# Estadística y modelación de sistemas socioecológicos en R





Laboratorio Nacional de Ciencias

Dra. Yosune Miquelajauregui Graf

#### Plan del día

1. Modelos lineales generalizados (regresión Poisson y binomial negativa)

2. Ejercicios

3. Disusión sobre análisis de datos de tesis y seminario

Regresión múltiple: hay una relación entre el valor predicho y la ecuación de regresión

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_{Dist} * Dist_i + \beta_{Temp} * Temp_i$$

Podemos descomponer este modelo en tres partes distintas:

- 1. Componente aleatorio: especifica la distribución de las observaciones  $y_i$  (y de los respectivos errores)
- 2. Componente sistemático: especifica la combinación de las variables explicativas o independientes que forman el predictor lineal.

$$\beta_0 + \beta_{Dist} * Dist_i + \beta_{Temp} * Temp_i$$

3. Función de vínculo: especifica la relación entre las observaciones originales y el predictor lineal, es decir, el predictor lineal arroja resultados en la misma escala

Los modelos lineales generalizados están constituidos por estas mismas partes

- 1. Componente aleatorio: especifica la distribución de las observaciones  $y_i$  (y de los respectivos errores): distribución normal, Poisson, binomial, gamma
- 2. Componente sistemático: especifica la combinación de las variables explicativas o independientes que forman el predictor lineal.

$$\beta_0 + \beta_{Dist} * Dist_i + \beta_{Temp} * Temp_i$$

3. Función de vínculo: especifica la relación entre las observaciones originales y el predictor lineal.

 $g(\mu_i) = \eta_i$  donde  $\mu_i$  es la media esperada de las observaciones  $y_i$ 

Función de vínculo:

$$g(\mu_i) = \eta_i$$

Indica la transformación necesaria para convertir el predictor lineal en valores predichos en la misma escala que las observaciones originales.

La función de vínculo depende de la distribución de nuestros datos.

Vínculo canónico: función de vínculo "naturalmente" asociada a una distribución.

Cada modelo lineal generalizado posee una estructura particular de función de verosimilitud, la cual depende de la distribución.

Función de vínculo:

Cada distribución posee una función de vínculo

Distribución	Naturaleza de y <sub>i</sub>	Vínculo canónico	Función de vínculo $g(\mu_i)=\eta_i$	Función inversa $\mu_i = g^{ extsf{-1}}(\eta_i)$
Normal	$(-\infty,\infty)$	identidad	$\mu_{i}$	$\eta_i$
Poisson	0,1,2,3	log	$log_e\mu_i$	$e^{\eta_i}$
Binomial	0,1,2,3n/n	logit	$log_e \frac{\mu_i}{1-\mu_i}$	$rac{e^{\eta_i}}{1+e^{\eta_i}}$

Grande familia de análisis agrupados según la distribución de las observaciones:

Distribución normal : Regresión lineal simple

Regresión lineal múltiple

**ANOVA** 

Análisis de covarianza

Otras distribuciones : Regresión de Poisson

Regresión logística

Regresión binomial negativa

Regresión de gamma

Distribución de Poisson

#### Características:

- 1. Distribución discreta (valores 0,1,2,3..)
- 2. Caracteriza los eventos raros (muchos ceros)
- 3. Distribución sesgada a la derecha (cola larga)
- 4. Se vuelve más simétrica con mientras  $\lambda$  aumenta

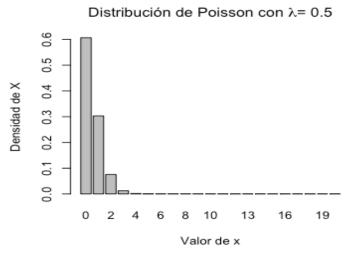
0.15

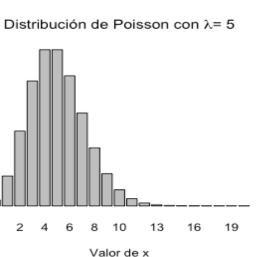
0.10

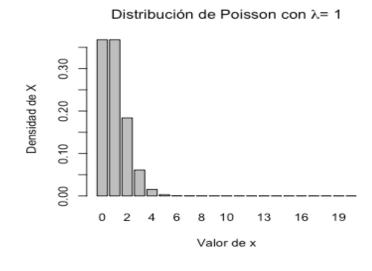
0.05

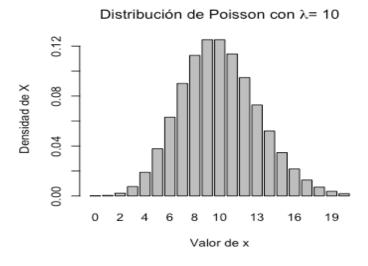
0.00

Densidad de X









 $y_i$  es una variable discreta Función de vínculo: log Relación entre  $y_i$  y  $\eta_i$  (log)

