

# Google Matrix

adrian.ariton0

June 2023

## 1 Introduction

### 1.1 Power Method

eigenvector.m

---

```
function retval = eigenvector (stochastic_matrix, precision)
    n = size(stochastic_matrix,1);
    tol = 10 ^ (-precision);
    output_precision(precision);
    vector = ones(n, 1) * 1 / n;
    old_vector = zeros(n, 1);
    iter = 1;

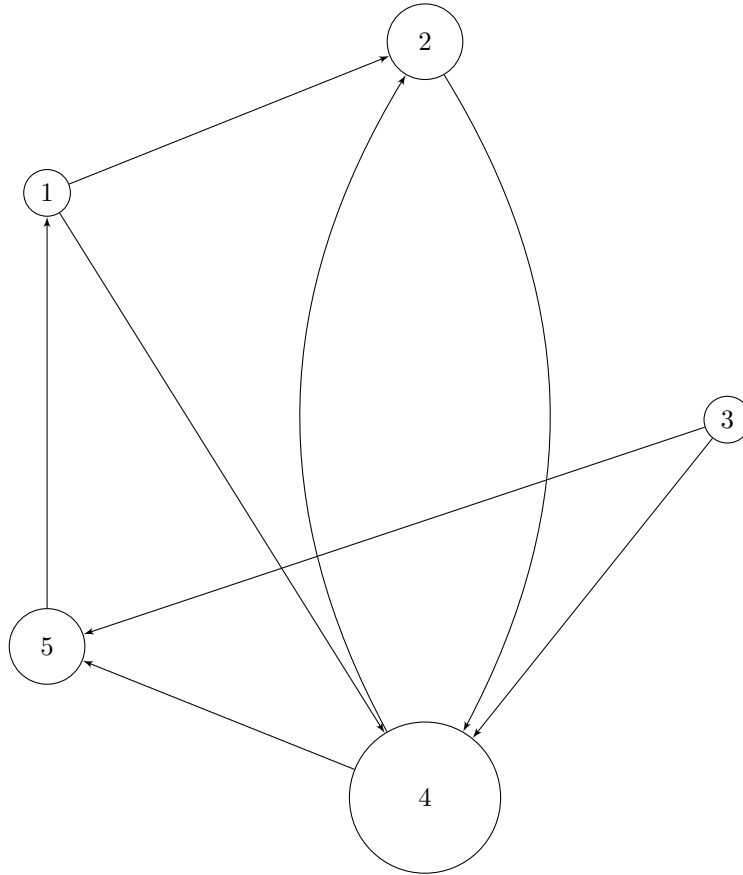
    while norm(old_vector - vector) > tol
        old_vector = vector;
        printf("A ^ %d * ", iter)
        vector = stochastic_matrix * vector
        iter = iter + 1;
        norm(old_vector - vector);
    endwhile

    printf("\n-----");
    printf("\nStabilized on %dth iteration\n", iter-1);

    retval = vector;
endfunction
```

---

## 1.2 Directed Link Graph



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$v = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \end{bmatrix}$$

$$A^1 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.166666666666667 \\ 0.066666666666667 \\ 0.366666666666667 \\ 0.2 \end{bmatrix}$$

$$A^2 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.25 \\ 0.066666666666667 \\ 0.266666666666667 \\ 0.216666666666667 \end{bmatrix}$$

$$A^3 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.216666666666667 \\ 0.2 \\ 0.066666666666667 \\ 0.35 \\ 0.166666666666667 \end{bmatrix}$$

$$A^4 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.166666666666667 \\ 0.247222222222222 \\ 0.072222222222222 \\ 0.305555555555556 \\ 0.208333333333333 \end{bmatrix}$$

$$A^5 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.208333333333333 \\ 0.208333333333333 \\ 0.055555555555556 \\ 0.338888888888889 \\ 0.188888888888889 \end{bmatrix}$$

$$A^6 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.188888888888889 \\ 0.238888888888889 \\ 0.069444444444444 \\ 0.305555555555556 \\ 0.197222222222222 \end{bmatrix}$$

$$A^7 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.197222222222222 \\ 0.215740740740741 \\ 0.062962962962963 \\ 0.336574074074074 \\ 0.1875 \end{bmatrix}$$

$$A^8 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.1875 \\ 0.234027777777778 \\ 0.0657407407407407 \\ 0.312962962962963 \\ 0.199768518518518 \end{bmatrix}$$

$$A^9 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.199768518518518 \\ 0.218981481481481 \\ 0.0625 \\ 0.329398148148148 \\ 0.189351851851852 \end{bmatrix}$$

