

LISTA DE EJERCICIOS – PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA INFERENCIAL
EXAMEN FINAL 2130

1. Un banco de la ciudad ha implementado cambios en el formulario de vinculación que los nuevos clientes deben llenar con el fin de reducir los tiempos de recolección de la información. Para medir el impacto de las modificaciones, se recolectaron tanto los tiempos de llenado de 30 usuarios con el formulario previo a las modificaciones que tuvieron un tiempo promedio de 6 minutos con una desviación estándar de **1.5** minutos, como los tiempos de 40 usuarios que diligenciaron el nuevo formulario y que tuvieron un tiempo promedio de 5.5 minutos con desviación estándar de **2** minutos. Suponga que los tiempos en ambos escenarios siguen una distribución aproximadamente normal.

- a. Usando una PH al 5% de significancia establezca si las varianzas del tiempo de llenado del formulario son iguales para ambas versiones del documento.

Rta. Las varianzas son iguales. Se usa caso 2 para la diferencia de medias.

- b. Construya un IC al 95% para la diferencia de los tiempos promedios de diligenciamiento y concluya si se puede afirmar que los cambios en el formulario cumplieron el objetivo propuesto.

Rta. IC = (-0.334, 1.334) y como 0 pertenece al intervalo se concluye que no hay diferencias en los tiempos medios de llenado: los cambios no cumplieron el objetivo.

2. Un taladro de alta precisión debe generar perforaciones con diámetro promedio de 0.1 mm. Si el taladro muestra que las medidas se están alejando más de **0.06** mm del valor deseado, el taladro debe ser ajustado para volver a los niveles normales. Suponiendo que los diámetros de las perforaciones se distribuyen aproximadamente normal y que se tienen los últimos 8 registros de perforaciones (en mm):

0.09, 0.098, 0.11, 0.09, 0.102, 0.105, 0.099, **0.01**

Estime con una confianza del 95% el diámetro promedio de las perforaciones y concluya si el taladro debe ser ajustado. **Rta. $IC(\mu)_{95\%} = (0.093, 0.11)$ Como todo el intervalo está entre 0.04 y 0.16 (son los límites de tolerancia permitidos) entonces no es necesario ajustar el taladro.**

3. La duración de un corte de comerciales es de 3 minutos, en promedio, con una desviación estándar de **27.3** segundos, ¿entre qué par de valores caerán el 95% de las observaciones centrales de la desviación muestral, si se muestrean **20** cortes de comerciales aleatoriamente? Se puede suponer que la duración del tiempo del corte de comerciales sigue una distribución normal. **Rta. $IC(\sigma)_{95\%} = (18.69, 35.90)$**

4. Las resistencias al desgaste de dos tipos de llantas para automóvil se compararon en muestras de pruebas en camino de $n_1 = n_2 = 100$ llantas para cada tipo. Es de aclarar, que el número de millas hasta el completo desgaste es una cantidad que el fabricante especifica como medida de desgaste de la llanta (no hasta que quede lisa la llanta). Los resultados del número de millas de desgaste de la prueba para cada tipo de llanta fueron:

$$\bar{X}_1 = 26400 \quad \bar{X}_2 = \mathbf{25100}$$

La desviación estándar poblacional para el tipo de llanta 1 se estima en **1200** millas y para el tipo de llanta 2 se estima en 1400 millas. Estime la diferencia en la media de millas hasta el completo desgaste entre ambos tipos de llantas, usando un intervalo de confianza al 99% y, con base en el resultado, responda: ¿hay diferencia en el promedio de millas hasta el completo desgaste para los dos tipos de llantas? Justifique.

Rta. $IC(\mu_x - \mu_y)_{99\%} = (825.04, 1774.96)$ Como el IC NO contiene al cero entonces sí hay diferencia significativa entre las medias.

5. Un algoritmo de aprendizaje automático estimó un modelo para predecir la cantidad de turistas que llegan cada semana a alojarse en un hotel de la ciudad. El modelo fue estimado de forma que los pronósticos sigan una distribución aproximadamente normal con desviación de **4.9** turistas y la precisión de los pronósticos se evalúa al final de cada semana para determinar si el modelo debe reajustarse con datos nuevos. El criterio de decisión es sobre la variabilidad de los pronósticos: si sobre una muestra de dichos valores se puede concluir que la desviación cambió entonces es necesario reestimar el modelo para la siguiente semana. Los pronósticos dados por el modelo para las últimas 10 semanas son:

22 19 30 28 15 21 36 20 30 **22**

Con una significancia del 10% determine si, con base en los datos recolectados, se puede concluir que es necesario recalibrar el modelo de pronóstico para el hotel. **Rta. p-value = 0,16. NO se rechaza H_0 y se concluye que la desviación NO cambió y, por tanto, NO es necesario reestimar el modelo**

6. Un servicio digital de música y podcasts (por ejemplo, Spotify) desea analizar el impacto de su nueva estrategia de publicidad en el tiempo promedio que usuarios que no pagan una membresía permanecen conectados por sesión. Históricamente un usuario regular tarda por sesión un tiempo aleatorio, normalmente distribuido con desviación de **5.7** minutos y media de **24** minutos. Se tomó una muestra aleatoria de 12 tiempos de conexión de un usuario y se obtuvo un promedio de 27.8 minutos. La empresa ha decidido que si el tiempo promedio de conexión se incrementó con respecto al valor histórico es porque su nueva estrategia de publicidad es exitosa y debe mantenerse; de lo contrario, esta deberá ser rediseñada. Con una significancia del 5% y basado en los datos determine la decisión que debe tomar la compañía al respecto de la estrategia mencionada. **Rta. p-value = 0,0105. Se rechaza H_0 y se concluye que SÍ hay incremento en el tiempo promedio de conexión: la estrategia funciona.**
7. En la fabricación de un determinado producto para construcción, su longitud es aceptada por la superintendencia de industria y comercio si supera los 13 centímetros y es de máximo **18** centímetros. El gerente de una fábrica de ese producto afirma que al menos el 80% de su producción cumple el estándar de longitud requerido por la superintendencia. El jefe de control de calidad de la fábrica sospecha que en el último lote de producción no se cumple lo que afirma el gerente y para verificarlo toma una muestra de dicho lote, mide las piezas y obtiene los siguientes registros:

| Longitud (centímetros) | Número de productos |
|------------------------|---------------------|
| [5, 10] | 50 |
| (10, 13] | 35 |
| (13, 16] | 160 |
| (16, 18] | 250 |
| (18, 19] | 20 |
| (19, 21] | 30 |
| (21,25] | 10 |

Con una significancia del 5% y, usando una PH, establezca quién tiene la razón (el gerente o el jefe de control de calidad) sobre la proporción de la producción de productos que cumplen con el estándar de la superintendencia. Comente brevemente qué implicaciones tiene para la fábrica su descubrimiento.

Rta. p-value = 0,0001. Se rechaza H_0 y se concluye que la proporción de piezas que cumplen las especificaciones de longitud es menor al 80%, dándole así la razón al jefe de control de calidad.