Donde: 
$$log_e(\mu_i) = \beta_0 + \beta_1 * X1_i + \beta_2 * X2_i + \cdots + \beta_k * Xk_i$$

$$y \mu_i = e^{\beta_0 + \beta_1 * X 1_i + \beta_2 * X 2_i + \dots + \beta_k * X k_i}$$

 $\mu_i$ = número de eventos predichos

La función de log(L) para los modelos lineales generalizados con distribución Poisson:

$$log(L) = \sum_{i=1}^{n} (y_i log \mu_i - \mu_i)$$

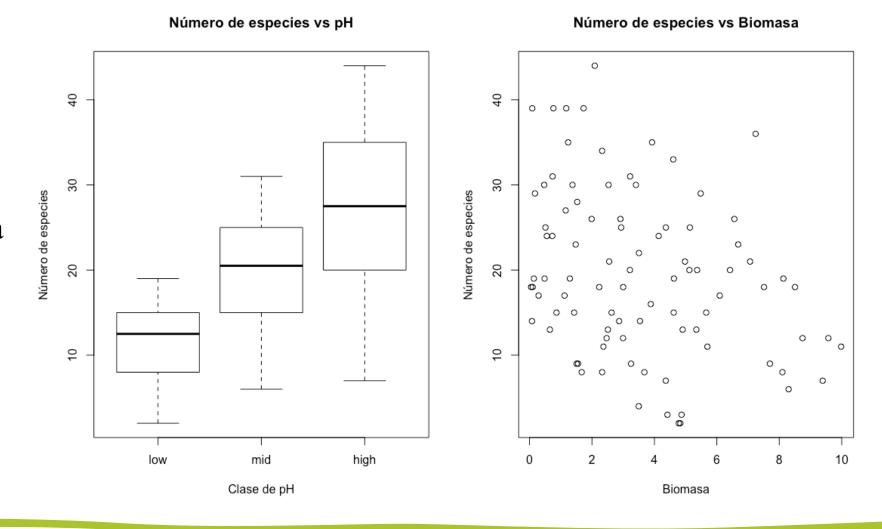
Es esta función la cual es maximizada para encontrar las estimaciones de los parámetros

Ejemplo: Número de especies vegetales en función de la biomasa total y del pH

Biomasa: continua

pH: continua

No. especies: discreta



Ajustar un modelo de regresión Poisson del número de especies en función del pH, la biomasa y una interacción Biomasa\*pH

Función R: glm (family=,)

mod1<-glm(Especie~Biomasa+pH+Biomasa:pH, family=poisson(link = log), data=especies)

family: especifica la distribución (Poisson, normal, binomial, etc.)

link: especifica la función de vínculo (log, id, logit)

```
names(mod1)
[1] "coefficients" [2] "residuals" [3] "fitted.values"
[4] "effects" [5] "R"
                      [6] "rank"
[7] "qr" [8] "family" [9] "linear.predictors"
[10] "deviance" [11] "aic"
[12] "null.deviance" [13] "iter" [14] "weights"
[15] "prior.weights" [16] "df.residual" [17] "df.null"
[18] "y" [19] "converged" [20] "boundary"
[21] "model" [22] "call" [23] "formula" [24] "terms"
[25] "data" [26] "offset" [27] "control" [28] "method"
[29] "contrasts" [30] "xlevels"
```

```
>\mathbb{S}\text{ummary(mod1)}\mathbb{2}
 Call: 2
 poisson(link # flog), [2]
  modata despecies) ②
  Deviance Residuals: M
 mmin mmil Q mMedian mmil Q mmMax mil
 Coefficients: 2
   TIME TO THE TOTAL PARTY OF THE PROPERTY OF THE
   (Intercept) (Inter
  pHlow []] 10284 []] 7.931 []] 18e-15 [] 18e-15
 pHmid [mmmmmmmm]0.33146[mm]0.09217[m]3.596[mm]0.000323[***[]
  Biomasa:pHmid .03189 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .02308 .0
  ---?
Signif. Todes: TTT
02***'00.0012**'00.012*'00.052'00.122212
  (Dispersion barameter for boisson family taken to be 1) 2
  mulldeviance: 452.346 m B9 megrees of freedom 2
 Residual deviance: 1783.201 175 n 184 175 legrees 15 f 15 reedom 2
AIC: 2514.392
```

Podemos resumir la información con una tabla análoga de ANOVA que lidie con variables discretas (número de especies) utilizando una prueba Chicuadrada. Función R anova ()

```
>\textbf{a}\text{nova}(\text{mod1,\text}=\text{"Chisq"})\text{\texts}
Analysis of Deviance Table 2
Model: Poisson, Link: Log 2
Response: Especie 2
Terms added sequentially If irst so last) 2
???????????????
NULL
Biomasa *** ?
pH ?**?
Biomasa:pH2**2
```

- Da una idea de la importancia global de cada efecto.
- Compara el modelo añadiendo variables secuencialmente.

