

北京大学数学科学学院期末试题（回忆版）

2008-2009 学年第一学期

考试科目： 实变函数 考试时间： 2009 年 1 月
姓 名： 学 号：

1. 举例

- (a) 广义 Riemann 可积，非 Lebesgue 可积。
- (b) 有界变差，非单调。
- (c) 连续，非绝对连续。
- (d) 几乎处处可微，不满足 N-L 公式。
- (e) 几乎处处收敛于 0，积分不趋于 0。
- (f) L^1 收敛，不几乎处处收敛。
- (g) 函数级数不可逐项积分的例子。

2. 证明在 \mathbb{R} 上满足 Lipschitz 条件的函数必定几乎处处可导。

3. E 是平面可测集，对 $a.e. x$ 有 $m^*(E_x) = 0$ （截面），证明 $m(E) = 0$ 。

4. f_k 按 L^1 收敛于 f ， $m(E_k) \rightarrow 0$ ，证明 f_k 在 E_k 上的积分趋向于 0。

5. f 在 $[a, b]$ 可积，证明对几乎所有的 x ，对所有实数 a 都有 $|f(x) - a|$ 的不定积分在 x 处的导数等于它自己。

6. 在 L^p 中 $f_k \rightarrow f$ $g_k \in L^q$ ，几乎处处趋于 g ， $|g_k|_q \leq M$ ，证明 $f_k * g_k$ 的积分趋于 $f * g$ 的积分

(编辑：伏贵荣 2017 年 2 月)