

(**) 1. Em 1937, o matemático Lothar Collatz propôs a seguinte conjectura, ainda não provada: dado um número natural arbitrário a_0 , a sequência gerada por:

$$a_i = a_{i-1}/2, \text{ se } a_{i-1} \text{ for par ou}$$
$$a_i = 3 \cdot a_{i-1} + 1, \text{ se } a_{i-1} \text{ for ímpar,}$$

em que a_{i-1} e a_i representam o último elemento produzido para a sequência e o próximo valor a ser gerado, respectivamente, sempre chegará ao valor 1, independente do valor inicial escolhido para a_0 .

Por exemplo, a sequência de Collatz para $a_0 = 7$ é: 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2 e 1.

Escreva um programa que leia o primeiro elemento de uma sequência de Collatz e imprima na tela a sequência a partir do elemento dado, até que se alcance o valor 1. O programa deve também mostrar o número de elementos da sequência gerada. Se o programa receber o valor 7, por exemplo, deve mostrar os 17 elementos listados acima, e dizer que gerou 17 elementos.

(***) 2. (Adaptado da OBI 2015)

Alice e Bia criaram uma página na Internet com informações sobre o Macaco-prego-de-peito-amarelo, uma espécie em extinção. A página mostra como todos podem ajudar a manter o habitat natural para evitar que a espécie seja extinta.

Uma empresa gostou tanto da iniciativa de Alice e Bia que prometeu doar um prêmio para que as duas amigas possam realizar outras iniciativas semelhantes. A empresa decidiu que o prêmio seria dado quando a soma do número de acessos à página chegasse a 1 milhão.

Dada a lista de acessos diários que ocorreram à página de Alice e Bia, escreva um programa para determinar quantos dias foram necessários para a soma dos acessos chegar a 1 milhão e as amigas ganharem o prêmio. O programa recebe como entrada um número inteiro N , que indica o número de dias que a lista contém. Ele deve então ler N valores, correspondentes ao número de acessos de cada dia: o primeiro número dado indica o número de acessos no primeiro dia, o segundo número dado indica o número de acessos no segundo dia, e assim por diante. O programa deve então mostrar na saída o número de dias que foram necessários para a soma dos acessos à página de Alice e Bia chegar a 1.000.000. Se a meta não for atingida, o programa deve mostrar o valor de erro -1.

Exemplos:

Entrada	Saída
5 100 99900 400000 500000 600000	4
1 1000000	1

(***) 3. A sequência de Fibonacci é uma sequência de números naturais na qual os primeiros termos são 0 e 1, e cada termo subsequente é a soma dos dois termos anteriores. Desta forma, o terceiro termo é $0+1=1$, o quarto termo é $1+1=2$, o quinto termo é $1+2=3$, o sexto termo é $2+3=5$ e assim por diante. Os 10 primeiros números da sequência são:

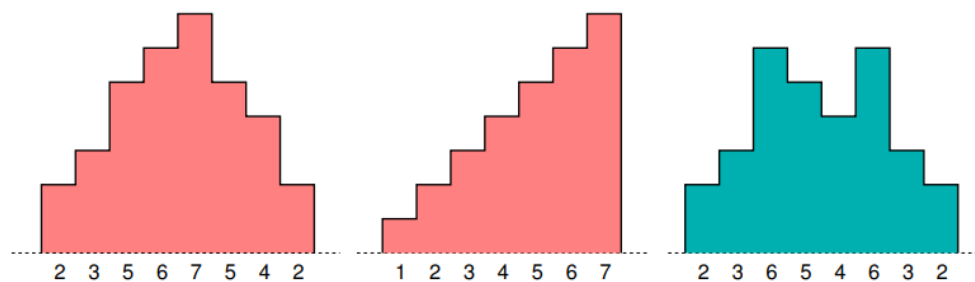
0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34

Os números da sequência de Fibonacci são usados em certos algoritmos para codificação, compressão e ordenamento de dados. Eles também podem ser usados em computação gráfica, na geração de transições suaves de cores e de objetos com aspecto natural (por exemplo, em animações cinematográficas).

