Suivi Code

-

CASSIOPÉE 51

_

Élaboration d'un algorithme de matching pour générer un planning de covoiturage



SOMMAIRE

1. Description du projet	3
➤ Origine du projet :	
> Les objectifs du projet :	
➤ Les contraintes du projet :	
➤ Visualisation des Offres :	
➤ Visualisation des Requêtes :	5
➤ Résultats attendus :	
2. Modèle Mathématique	7
➤ Valeurs extraites des Inputs	
➤ Matrice d'inputs	
➤ Variables de Décision	
➤ Les contraintes	11
➤ La fonction objectif	12
3. Recherche de solutions	
➤ Recherche du couple (Alpha, Beta) idéal	
➤ Données finales de sortie	

1. Description du projet

> Origine du projet :

Un groupe de parents réalise chaque année un **planning de covoiturage** en fonction des emplois du temps de leur(s) enfant(s). Ce groupe de parents effectue les mêmes conduites chaque jour de Saint-Cloud, leur résidence à Versailles, leur école. Ce travail est **fastidieux** et peut demander **plusieurs jours de travail**. Notre objectif est alors de créer un algorithme qui réalise la tâche en **quelques secondes** à la place des parents afin de supprimer ce travail fastidieux et chronophage.

Le projet a donc été réalisé pour ce cas particulier, mais est facilement généralisable pour plusieurs groupes de covoiturage. Un autre objectif serait de rendre l'expérience utilisateur beaucoup plus agréable avec un site internet. Ces deux points constituent les futurs objectifs du projet, s' il est amené à être reconduit l'année prochaine.

➤ Les objectifs du projet :

Le projet a pour objectif de concevoir et développer un algorithme qui génère un planning de covoiturage hebdomadaire pour un groupe de parents. Ce planning prend en compte <u>les offres</u> de chaque parent ainsi que <u>les requêtes</u> de leurs enfants. L'objectif de l'algorithme est de :

- Maximiser le nombre de requêtes satisfaites.
- Maximiser le taux de remplissage des voitures / Minimiser le nombre de voitures utilisées.
- Maximiser le nombre de voitures avec un driver et un passager de la même famille.

➤ <u>Les contraintes du projet :</u>

- Le nombre de trajets disponible par enfant est égal au nombre d'offres multiplié par le nombre de places de leurs parents.
- Un enfant a le droit à X trajets retour si et seulement si ses parents proposent X offres de retour.

➤ <u>Visualisation des Offres :</u>

Les offres se présentent sous la forme suivante. Un formulaire est transmis aux différentes familles dans lequel elles remplissent leur NOM, le nombre de places disponibles dans leur voiture, et le nom et prénom de leur(s) enfant(s). Ensuite, les familles renseignent dans chaque colonne [Lundi 8h, Lundi 9h, Lundi 17h, Lundi 18h, ..., Vendredi 17h, Vendredi 18h] si elles sont disponibles pour faire une conduite. Elles doivent choisir une des options suivantes :

- o "Oui" → si disponible en semaine paire et impaire pour faire une conduite.
- $\circ\quad$ "Pair" \rightarrow si disponible uniquement en semaine pair pour faire une conduite.
- o "Impair" → si disponible uniquement en semaine impair pour faire une conduite.
- \circ "Non" \rightarrow si indisponible.

Nom	Places	Enfant 1	Enfant 2	Enfant 3	Lundi 8h	Lundi 9h
GUECHAY	5	Artus	Louis 1		Oui	Non
PATRICK	4	Aymeric	Victor 2		Non	Oui
TELFRO	6	Juliette	Louis 2	Paul	Non	Impair
TRULA	4	Marie	François		Pair	Non
MIPO	4	Louis 3	Malo		Oui	Non
SERROU	4	Arthur	Mateo		Oui	Non
NOMAR	6	Ambroise	Germain		Impair	Non
SARTRE	6	Madeleine			Non	Oui
FRAYJOU	4	Corentin			Oui	Non
KICHO	6	Eloi	Victor 1		Oui	Non

