

北京大学数学物理方法（下）期中试题

2016-2017学年第二学期 命题人：高春媛

考试科目: 数学物理方法(下) 考试时间: 2017年4月14日

姓 名: _____ 学 号: _____

本试题共四道大题，满分100分

注意：各题均需写出必要的关键步骤。

一、 (25分) 简单计算和回答

1. 在弦的横振动问题中，如果弦受到一个与速度成正比的阻尼（比例系数为 d ）的阻尼，以及和弦的位移成正比的回复力（比例系数为 k ），写出此时弦的振动方程。
2. 试在直角坐标系、柱坐标系、球坐标系中对三维球对称线性谐振子的薛定谔方程分离变量，方程在直角坐标中的表达式为

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, y, z, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(x, y, z, t) + \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2 + z^2) \psi(x, y, z, t).$$

3. 求解下列本征值问题, 并计算本征函数的模方.

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, & -l \leq x \leq l \\ X'(-l) = 0, & X'(l) = 0 \end{cases}$$

二、 (25分) 求解下列一维弦受迫振动的半无界定解问题:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = A \cos \omega t, \quad 0 \leq x < \infty, \quad t \geq 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \\ u \Big|_{t=0} = x^2, \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = x \end{array} \right.$$

- 三、（25分）一个长度为 l 的均匀导热细杆，侧面散热量忽略， $x = 0$ 端单位时间单位面积从外界吸收热量 q ， $x = l$ 端保持温度为0，初始时刻杆中温度分布为 $x - \cos x$ ，求解杆的温度分布随时间的变化.
- 四、（25分）一个半径为 a 的无穷长空心导体圆柱，分成互相绝缘的两半，一半电势为 V ，另一半接地，求圆柱内的电势分布.