

2003-2004常微分方程期中考试卷

(本试题共5道大题, 满分36分)

1. (8分)求解微分方程

$$(x^2 + 1)(y^2 + 1)dx + xydy = 0,$$

并作出积分曲线族的草图.

2. (7分)求解微分方程

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y - x}{2x - y}.$$

3. (7分)求解微分方程

$$\frac{dy}{dx} = 2xy + e^{x^2} \cos x.$$

4. (7分)

(1) 求曲线族 $\Phi_C: y^2 = 4C(x + C)$ 所满足的微分方程;

(2) 求与曲线族 Φ_C 正交的轨线族 Ψ_K 所满足的微分方程;

(3) 求此正交的轨线族 Ψ_K 的方程.

5. (7分) 证明满足微分方程

$$\frac{dy}{dx} = \sin(y^3)$$

的任一解 $y = y(x)$ 都是有界的, 并且都在 $-\infty < x < \infty$ 上存在.