

SAT solving - Questão para avaliação

Regras:

1. Todos os sócios que usam bigode são casados.
2. Cada sócio do clube que não é de Ribeirão tem que usar camisola amarela.
3. Os sócios casados não podem assistir aos jogos ao Domingo.
4. Um sócio vai aos jogos ao Domingo se e só se é de Ribeirão.
5. Cada sócio usa bigode ou não usa camisola amarela.
6. Todos os sócios de Ribeirão usam bigode.

##Questão 1

Variáveis proposicionais:

B: Sócio usa bigode

R: Sócio é de Ribeirão

A: Sócio tem camisola amarela

C: Sócio é casado

D: Sócio vai aos jogos ao Domingo

Regras para fórmulas proposicionais (forma CNF):

1. $B \rightarrow C \Leftrightarrow \neg B \vee C$
2. $\neg R \rightarrow A \Leftrightarrow R \vee A$
3. $C \rightarrow \neg D \Leftrightarrow \neg C \vee \neg D$
4. $D \leftrightarrow R \Leftrightarrow (D \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow D) \Leftrightarrow (\neg D \vee R) \wedge (\neg R \vee D)$
5. $B \vee \neg A$
6. $R \rightarrow B \Leftrightarrow \neg R \vee B$

##Questão 2

$B \rightarrow 1; R \rightarrow 2; A \rightarrow 3; C \rightarrow 4; D \rightarrow 5;$

Código no MiniSat:

```
p cnf 5 7
-1 4 0
2 3 0
-4 -5 0
-5 2 0
-2 5 0
1 -3 0
-2 1 0
```

Output:

SAT
1 -2 3 4 -5 0

∴ O conjunto de regras é consistente porque existe pelo menos uma solução que o torna válido

##Questão 3

Para resolver às alíneas (a), (c), (d) e (e) foi utilizada a seguinte regra:

$$\bigwedge \Gamma \rightarrow F \text{ valid} \quad \text{iff} \quad \bigwedge \Gamma \wedge \neg F \text{ unsatisfiable}$$

(a)

"Quem usa bigode não pode ir ao jogo ao Domingo": $B \rightarrow \neg D$

Nova regra: $\neg(B \rightarrow \neg D) \Leftrightarrow B \wedge D$

Código no MiniSat:

```
p cnf 5 9
-1 4 0
2 3 0
-4 -5 0
-5 2 0
-2 5 0
1 -3 0
-2 1 0
1 0
5 0
```

Output:

UNSAT

∴ A negação da afirmação torna o conjunto insatisfazível logo a afirmação é correta.

(b)

"Membro de camisola amarela é casado": $A \rightarrow C$

Nova regra: $A \rightarrow C \Leftrightarrow \neg A \vee C$

Código no MiniSat:

```
p cnf 5 8
-1 4 0
2 3 0
-4 -5 0
-5 2 0
```

```
-2 5 0
1 -3 0
-2 1 0
3 0
-3 4 0
```

Output:

```
SAT
1 -2 3 4 -5 0
```

∴ A afirmação torna o conjunto satisfazível logo pode existir um membro com camisola amarela e ser casado.

(c)

"Afinal o clube não pode ter sócios Ribeironenses": $\neg R$

Nova regra: $\neg\neg R \Leftrightarrow R$

Código no MiniSat:

```
p cnf 5 9
-1 4 0
2 3 0
-4 -5 0
-5 2 0
-2 5 0
1 -3 0
-2 1 0
2 0
```

Output:

```
UNSAT
```

∴ A negação da afirmação torna o conjunto insatisfazível logo não podem existir sócios Ribeironenses.

(d)

"Os sócios casados têm todos bigode": $C \rightarrow B$

Nova regra: $\neg(C \rightarrow B) \Leftrightarrow C \wedge \neg B$

Código no MiniSat:

```
p cnf 5 9
-1 4 0
2 3 0
-4 -5 0
-5 2 0
-2 5 0
```

```
1 -3 0
-2 1 0
4 0
-1 0
```

Output:

UNSAT

∴ A negação da afirmação torna o conjunto insatisfazível logo os sócios casados têm todos bigode.

(e)

"Ao domingo nunca há sócios a assistir aos jogos": $\neg D$

Nova regra: $\neg\neg D \Leftrightarrow D$

Código no MiniSat:

```
p cnf 5 9
-1 4 0
2 3 0
-4 -5 0
-5 2 0
-2 5 0
1 -3 0
-2 1 0
4 0
-1 0
```

Output:

UNSAT

∴ A negação da afirmação torna o conjunto insatisfazível logo ao domingo nunca há sócios a assistir aos jogos.