Mathematische Methoden für Informatiker

Prof. Dr. Ulrike Baumann

02.04.2019

Inhalt des Moduls

Sommersemester 2019

- Analysis und Anwendungen

Erste Modulprüfung

Wintersemester 2019/20

- Algebra und Anwendungen
- Wahrscheinlichkeitstheorie

Zweite Modulprüfung

Prüfungen

- **Erste Modulprüfung:** (90 Minuten)

  Prüfungszeitraum des Sommersemesters 2019

  Nach- und Wiederholungsprüfung:
  Prüfungszeitraum des Wintersemesters 2019/20

- **Zweite Modulprüfung** (120 Minuten)

  Prüfungszeitraum des Wintersemesters 2019/20

  Nach- und Wiederholungsprüfung:
  Prüfungszeitraum des Sommersemesters 2020

Zugelassene Hilfsmittel in Prüfungen

$\boxed{\text{Eigene Bücher und Skripte}}$

<u>keine</u> elektronischen Hilfsmittel

insbesondere **<u>kein</u>** Taschenrechner

Hausaufgaben

Das Bearbeiten von Hausaufgaben dient dem **regelmäßigen Nacharbeiten der Vorlesungsinhalte**.

. . . .

Durch das Abgeben von Hausaufgaben bis zum festgesetzten Termin können **Bonuspunkte** für die Klausur im Prüfungszeitraum des Sommersemesters 2019 erworben werden.

Hausaufgaben, die zur Bewertung abgegeben werden können, sind auf den Übungsblättern mit **A** gekennzeichnet.

Inhalt der Vorlesung

Analysis

- Grenzwerte von Folgen und Reihen
- Stetigkeit und Differenzierbarkeit von Funktionen in einer reellen Veränderlichen
- Iteratives Lösen von Gleichungen
- Approximation Funktionen durch Potenzreihen, Taylorreihen bzw. Fourierreihen
- Integralbegriff und Integrationsmethoden
- Lösen von Differentialgleichungen
- Differentialrechnung für Funktionen mehrerer reeller Veränderlicher

Algebra

Numerische Mathematik

Wahrscheinlichkeitstheorie

1. Vorlesung

- Folgen
- Rechnen mit Folgen
- Eigenschaften von Folgen:
  - Beschränktheit
  - Monotonie
  - Existenz eines Grenzwertes (Konvergenz)
- Beispiele

Folgen

- Eine Folge ist eine Abbildung von der Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen in eine Menge M, die jedem $n \in \mathbb{N}$ ein $x_n \in M$ zuordnet.

  Die Elemente x_n werden Folgenglieder genannt.

  Schreibweise: $(x_n)_{n=0}^{\infty}$ bzw. $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ bzw. (x_n)

  Falls erforderlich, wird $\mathbb{N}$ durch $\mathbb{N} \setminus \{0\}$, $\mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ usw. ersetzt.

- Folgen können explizit oder rekursiv definiert sein.

- Für $M = \mathbb{R}$ bzw. $M = \mathbb{C}$ spricht man von reellwertigen bzw. komplexwertigen Folgen, für $M = \mathbb{R}^m$ von vektorwertigen Folgen.

- Die reellwertigen Folgen bilden einen $\mathbb{R}$-Vektorraum.

- Die komplexwertigen Folgen bilden einen $\mathbb{C}$-Vektorraum.

Beschränkte Folgen

- Eine reellwertige oder komplexwertige Folge (x_n) heißt beschränkt, wenn es eine reelle Zahl r mit

$$|x_n| \leq r$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ gibt, und andernfalls unbeschränkt.

- Gilt

$$\exists m \in \mathbb{R} \, \forall n \in \mathbb{N} : \;\; m \leq x_n,$$

dann heißt die Folge (x_n) nach unten beschränkt und m eine untere Schranke.

- Gilt

$$\exists M \in \mathbb{R} \, \forall n \in \mathbb{N} : \;\; x_n \leq M,$$

dann heißt die Folge (x_n) nach oben beschränkt und M eine obere Schranke.

Monotone Folgen

- Eine reellwertige Folge (x_n) heißt monoton wachsend, wenn

$$x_{n+1} \geq x_n$$

  für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

  Eine reellwertige Folge (x_n) heißt monoton fallend, wenn

$$x_{n+1} \leq x_n$$

  für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

- Im Falle von $x_{n+1} > x_n$ bzw. $x_{n+1} < x_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$ spricht man von strenger Monotonie.

Grenzwert einer Folge

- Eine Zahl $a \in \mathbb{R}$ (bzw. $a \in \mathbb{C}$) heißt Grenzwert der Folge (x_n) in $\mathbb{R}$ (bzw. $\mathbb{C}$), wenn

$$\forall \varepsilon > 0 \; \exists N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \; \forall n \geq N : \; |x_n - a| < \varepsilon,$$

  wenn es also zu jeder (beliebig kleinen) Zahl $\varepsilon > 0$ eine (beliebig große) Zahl $N \in \mathbb{N}$ (die von ε abhängt) gibt, so dass $|x_n - a| < \varepsilon$ für alle $n \geq N$ gilt.

- Folgen, die einen Grenzwert a besitzen, heißen konvergent (die Folge konvergiert dann gegen den Grenzwert a).