2013 春季学期《概率论》期末考题

出题人：任艳霞 教授

1.

(1)X 是取非负整数的随机变量，且 $EX < \infty$

证明：$EX = \sum_{i=1}^{\infty} P(X \geq i)$

(2)X 与 Y 相互独立，都是取非负整数的随机变量，且 $E(X+Y) < \infty$

证明：$E(\max\{X, Y\}) = \sum_{i=0}^{\infty}[1 - P(X \leq i)P(Y \leq i)]$

2.X 与 Y 有联合概率密度分布函数如下：

$$f(x,y) = \frac{1}{y} e^{-\frac{x}{y}} e^{-y}, 0 < x, y < \infty$$

(1)计算 Y=y 的条件下 X 的条件概率密度

(2)求 $P(X > 1 | Y = y), y \in (0, \infty)$

3.X_1 与 X_2 是相互独立的随机变量，且均满足标准正态分布。

令 $Y_1 = \frac{X_1 + X_2}{2}$，$Y_2 = \frac{(X_1 - X_2)^2}{4}$

(1)Y_1 与 Y_2 是否独立？为什么？

(2)求 Y_1，Y_2 的联合密度函数。

4.汽车的保险索赔额是随机变量，服从指数分布。在有了扣除额 d(即 d 以下不赔付，d 以上则减去 d)之后赔付款的期望减少了 10%，问方差减少了百分之多少？

5.随机变量 X_1，……，X_n 相互独立，且均服从泊松分布。

证明：X_1+……+X_n 服从泊松分布。

6.n 次重复独立试验，结果为 1,2，……，k，概率分别为 p_1，……，p_k，且 $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$

令 N_i 表示出现 i 的次数，对 i≠j，求 $E(N_j | N_i > 0)$

7. X_i(i=1,2,….12)是独立同分布的随机变量，且服从(0,1)间的均匀分布。

求 $P(\sum_{1}^{12} X_i > 6)$ 的近似值。

8.随机变量 X_n，互相独立。且 X_{2n} 服从参数为 λ 的泊松分布，X_{2n+1} 服从 B(3,p)。

$S_n = \sum_{j=1}^{n} X_j$，求常数列 Cn，σ_n 使得 $\frac{S_{2n} - c_{2n}}{\sigma_{2n}}$ 依分布收敛到标准正态分布。

9.随机变量 Un，Vn，n≥1，且 Un 依概率收敛到常数 c，Vn 依概率收敛到常数 d。
证明：UnVn 依概率收敛到 cd。