

INVESTIGANDO O POTENCIAL DA ENTROPIA POR PERMUTAÇÃO COMO FERRAMENTA DE SUPORTE À TEORIA DE MARKOWITZ EM R.

1. Introdução

Desde a formulação da *Teoria Moderna de Portfólio* por Harry Markowitz (1952), no artigo “*Portfolio Selection*” (1952), o processo de alocação de ativos passou a ser tratado de maneira quantitativa, com base no equilíbrio entre risco e retorno. Utilizando a variância dos retornos como medida de risco e a diversificação como estratégia de mitigação, a teoria se consolidou como um dos pilares das finanças modernas (SOUZA; BIGNOTTO, 1999).

Contudo, os mercados financeiros atuais apresentam uma dinâmica mais complexa do que na época em que a teoria foi formulada. Como destacam Zandi et al. (2021), pressupostos como ausência de custos de transação, liquidez perfeita e distribuição normal dos retornos não refletem a realidade prática. Além disso, a variância, por ser uma medida simétrica e estática, pode não capturar a complexidade estrutural, a não linearidade e os padrões temporais presentes nos dados financeiros.

Diante dessas limitações, surge o interesse por métricas alternativas que possam oferecer uma leitura mais sensível da dinâmica dos mercados. A Entropia por Permutação (EP), proposta por Bandt e Pompe (2002) no artigo “*Permutation Entropy: A Natural Complexity Measure for Time Series*”, apresenta-se como uma ferramenta promissora nesse contexto. A EP quantifica a complexidade e a desordem de séries temporais com base na ordem dos dados, sem depender de suposições paramétricas, oferecendo assim uma abordagem complementar para a análise de risco proposta por Markowitz.

1.1. Problema de Pesquisa

Modelos tradicionais de alocação de ativos, embora amplamente utilizados, enfrentam dificuldades em capturar aspectos mais sutis da dinâmica dos mercados financeiros, como a complexidade temporal e a presença de comportamentos não lineares. Nesse cenário, torna-se relevante explorar métricas que possam oferecer uma leitura complementar ao risco, indo além das abordagens convencionais.

Este projeto propõe investigar se a Entropia por Permutação pode atuar como ferramenta de suporte à Teoria de Markowitz, contribuindo para uma avaliação mais robusta do risco em carteiras de investimento, especialmente em contextos de alta volatilidade e instabilidade de mercado.

A pesquisa se concentra, portanto, em compreender como a EP pode ser integrada a esse modelo clássico sem alterar seus fundamentos, mas agregando uma dimensão analítica que permita refinar decisões de alocação diante de cenários complexos.

1.2. Justificativa

A Teoria de Markowitz, proposta por Harry Markowitz em seu artigo seminal "*Portfolio Selection*" (1952), consolidou-se como um dos pilares das ciências financeiras ao introduzir a otimização de portfólios com base no equilíbrio entre risco e retorno. Essa teoria utiliza a variância dos retornos como medida de risco e propõe a diversificação eficiente para minimizar os riscos sem comprometer o retorno esperado. Desde então, a Teoria de Markowitz tem sido amplamente aplicada em estratégias de investimento e continua sendo a base para análises de portfólios modernos.

Entretanto, o mercado financeiro atual é significativamente mais complexo do que na época em que a teoria foi formulada, sendo influenciado por fatores externos e comportamentos imprevisíveis. Nesse contexto, séries temporais surgem como uma ferramenta essencial para capturar a dinâmica dos preços dos ativos ao longo do tempo em conjunto com a Entropia por Permutação (EP), proposta por Bandt e Pompe (2002), apresentaram-se como uma abordagem inovadora para analisar a complexidade e a imprevisibilidade de séries temporais financeiras. Diferentemente da variância, a EP permite identificar padrões ocultos na ordem temporal dos dados, oferecendo uma perspectiva complementar para a avaliação de risco.

Embora o uso de séries temporais para previsões financeiras não seja novidade, a maioria dos estudos desenvolve essas abordagens como ferramentas independentes da Teoria de Markowitz, modificando algoritmos para obter previsões mais precisas. O diferencial desta pesquisa está em investigar se a Entropia por Permutação pode atuar como uma ferramenta de suporte, enriquecendo a análise do portfólio sem substituir a base teórica consolidada.

