

自然科学中的混沌与分形2010-2011学年期末考试试题

命题 by 梁福明老师 北京大学物理学院

回忆整理 by zbeecs@BDWM

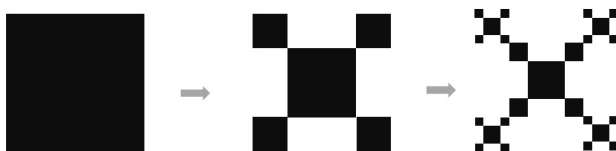
2011年6月8日

1. 求系统 $x_{n+1} = 2 \cdot x_n^2 - 3 \cdot x_n$ 的周期1解和周期2解，并分析周期1解的稳定性。
2. 将系统¹ $\ddot{x} - \dot{x} + x - x^3 = 0$ 化为二维动力系统，求出系统的稳定解，分析稳定解的性质，并画出系统在稳定解附近的流形。回答系统是保守系统还是耗散系统。
3. 试论述混沌的定义，并分析系统 $x_{n+1} = 4 \cdot x_n$ 与系统 $x_{n+1} = 4 \cdot x_n \cdot (1 - x_n)$ 的区别。
4. 试分析分形的定义，并求出以下两个系统的分数维。

图 1: 分形1



图 2: 分形2



5. 根据下表²找出系统中的不变量，并给出N与l的关系式 $N(l)$ 。

表 1: 气候突变点个数与气候测量间隔尺度关系表

N(气候突变点个数)	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233
l(气候测量间隔尺度)												

¹方程记不大清楚了……不过区别应该不大。

²1表项的具体数字记不清楚了，但基本满足前一项是后一项的1.5倍。