Biomasa m\*\* 2

Biomasa:pH \*\* ?

pH ?\*\*\*?

Podemos resumir la información con una tabla análoga de ANOVA que lidie con variables discretas (número de especies) utilizando una prueba Chicuadrada

| MILL |

Modelo Bo

Bo+Biomasa

Bo+Biomasa+pH

Bo+Biomasa+pH+Biomasa\*pH

#### Regresión de Poisson: Análisis de devianza

Análisis de devianza

• Prueba basada en la diferencia de log(L) entre los modelos:

$$LR = -2 * (logLmodelo_{simple} - logLmodelocomplejo)$$

mod1<-glm(Especie~Biomasa+pH+Biomasa:pH, family=poisson(link = log), data=especies)

mod2<-glm(Especie~Biomasa+pH, family=poisson, data=especie

#### Regresión de Poisson: Análisis de devianza

Podemos cuantificar el efecto de la inclusión de la interacción Biomasa\*pH Correr los dos modelos:

	Modelo complejo	Modelo sin interacción	L R	GL
logL	-251.1	-259.2	-2*(-259.2+251.1)	
Parámetros	6	4		2

LR < --2\*(logLik(mod2)[1]-logLik(mod1)[1])

		Modelo sin interacción	LR	GL
logL	-251.1	-259.2	16.04	
Parámetros	6	4		2

#### Regresión de Poisson: Análisis de devianza

De manera general podemos utilizar la función anova ()

El efecto de la inclusión de la interacción Biomasa\*pH es significativo

#### Regresión de Poisson: Devianza residual

Es una medida del ajuste del modelo (valor pequeño = mejor modelo)

$$DR = 2\sum_{i=1}^{n} y_i * \log(y_i/\mu_i) - (y_i - \mu_i)$$

dev.residual1<-2\*sum(especies\$Especie\*log(especies\$Especie/mod1\$fitted)-(especies\$Especie-mod1\$fitted))

dev.residual1[1] 83.20114

O directamente extraerlo del objeto mod1 mod1\$deviance[1] 83.2011 mod2\$deviance[1] 99.2415

Puntos a verificar:

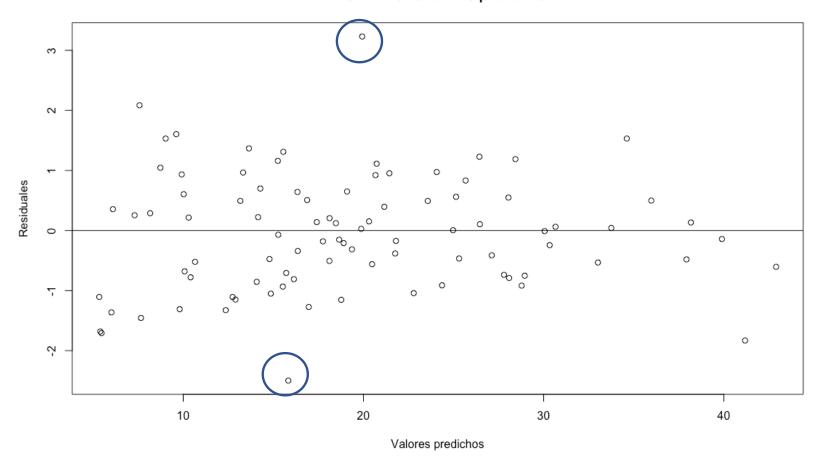
1. Gráfica de residuales y otros (efecto multiplicador "levier", influencia)

2. Dispersión (varianza/media)

Residuales modelo: Especie~Biomasa+pH+Biomasa\*pH

Función R: residuals (, type= "response", "pearson", "deviance")

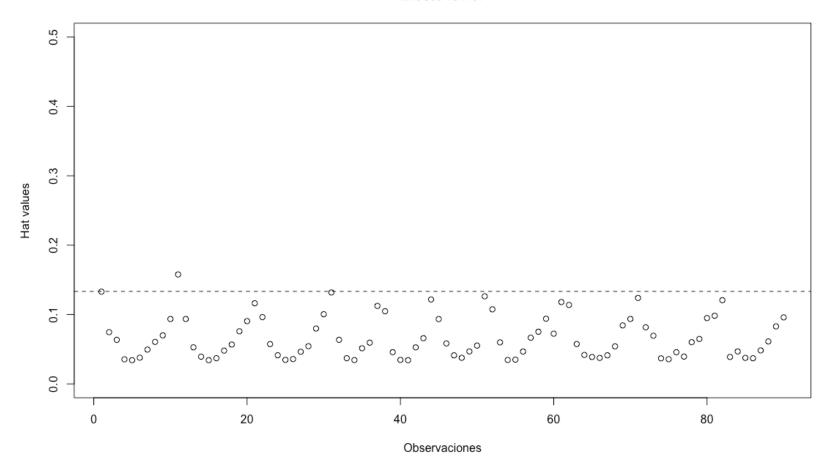
#### Residuales vs valores predichos



Efecto levier modelo: Especie~Biomasa+pH+Biomasa\*pH

Función R: hatvalues ()