Tableau 1: Visualisation du tableau des offres

➤ <u>Visualisation des Requêtes :</u>

Les requêtes se présentent sous cette forme. Un formulaire est transmis aux différentes familles dans lequel elles remplissent le NOM et Prénom de leur(s) enfant(s). Ensuite, les familles renseignent dans chaque colonne [Lundi 8h, Lundi 9h, Lundi 17h, Lundi 18h, ..., Vendredi 17h, Vendredi 18h] les besoins de leurs enfants en fonction de leur emploi du temps. Elles doivent choisir une des options suivantes :

- \circ "Oui" \rightarrow si besoin d'une conduite en semaine paire et impaire.
- o "Pair→ si besoin d'une conduite uniquement en semaine paire.
- o "Impair→ si besoin d'une conduite uniquement en semaine impaire.
- \circ "Non" \rightarrow sinon.

NOM	Lundi 8h	Lundi 9h	Lundi 17h	Lundi 18h	Mardi 8h	Mardi 9h	Mardi 17h	Mardi 18h
Victor 1	Oui	Non	Oui	Non	Oui	Non	Oui	Non
Louis 1	Oui	Non	Oui	Non	Oui	Non	Oui	Non
Victor 2	Oui	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non
Arthur	Oui	Non	Non	Non	Oui	Non	Oui	Non
Corentin	Oui	Non	Non	Non	Pair	Non	Oui	Non
Artus	Pair	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non
Eloi	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Oui
Louis 2	Oui	Non	Non	Non	Impair	Non	Non	Non
François	Oui	Non	Pair	Non	Non	Oui	Non	Non
Malo	Oui	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non
Ambroise	Impair	Non	Oui	Non	Oui	Non	Oui	Non

Tableau 2 : Visualisation du tableau des requêtes

Les horaires sont bien sûr modulables facilement. Il suffit de modifier l'horaire dans le tableau Excel et l'algorithme prend en compte le bon horaire.

Évidemment, les horaires du tableau requête doivent être les mêmes que les horaires du tableau offres.

> Résultats attendus :

En tenant compte des contraintes de chacun, l'algorithme permettra de maximiser le nombre d'utilisateurs satisfaits, de minimiser le nombre de voitures utilisées et de maximiser le nombre de voitures avec un driver et un passager de la même famille. Ainsi, il cherchera à optimiser le taux d'occupation des véhicules afin de minimiser le nombre de voitures sur la route et ainsi réduire les émissions de gaz à effet de serre.

L'objectif principal de ce projet est d'encourager les parents à adopter le covoiturage comme une alternative viable et écologique au transport individuel en voiture. En facilitant la mise en place d'un système de covoiturage efficace et flexible. Nous espérons contribuer à la réduction de l'empreinte carbone globale et promouvoir un mode de vie plus durable et respectueux de l'environnement.

Voici le cahier des charges à respecter :

Taux de remplissage des voitures	< 80 %
Taux de requêtes satisfaites	< 90%
Taux d'enfant dans la voiture de leur parent	< 50%

Tableau 3: Cahier des charges

2. Modèle Mathématique

➤ Valeurs extraites des Inputs

Les valeurs suivantes sont extraites des deux tableaux Excel en inputs et nécessaire pour la suite de l'algorithme.

Valeurs extraites	Nom	Туре	Valeur dans le cas particulier
Nombre de semaines (Paires & Impaires)	W	int	2
Nombre d'horaires	Т	int	20
Nombre de passagers	N	int	19
Nombre de drivers	С	int	10
Capacité de chaque voiture	number_places[c]	C-element Vector{Int64}	[5, 4, 6, 4, 4, 4, 6, 6, 4, 6]
Nombre d'offres	N_o	int	83

Tableau 4 : Détails des valeurs extraites des tableaux Excel en Inputs

N_o est la variable entière qui stock le nombre d'offres. Cette variable est créée en comptant toutes les offres. On ajoute 2 si le String rencontré dans le tableau des offres est "Oui", 1 si le String est "Pair" ou "Impair" et 0 si le String rencontré est "Non". Ainsi, N_o stock bien le nombre d'offres sur un enchaînement de semaines paires et impaires (donc sur deux semaines).

