Sistema digestivo: Disfagia

Angélica X. Cabrera, Amy S. Lopez y Ana C. Santillan (21212144,21212164,21212181)
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de Tijuana

December 13, 2024

Palabras clave: Disfagia; Circuito RLC; Función de transferencia; Sistema Digestivo.

Correo: **{l21212144; l21212164; l21212181}@tectijuana.edu.mx**

Carrera: **Ingeniería Biomédica**

Asignatura: **Modelado de Sistemas Fisiológicos**

Profesor: **Dr. Paul Antonio Valle Trujillo** (paul.valle@tectijuana.edu.mx)

1 Función de transferencia

1.1 Ecuaciones principales

El circuito RLC que representa al sistema digestivo tiene la siguiente ecuación principal:

$$V_{in}(t) = R_1 i_1(t) + L\frac{di_1(t)}{dt} + \frac{1}{C_1}\int i_1(t)dt$$

Mientras la salida se representa de la siguiente manera:

$$V_{out}(t) = R_2 i_2(t) + \frac{1}{C_2}\int i_2(t)dt$$

1.2 Transformada de Laplace

Al calcular la transformada de Laplace para las ecuaciones principales se obtienen los siguientes resultados:

$$V_{in}(s) = R_1 I_1(s) + LI_1(s) + \frac{I_1}{sC_1}$$

Para la salida:

$$V_{out}(s) = R_2 I_2(s) + \frac{I_2}{sC_2}$$

1.3 Procedimiento algebraico

Se resuelve $I_1(s)$ a partir de a primera ecuación:

$$V_{in}(s) = I_1(s)\left(R_1 + L(s) + \frac{1}{sC_1}\right)$$

De manera que al despejar $I_1(s)$:

$$I_1 = \frac{V_{in}(s)}{R_1 + L(s) + \frac{1}{sC_1}}$$

Se sustituye $I_1(s)$ en la ecuación de $V_{out}(s)$:

$$V_{out}(s) = R_2\left(\frac{V_{in}(s)}{R_1 + L(s) + \frac{1}{sC_1}}\right) + \frac{1}{sC_2}\left(\frac{V_{in}(s)}{R_1 + L(s) + \frac{1}{sC_1}}\right)$$

Se factoriza $V_{in}(s)$ y se reorganizan los términos:

$$V_{out}(s) = V_{in}(s)\left(\frac{R_2 + \frac{1}{sC_1}}{R_1 + L(s) + \frac{1}{sC_1}}\right)$$

1.4 Resultado

Con base en el analisis realizado, se concluye que la función de transferencia del sistema digestivo esta dado por la siguiente expresión:

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{s^2 L(C_1 + C_2) + s(R_1C_2 + R_2C_1) + R_1R_2C_1C_2 + 1}$$

2 Estabilidad del sistema en lazo abierto

La estabilidad del sistema en lazo abierto se analiza al calcular las raices del denominador, es decir, los polos, por lo tanto al ser un sistema de segundo orden tendra dos polos:

$$s^2 L(C_1 + C_2) + s(R_1C_2 + R_2C_1) + R_1R_2C_1C_2 + 1 = 0$$

Los parámetros de un paciente sano (control), son los siguientes:

$R_1 = 500\Omega$

$R_2 = 300\Omega$

$L = 0.1 \times 10^{-6} H$

$C_1 = 10 \times 10^{-6} F$

$C_2 = 5 \times 10^{-6} F$

Los polos del sistema digestivo con un paciente sano (control) están dados por los siguientes:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -1.0000 \times 10^{14} \\ \lambda_1 &= -37.507 \end{aligned}$$

Mientras que los parámetros con paciente con disfagia (caso), son:

$R_1 = 15 \times 10^6 \Omega$

$R_2 = 7.5 \times 10^6 \Omega$

$L = 0.1 \times 10^{-6} H$

$C_1 = 10 \times 10^{-6} F$

$C_2 = 5 \times 10^{-6} F$

Y los polos correspondientes, son,

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -5.0 \times 10^{13}\Omega - 3.3333 \times 10^{11}\sqrt{22500.\Omega^2 - 6.0 \times 10^{-12}} \\ \lambda_1 &= 3.3333 \times 10^{11}\sqrt{22500.\Omega^2 - 6.0 \times 10^{-12}} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el sistema tendrá una respuesta estable sobreamortiguada a un escalón unitario de entrada.

3 Modelo de ecuaciones integro-diferenciales

El modelo de ecuaciones integro-diferenciales está dado por las siguientes ecuaciones, donde el voltaje de salida se representa:

$$V_{out}(t) = R_2 i_1(t) + \frac{1}{C_2}\int i_2(t)dt$$

Y las corriente se representa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \left(V_{in}(t) - L\frac{di_1(t)}{dt} - \frac{1}{C_1}\int i_1(t)dt\right)\frac{1}{R_1} \\ i_2(t) &= \left(V_{out}(t) - \frac{1}{C_2}\int i_2(t)dt\right)\frac{1}{R_2} \end{aligned}$$

4 Error en estado estacionario

El error en estado estacionario se calcula a partir del siguiente límite:

$$e(t) = \lim_{s \to 0} sR(s) \left[1 - \frac{V_s(s)}{V_e(s)} \right] = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s} \left[1 - \frac{1}{s^2 L(C_1 + C_2) + s(R_1 C_2 + R_2 C_1) + R_1 R_2 C_1 C_2 + 1} \right] = 0.00000749$$

De manera que el error en estado estacionario es de 0.00000749.

5 Cálculo de componentes para el controlador PID

A partir de la herramienta tune del software Simulink se obtienen las ganancias del controlador PID, donde se obtiene:

$$\begin{aligned} k_I &= \frac{1}{R_e C_r} = \frac{1}{(15894.6401)(0.1 \times 10^{-6})} = 629.14 \\ k_P &= \frac{R_r}{R_e} = \frac{291094.4388}{15894.6401} = 18.314 \\ k_D &= R_r C_e = (291094.4388)\left(1.5184 \times 10^{-7}\right) = 4.4200 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

El valor capacitivo propuesto es:

$$C_r = 0.1 \times 10^{-6}$$

En base a estos valores, se obtienen los valores de las resistencias R_e y R_r, asi como el capacitor C_e:

$$\begin{aligned} R_e &= \frac{1}{k_I C_r} = \frac{1}{(629.1429)(0.1 \times 10^{-6})} = 15894.6401 \\ R_r &= k_P R_e = (18.314)(15894.6401) = 291094.4388 \\ C_e &= \frac{k_D}{R_r} = \frac{0.0442}{291094.4388} = 1.5184 \times 10^{-7} \end{aligned}$$