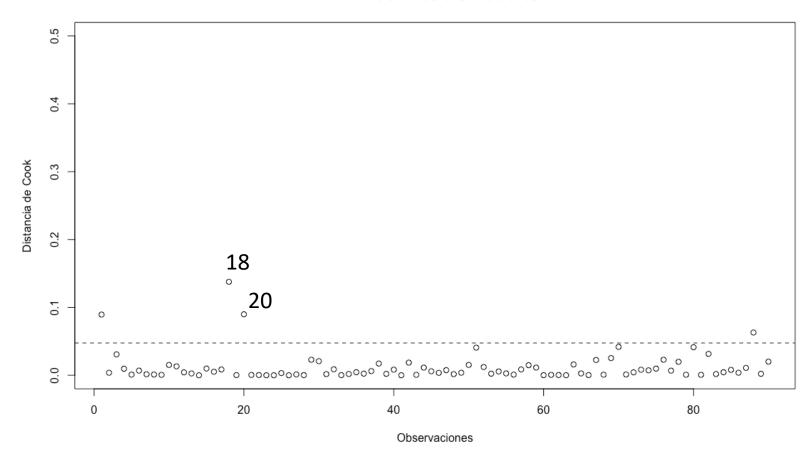




Influencia modelo: Especie~Biomasa+pH+Biomasa\*pH

Función R: cooks.distance ()

#### Influencia de las observaciones



Modelo Especie~Biomasa+pH+Biomasa\*pH

Dispersión: Varianza/media

En al distribución de Poisson la varianza=media

Por lo tanto varianza/media  $(\widehat{c}) = 1$ 

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' '1 (Dispersion parameter for poisson family taken to be 1)

Modelo Especie~Biomasa+pH+Biomasa\*pH

Cuando  $(\hat{c}) > 1$  sobredispersión, por lo que los errores estándar deben ser ajustados **Sobredispersión**: Mayor presencia de gran variabilidad (dispersión estadística) en los datos de lo que se esperaría dado el modelo estadístico.

Cuando  $(\hat{c}) > 4$  la regresión Poisson no es una buena opción

$$\hat{c} = \frac{\chi^2 de \ Pearson}{n-p} \qquad \text{donde} \qquad \chi^2 de \ Pearson = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_{i-}\mu_i)^2}{\mu_i}$$

Modelo Especie~Biomasa+pH+Biomasa\*pH

chisq<-sum(((especies\$Especie-mod1\$fitted)^2)/mod1\$fitted) chisq[1] 83.74812

- c\_hat<-chisq/mod1\$df.residual</pre>
- c\_hat[1] **0.9970014**

$$\hat{c} = \frac{\chi^2 de \ Pearson}{n-p}$$

Un modelo lineal generalizado con distribución Poisson es apropiado

$$\hat{c} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_{i} - \mu_{i})^{2}}{\mu_{i}}$$

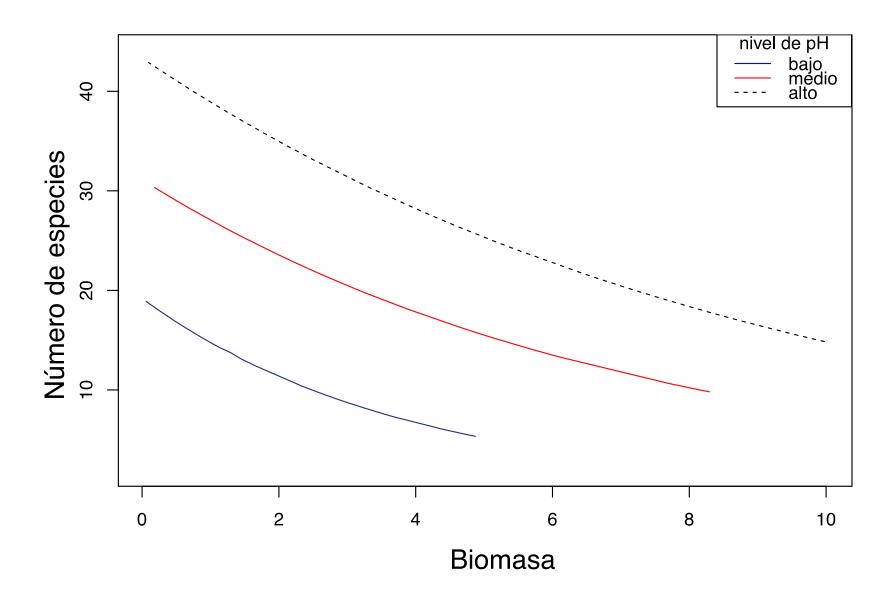
```
>anova(mod1, dest="Chisq") 2
Analysis of Deviance Table 2
Model: Poisson, Aink: Aog 2
Response: Especie 2
Terms added sequentially affirst to fast) 2
mmmmmmmDfmmDeviancemResid. DfmmResid. Dev mmPr(>Chi) 2
Biomasa:pH [2002] [2003288]
?????????????
NULL mmmm
Biomasa m**?
pH ????
Biomasa:pH 2**2
```