N_r est la variable entière qui stock le nombre de requêtes. Cette variable est créée en comptant toutes les requêtes. On ajoute 2 si le String rencontré dans le tableau des requêtes est "Oui", 1 si le String est "Pair" ou "Impair" et 0 si le String rencontré est "Non". Ainsi, N_r stock bien le nombre de requêtes sur un enchaînement de semaines paires et impaires (donc sur deux semaines).

➤ Matrice d'inputs

Les matrices d'inputs permettent de rendre les deux tableaux Excel d'offre et de requête compréhensible et exploitable par l'algorithme. Elles permettent de rassembler les données importantes de manière logique et intuitive.

- La matrice O est de dimension N o x 5.
- La matrice R est de dimension N o x 4.

Par exemple, si l'on affiche O[21, :] on accède à o_21 , tableau de dimension 5x1 : [3, 17, 1, 0, 6].

→ Ce tableau veut dire que le driver numéro 3 est disponible le time 17 (vendredi 8h) en semaine paire (1), mais pas impair (0) et à 6 places de disponible dans sa voiture.

Ainsi, la matrice O possède ces 5 colonnes:

	néro Time où le river driver est disponible	{0,1} → 1 si disponible en semaine paire	$\{0,1\} \rightarrow 1$ si disponible en semaine impaire	Nombre de places disponible dans la voiture du driver
--	---	--	--	---

Tableau 5 : Détails des colonnes de la matrice O

Pour la matrice R, c'est le même raisonnement :

Numéro du passager	Time où le passager souhaite un trajet	{0,1} → 1 si la demande concerne les semaines	{0,1} → 1 si la demande concerne les semaines
		paires	impaires

Tableau 6 : Détails des colonnes de la matrice R

• La matrice A est de dimension C x T x W.

A[5,3,2] = 1 signifie que le **driver 5** est disponible le **time 3** en **semaine impaire (2).** Mais, A[5,4,2] = 0 signifie que ce même **driver 5** en **semaine impaire (2)** n'est **pas disponible le time 4.**

Ainsi, la première dimension de A stock le numéro du driver c (1:C), la deuxième dimension stock le numéro du time t (1:T) et la troisième dimension stock le numéro de la semaine w (1:2).

O La matrice B est de dimension N x T x W.

B[8,9,2] = 1 signifie que le passager 8 fait une demande le time 9 en semaine impaire (2). Mais B[8,7,2] = 0 signifie que ce même passager 8 en semaine impaire (2) ne demande pas de trajet le time 7.

Ainsi, la première dimension de B stock le numéro du passager c (1:C), la deuxième dimension stock le numéro du time t (1:T) et la troisième dimension stock le numéro de la semaine w (1:2).

• La matrice K_c est de dimension C.

Cette matrice stock le nombre de place de chaque voiture "c". Par exemple, si K[2] = 3, alors cela signifie que le driver 2 à 3 places de disponible dans sa voiture.

• La matrice M est de dimension N x C x T x W. Cette matrice sert de matrice d'affinité afin de favoriser l'affectation des enfants dans la voiture de leur parent.

M[4, 5, 3, 1] = Beta, signifie que le passager 4 est l'enfant du driver 5. M[4, 6, 3, 1] = 1-Beta, signifie que le passager 4 n'est pas l'enfant du driver 5.

Beta est une variable que l'on fait varier entre 6 et 9 afin d'étudier les performances de l'algorithme en fonction de Beta. Les deux dernière dimensions respectivement représenté ici par les indices 3 et 1 ne sont pas utiles, elles permettent juste d'avoir les mêmes dimensions que la variable de décision X[1:N, 1:C, 1:T, 1:W] que nous présenterons au point suivant.

