

# 北京大学数学科学学院期中试题

2007-2008 学年第一学期

考试科目： 实变函数 考试时间： 2007 年 11 月  
姓 名： 学 号：

1. 证明：对于一个不可数集合  $E$ ，对于任意小的  $a$ ，存在长度不超过  $a$  的闭区间，使得该区间和  $E$  的交集不可数。
2. 有一列在闭区间  $[a, b]$  上的连续函数，收敛到  $f(x)$ 。证明： $\{x : f(x) < 0\}$  是可数个闭集的并集。
3. 叙述可测集定义，并证明可测集的并集可测。
4. 书上 114 页 12 题
5.  $f(x)$  为  $E$  上的可测函数，证明：存在可测函数列，其中每个函数的绝对值小于等于  $f(x)$  的绝对值，并且收敛到  $f(x)$ 。
6. 叙述依测度收敛的定义，并且举出依测度收敛却不处处收敛的例子。
7. 设一个连续函数列在  $E$  上依测度收敛到 0，证明：存在子列，使得任意小的  $a$ ，存在  $E$  中和  $m(E)$  相差不超过  $a$  的可测集，使得这个子列的和函数在这个集合上收敛且连续。

(编辑：伏贵荣 2017 年 2 月)