- Hay en efecto significativo de la interacción entre la biomasa y el pH sobre el número de especies.
- Por lo tanto, no podemos interpretar los efectos individuales de manera aislada.
- Conceptualmente, el análisis de una interacción equivale a un análisis separado por cada grupo (pH) de la variable de respuesta en función de la variable numérica (biomasa).

#### Coefficients: 2

pH es una variable categórica con nivel de referencia "high"

 $eta_0 = corresponde$  a la ordenada al origen el número de especies del grupo de pH "high" y la Biomasa  $eta_{biomasa} = corresponde$  al efecto de la biomasa sobre el número de especies del grupo "high"  $eta_{pHlow} = corresponde$  al la diferencia entre la ordenada al origen del grupo "low" vs grupo"high"  $eta_{pHmid} = corresponde$  al la diferencia entre la ordenada al origen del grupo "mid" vs grupo"high"  $eta_{biomasa:pHlow} = corresponde$  al efecto de la biomasa del gruppo"low" vs grupo "high"  $eta_{biomasa:pHmid} = corresponde$  al efecto de la biomasa del gruppo"mid" vs grupo "high"



Diferencias de pendiente entre los tres niveles de pH

#### Coefficients: 2

$$log_e(\mu_i) = \beta_0 + \beta_1 * X1_i + \beta_2 * X2_i + \cdots + \beta_k * Xk_i$$

Valor predicho para la primera observación

especies [1,] pH Biomasa Especie 1 high 0.4692972 30

Coefficients: 2

especies [1,] pH Biomasa Especie high 0.4692972 30

$$log_e(\mu_i) = 3.76 - 0.10 * 0.46 - 0.08 * 0 - 0.33 * 0 - 0.15 * 0-0.03*0$$
  
$$log_e(\mu_i) = 3.714$$
  
$$\mu_i = \exp(3.154) = 41.0$$

Podemos acceder directamente a los valores del predictor lineal y los valores predichos

```
mod1$linear.predictors[1:5]

1 2 3 4 5

3.717848 3.582696 3.544246 3.347555 3.300310
```

```
mod1$fitted.values[1:5]

1 2 3 4 5

41.17568 35.97038 34.61358 28.43313 27.12105
```

```
especies [50,] pH Biomasa Especie mid 5.120968 20
```

```
model.matrix(mod1)[50,]
(Intercept) Biomasa pHlow pHmid
1.000000 5.120968 0.000000 1.000000
Biomasa:pHlow Biomasa:pHmid
0.000000 5.120968
```

linpred<-model.matrix(mod1)[50,]%\*%coef(mod1)

```
exp(linpred) 15.25237
```

#### Regresión de Poisson: Selección de modelos

Corrección del AIC para la sobredispersión: Incorporamos el  $\hat{c}$  en el cálculo de AIC (QAIC):

$$QAIC = \frac{-2\log(L)}{\hat{c}} + 2K$$

Si  $\hat{c} > 4$  el modelo de regresión de regresión Poisson no es una buena opción.

El modelo de regresión binomial negativo permite modelar datos discretos con sobredispersión.

Distribución binomial negativa

#### Características:

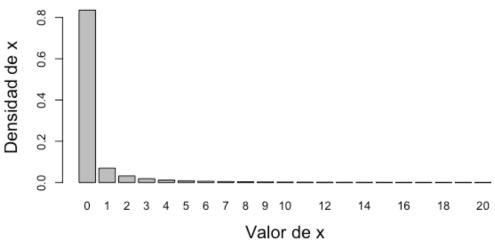
- Distribución discreta (valores 0,1,2,3)
- Caracteriza los eventos raros (muchos ceros)
- Distribución sesgada sesgada a la derecha
- El parámetro de dispersión k permite incorporar la variabilidad cuando la distribución Poisson no es apropiada

Distribución binomial negativa

#### Características:

- El parámetro k es desconocido por lo debemos estimarlo a partir de los datos
- Se utiliza una función de vínculo log para la regresión binomial negativa (como en la Poisson).
- También se puede utilizar una función de vínculo de identidad o raíz cuadrada cuando sea necesario.
- Mientras k aumenta, la función tiende a la distribución Poisson