Ainsi, le tableau suivant résume mathématiquement les valeurs extraites :

```
\mathcal{O} = \{o_1, o_2, o_3, \dots\} \ \forall i \ o_i = (d, t, wp, wi, p) With: d \rightarrow driver, t \rightarrow time, wp \rightarrow 1 if week pair, wi \rightarrow 1 if week impair, p \rightarrow place \mathcal{O} represents all of fers proposed by the drivers  \mathcal{R} = \{r_1, r_2, r_3, \dots\} \ \forall i \ r_i = (p, t, wp, wi) With: p \rightarrow passager, t \rightarrow time, wp \rightarrow 1 if week pair, wi \rightarrow 1 if week impair, \mathcal{R} is the set of requests from passengers  A_{c,t,w} = \{0,1\} \rightarrow 1 \text{ if the driver c is for time t and week w}   B_{n,t,w} = \{0,1\} \rightarrow 1 \text{ if the passager n is for time t and week w}   M_{n,c,t,w} = \{0,1\} \rightarrow 1 \text{ if driver c is parent of the child n}   K_c \rightarrow number of places in the car of the driver of the offer o
```

<u>Tableau 7 : Écritures mathématiques des valeurs extraites</u>

> Variables de Décision

Les variables de décision représentent les éléments dont on cherche à déterminer les valeurs optimales afin de minimiser ou maximiser la fonction objectif, tout en satisfaisant un ensemble de contraintes imposées que nous énumérerons au point suivant.

Dans notre projet, nous avons défini trois variables de décision :

- X[1:N, 1:C, 1:T, 1:W]: Il s'agit d'une variable de décision binaire à quatre dimensions (N, C, T, W). Cette variable représente l'affectation des enfants aux voitures. Plus précisément, si "X[n, c, t, w]" est égal à 1, cela signifie que l'enfant "n" est affecté à la voiture "c" au time "t" et pour la semaine "w". Si "X[n, c, t, w]" est égal à 0, cela signifie que l'enfant "n" n'est pas affecté à la voiture "c" au time "t" et pour la semaine "w".
- **E[1:C, 1:T, 1:W]**: De la même manière, cette variable de décision binaire à trois dimensions (C, T, W) représente si une voiture "c" est utilisée au time "t" et pour la semaine "w".
- **G[1:C]**: Il s'agit d'une variable de décision entière unidimensionnelle (C) qui mesure le nombre de fois qu'une voiture est utilisé. Par exemple, si G[5] = 9.0, cela signifie que le conducteur numéro 5 fait 9 conduites en tout.

Ainsi, le tableau suivant résume mathématiquement les variables de décision :

```
X_{n,c,t,w} = \{0,1\} \rightarrow 1 if we accept the offer o for the request r on the time t and the week w E_{c,t,w} = \{0,1\} \rightarrow 1 if the driver c is request for the time t and the week w N_c type Int represent the number of car used for the time t and the week w
```

Tableau 8 : Écritures mathématiques des variables de décisions

> Les contraintes

Les contraintes en optimisation définissent les limites et conditions auxquelles les variables de décision doivent obéir. Elles permettent de restreindre l'espace des solutions possibles, en ne considérant que celles qui respectent les conditions que nous nous sommes fixées dans le cahier des charges et qui sont fidèles à la réalité du covoiturage.

Voici une description des contraintes définies dans notre projet :

- 1. <u>Contrainte d'affectation unique</u>: Un enfant "n" ne peut être transporté que dans une seule voiture à un time "t" et pendant une semaine "w", en tenant compte des disponibilités des voitures (matrice 1) et des enfants (matrice B).
- 2. <u>Contrainte de capacité maximale :</u> La capacité maximale de chaque voiture "c" ne doit pas être dépassée à un time "t" et pendant une semaine "w". La capacité de chaque voiture est stockée dans la matrice K[1:C].
- 3. <u>Contrainte de disponibilité des voitures</u>: Si une voiture "c" n'est pas disponible à un time "t" et pendant une semaine "w", aucun enfant ne doit être affecté à cette voiture.
- 4. <u>Contrainte de disponibilité des enfants :</u> Si un enfant "n" n'est pas disponible à un time "t" et pendant une semaine "w", il ne doit pas être affecté à une voiture.
- 5. <u>Contrainte de définition de E :</u> Si une voiture "c" est utilisée à un time "t" et pendant une semaine "w", alors E[c, t, w] = 1.
- 6. <u>Contrainte de définition de G</u>: G[c] doit être égal à la somme de tous les trajets réalisés par la voiture "c".
- 7. Contrainte du nombre de trajets pour chaque enfant : Le nombre de trajets effectués par chaque enfant "n" ne peut pas dépasser le nombre d'offres de leur parent multiplié par leur nombre de places disponibles, valeur qui est stockée dans le tableau "count passager[1:C]".