Escreva um programa que mostra os n primeiros números de Fibonacci, com n dado pelo usuário. Pressuponha que n será sempre maior ou igual a 3, mas nunca grande o suficiente para causar *overflow* em variáveis do tipo `int`.

(***) 4. (Adaptado da OBI 2017)

Um sistema de informações geográficas computadorizado está representando o perfil de uma montanha através de uma sequência de números inteiros, na qual não há dois números consecutivos iguais, como ilustrado na figura abaixo para três montanhas. Os números representam a altura da montanha ao longo de uma certa direção.



O gerente do sistema de informações geográficas pesquisou e encontrou uma maneira de identificar se uma sequência de números inteiros representa uma montanha com mais de um pico, ou com apenas um pico. Ele observou que, como não há números consecutivos iguais, se houver três números consecutivos na sequência, tal que o número do meio é menor do que os outros dois números, então a montanha tem mais de um pico. Caso contrário, a montanha tem apenas um pico. De forma mais rigorosa, se a sequência é $A = [A_1, A_2, A_3, \dots, A_{N-2}, A_{N-1}, A_N]$, ele quer saber se há uma posição i , para $2 \leq i \leq N-1$, tal que $A_{i-1} > A_i$ e $A_i < A_{i+1}$.

Para ajudar o gerente, seu programa deve determinar, dada a sequência de números inteiros representando a montanha, se ela tem mais de um pico, ou se tem um pico apenas. O programa recebe como entrada o tamanho N da sequência, seguido por N inteiros, representando a sequência de alturas da montanha em cada ponto. O programa deve indicar então se o programa tem apenas um pico (S) ou não (N).

Exemplos:

Entrada	Saída
8 2 3 5 6 7 5 4 2	S
8 2 3 6 5 4 6 3 2	N

(**) 5. A *série harmônica* é definida por:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$$

Escreva um programa que calcule a série harmônica. O programa deve mostrar, a cada termo calculado, o valor do termo e o valor total do somatório até aquele momento. Os termos devem parar de ser calculados quando o seu valor for inferior a uma constante `MIN_TERM`, que deve ser definida como uma macro. Por exemplo, se `MIN_TERM` for 0.2, os 5 primeiros termos da série devem ser calculados, e o programa deve mostrar na tela a seguinte saída (sem nos preocuparmos com o número de casas decimais):

1.0000	1.0000
0.5000	1.5000
0.3333	1.8333
0.2500	2.0833
0.2000	2.2833

(***) 6. Escreva um programa que recebe um número inteiro positivo digitado pelo usuário e verifica e informa se ele é um número palíndromo ou não. Um número é palíndromo se puder ser lido igualmente na ordem normal e de trás para a frente. Alguns exemplos de números palíndromos: 12321, 123321, 101, 2, 9, 99.

(*) 7. (Adaptado da OBI 2012)

Num sorteio que distribui prêmios, um participante inicialmente sorteia um inteiro N e depois N valores inteiros. O número de pontos do participante é o tamanho da maior sequência de valores consecutivos iguais. Por exemplo, suponhamos que um participante sorteia $N = 11$ e, nesta ordem, os valores:

30 30 30 30 40 40 40 40 40 30 30

Então, o participante ganha 5 pontos, correspondentes aos 5 valores 40 consecutivos. Note que o participante sorteara 6 valores iguais a 30, mas nem todos são consecutivos.

Sua tarefa é ajudar a organização do evento, escrevendo um programa que determina o número de pontos de um participante. A entrada é um número inteiro N , que representa o número de valores sorteados. Depois, o programa deve ler N valores inteiros, na ordem do sorteio. Note que os valores são simplesmente informados, não são sorteados pelo programa! O programa então deve mostrar o número de pontos do participante.

Exemplos:

Entrada	Saída
9 30 30 30 20 20 20 20 30 30	4
14 1 1 1 20 20 20 20 3 3 3 3 3 3	7
5 2 2 2 2 2	5