Distribución binomial negativa ( $\mu$  = 0.5, k = 0.1)



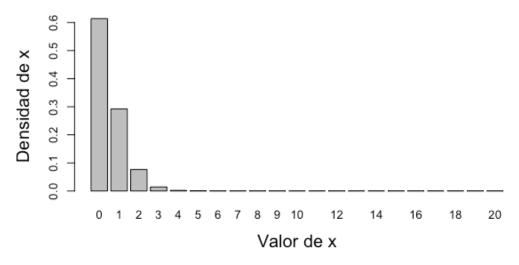
9.0

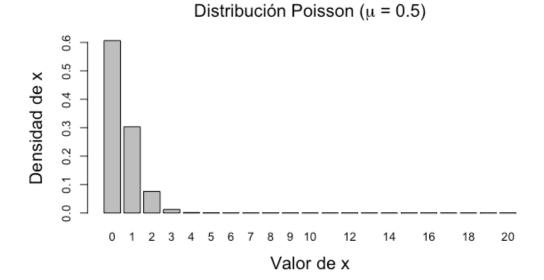
Densidad de x

Distribución binomial negativa ( $\mu$  = 0.5, k = 1)

Valor de x







Ejemplo: Diversidad de especies vegetales en las islas Galápagos. Relación entre el número de especies vegetales y variables geográficas

```
str(gala)'data.frame' 30 obs. of 7 variables:

$ Species : num 58 31 3 25 2 18 24 10 8 2 (número de especies)

$ Endemics : num 23 21 3 9 1 11 0 7 4 2 (número de especies endémicas)

$ Area : num 25.09 1.24 0.21 0.1 0.05 (área de la isla km2)

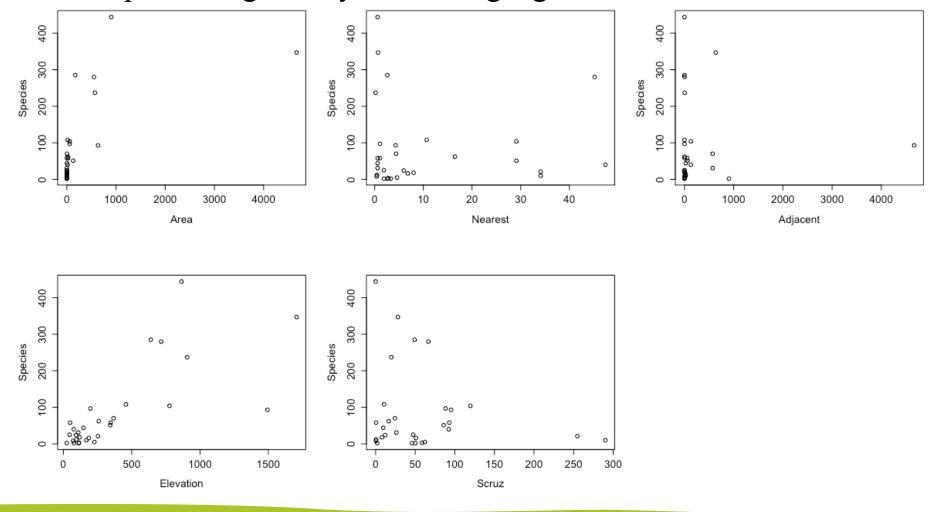
$ Elevation: num 346 109 114 46 77 119 93 168 71 112 (Elevación de la isla)

$ Nearest : num 0.6 0.6 2.8 1.9 1.9 8 6 34.1 0.4 2.6 (la distancia a la isla más cercana)

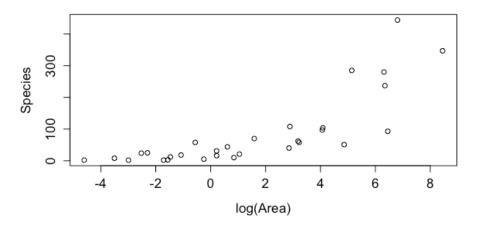
$ Scruz : num 0.6 26.3 58.7 47.4 1.9 (distancia a la isla Sta. Cruz)
```

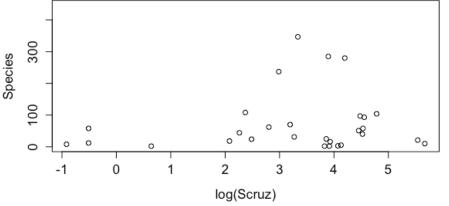
\$ Adjacent : num 1.84 572.33 0.78 0.18 903.82 (el área de la isla adyacente)

