe um volume de água (m³) proveniente de chuvas, afluências, etc. Essas informações foram estimadas para os *n* meses do planejamento e são constantes dadas, *y1, y2, … yn*;
- A única forma do volume de água no reservatório diminuir é turbinando a água para gerar energia. A cada 1m³ de água turbinada, gera-se kMWatt de energia, em que *k* (ou *coefHidro*) é uma constante dada;
- Há uma capacidade máxima de geração mensal da termelétrica, que é uma constante maxTermo dada;
- As demandas mensais da cidade (Mwatt) também são constantes *d1, d2, …, dn* dadas e devem ser atendidas pela geração de energia da hidrelétrica e da termoelétrica. Gerar mais do que a demanda não é um problema (a energia restante vai para outra cidade, por exemplo).

A Modelagem

O objetivo é definir o planejamento que terá o menor custo monetário para os meses definidos. Portanto, a **função objetivo** será o mínimo do somatório do custo ambiental associado à variação do volume do reservatório da hidrelétrica a cada mês, somado ao somatório do custo de geração da termelétrica a cada mês:

$$min\colon CA \cdot \sum_{i=1}^{n} \left|C_i\right| \ + \ CT \cdot \sum_{i=1}^{n} term_i$$

em que:

CA: custo associado à variação de 1m³ do volume do reservatório da hidrelétrica
C_i: variação no volume da hidrelétrica associada ao mês *i*
CT: custo de geração de 1MWatt pela termelétrica
TERM_i: a quantidade de MWatts gerados pela termelétrica no mês *i*

definimos então as **restrições** do problema (SA):

1- atender à demanda no mês *i*:
coefHidro * TURB_i + TERM_i >= demanda_i

2- volume de água turbinada no mês *i*:
TURB_i >= 0

3- quantidade de energia gerada pela termelétrica no mês *i*:
TERM_i >= 0

4- limite de geração mensal pela termelétrica:
TERM_i <= maxTermo

5- volume inicial do reservatório da hidrelétrica:
V_0 = V_ini

6- volume do reservatório da hidrelétrica no mês *i*:
V_i = V_i-1 + C_i

7- volume mínimo do reservatório da hidrelétrica:
V_i >= volMin

8- volume máximo do reservatório da hidrelétrica:
V_i <= volMax

9- variação no volume do reservatório da hidrelétrica:
C_i = A_i - TURB_i (A_i é a afluência do mês *i*)

10- meses:
1 <= i <= n

No entanto, para modelar um problema de Programação Linear, não é ideal trabalhar com módulos (valores absolutos) como acontece com **C_i** na **função objetivo** (| C_i |). Por isso, criaremos duas novas variáveis **[1]** para representar o valor de **C_i**, de forma que:

11- C_i = Ci_i - Cd_i
12- | C_i | = Ci_i + Cd_i

e

13- aumento e diminuição do volume são valores não-negativos em cada mês *i*:
Ci_i, Cd_i >= 0

assim, **9** se torna:

9- variação no volume do reservatório da hidrelétrica:
Ci_i - Cd_i = A_i - TURB_i

e a **função objetivo** passa a ser:

$$min\colon CA \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(Ci_i \ + \ Cd_i \right) \ + \ CT \cdot \sum_{i=1}^{n} term_i$$

A Implementação

A implementação é trivial, consistindo essencialmente de uma sequência de leituras da entrada seguidas de uma sequência de escritas no arquivo “problema”, de forma que o arquivo problema contenha linhas de que representem o programa linear com a modelagem já explicada, em formato adequado para que o arquivo seja lido (e resolvido) pelo software *lp_solve*.

A quantidade de variáveis e equações/inequações presentes no programa linear depende do valor de *n* (a quantidade de meses, afetando variáveis “var_i”, que vão de 1 a *n*) passado na entrada. Assim, algumas leituras e escritas são realizadas em loops, e existem no programa alocações dinâmicas de memória para comportar vetores de tamanho *n* que conterão o valor de variáveis que se encaixam nessa questão.

[1]- https://stackoverflow.com/questions/28932586/absolute-value-constraints-in-lpsolve-in-r/28933583#28933583