$$A^{10} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.189351851851852 \\ 0.231288580246914 \\ 0.0665895061728395 \\ 0.316820987654321 \\ 0.195949074074074 \end{bmatrix}$$

$$A^{11} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.195949074074074 \\ 0.221527777777778 \\ 0.0631172839506173 \\ 0.327700617283951 \\ 0.19170524691358 \end{bmatrix}$$

$$A^{12} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.19170524691358 \\ 0.229166666666667 \\ 0.0653163580246914 \\ 0.318402777777778 \\ 0.195408950617284 \end{bmatrix}$$

$$A^{13} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.195408950617284 \\ 0.223103137860082 \\ 0.0639017489711934 \\ 0.325726594650206 \\ 0.191859567901235 \end{bmatrix}$$

$$A^{14} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.191859567901235 \\ 0.227999614197531 \\ 0.065136316872428 \\ 0.320190329218107 \\ 0.1948141718107 \end{bmatrix}$$

$$A^{15} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.1948141718107 \\ 0.224048353909465 \\ 0.0639531893004115 \\ 0.324520961934156 \\ 0.192663323045267 \end{bmatrix}$$

$$A^{16} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.192663323045267 \\ 0.227198538237311 \\ 0.0649380572702332 \\ 0.320963005829904 \\ 0.194237075617284 \end{bmatrix}$$

$$A^{17} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.194237075617284 \\ 0.224702610596708 \\ 0.0642211076817558 \\ 0.323888674554184 \\ 0.192950531550069 \end{bmatrix}$$

$$A^{18} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.192950531550069 \\ 0.22669002914952 \\ 0.064745691872428 \\ 0.321558856310014 \\ 0.19405489111797 \end{bmatrix}$$

$$A^{19} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.19405489111797 \\ 0.22509627200503 \\ 0.0643168438500228 \\ 0.323379718935757 \\ 0.193152274091221 \end{bmatrix}$$

$$A^{20} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.193152274091221 \\ 0.226374823173868 \\ 0.0646849637059899 \\ 0.321939657636031 \\ 0.19384828139289 \end{bmatrix}$$

$$A^{21} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.19384828139289 \\ 0.225353920181756 \\ 0.0643840913637403 \\ 0.323101396390603 \\ 0.19331231067101 \end{bmatrix}$$

$$A^{22} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.19331231067101 \\ 0.226166791992932 \\ 0.0646160937976299 \\ 0.322162059661256 \\ 0.193742743877172 \end{bmatrix}$$

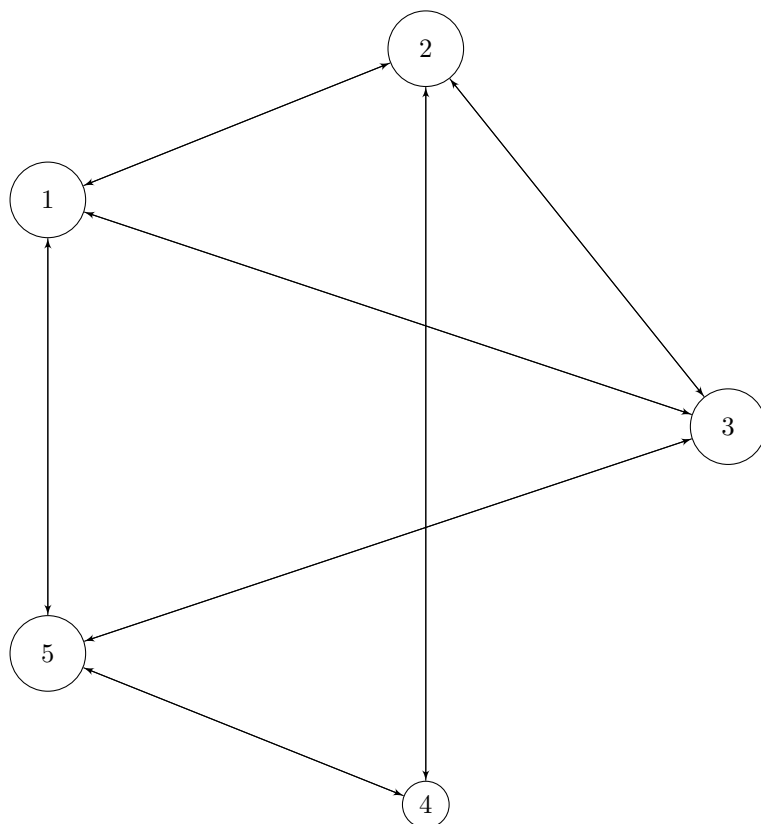
$$A^{23} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.193742743877172 \\ 0.225518466720965 \\ 0.0644374368903368 \\ 0.322912275782083 \\ 0.193389076729443 \end{bmatrix}$$

$$A^{24} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.193389076729443 \\ 0.226037052516766 \\ 0.0645809146257239 \\ 0.322318099791857 \\ 0.19367485633621 \end{bmatrix}$$