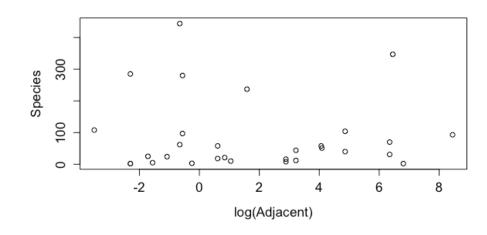
Ejemplo: Diversidad de especies vegetales en las islas Galápagos. Relación entre el número de especies vegetales y variables geográficas



Ejemplo: Diversidad de especies vegetales en las islas Galápagos. Relación entre el número de especies vegetales y variables geográficas

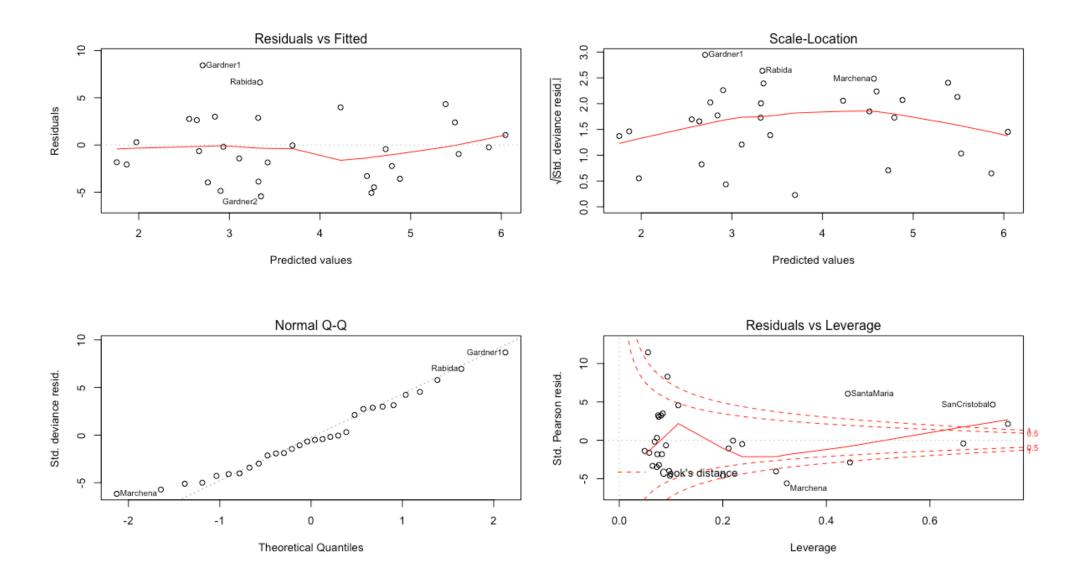






Transformar variables (log) para mejorar la distribución de las observaciones

```
summary(gala1)Call:glm(formula = Species ~ log Area + Elevation + Nearest + log Adjacent +
log Scruz, family = poisson, data = gala)
Deviance Residuals: Min 1Q Median 3Q Max
                   -5.4341 -3.0204 -0.5416 2.5770 8.4359
Coefficients:
             Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) 3.505e+00 6.368e-02 55.048 < 2e-16 ***
log Area 3.575e-01 1.615e-02 22.135 < 2e-16 ***
Elevation 5.663e-05 1.044e-04 0.543 0.58732
Nearest -3.431e-03 1.674e-03 -2.050 0.04038 *
log Adjacent -9.130e-02 8.760e-03 -10.423 < 2e-16 ***
log Scruz -5.003e-02 1.535e-02 -3.259 0.00112 **
---Signif. codes: 0 '*** '0.001 '** '0.01 '* '0.05 '.' 0.1 ' '1(Dispersion parameter for poisson family taken
to be 1) Null deviance: 3510.73 on 29 degrees of freedomResidual deviance: 361.17 on 24 degrees of
freedomAIC: 534Number of Fisher Scoring iterations: 5
```



```
chisq<-sum(((gala$Species-gala1$fitted)^2)/gala1$fitted) c.hat<-chisq/gala1$df.residual c.hat[1] 16.79366
```

Definitivamente no sigue una distribución Poisson. Como c.hat >4 es mejor intentar ajustar una distribución binomial negativa

library(MASS)

mod2<-glm.nb(Species~log\_Area+Elevation+Nearest+log\_Adjacent+log\_Scruz, data=gala)

La función de vínculo por defecto es link=log

---Signif. codes: 0 '\*\*\* 0.001 '\*\* 0.01 '\* 0.05 '.' 0.1 ' '

```
summary(mod2)
Call:glm.nb(formula = Species ~ log Area + Elevation + Nearest + log Adjacent + log Scruz, data =
gala, init.theta = 2.938490105, link = log)
Deviance Residuals:
 Min 1Q Median 3Q Max
-2.1466 -0.8867 -0.2338 0.4581 1.9671
Coefficients:
           Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) 3.5621341 0.2971453 11.988 < 2e-16 ***
log Area 0.4215363 0.0660078 6.386 1.7e-10 ***
Elevation -0.0005481 0.0005335 -1.027 0.304
Nearest -0.0137115 0.0102400 -1.339 0.181
log Adjacent -0.0250659 0.0376654 -0.665 0.506
log Scruz -0.0277083 0.0878747 -0.315 0.753
```