Ces contraintes assurent que les solutions obtenues respectent les exigences établies dans le cahier des charges et reflètent fidèlement la réalité pratique du covoiturage.

Ainsi, le tableau suivant résume mathématiquement les contraintes :

Each request can only be attributed to one offer at a time t and a week w
$$\forall n,t,w \sum_{\sigma} X_{n,c,t,w} A_{n,t,w} B_{c,t,w} \leq 1$$
 Number of request attribute to each offer o must be less than the number of places available:
$$\forall c,t,w \sum_{n} X_{n,c,t,w} \leq K_{o}$$
 No request can be attributed to a non – existent offer:
$$if \ A_{c,t,w} == 0, \ \sum_{n} X_{n,c,t,w} == 0$$
 No offer can be associated to a non – existent request:
$$if \ B_{n,t,w} == 0, \ \sum_{c} X_{n,c,t,w} == 0$$

$$E_{c,t,w} > 10^{-6} * \sum_{n,t,w} X_{n,c,t,w}$$

$$G_{c} = \sum_{t,w} E_{c,t,w}, \ \forall c$$

Tableau 9: Écritures mathématiques des contraintes

> La fonction objectif

La fonction objectif vise à maximiser la différence entre deux termes (avec le solveur GLPK) :

- 1. <u>Total des affinités</u>: Le premier terme correspond à la somme des produits de la variable de décision X et de la matrice d'affinité M. Cette partie de la fonction objectif cherche à maximiser les "affinités" entre les passagers et les driver, favorisant les associations d'enfants et de parents de la même famille. Ce premier terme maximise donc le nombre d'enfants dans les voitures et maximise ainsi le taux de remplissage des voitures.
- 2. <u>Pénalisation du nombre de trajets</u>: Le second terme est une pénalisation proportionnelle du nombre total de trajets effectués par l'ensemble des voitures, multiplié par un coefficient "Alpha", que l'on peut faire varier afin de s'approcher de la solution optimale. Cette partie de la fonction objectif cherche à minimiser le nombre de trajets effectués.

La combinaison de ces deux termes dans la fonction objectif permet de trouver un compromis entre la maximisation des affinités entre enfants et parents, et la minimisation du nombre de trajets réalisés par les conducteurs. Ainsi, le tableau suivant résume mathématiquement la fonction objectif:

$$\max \sum_{n,c,t,w} X_{n,c,t,w} \cdot *M_{n,c}(\beta) - \alpha \sum_{c} G_{c}$$

Tableau 10: Écritures mathématiques des contraintes

3. Recherche de solutions

> Recherche du couple (Alpha, Beta) idéal

L'objectif est maintenant de trouver le **couple (Alpha, Beta)** qui satisfait le cahier des charges. La matrice **M dépend de Beta**, soit on affecte Beta, soit on affecte 10 - Beta. Ainsi Beta varie entre 0 et 10. Or, on affecte Beta, lorsque que l'on rencontre un passager et un driver de la même famille, et l'on veut favoriser cette association. Il faut donc faire varier Beta entre 5 et 10. Ainsi, Beta ∈]5;10[.

Pour Alpha, c'est plus approximatif, nous l'avons fait varier entre 0,00001 et 1000 puis nous avons resserré l'interval petit à petit en fonction des résultats obtenus. Finalement, nous obtenons des résultats exploitables en faisant varier **Alpha entre 0,01 et 4**.