---

Stabilized on 24th iteration

### 1.3 Undirected Link Graph



$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$v = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \end{bmatrix}$$

$$A^1 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.23333333333333 \\ 0.2 \\ 0.13333333333333 \\ 0.23333333333333 \end{bmatrix}$$

$$A^2 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.222222222222222 \\ 0.2 \\ 0.222222222222222 \\ 0.155555555555556 \\ 0.2 \end{bmatrix}$$

$$A^3 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.207407407407407 \\ 0.225925925925926 \\ 0.207407407407407 \\ 0.133333333333333 \\ 0.225925925925926 \end{bmatrix}$$

$$A^4 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.219753086419753 \\ 0.204938271604938 \\ 0.219753086419753 \\ 0.150617283950617 \\ 0.204938271604938 \end{bmatrix}$$

$$A^5 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.209876543209877 \\ 0.221810699588477 \\ 0.209876543209877 \\ 0.136625514403292 \\ 0.221810699588477 \end{bmatrix}$$

$$A^6 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.217832647462277 \\ 0.208230452674897 \\ 0.217832647462277 \\ 0.147873799725652 \\ 0.208230452674897 \end{bmatrix}$$

$$A^7 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.21143118427069 \\ 0.219158664837677 \\ 0.21143118427069 \\ 0.138820301783265 \\ 0.219158664837677 \end{bmatrix}$$

$$A^8 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.216582837982015 \\ 0.210364273738759 \\ 0.216582837982015 \\ 0.146105776558451 \\ 0.210364273738759 \end{bmatrix}$$

$$A^9 \cdot v = \begin{bmatrix} 0.212437128486511 \\ 0.217441446933902 \\ 0.212437128486511 \\ 0.140242849159173 \\ 0.217441446933902 \end{bmatrix}$$

$$A^{10} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.215773340784772 \\ 0.211746176903927 \\ 0.215773340784772 \\ 0.144960964622602 \\ 0.211746176903927 \end{bmatrix}$$

$$A^{11} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.213088564864209 \\ 0.216329376167815 \\ 0.213088564864209 \\ 0.141164117935951 \\ 0.216329376167815 \end{bmatrix}$$

$$A^{12} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.21524910573328 \\ 0.212641102210782 \\ 0.21524910573328 \\ 0.144219584111877 \\ 0.212641102210782 \end{bmatrix}$$

$$A^{13} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.213510436718281 \\ 0.215609195878125 \\ 0.213510436718281 \\ 0.141760734807188 \\ 0.215609195878125 \end{bmatrix}$$

$$A^{14} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.21490960949151 \\ 0.213220658549114 \\ 0.21490960949151 \\ 0.14373946391875 \\ 0.213220658549114 \end{bmatrix}$$

$$A^{15} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.21378364219658 \\ 0.215142804953715 \\ 0.21378364219658 \\ 0.14214710569941 \\ 0.215142804953715 \end{bmatrix}$$

$$A^{16} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.214689750701337 \\ 0.213595980980758 \\ 0.214689750701337 \\ 0.14342853663581 \\ 0.213595980980758 \end{bmatrix}$$

$$A^{17} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.213960570887618 \\ 0.214840768785463 \\ 0.213960570887618 \\ 0.142397320653839 \\ 0.214840768785463 \end{bmatrix}$$



$$A^{18} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.214547369486181 \\ 0.213839040918664 \\ 0.214547369486181 \\ 0.143227179190309 \\ 0.213839040918664 \end{bmatrix}$$

$$A^{19} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.21407515044117 \\ 0.214645169252608 \\ 0.21407515044117 \\ 0.142559360612443 \\ 0.214645169252608 \end{bmatrix}$$

$$A^{20} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.214455162982129 \\ 0.213996447267001 \\ 0.214455162982129 \\ 0.143096779501739 \\ 0.213996447267001 \end{bmatrix}$$

$$A^{21} \cdot v = \begin{bmatrix} 0.214149352505377 \\ 0.214518498405622 \\ 0.214149352505377 \\ 0.142664298178001 \\ 0.214518498405622 \end{bmatrix}$$

---

Stabilized on 21th iteration