1.3. Hipótese

Com base nos objetivos desta pesquisa, propõe-se a formulação de duas hipóteses a serem testadas por meio de análise empírica:

- **Hipótese nula (H_0):** A aplicação da Entropia por Permutação (EP) não contribui significativamente para a análise de risco na Teoria de Markowitz, não gerando melhorias interpretativas ou diferenciais relevantes nos resultados obtidos a partir do modelo tradicional.
- **Hipótese alternativa (H_1):** A Entropia por Permutação atua como ferramenta de apoio à Teoria de Markowitz, contribuindo para uma análise mais rica e sensível do risco em carteiras de investimento. A EP poderá fornecer informações complementares à variância, resultando em interpretações mais amplas, seja por meio de resultados semelhantes validados por diferentes abordagens ou por divergências explicáveis com base na estrutura temporal dos ativos analisados.

Essas hipóteses visam avaliar a viabilidade da integração da EP com a teoria clássica, e não substituí-la, testando seu valor como componente complementar em análises de portfólios em diferentes contextos de mercado.

1.4. Objetivos

O objetivo geral da pesquisa é subir um portfólio para ser analisado por um algoritmo de EP e pela teoria de Markowitz, e investigar os resultados.

Os objetivos específicos da pesquisa são:

- Definir e recolher dados retroativos para a montagem de uma carteira de investimento com o objetivo de aplicar as teorias definidas para a análise dos resultados;
- Desenvolver um algoritmo na linguagem R implementando entropia por permutação para analisar as séries temporais de um carteira de investimentos;
- Desenvolver algoritmo na linguagem R para aplicar a teoria de portfólio em uma carteira de investimentos;
- Avaliar os resultados integrando entropia com a teoria de portfólio. Com o objetivo de verificar como a entropia por permutação pode suportar a teoria de portfólio.

2. Referencial Teórico

2.1. Teoria de Portfólio: Fundamentos e Limitações

A Teoria de Portfólio de Markowitz é amplamente reconhecida como um dos pilares da moderna teoria financeira. O modelo parte da premissa de que um investidor racional busca maximizar o retorno esperado para um dado nível de risco, sendo este medido por meio da variância dos retornos dos ativos. A correlação entre os ativos permite a diversificação eficiente, minimizando o risco global da carteira. A combinação ótima desses ativos compõem a chamada fronteira eficiente, conceito central para a seleção de portfólios.

No estudo de Souza e Bignotto, intitulado *“Teoria de Portfólio: Composição Ótima de uma Carteira de Investimento”* (1999), os autores ilustram a aplicação prática da teoria de Markowitz no contexto do mercado brasileiro. Utilizando ativos do B3 (antiga IBOVESPA), demonstram como é possível estruturar carteiras otimizadas por meio da diversificação, mesmo com ferramentas matemáticas relativamente simples como a programação linear. No estudo os autores confirmam a robustez e a aplicabilidade do modelo clássico de Markowitz.

Contudo, a teoria enfrenta limitações significativas quando confrontada com a realidade dos mercados financeiros contemporâneos. Como argumentam Zandi et al. no artigo *“Research on Stock Portfolio Based on Time Series Prediction and Multi-objective Optimization”* (2021), os pressupostos da Teoria de Markowitz — tais como a ausência de custos de transação, liquidez perfeita e retornos normalmente distribuídos — não se sustentam em ambientes reais de negociação, marcados por forte volatilidade, não linearidade e eventos extremos.

Além disso, a variância, por ser uma medida simétrica e estática, não capta padrões estruturais complexos nem mudanças de regime nas séries temporais dos ativos, tornando-se limitada como única métrica de risco.

Essa constatação tem motivado a busca por abordagens complementares ou alternativas, capazes de lidar com a complexidade crescente dos mercados e enriquecer a análise de risco com métricas mais sensíveis à estrutura temporal e ao comportamento dinâmico dos ativos.

2.2. Tecnologias Contemporâneas na Análise e Otimização de Portfólios

O desenvolvimento tecnológico das últimas décadas tem permitido a aplicação de modelos computacionais avançados à análise de investimentos, muitas vezes superando as restrições dos modelos clássicos. Ferramentas como inteligência artificial, aprendizado de máquina, redes neurais e algoritmos evolutivos têm sido cada vez mais utilizadas para previsão de preços, construção de portfólios e gestão de risco.