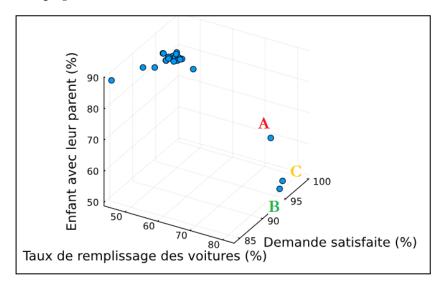
Voici les valeurs que peuvent donc prendre Alpha et Beta pour la suite de l'analyse :

- \circ Alpha = [0.01, 0.1, 1, 3, 4]
- \circ Beta = [6, 6.5, 7, 8, 9]

Afin, de choisir judicieusement les couple (Alpha, Beta), plaçons les résultats de l'algorithme dans un graphe à trois dimensions que sont :

- Le taux de remplissage des voitures (%)
- Le taux de demande satisfaite (%)
- Le taux de voiture avec un passager et un driver de la même famille (%)

On obtient alors le graphe suivant :



<u>Tableau 11 : Couples (Alpha, Beta) en fonction du cahier des charges</u> On repère alors trois points intéressants que nous allons regarder de plus près :

O Point A: (Beta, Alpha) = (6, 3)

- Le pourcentage de demande satisfaite est : 96.992 %
- Le taux de remplissage des voitures est : 76.106 %
- O Pourcentage d'enfant dans la voiture de leur parent : 63.636 %

Point B: (Beta, Alpha) = (6.5, 4)

- Le pourcentage de demande satisfaite est : 95.112 %
- Le taux de remplissage des voitures est : 82.410 %
- Pourcentage d'enfant dans la voiture de leur parent : 54.098 %

• Point C : (Beta, Alpha) = (6, 4)

- Le pourcentage de demande satisfaite est : 95.865 %
- Le taux de remplissage des voitures est : 80.442 %
- Pourcentage d'enfant dans la voiture de leur parent : 50.0 %

Ainsi, le point B et le point C respectent le cahier des charges, mais le point B a de meilleures performances.

Finalement, voici le couple (Alpha, Beta) idéal :

Alpha	Beta
4	6.5

Tableau 12: Couples (Alpha, Beta) idéal

> Données finales de sortie

L'algorithme retourne un tableau excel *Répartition_Voiture.xlxs* avec la répartition des voitures pour toutes les horaires des semaines paires et impaires.

Voici un extrait du tableau excel Répartition_Voiture.xlxs:

Lundi 8h	Lundi 9h	Lundi 17h	Lundi 18h
Semaine paire	Semaine paire	Semaine paire	Semaine paire
NOMAR	TELFRO	KICHO	FRAYJOU
Ambroise	Aymeric	Victor 1	Eloi
Marie	Madeleine	Louis 1	Paul
Mateo	Juliette	François	/
Germain	/	Ambroise	/
Louis 3	/	Aymeric	/
Paul	/	Juliette	/
/	/	/	/
/	/	/	/
Semaine Impair	Semaine Impair	Semaine Impair	Semaine Impaire
NOMAR	TELFRO	KICHO	FRAYJOU
Ambroise	Aymeric	Victor 1	Eloi
Marie	Madeleine	Louis 1	Paul
Mateo	Juliette	Ambroise	/
Germain	/	Aymeric	/
Louis 3	/	Juliette	/
Paul	/	/	/

<u>Tableau 13:</u> extrait du tableau excel *Répartition_Voiture.xlxs*

Finalement, les résultats obtenus respectent bien le cahier des charges des données en entrée de l'algorithme (Offres et Requêtes). Par exemple, ici on peut noter que François ne demande qu'un trajet le lundi à 17h en semaine paire et non impair, ce qui correspond bien au tableau des requêtes.

- Ces résultats conclut donc le projet Cassiopée n°51 : Elaboration d'un algorithme de matching pour générer un planning de covoiturage -

Le projet pourra être amené à être reconduit afin d'améliorer l'expérience utilisateur et de généraliser le cas d'étude à un public plus large.

FIN