(Dispersion parameter for Negative Binomial(2.9385) family taken to be 1)

Null deviance: 149.161 on 29 degrees of freedom

Residual deviance: 32.782 on 24 degrees of freedom

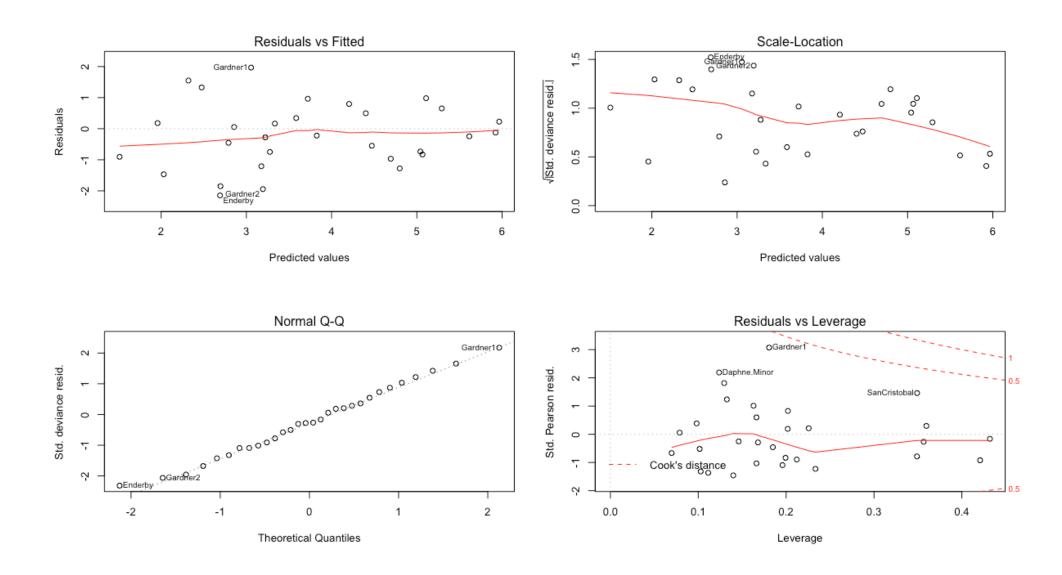
AIC: 287.9Number of Fisher Scoring iterations: 1

Theta: 2.938

Std. Err.: 0.866

2 x log-likelihood: -273.896

Theta: parámetro de dispersión estimado mediante máxima verosimilitud con su error estándar, que representa una medida de su precisión



#### Coefficients:

```
Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)

(Intercept) 3.5621341 0.2971453 11.988 < 2e-16 ***
log_Area 0.4215363 0.0660078 6.386 1.7e-10 ***
Elevation -0.0005481 0.0005335 -1.027 0.304
Nearest -0.0137115 0.0102400 -1.339 0.181
log_Adjacent -0.0250659 0.0376654 -0.665 0.506
log_Scruz -0.0277083 0.0878747 -0.315 0.753
---Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '. '0.1 ' '
```

Se concluye que el número de especies vegetales aumenta con el log de la superficie de la isla

```
mod2b<-glm(Species~log_Area+Elevation+Nearest+log_Adjacent+log_Scruz, data=gala, family=negative.binomial(theta=2.938))
logLik(mod2) #theta es un parámetro adicional
'log Lik.' -136.9479 (df=7)
> logLik(mod2b)
'log Lik.' -136.9479 (df=6)
```

#### **Ejercicio**

- 1. Importar la base de datos de insectos acuáticos (*Dystiscus sp.*) >> Prey\_capt.txt>> que contiene información sobre el número de presas capturadas por individuo durante 3 horas en un acuario, en función del tipo de hábitat (abierto o cerrado), el grosor de el esqueleto (mm), el largo total (mm), y el género (macho o hembra).
- 2. Según la literatura, se presentan 6 modelos potenciales:
- a) No. Presas = Genero
- b) No.Presas= Género+Hábitat
- c) No. Presas= Género+Hábitat+Género:Hábitat
- d) No. Presas= Grosor+Largo+Hábitat
- e) No. Presas= Largo+Habitat
- f) No. Presas= Grosor+Largo+Hábitat+Género+Género:Hábitat

## **Ejercicio**

- 3. Seleccionar el tipo de regresión : Poisson o binomial negativa más apropiado para la base de datos. Justificar la respuesta
- 4. Efectuar la selección de modelo AIC (o QAIC, en caso de Poisson) y hacer la tabla de selección modelo. Cuantificar la respuesta.