



Rechnerarchitektur: Übungssatz 3

Auszug aus dem Gleitkommastandard IEEE 754 (Format: Single):



- s Vorzeichen
- c Charakteristik mit $c = e + B$ für den Exponenten e und die Bias-Konstante $B = 127 = 0111\ 1111_2$
- f *Fractional Part* für die Mantisse $M = 1, f$ oder $M = 0, f$

Wertebestimmung:

$0 < c < 2B + 1$	f beliebig	$Z = (-1)^s \cdot (1, f) \cdot 2^{c-B}$	(normalisiert)
$c = 0$	f beliebig	$Z = (-1)^s \cdot (0, f) \cdot 2^{1-B}$	(denormalisiert)
$c = 2B + 1$	$f = 0$	$Z = (-1)^s \cdot \infty$	(unendlich)
$c = 2B + 1$	$f \neq 0$	$Z = \text{NaN}$	(Not a Number)

- In der *normalisierten* Darstellung ist eine **1 vor dem Komma** der Mantisse **verborgen**!
- Alle Werte (nicht NaN!) werden mit Vorzeichen dargestellt.

Aufgabe 3.1

Stellen Sie den Wert $-3125,97_{10}$ im 32-Bit-Gleitkommaformat (Single) nach Standard IEEE 754 dar!

Aufgabe 3.2

Ermitteln Sie für das 32-Bit-Gleitkommaformat nach IEEE 754

- die betragsgrößte darstellbare Zahl (nicht unendlich!) und
- die betragskleinste, von Null verschiedene Zahl!

Aufgabe 3.3

Bestimmen Sie zu der folgenden Gleitkommazahl nach Standard IEEE 754 die Darstellung der wertgleichen vorzeichenbehafteten dualen Festkommazahl (negative Zahlen im Zweierkomplement)!

- $1100\ 1000\ 0101\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_2$

Aufgabe 3.4

Gegeben sei folgendes 32-Bit-Maschinenwort:

1100 0101 1000 0111 1000 0101 1001 1001₂

- Warum kann keine Zeichenkette nach dem ISO 7-Bit-Code (ASCII) vorliegen?
- Geben Sie den dezimalen Wert bei der Interpretation als vorzeichenlose Festkommazahl an!
- Geben Sie den dezimalen Wert bei der Interpretation als vorzeichenbehaftete Festkommazahl im Zweierkomplement an!
- Welcher Dezimalwert ergibt sich, wenn das Wort als Gleitkommazahl nach Standard IEEE 754 interpretiert wird?
- Wie kann die CPU die verschiedenen Interpretationen unterscheiden?

Aufgabe 3.5

Bei der Gleitkommadarstellung erfolgt im Maschinenwort die Darstellung des Exponenten als Charakteristik unter Berücksichtigung der Verschiebekonstanten B zu $c = e + B$.

Wie muss diese Verschiebekonstante bei den Operationen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division berücksichtigt werden?

Aufgabe 3.6

Welche Möglichkeit besteht beim Gleitkommaformat nach IEEE 754 zur Darstellung besonders kleiner Zahlen?

Aufgabe 3.7

Bei der Addition vorzeichenbehafteter ganzen Zahlen im Zweierkomplement liegt eine Wertebereichsüberschreitung (Überlauf, Overflow) genau dann vor, wenn die Summe zweier positiver Zahlen negativ bzw. die Summe zweier negativer Zahlen positiv ist.

- Zeigen Sie den Über- und Unterlauf am Zahlenkreis!
- Beweisen Sie, dass damit auch die folgende Aussage korrekt ist:
Ein Überlauf liegt genau dann vor, wenn sich eingehender (c_{n-1}) und ausgehender Übertrag (c_n) im höchstwertigen Bit (MSB), also dem Vorzeichenbit, unterscheiden.

Aufgabe 3.8

Berechnen Sie im dualen 6-Bit-Format (negative Zahlen im Zweierkomplement) folgende Ausdrücke:

- $13_{10} + 20_{10}$,
- $6_{10} + 11_{10}$,
- $26_{10} - 12_{10}$,
- $22_{10} - 30_{10}$,
- $-15_{10} - 10_{10}$ und
- $-24_{10} - 18_{10}$.

Untersuchen Sie den Zusammenhang zwischen ein- und auslaufendem Übertrag am MSB des Ergebnisses und einer möglichen Wertebereichsüberschreitung.

Aufgabe 3.9

Addieren und subtrahieren Sie die Festkommazahlen $AE02_{16}$ und $1AF2_{16}$ dual und hexadezimal.

Aufgabe 3.10

Berechnen Sie das Ergebnis der Multiplikation der beiden vorzeichenbehafteten Festkommazahlen $a = 00\ 00\ 02\ C1_{16}$ und $b = FF\ FF\ FF\ DE_{16}$ im Zweierkomplement! Geben Sie das Ergebnis im gleichen Festkommaformat an!

Aufgabe 3.11

Dividieren Sie die beiden dualen Festkommazahlen $a = 1001_2$ und $b = 11_2$!

Aufgabe 3.12

Berechnen Sie die Summe der beiden Gleitkommazahlen nach Standard IEEE 754 und stellen Sie das Ergebnis wieder im gleichen Gleitkommaformat dar:

$a/0100\ 0011\ 1011\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_2/$ und

$b/0100\ 0011\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_2/$!

Aufgabe 3.13

- Stellen Sie den Wert $-8,25_{10}$ als Gleitkommazahl von 32-Bit nach Standard IEEE 754 dar!
- Was ergibt sich als resultierende Gleitkommazahl, wenn die Gleitkommazahl aus a) mit der folgenden Gleitkommazahl multipliziert wird:
 $b/1111\ 1111\ 1000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_2/?$

Aufgabe 3.14

Auf die beiden Gleitkommazahlen nach IEEE 754, hier als HEXDUMP angegeben:

$a/A2\ A2\ 40\ 00_{16}/$ und $b/C3\ D0\ 00\ 00_{16}/$

wird der Befehl „Multiplikation mit Normalisieren“ angewendet.

Berechnen Sie das Ergebnis und stellen Sie es wieder als Gleitkommazahl nach IEEE 754 dar!

Aufgabe 3.15

Dividieren Sie die Gleitkommazahlen $a/0100\ 0011\ 1011\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_2/$ und $b/1100\ 0000\ 0011\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_2/$ und stellen Sie das Ergebnis wieder nach Gleitkommastandard IEEE 754 dar!

Aufgabe 3.16

Welches Ergebnis entsteht, wenn die Gleitkommazahl (IEEE 754) $a/3F\ 86\ D0\ 00_{16}/$ durch die Gleitkommazahl $b/00\ 00\ 00\ 00_{16}/$ (ebenfalls IEEE 754) dividiert wird?