No artigo *“Gold and Bitcoin Optimal Portfolio Research and Analysis Based on Machine-Learning Methods”* (2022), Li et al. propõem uma estratégia de portfólio baseada na alocação entre ouro e bitcoin, utilizando técnicas de regressão linear e K-Nearest Neighbors (KNN). Com base em dados diários de cinco anos, os autores constroem modelos preditivos para orientar decisões de compra, manutenção ou venda. Os resultados confirmam o potencial dessas técnicas para capturar padrões ocultos em ativos altamente voláteis e indicam a substitutividade entre os dois ativos em estratégias de proteção (hedge).

Além disso, na dissertação *“Techno Informationlogy as an Instrument and Object for Risk/Return Management”* (2010), Fridgen discute como tecnologias da informação, como grid computing e arquiteturas orientadas a serviços (SOA), podem ser integradas à modelagem financeira para viabilizar o reprocessamento contínuo de matrizes de covariância e outras métricas essenciais à tomada de decisão.

Ainda dentro dessa perspectiva, o artigo de Zandi et al. (2021) propõe uma abordagem alternativa à Teoria de Markowitz, combinando modelos de previsão baseados em redes neurais (NARX) e otimização multiobjetivo com algoritmos genéticos. Os autores demonstram que essas técnicas são capazes de incorporar fatores macro e microeconômicos e de se adaptar com mais flexibilidade à dinâmica do mercado, resultando em portfólios com desempenho superior. Segundo eles, tais abordagens não apenas superam as limitações da teoria tradicional, como também abrem caminho para novas formas de interpretar e mitigar riscos financeiros.

Esses estudos refletem uma tendência crescente de integração entre modelos financeiros clássicos e ferramentas computacionais modernas, voltada à construção de estratégias mais robustas e ajustadas à realidade do mercado.

2.3. Entropia por Permutação como Métrica Alternativa para Análise de Risco

Como destacado anteriormente, a entropia por permutação (EP), apresenta-se como uma alternativa promissora às métricas tradicionais de risco, especialmente por sua capacidade de capturar a complexidade e a imprevisibilidade embutidas nas séries temporais financeiras. Baseada na análise das séries temporais escolhidas para o portfólio, a EP quantifica o grau de desordem dos dados sem depender de suposições sobre distribuição, linearidade ou estacionariedade. É, portanto, uma medida robusta, sensível e computacionalmente simples — atributos valiosos para aplicações em finanças.

Bandt e Pompe demonstraram que a EP é eficaz na distinção entre comportamentos determinísticos, caóticos e aleatórios, mesmo em ambientes ruidosos. A medida é baseada na contagem de padrões de permutação em janelas móveis da série, produzindo um escalar que representa a complexidade dinâmica local do sistema analisado.

No artigo *“Permutation Entropy and the Dow Jones Index”* (2019), Henry e Judge aplicaram a EP à série histórica do índice Dow Jones Industrial Average (DJIA). Utilizando uma abordagem de janela deslizante, os autores mostraram que a EP é capaz de identificar transições estruturais no mercado, como crises e mudanças de tendência, fornecendo uma perspectiva alternativa à análise baseada em variância, pilar da teoria de Markowitz. Além disso, a EP demonstrou maior sensibilidade a alterações comportamentais do mercado, sem a necessidade de modelagens complexas.

Ao considerar essas características, a presente pesquisa propõe a aplicação da Entropia por Permutação como uma ferramenta complementar à Teoria de Markowitz, com o objetivo de avaliar se essa métrica é capaz de fornecer sinais adicionais de instabilidade e complexidade nos ativos de uma carteira. A EP poderá atuar como um indicador de suporte à decisão, identificando momentos em que o risco estrutural aumenta, mesmo que a variância permaneça estável — fornecendo assim uma dimensão qualitativa e temporal à avaliação de risco.

3. Procedimentos Metodológicos

3.1. Abordagem Quantitativa

A pesquisa utilizará uma abordagem quantitativa, empregando séries temporais de financeiras. A justificativa para essa abordagem é a necessidade de testar empiricamente a eficácia da entropia como medida de auxílio à teoria de Markowitz.

