2000级物理系量子力学期中测验

by yixiansheng

姓名:	学号:

题号	 <u> </u>	=	四	五	习题	总分
成绩						

- 一. (29 分) 试回答下列问题
 - 1. *h*=? (准至小数 2 位)
 - 2. 写出粒子的几率流密度矢公式;
 - 3. 若粒子处于 $\psi(\underline{\mathbf{r}},\mathbf{t}) = e^{-\frac{\mathbf{r}}{2\mathbf{a}} i\omega \mathbf{t}}$ 态中。试计算发现粒子在区域 $\mathbf{x}_0 \mathbf{x}_0 + d\mathbf{x}$ 中的几率;
 - 4. 试将算符 $\frac{1}{\hat{\mathbf{A}}(1-\hat{\mathbf{A}}^{-1}\hat{\mathbf{B}})}$ 表为 $\hat{\mathbf{A}},\hat{\mathbf{B}}$ 算符的幂级数的形式;
 - 5. 若波函数 ψ_1,ψ_2,ψ_3 是线性无关的,试构成三个正交、归一的波函数(归一化因子的具体表达式不用给出);
 - 6. 请化简下列两重积分

$$\int_{a_1}^{b_1} dx_1 \int_{a_2}^{b_2} f(x_1, x_2) \delta(x_1 - x_2) dx_2$$

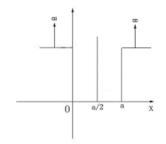
其中, $b_1 > a_1, b_2 > a_2$;

- 7. 若三维自由粒子的哈密顿量为 fì ,试判断下述力学量组中那些是守恒量完全集:
 - $1.\;\{\,\hat{H},\hat{L}^{2},\hat{L}_{_{Z}}\,\}\quad 2.\;\{\,\hat{H},\hat{P}_{_{X}},\hat{P}_{_{Y}}\,\}\quad \ 3.\;\{\,\hat{H},\hat{L}_{_{X}},\hat{L}_{_{Y}}\,\}$
 - 4. $\{\hat{H}, \hat{L}^2, \hat{P}_z\}$ 5. $\{\hat{H}, \hat{L}_z, \hat{P}_z\}$.
- 二. (15分) 在一维谐振子势中运动的粒子处于基态, u₀,和第一

激发态, \mathbf{u}_1 ,的叠加态 $\psi(\mathbf{x},0)$ 上。其几率振幅分别为 $\cos\theta$ 和 $\sin\theta$,位相差为 $\eta = \eta_0 - \eta_1$

- 试给出ψ(x,t);
- 2. 求t时刻, $\overline{\mathbf{H}}$, $\overline{\mathbf{H}^2}$;
- 3. 计算t时刻, \bar{x} , \bar{x}^2 。
- 三. (16分)质量为m的粒子,在位势

$$V_{(x)} = \begin{cases} \infty & x < 0, x > a \\ V_0 \delta(x - a/2) & 0 < x < a \end{cases} \quad V_0 > 0$$



中运动。试求其本征值(如是确定本征值的方程,请画出求解的示意图)和本征函数。

- 四.(15 分)设 $\mathbf{a_x,a_x^+,u_0^x,u_1^x}$; $\mathbf{a_y,a_y^+,u_0^y,u_1^y}$ 分别为谐振子势 $\frac{1}{2}\mathbf{m}\mathbf{\omega}^2\mathbf{x}^2$, $\frac{1}{2}\mathbf{m}\mathbf{\omega}^2\mathbf{y}^2$ 的湮灭算符、产生算符、基态和第一激发态。
 - 1. 给出 $\hat{\mathbf{L}}_{\mathbf{z}}$ 以 $\mathbf{a}_{\mathbf{x}},\mathbf{a}_{\mathbf{x}}^{+}$; $\mathbf{a}_{\mathbf{y}},\mathbf{a}_{\mathbf{y}}^{+}$ 表示的表达式;
 - 2. 试证 $\mathbf{u}_0^{\mathbf{x}}\mathbf{u}_0^{\mathbf{y}}$, $\mathbf{u}_1^{\mathbf{x}}\mathbf{u}_0^{\mathbf{y}} \pm i\mathbf{u}_0^{\mathbf{x}}\mathbf{u}_1^{\mathbf{y}}$ 是 $\hat{\mathbf{L}}_{\mathbf{z}}$ 的本征态,并给出本征值;
 - 3. 上述结果对你确定 $\hat{\mathbf{L}}_{\mathbf{z}}$ 的可取值有什么作用?
- 五. (15分) 质量为 m 的粒子,在一维空间中运动,其归一化的本征函数为

$$\Psi(\mathbf{x}) = A e^{-\lambda |\mathbf{x}|}$$

- 1. 求归一化常数 A;
- 2. 已知它所处的位势 $V(x) \rightarrow 0$ (当 $x \rightarrow \pm \infty$), 试求其能量本征值;
- 3. 给出粒子运动的位势 V(x)。