3.2. Critérios de Inclusão e Exclusão

- Critérios de seleção.
 - Séries temporais de ações

- Ativos do mesmo setor
- Ativo ter histórico de anos anteriores (2022/2023 pós-pandemia)
- Utilizando como fonte o Google Finance
- Público-alvo.
 - Comunidade científica
 - Agentes da comunidade financeira
- Justificativa dos critérios propostos.
 - A inclusão dos dados é essencial para a montagem da carteira a ser analisada no projeto.
 - Como primeira versão do projeto iniciamos apenas com ativos do mesmo setor
 - O histórico dessas ações é a série temporal a ser analisada
 - Apontar “Falhas” para melhoria

3.3. Procedimentos de Coleta de Dados

- Formato de coleta de dados.
 - Usar biblioteca R **Quantmod** para recolher dados
- Instrumentos, escalas, questionários, equipamentos e outras medidas utilizadas.
 - Biblioteca da linguagem R
- Justificativa para escolha dos instrumentos e escalas.
 - A ferramenta é implementada no ambiente escolhido para desenvolvimento
 - A ferramenta extrai visualizações úteis para o projeto (dados históricos, média mensal, preço mais baixo, alto e de abertura e outras informações)

4. Cronograma

Descrição de atividades compatíveis com a proposta e planejamento adequado ao período de 12 meses de pesquisa.

	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Maio	Jun	Jul
Estudo das referências biográficas	X	X										
Estudo, programação e resultados da teoria de Markowitz			X	X								

	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Maio	Jun	Jul
Estudo, programação e resultados da teoria da EP					X	X						
Integração TM e EP consolidando e analisando os resultados							X	X	X			
Preparação de manuscritos para publicação e relatório final										X	X	
Finalização do projeto												X

5. Referências

BANDT, Christoph; POMPE, Bernd. **Permutation Entropy: A Natural Complexity Measure for Time Series**. *Phys. Rev. Lett.*, v. 88, n. 17, p. 174102, abr. 2002. American Physical Society. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.88.174102>. Acesso em: 10 fev. 2025. DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.174102.

RYAN, Jeffrey A.; ULRICH, Joshua M.; SMITH, Ethan B.; THIELEN, Wouter; TEETOR, Paul; BRONDER, Steve. **quantmod: Quantitative Financial Modelling Framework**. Versão 0.4.26. 14 fev. 2024. Disponível em: <https://www.quantmod.com/>. Acesso em: 6 mar. 2025. DOI: [10.32614/CRAN.package.quantmod](https://doi.org/10.32614/CRAN.package.quantmod).

ZANDI, G.; TORABI, R.; MOHAMMAD, M. A.; JIA, L. **Research on stock portfolio based on time series prediction and multi-objective optimization**. *Research Publication*, 2021. ISSN 18578365. Disponível em: <http://hdl.handle.net/123456789/25674>. Acesso em: 6 mar. 2025.

SOUZA, Zilmar José de; BIGNOTTO, Edson Costa. **TEORIA DE PORTFÓLIO: COMPOSIÇÃO ÓTIMA DE UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTO**. *Econ. pesqui.*, Araçatuba, v. 1, n. 1, p. 61-78, mar. 1999. Disponível em: https://feata.edu.br/downloads/revistas/economiaepesquisa/v1_artigo06_teorias.pdf. Acesso em: 10 fev. 2025.

FRIDGEN, Gilbert. **Information Technology as an Instrument and Object for Risk/Return Management. Dissertation (Ph.D.)** — Universität Augsburg, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät, 2010. Disponível em: https://opus.bibliothek.uni-augsburg.de/opus4/frontdoor/deliver/index/docId/1434/file/Fridgen_Dissertation.pdf. Acesso em: 10 mar. 2025.

HENRY, Owen; JUDGE, George. **Permutation Entropy and Information Recovery in Nonlinear Dynamic Economic Time Series**. *Econometrics*, v. 7, n. 10, p. 1–14, 2019. DOI:

10.3390/econometrics7010010. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2225-1146/7/1/10>. Acesso em: 10 mar. 2025.

LI, Jingjing; RAO, Xinge; LI, Xianyi; GUAN, Sihai . **Gold and Bitcoin Optimal Portfolio Research and Analysis Based on Machine-Learning Methods**. Sustainability, v. 14, n. 21, p. 14659, 2022. DOI: 10.3390/su142114659. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/365238292_Gold_and_Bitcoin_Optimal_Portfolio_Research_and_Analysis_Based_on_Machine-Learning_Methods. Acesso em: 10 mar. 2025.

SOUZA, Zilmar José de; BIGNOTTO, Edson Costa. **Teoria de Portfólio: Composição Ótima de uma Carteira de Investimento**. Economia & Pesquisa, Araçatuba, v. 1, n. 1, p. 61–78, mar. 1999. Disponível em: https://feata.edu.br/downloads/revistas/economiaepesquisa/v1_artigo06_teorias.pdf. Acesso em: 10 fev. 2025